پچھلے لیکچر میں ہم نے لہروں کی سپر پوزیشن کے بارے میں بات کی تھی اور اس کے نتیجے میں کھڑی لہروں کو کہا جاتا ہے مثال کے طور پر ہم نے ایک سٹرنگ پر کھڑی لہروں پر بحث کی
کے پیش نظر مخصوص فریکوئنسیوں کو صرف اس کے ساتھ کمپن کرنے کی اجازت تھی۔ اس کی وجہ l تو ہمیں معلوم ہوا کہ سٹرنگ کی لمبائی ہے اور دونوں سروں پر بندھے ہوئے ہیں l یہ ہے کہ اگر تار کی لمبائی
تو اس کے سرے حرکت نہیں کر سکتے ہیں اور اس لیے وہ نوڈس تھے اور طول موج ایسی ہونی چاہیے کہ تار ان نقطوں پر بالکل بھی حرکت نہ کرے، اس لیے یا
تو آپ کے پاس نصف ہو اس پر طول موج یا اس پر ایک پوری طول موج اور اسی طرح دوسری طرف ہم نے اس صورت حال پر بھی غور کیا جہاں ایک سرہ مقرر تھا اور دوسرا سرا اس طرح کمپن کرنے کے لئے آزاد تھا جیسے آپ ایک لمبی رسی کو اپنے ہاتھوں میں پکڑیں اور اپنے ہاتھوں کو حرکت دیں۔ اوپر اور نیچے اس صورت میں ہم نے دیکھا کہ طول موج کا یا
تو ایک چوتھائی پرجوش ہو سکتا ہے یا تین چوتھائی طول موج پرجوش ہو سکتی ہے وغیرہ وغیرہ اور اس نے فریکوئنسی دی جس کے ساتھ تار بالکل اسی خطوط پر کمپن کر سکتا ہے۔ اب ہم ایک پائپ میں ہوا کے کالم کی وائبریشن پر بھی بات کر سکتے ہیں اور مجھے یہ بتانے دو کہ اس کا کیا مطلب ہے کہ فرض کریں کہ میرے پاس ایک پائپ ہے جو دونوں طرف کھلا ہوا ہو سکتا ہے یا اس کا ایک طرف کھلا ہوا بند ہو سکتا ہے۔ دوسری طرف اور اس کے اندر کی ہوا اس وقت کمپن کر سکتی ہے جب اس کے اندر کی ہوا کمپن ہوتی ہے مثال کے طور پر جب آپ دیکھتے ہیں کہ ایک بانسری بجائی جا رہی ہے
تو اندر کا ایئر کالم کمپن کر رہا ہے کہ یہ کس قسم کی فریکوئنسی سے وائبریٹ ہو سکتا ہے اب یاد رکھیں کہ ایئر کالم کی وائبریشن کو ایک کی کمپن سے بیان کیا جاتا ہے ۔ ہوا کے کالم کو دباؤ کی مختلف حال
توں سے بیان کیا جاتا ہے اور اگر آپ ان دو پائپوں کو دیکھیں
تو ہم بحث کر رہے ہیں کہ کھلے سرے پر دباؤ ویسا ہی ہوگا جیسا کہ فضا میں ہوتا ہے اس لیے سروں پر دباؤ کا تغیر صفر ہوگا جب کہ درمیان میں صفر نہیں ہوں گے کیونکہ یہاں بند اور باہر p یہ کافی ہوسکتا ہے۔ بڑے اسی طرح اوپن اینڈ یا بند سرے کے پائپ کے لیے دائیں طرف کے ڈیلٹا صفر ہو جائے گا آئیے ہم جائیں اگلی سلائیڈ میں دیکھیں اور دیکھیں p یہ دیوار کسی بھی دباؤ کو برداشت کر سکتی ہے دوسری طرف اوپن اینڈ ڈیلٹا کہ اس کا کیا مطلب ہے
ہو سکتا ہے اور اس کے درمیان یہ نان زیرو ہو سکتا p 0 دو اطراف میں صفر ہے اور یہ ڈیلٹا p تو اگر میں سمجھتا ہوں کہ اوپن اینڈ پائپ ڈیلٹا ہے اگر ہوا کا کالم ہل رہا ہو
y صفر ڈیلٹا y صفر تھا اور درمیانی ڈیلٹا y تو یہ بالکل وہی صورتحال ہے۔ سٹرنگ کی طرح یاد رکھیں کہ سٹرنگ میں سرے پر ڈسپلیسمنٹ ڈیلٹا ڈسپلیسمنٹ نہیں تھا لہذا سٹرنگ مختلف موڈز میں وائبریٹ کر سکتی ہے اور اسی طرح اب بالکل اسی انداز میں اگر میں اس کھلے سرے والے y یا پائپ کو دیکھتا ہوں اور اگر میں درمیان میں دباؤ کے تغیر کو پلاٹ کرتا ہوں
تو یہ سروں پر صفر ہوگا یہ مرکز میں دائیں طرف بڑا ہوسکتا ہے یا یہ سروں پر صفر ہوسکتا ہے اور ایک مختلف قسم کا مرکز میں تغیر ہے لیکن آپ دباؤ میں تبدیلی کو لمبائی کے فنکشن کے طور پر دیکھتے ہیں بالکل ویسا ہی ہے جیسے کسی تار کے اس پر لمبائی کے فنکشن کے طور پر نقل مکانی کی تبدیلی اور اس وجہ سے ان کی وائبریشن فریکوئنسی ایک جیسی ہونی چاہئے اب ہم اس کو کیسے نکالیں گے کہ پائپ کے معاملے میں میں جی ہوں۔ ڈیلٹا پی لکھنے کے لیے جس کی وضاحت اس بات پر منحصر ہوگی کہ میں اپنے نقاط کا انتخاب کیسے کرتا ہوں
ہوگا۔ اومیگا ٹی کے p سمجھوں گا جو کہ پائپ کی لمبائی ہے اور ڈیلٹا l کے برابر x کے برابر 0 اور دائیں ہاتھ کو x تو میں بائیں ہاتھ کو x خود بخود صفر ہو جاتا ہے p کا انتخاب کیا ہے کیونکہ اس سے ڈیلٹا sin kx کوسائن کا ایک سائن یا کوئی مختلف تغیرات جو میں نے kx بھی صفر ہو اس سے پہلے مجھے اشارہ کرنا چاہیے اس کا مطلب یہ l کے برابر x پر p کے برابر صفر ہوتا ہے اب میں چاہتا ہوں کہ ڈیلٹا k کا سائن ہر وقت صفر کے برابر ہوتا ہے اور اس لیے kl برابر صفر خود بخود صفر ہے اور اس کا مطلب ہے کہ x پر p ہے کہ ڈیلٹا ہو جائے گا جس طرح یہ سٹرنگ کے لیے تھا اور اس لیے میرے پاس اس اوپن اینڈ پائپ کے لیے یونیفارم پائپ ہے n pi پر l بالکل اسی طرح ہے یہاں ڈیلٹا پریشر 0 ہے اور یہ درمیان p 0 ڈیلٹا l برابر ہے x کے برابر صفر پر لیا ہے دوسرے سرے پر x جس کا ایک سرا میں نے sine kx کے دباؤ کے اوقات a کا ایک فنکشن جیسا کہ کچھ طول و عرض t اور x ہے p میں بدل جاتا ہے اور میرے پاس ڈیلٹا cosine of om کے برابر ہوتا ہے l ہر وقت p اور جو ہم نے ابھی اخذ کیا ہے کیونکہ ڈیلٹا t کے طور پر دیا گیا ہے مثال کے طور پر کچھ نہیں ہے مگر l k 2 سے زیادہ n pi ہے k ہوتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ kl 0 صفر ہوتا ہے اس کا مطلب ہے کہ ہر وقت سائن n پر l منسوخ کرتا ہوں اور مجھے لامبڈا pi 2 میں دونوں طرف سے l کے برابر ہونا چاہئے l کے اوپر n pi اوور لیمبڈا جو pi کے برابر ہونے والی ہے جو کچھ بھی ہے ہمیں یہ پہلے کا مربع جڑ ملا v کے اوپر v لیمبڈا nu n کے برابر ملتا ہے اور اس لئے فریکوئنسی ایک ہے nu سے زیادہ ہو جائے گا لہذا تعداد l دو nv ہے۔ ہی کی کثافت سے زیادہ یا گاما مربع جڑ کی کثافت سے زیادہ لیکن اہم بات یہ ہے کہ v ہے اور اسی طرح یہ ایئر کالم فریکوئنسی کے طور پر وائبریٹ کر سکتا ہے جو کہ l سے زیادہ دو v دو ہے جو دو nu l سے دو v جو nv سے زیادہ کے ضرب کے عدد کے ملٹیلز ہوتے ہیں یہ سٹرنگز کے ساتھ ساتھ ایئر کالم کے طور پر جانا جاتا ہے وہ فریکوئنسی جو l کے دو over two l دوسرے ہارمونک کے n برابر ایک پہلا ہارمونک ہے n کے طور پر دی جاتی ہیں ہارمونکس کے نام سے جانا جاتا ہے لہذا پر v چوتھا ہارمونک ہو گا اور اسی طرح تعداد rth کے برابر ہوں گے fou کے برابر تین تیسرے ہوں گے اور n برابر ہے اور اسی طرح نوٹس کریں کہ اظہار وہی ہے جیسا کہ سٹرنگ کے اس معاملے میں بنیادی فریکوئنسی کے طور پر جانا جاتا ہے l سے زیادہ l دو جہاں اخراج 0 سرے پر ہے یا میرے پاس ایک پائپ ہے جہاں دباؤ کی تبدیلی سرے پر صفر ہے لہذا اس l تو آیا میرے پاس لمبائی کی ایک تار ہے میڈیم کی باؤنڈری پر کیا ہوتا ہے اس کی سٹرنگ یا پائپ یکساں ہے یا
l دو v گنا n کے لیے l ہارمونک فریکوئنسی پائپ یا سٹرنگ کی لمبائی nth تو نقل مکانی صفر ہے یا دباؤ کی تبدیلی صفر ہے تعداد نویں تعداد کے مربع جڑ کے علاوہ کچھ v اور پائپ کے لیے mu سے زیادہ نکلتی ہے اور فرق صرف وی وی کے لحاظ سے ہے سٹرنگ کے لیے ٹی اوور نہیں ہے۔ بلک ماڈیولس کے مربع جڑ کے سوا کچھ نہیں ہے کثافت کے اوقات گاما عنصر سے تقسیم کیا جاتا ہے جو آتا ہے کیونکہ ہم ہوا کے کالم کے adiabatic
توسیع پر غور کرتے ہیں لہذا اب یہ وہی ہے اسی طرح میں اب بند سٹرنگ کے معاملے پر بھی غور کرسکتا ہوں ٹھیک ہے اسی طرح میں بند پائپ صفر ہے یہ یاد p صفر کے برابر نہیں ہوگا جبکہ کھلے سرے پر ڈیلٹا p کے معاملے پر غور کر سکتا ہوں جس صورت میں اس سرے پر ڈیلٹا سٹرنگ کے بائیں سرے کو باندھ دیا گیا ہے tied ok لیفٹ اینڈ ہے tr بالکل وہی صورت ہے جس سٹرنگ کی طرح جہاں سٹرنگ لیفٹ ہینڈ ہے کو yx اور دائیں سرے کو کچھ طول و عرض کے ساتھ منتقل کیا جا رہا ہے ایک یاد رکھیں کہ اس معاملے میں کیا ہوا ہے کہ میں اب بھی اپنے کے x کا کچھ طول و عرض سائن بنا سکتا ہوں کیونکہ اس کا انتخاب کیا گیا ہے۔ خود بخود مجھے صفر پر kx t sin kx کوسائن اومیگا kx برابر ہونا چاہئے kl سائن صفر نہیں ہے درحقیقت یہ زیادہ سے زیادہ ہے اس صورت میں ہم نے سیکھا کہ kl برابر صفر دیتا ہے تاہم اس کا جمع ایک پائی بائے دو کے برابر ہے اور ہم n برابر دو l کا جواب ملا دو پائی اوور لیمبڈا ٹائمز kk اور ہمیں pi by two جمع ایک n دو جمع ایک ملتا ہے جو سٹرنگ کا معاملہ تھا بالکل وہی چیز n سے زیادہ دو l دونوں طرف سے پائی کو منسوخ کرتے ہیں اور ہمیں لامبڈا برابر چار

میں لہذا تھا رہا ہل سرہ یہ اور تھا ہوا بندھا جو ہے تار ایک یہاں کیس۔ ہے رہی جا ہونے میں وقت موجودہ w یا پاس میرے یہاں ۔تھا سکتا رکھ موڑ
اس ہے بند پائپ ایک پاس میرے اگر طرح اسی بالکل اور تھا فور بائے لیمبڈا تین یا فور بائے لیمبڈا تو x برابر کے l ہے کھلتا اور x پر 0 برابر
ڈیلٹا پاس میرے p ہوگا x اور t عرض و طول ایک برابر کے قدر بڑی کچھ پر طور کے فنکشن کے sine kx cosine of omega t
kx کہ طرح اس ساتھ کے x ہے برابر l یہ یعنی kl دو ہے بنتا n ایک جمع pi by two کے
پھر مجھے سے اس اور ہے رہا جا ہلایا طرف دوسری اور پر سرے ایک ہے ہوا بندھا جو لیے کے تار ایک جو ہے دیتا جواب وہی بالکل مجھے یہ تو
لیمبڈا ہے ملتی پائی دو سے l لہذا ہوں سکتا کر منسوخ کو شرائط کچھ میں اور سے دو پائی ایک جمع این دو برابر pi اور ہے جاتا ہو منسوخ
4 لیمبڈا مجھےl 2 زیادہ سےn فریکوئنسی لیے اس اور 1 ۔ہے ملتا برابر کے پلس nu n اوپر کے لیمبڈا v دو جو ہے رہی جا ہونے n جمع
چار زیادہ سے ایک l بار v اسے میں یا گی ہو برابر کے n آدھا جمع v دو اوپر کے l دوبارہ v دو اوپر کے l سکتا لکھ پر طور کے
اس سوائے ہے میں معاملے کے سٹرنگ جو ہے معاملہ وہی بالکل یہ کہ ہیں دیکھتے آپ لہذا ہیں ہارمونکس زیادہ آرام اور تعدد ۔ہے بات بنیادی ہوں
جڑ مربع ہی ہے رہی جا اب رفتار کہ کے t بذریعہ mu جڑ مربع گاما تھا معاملہ کا سٹرنگ کہ جو b بذریعہ rho
میں صورت اس رفتار اب ہوں لکھتا اسے میں تو b بذریعہ جڑ مربع گاما کا rho جہاں ہے گیا دیا b ماڈیولس ۔ہے بلک rho اور ہے کثافت
لیے کے گیس گاما cp اوور cv پچھلے اب جو ہے کرتی تبدیل کو آرام کے رفتار سے وجہ کی حالات باؤنڈری جو ہے چیز وہی صرف لہذا ہے
چاہیے لکھنا میں کالم ایئر یا پر سٹرنگ مجھے اگر ۔تھی دی بھی تشریح فزیکل کی موڈز میں سٹرنگ کو آپ نے میں میں لیکچر
ہے کالم ایئر یہ پاس میرے جب ہے ہی ویسا بالکل اب یہ تو
یہ پھر اور ہے سکتا ہو مختلف طرح اس زیادہ سے زیادہ میں درمیان یہ لیے اس ہے ہوتا فرق میں درمیان کے اس اور ہے ہوتا پر سرے 0 دباؤ تو
پاس کے آپ طرح اسی اور ہوگا طرح اس یہ میں درمیان اور ہے ہوتا 0 پر سرے ہے ہوتا مختلف یہ یا ہے ہوتا تبدیل ساتھ کے وقت ۔ہے رہتا برقرار
یا وہ ہے جو
ہیں ایسی وہ ہیں سکتی ہو موجود جو موج طول آزاد طرح اسی اور ہے 2 از لیمبڈا 3 دراصل یہ ہے سکتا ہوسکتا موجود لیمبڈا یا ہے موجود 2 از لیمبڈا تو
کہ n lambda by two is l دو برابر کے لیمبڈا یا l اوور n لیے کے پائپ بند پر سرے ایک آپ اور تھا پہلے جو ہے جواب وہی بالکل
جاتا جانا سے نام کے اینڈ اسے اور ہے فرق ایک درمیان کے وائبریشنز کالم ایئر اور وائبریشنز سٹرنگ اب ہیں سکتے کر تشریح فزیکل کی طرح اسی
پائپ وہ کہا نے ہم جو کو پائپ بند پر سرے ایک یا لیا پائپ ہوا کھلا یہ نے ہم جب کہ ہوں چاہتا دلانا یاد یہ صرف کو آپ میں کہ ہے یہ تصحیح ۔ہے
ڈیلٹا p بھی کا سٹرنگ اس جو تھی ٹھیک بالکل لمبائی کی پائپ ۔لی لمبائی جو نے ہم لیے کے موج طول لیے اس اور ہے صفر تھا ٹھیک میں آخر کے
ڈیلٹا یا نوڈ کہ ہے ہوتا کیا میں معاملات کے کالم ایئر کہ ہے جواب یہی p 0 یہ اور ہے آتا باہر سا تھوڑا بلکہ آتا نہیں بالکل میں آخر کے پائپ
بار 0.6 ۔ہے ہوتا فاصلہ r ہے کھلا پر سروں دونوں پائپ اگر طرح اسی ہیں سکتے لے پر طور کے حقیقت کردہ قائم پر طور تجرباتی اسے آپ
0.6 نوڈ طرف دونوں تو r جہاں ہے ہوتا پر فاصلے کے r پائپ لمبائی کی اختتام کھلے سے طریقے مؤثر لیے اس ہے رداس کا پائپ wo
uld l plus 1.2 r ہے برابر کے
لمبائی موثر کی پائپ بند پر سرے ایک طرح اسی اور ہوں لکھتا میں انداز موثر بڑے اسے میں تو l 0.6 جمع r اصلاحات وہ یہ ہوگی برابر کے
رفتار وہی بالکل فارمولے ورنہ ہیں رہے جا ڈالنے میں فارمولوں آپ جیسے ہے لمبائی موثر یہ کیا یہ اور ہیں کرنی میں لمبائی کو آپ جو ہیں
جڑ مربع گاما جو ہے ہوتی برابر کے رفتار کی آواز میں ہوا جو ہیں رہتے b بذریعہ rho تک اب نے ہم طرح اسی ہیں رہتی باقی چیزیں باقی اور
پر لہروں ان اور ہے کی بات پر سپرپوزیشن کی لہروں دو کی فریکوئنسی ہی ایک
سم مخالف جو ہے دی توجہ
کرنا بات پر سپرپوزیشن کی لہروں میں اب ہے کی بحث پر لہروں کھڑی اس تک اب نے ہم جو ہے لیتا جنم وہ سے اس اور ہیں رہی کر سفر میں توں
فریکوئنسی ایک کریں فرض کہ ہے یہ مطلب ہمارا سے جس ہیں تعدادات مختلف قدرے بہت قدرے ۔ہوں چاہتا nu فریکوئنسی دوسری ہے ایک nu
ہے دو
تو nu منفی ایک nu شدت کی دو exa لئے کے nu1 یا nu2 ۔ہے کم بہت سے mple میں nu1 اور ہرٹز 500 مساوی nu 2 502
فینومینا بیٹ جیسے ہے دیتا جنم کو چیز کسی معاملہ یہ اور ہے ہوتا میں معاملے اس جو ہے چھوٹا بہت واقعی فرق لہذا ہے ہوسکتا برابر کے ہرٹز
دائیں ہم آئیے ہے رہا کر سفر میں سمت ایک جو ۔دیں کرنے غور پر لہر ایک مجھے لئے کے اس لہذا ہوں چاہتا کرنا بحث پر اس میں اور ہے جاتا کہا
اسے اور ہیں کہتے طرف yxt عرض و طول کچھ ہے گیا دیا ذریعہ کے a sine k 1 x 1 اومیگا مائنس t میں تعدد جو لہر اور ایک
پاس میرے اور ہے کرتی سفر میں سمت اسی بھی معمولی بہت ہے مختلف قدرے yxt اسے میں ہے y ایک پہلا ہوں کہتا دو y ایک k 2 x
2 اومیگا مائنس t عرض و طول کچھ کے b نقطہ خاص ایک میں اور ہے برابر کے سائن x نقطہ ایک ہم لہذا ہوں کھڑا پر x ہیں کھڑے پر x
وقت اس پاس میرے اور جائے ہو آسان چیز پوری میری تاکہ ہے ہونا صفر یہ ہیں لیتے ہم لئے کے سادگی اور ہے نہیں برابر y جو ہے ٹی ایک
اور ہوں رہا جا دیکھنے کو شدت میں میں آخر کیونکہ پڑتا نہیں فرق کوئی سے اس دیں لینے بھی مجھے ہے برابر کے ون اومیگا سائن ایک مائنس y
دی مکانی نقل خالص پر مقام اس لیے اس اور لیے کے کرنے سپرپوز ۔ہیں جی لہریں دونوں یہ اب ہے برابر کے سائن ہی کے ٹی ٹو اومیگا ٹی دو
کیونکہ گی جائے y one t جمع y ہیں کرتی سپرپوز لہریں یہ جب لہذا ہے برابر کے ٹی ٹو اومیگا سائن بی پلس ٹی ون اومیگا سائن ایک ٹی ٹو

پاس میرے پر مقام اس تو y رجحان کے دھڑکنوں سے اس اور ہے برابر کے ٹی 2 اومیگا سائن بی پلس ٹی ون اومیگا سائن ہوں کھڑا میں جہاں ہے
لیں ب برابر ہم اگر ہے سکتی جا سمجھی سے آسانی ہے دھڑکن آسان سے سب یہ گا ملے جنم کو
ہیں مختلف وہ اگر لیے کے ہونے یکساں ۔ہوں رہا لے عرض و طول کا لہروں دو میں کہ ہے مطلب کا اس تو
پاس میرے میں معاملے اس لیکن گا کروں کام بعد دیر تھوڑی بھی پر اس میں تو yt ہے برابر a سائن پلس ٹی 1 اومیگا سائن میں بریکٹ اور
2 کا ٹی 2 اوور 2 اومیگا مائنس 1 اومیگا سائین ایک کی 2 اومیگا پلس 1 اومیگا ۔ہوں سکتا لکھ 2 میں جیسے ہے ٹی 2 اومیگا t آئیے کوسائن گنا
ہے برابر کے 2 اومیگا 1 اومیگا اگر کہ ہیں کرتے چیک پہلے
کیونکہ ہے ملتا جواب میرا مجھے تو yt 1 اومیگا جب ہے ہوتی وقت اس بات دلچسپ اب ہے درست جو ہے سائین ایک کی ٹی اومیگا 2 برابر
۔ہے ہوتا نہیں برابر کے 2 اومیگا
برابر کے اومیگا ڈیلٹا کچھ علاوہ کے 1 اومیگا کو 2 اومیگا آئیے اور لیے کے 2 اومیگا ۔ہو نہ برابر 1 اومیگا جب کریں غور پر معاملے اس آئیے تو
ہوں چاہتا ہونا درست بہت میں اگر یا جائے لیا پر طور کے اومیگا صرف بھی پھر ۔ہے کم بہت سے 1 اومیگا اومیگا ڈیلٹا جہاں لیں
کے ٹی مائنس اومیگا اسے میں تو sin omega Plus t times cosine 2 اومیگا پلس 1 اومیگا پلس اومیگا جہاں گا لکھوں پر طور کے
سے اس ہے برابر کے شدت کی 2 اومیگا مائنس 1 اومیگا لیے کے کوسائن مائنس ۔ہوں سکتا لکھ اومیگا اور 1 اومیگا تقریباً میں جیسے ہے 2 اوور
جائے کیا تقسیم سے دو کہ پڑتا نہیں فرق کوئی
کہ ہے یہ وہ ہے جو پاس میرے تو yt دو a اومیگا ٹی مائنس اومیگا اور ہے سائن عرض و طول کچھ کا ٹی پلس اومیگا کہ جو ہے برابر کے
کروں پلاٹ پر طور کے فنکشن ایک کے وقت اسے میں اگر لہذا ہے کم بہت سے پلس اومیگا ہے زیادہ بہت کوسائن کا مائنس
مدت کی وقت یہ لہذا ہے فریکوئنسی زیادہ بہت ٹی پلس اومیگا اصطلاح پہلی تو t اومیگا کہ جو ہے والا ہونے مختلف سے تیزی بہت میں پلس

Prutor@IITK

اومیگا مائنس i mul ہے بہت زیادہ ٹی مائنس سے بہت چھوٹا جو اومیگا مائنس پر دو پائی کے برابر ہے اور اگر pi پلس کے مقابلے میں 2
اومیگا مائنس کے ذریعہ اس کو ٹپ کریں بہت آہستہ آہستہ مختلف ہوتا ہے لہذا دوسری اصطلاح بہت آہستہ سے مختلف ہوتی ہے اور یہ نیچے
جاتی ہے لہذا اگر میں یہاں دونوں اصطلاحات کو ضرب دوں گا
تو میں یہ دکھاؤں گا اگر میں دونوں اصطلاحات کو ضرب کروں گا
تو مجھے کیا ملے گا اس طرح دوبارہ چھوٹا ہو جاتا ہے اور پھر دوبارہ اٹھائے گا یہ اصطلاح اومیگا مائنس کا کوسائن ہے درحقیقت جس کو میں نے
سائن اومیگا مائنس سے ضرب کیا ہے یہ اومیگا مائنس ٹی کا سائن ہے اس لیے آپ نے ایک اور چیز سیکھی ہے اگر میں سائن اومیگا مائنس ٹی کو
مجھے دوسرے فنکشن کے لیے اپنے آپ کو sine omega plus t وہ کس طرح نظر آتے ہیں یہ sine omega t ضرب دوں اور
درست کرنے دیں جو کہ اومیگا مائنس ٹی کے اومیگا پلس ٹی کوزائن کا ایک سائن ہے اگر میں کوسائن کی اصطلاح کو پلاٹ کروں
تو یہ کچھ اس طرح ہوگا
کی اصطلاح یہاں ایک ہو گی اور پھر آہستہ آہستہ صفر پر جائیں اور اس طرح جائیں cosine omega t اس طرح جا رہا ہے t تو اومیگا گناہ

تو پروڈکٹ بڑی نظر آنے والی ہے یہ چھوٹی ہو جائے گی اور دوبارہ اٹھا کر چھوٹی ہو جائے گی اور دوبارہ اٹھا لے گی
uct sine omega plus t cosine omega minus t تو یہ ہے اس طرح ایک پروفائل بننے جا رہا ہے یہ پیداوار ہے
تو آپ جو محسوس کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ وقت کا ایک فعل ہے کہ وقت کی ایک تقریب کے طور پر کمپن طول و عرض میں بڑھ رہی ہے اور
طول و عرض میں آہستہ آہستہ کم ہو رہی ہے اور آپ اسے محسوس کر سکتے ہیں کیوں کہ یہ ہے وائبریشن سائین اومیگا پلس ٹی کے مقابلے میں
بہت چھوٹے پیمانے پر ہو رہا ہے لہذا اگر تھوڑی مختلف تعدد کی دو آواز کی لہریں ہوں اور اگر میں ایک مقام پر کھڑا ہوں اور انہیں سنوں جو میں
سننے جا رہا ہوں وہ یہ ہے کہ اچانک لہر کی بلندی آواز کی اونچی ہونے والی ہے بڑی ہونے والی ہے پھر نیچے جائے گی پھر اوپر آئے گی نیچے
جائے گی نیچے آئے گی اور اسے دھڑکن کے مظاہر کے نام سے جانا جاتا ہے وہاں یہ دھڑکنیں ہو رہی ہیں اور دھڑکنوں کی تعدد کتنی ہے اب نوٹ
ہونے والا ہے pxt آواز کے معاملے میں اومیگا مائنس ٹی کا اومیگا پلس ٹی کوسائن کا دو ایک سائین ہے ڈیلٹا yxt کریں کہ میرا طول و عرض
سائن ہوگا اور p اومیگا مائنس ٹی کا اومیگا پلس ٹی کوسائن کا کچھ بڑا پریشر
توانائی جو آپ حاصل کرنے جا رہے ہیں ڈیلٹا پی اسکوائر کے متناسب ہونے والا ہے کیا ہوتا ہے یہ فریکوئنسی اومیگا 1 مائنس اومیگا 2 کو 2 سے
تقسیم کیا جاتا ہے لہذا دباؤ کا فرق بڑا چھوٹا پھر بڑا چھوٹا پھر سے چھوٹا ہوگا لیکن آپ کو اس مقام پر اونچی آواز سنائی دے گی جہاں میں میں اس
بائی دو ٹی t مقام پر اس مقام پر ایک عمودی نیلی لکیر کھینچ رہا ہوں اور یہ فرق خود فریکوئنسی سے دوگنا ہے یہ نصف ہے اس وقت کا دورانیہ
مائنس بائی دو ہے جو کہ اومیگا مائنس پر دو پائی کا نصف ہے جو اومیگا پر دو پائی ہے ایک مائنس اومیگا ٹو میگنیٹیوڈ
تو بیٹ فریکوئنسی جو کہ آپ کو کتنی بار اوپر اور نیچے جانے والی آواز سنائی دے گی اومیگا 1 مائنس اومیگا 2 کے برابر ہوگی کیونکہ جب بھی
طول و عرض اوپر جاتا ہے چاہے وہ منفی طرف ہو یا جس مثبت پہلو سے آپ کو اونچی آواز سنائی دے گی اس لیے تھوڑا سا فریکوئنسی
فریکوئنسی میں فرق کے برابر ہے اس بات کو ذہن میں رکھیں کہ جس لمحے اومیگا 1 اومیگا 2 کے بیٹ فریکوئنسی کے برابر ہو جاتا ہے صفر کے
دونوں لہریں یہ آپ کو اندازہ دینے کے لیے تھیں کہ اگر طول r برابر ہوتا ہے اب آپ پوچھ سکتے ہیں کہ میں نے طول و عرض لیا ایک جیسا ہونا
و عرض مختلف ہو
تو کیا ہوتا ہے جس کا مطلب ہے کہ میرے پاس اومیگا ٹو ٹائی کا سائن اومیگا 1 ٹی پلس بی سائن ہے اسے جمع بی کو دو سائن اومیگا ون ٹی پلس اے
سے تقسیم کر کے لکھ سکتے ہیں مائنس بی کو اومیگا ون ٹی پلس اے پلس بی کے دو سائین سے اومیگا ٹو ٹی مائنس اے مائنس بی کو اومیگا ٹو ٹی
کے دو سائین سے تقسیم کیا گیا ہے
تو میں اسے اے پلس بی کے دو سائین سے اومیگا ون کے برابر حاصل کرنے جا رہا ہوں ٹی پلس سائن آف اومیگا ٹو ٹی پلس اے مائنس بی بذریعہ
اومیگا ون ٹی مائنس سائین آف اومیگا ٹو ٹی اور یہ مجھے ایک پلس بی دے گا بذریعہ اومیگا پلس ٹی کوسائن آف اومیگا مائنس ٹی پلس اے مائنس بی
اومیگا مائنس ٹی کے اومیگا پلس ٹی سائن کے 2 کوسائن کے ذریعے اور درحقیقت مجھے یہاں ایک مائنس کا نشان لگانا چاہئے تاکہ آپ دوبارہ دیکھیں
کہ یہ مختلف طول و عرض کی دو لہروں کی سپرپوزیشن ہے لیکن دونوں دھڑکنوں کے مظاہر دکھا رہے ہیں تاکہ آپ دوبارہ دھڑکنیں سنیں اور میں
آپ کو یہ کرنا چاہتا ہوں کہ اسے وقت کی ایک تقریب کے طور پر پلاٹ کرنے کی کوشش کریں اور دیکھیں کہ آپ کتنی دھڑکنیں سننے جا رہے ہیں
کیا یہ بالکل اومیگا 1 مائنس ہے اومیگا 2 یا کچھ اور ہوتا ہے لیکن اب خیال واضح ہے کہ جب آپ دو لہروں کو ملاتے ہیں جن کی فریکوئنسی قدرے
مختلف ہوتی ہے
تو سپرپوزیشن کا طول و عرض وقت کے ساتھ بہت آہستہ آہستہ تبدیل ہوتا ہے اور آپ کو طول و عرض اوپر جاتے اور نیچے آتے سنتے ہیں اور
یہ اس کا مظاہر ہے۔ دھڑکتا ہے اور آخر میں دوغلوں اور لہروں کے ان لیکچرز میں ہم ڈوپلر اثر نامی کسی چیز پر بات کرتے ہیں جس سے یہ خود
فکر مند ہے کہ فرض کریں کہ ہمارے پاس لہروں کا ایک منبع ہے اور وہ کسی رفتار کے ساتھ حرکت کر رہا ہے اور میں ایک مبصر کے طور پر
ایک خاص نقطہ سے اس کا مشاہدہ کرتا ہوں۔ اب مشاہدہ کرنے کا مطلب ہے کہ میں سب سے عام چیز جو کر سکتا ہوں وہ یہ ہے کہ سورس ایک
صوتی ذریعہ ہے اور میں اسے سنتا ہوں کہ آواز کسی جگہ کھڑی ہے
سورس کے ساتھ حرکت کر رہی ہے اور میں سمت سے ایک زاویہ پر کھڑا ہوں۔ جس میں یہ حرکت کر رہا ہے یا ایسا ہو سکتا ہے کہ آواز v تو یہ
کا منبع ساکن ہو اور میں بطور مبصر حرکت کر رہا ہوں یا دونوں کا مجموعہ اس صورت میں جو دیکھا جاتا ہے وہ یہ ہے کہ مشاہدہ کیا گیا تعدد اور
اس صورت میں آواز کے معاملے میں جب میں کہتا ہوں کہ تعدد مشاہدہ کیا جاتا ہے
تو یہ سنائی جانے والی فریکوئنسی ماخذ کی طرف سے خارج ہونے والی فریکوئنسی سے مختلف ہوتی ہے اور اسے ڈوپلر اثر کہا جاتا ہے جس کا
اب ہم مطالعہ کرنے جا رہے ہیں کہ مشاہدہ کی گئی فریکوئنسی یا فریکوئنسی جو ہم سنتے ہیں وہ یہ ہے کیا یہ اس فریکوئنسی سے بہت مختلف ہے
جو ماخذ کے ذریعہ خارج ہوتی ہے ہم خود کو ان صور
توں تک محدود کرنے جا رہے ہیں جہاں تھیٹا 0 ہے اس کا مطلب ہے کہ ماخذ اور مبصر ماخذ کی نقل و حرکت کی لائن کے ساتھ ہیں یا مبصر وہ
نہیں ہیں۔ اس سے ایک زاویہ پر
تو آئیے ایک ایک کرکے ان کیسز پر غور کریں اب ایک کیس جس کا میں مطالعہ کرنے جا رہا ہوں وہ ماخذ مبصر کی طرف بڑھ رہا ہے
نہیں ڈالوں گا میں اسے nu 0 کہیں یا میں nu 0 تو آئیے ماخذ کو لیں اور یہاں مبصر ہے یہ ایک خاص تعدد پر لہر خارج کرتا ہے ۔ اسے
ڈالتا ہوں o صرف نیا کہوں گا کیونکہ جب میں مبصر کے لئے
ہے لہذا یہاں سے کسی خاص لہر کو خارج ہونے دیں آئیے ہم ایک خاص لیں کی طرف nu تو میں الجھن میں پڑ جاتا ہوں لہذا یہ کچھ فریکوئنسی
اشارہ کریں زیادہ سے زیادہ نقل مکانی اس لیے جب زیادہ سے زیادہ نقل مکانی کی جاتی ہے
nu سے تقسیم کیا جاتا ہے v تو یہ مبصر کی طرف سفر کرتی ہے اور دو زیادہ سے زیادہ نقل مکانی کے درمیان فاصلہ لیمبڈا رائٹ ہے جسے
لہر کی رفتار ہوتی ہے یہ اس وقت ہوتی ہے جب ماخذ ساکن ہوتا ہے اب آئیے دیکھتے ہیں اگر منبع حرکت کر رہا ہے v سے جہاں
تو کیا ہوتا ہے
تو یہاں پر مبصر ہے ماخذ ہے اور اس نے ایک خاص زیادہ سے زیادہ بتائی ہے یہ زیادہ سے زیادہ سفر شروع کر دیتا ہے اور ایک مدت کے بعد یہ

دوبارہ زیادہ سے زیادہ دیتا ہے
تو یہ زیادہ سے زیادہ ماخذ کی طرف یا اس کی طرف سفر کر رہا ہے۔ مبصر جب تک سٹیشنری سورس کے معاملے میں اگلی زیادہ سے زیادہ بتائی جاتی ہے یہ فاصلہ لیمبڈا تھا اب یہ فاصلہ کم ہونے جا رہا ہے کیونکہ ماخذ منتقل ہو گیا ہے اور یہ سورس کے اوقات کی رفتار سے کم ہو جائے گا،
v ٹھیک ہے اگر میں اسے بائیں طرف بنائیں تاکہ یہ زیادہ سے زیادہ سفر کیا گیا یا فاصلہ لیمبڈا اور جب اگلی زیادہ سے زیادہ اخراج ہوا ماخذ اتنے مؤثر طریقے سے لیمبڈا یہ بن گیا a fter time t کے فاصلے سے منتقل ہو گیا ہے کیونکہ اس نے خارج کیا ہے کہ t سورس اوقات سورس ٹائم ٹی ہے لہذا لیمبڈا جو مبصر کو موصول ہو رہا v ہے جو جامنی رنگ کے ذریعہ دکھایا گیا ہے جو کہ لیمبڈا پرائم مساوی لیمبڈا مائنس وی کہوں گا وہ لہر کی nu کے برابر ہے لہذا وہ فریکوئنسی جو شخص جا رہا ہے یہاں جیسے میں vst ہے وہ لیمبڈا پرائم ہے جو لیمبڈا مائنس لیمبڈا مائنس سے تقسیم کیا جائے گا، آئیے ہم ہر چیز کو اصل فریکوئنسی کے v رفتار ہو گی جس کو لیمبڈا پرائم سے تقسیم کیا جائے گا جیسے لحاظ سے لکھیں
v کے برابر ہے تقسیم v فریکوئنسی سے زیادہ ایک ہے جو vst تعدد سے تقسیم مائنس v کچھ نہیں ہے لیکن v lambda ہے v تو مائنس بمقابلہ تعدد بار اس لئے اب جس فریکوئنسی پر میں لہر کی یہ میکسیما اپنے پاس آنے کی آواز سن رہا ہوں وہ قدرے بڑی ہے اس لئے ہم نے جو اندازہ لگایا ہے وہ یہ ہے کہ اگر کوئی ماخذ جو لائن کی لکیر کے ساتھ ایک مبصر کی طرف بڑھ رہا ہے جو ماخذ اور مبصر کے درمیان ہے سے بڑا nu جو کہ اسی منطق کے ذریعے nu ذریعہ اوقات v مائنس v سے تقسیم کیا جاتا ہے v تو مبصر کی سننے والی فریکوئنسی کو ایلو سورس مبصر اور سورس کو جوڑنے والی لائن کے ساتھ دوسری طرف بڑھ رہا تھا f ہے اگر یہ
سے کم ہے لہذا میں یا nu ہوگا جو nu سورس ٹائم v پلس v سے زیادہ nu v تو
تو زیادہ فریکوئنسی سننے جا رہا ہوں یا کم فریکوئنسی جو آپ دیکھ رہے ہیں اکثر ایسا کیوں ہوتا ہے کہ جب آپ ریلوے پھاٹک کے قریب کھڑے ہوتے ہیں اگر ٹرین آپ کے قریب آ رہی ہو اور کسی برتن کو اڑانے کے ساتھ آپ کو بہت زیادہ فریکوئنسی سنائی دیتی ہے اور وہ آپ سے گزر کر آپ سے دور چلا جاتا ہے
تو آپ کو وہ فریکوئنسی سنائی دیتی ہے جو آپ کے محسوس ہونے سے کم ہوتی ہے۔ آواز کا معیار تبدیل ہوتا ہے اس لیے یہ صورت ایک صورت دو ہے جب ایک مبصر ماخذ کی طرف بڑھ رہا ہے
تو اس صورت میں دوبارہ یہاں ماخذ ہے اور یہ مبصر اب ماخذ کی طرف بڑھ رہا ہے
اور ان کے درمیان فاصلہ لیمبڈا ہے لیکن چونکہ یہ مبصر t تو یہاں یہ میکسیما ہیں جو باقاعدگی سے خارج ہوتے ہیں۔ وقت کے فرق کے وقفے اور ہم دیکھتے l اس ذریعہ کی طرف بڑھ رہا ہے وہ سننے یا دیکھنے جا رہا ہے ان کے درمیان فرق قدرے کم ہے اور اس وجہ سے زیادہ تعدد ہیں کہ وہ ان کو کتنا چھوٹا دیکھتا ہے لہذا ہم وہی منطق لاگو کریں گے جو پہلے کی طرح ہے اور جو ہم دیکھنے جا رہے ہیں وہ یہاں ہے ماخذ ہے کے ذریعہ بھی منبع کی طرف بڑھ v اور یہ میکسیما ہے جو دیکھنے والے کی طرف بڑھ رہا ہے یہاں ایک اور زیادہ سے زیادہ ہے۔ جو کہ رفتار صفر کے ساتھ ان کی طرف بڑھ رہا ہے ان کے درمیان فرق لیمبڈا ہے لہذا ہم یہ سوال پوچھ رہے ہیں کہ وہ مؤثر v رہا ہے اور مبصر رفتار فاصلہ کیا ہے جسے دیکھنے والا دو میکسما اور کے درمیان دیکھتا یا محسوس کرتا ہے ۔ مجھے اس کے لیے ایک اور چیز کی ضرورت ہے کہ یہ کو وقت b دونوں وقت کے وقفہ پر خارج ہوتے ہیں اس کے لیے اب ہم جس بات پر غور کرنے جا رہے ہیں وہ یہ ہے کہ پہلے زیادہ سے زیادہ پرائم پر پہلا t1 کے برابر ہے اب مبصر کو یہاں t ایک t دو منفی ہو t دو کے وقت خارج کیا جائے تاکہ t ایک پر اور دوسرے کو t پرائم پر دوسرا زیادہ ہونے دیں t2 زیادہ سے زیادہ اور
ایک پرائم پر یہ مبصر یہاں ہے اور مبصر اس ڈی میں آگے بڑھ رہا ہے۔ t تو یہاں کیا ہونے والا ہے یہ لہر آرہی ہے یہ میکسیما ہیں اور irection
کے ساتھ اس طرح حرکت v سے تقسیم کیا جائے گا کیونکہ اس زیادہ سے زیادہ رفتار vo جمع v ون پرائم پلس لیمبڈا کو t تو آپ کے پاس ہے اور اس سے پہلے انہیں لیمبڈا vo جمع v کے ساتھ حرکت کرنے والے کے درمیان رشتہ دار رفتار vo کرنے والے اور مبصر کی رفتار سے t ٹو پرائم کے برابر ہوگا لہذا مبصر دوسرے زیادہ سے زیادہ کو t کا فاصلہ طے کرنا ہوگا۔ مبصر سنتا ہے کہ دوسرا زیادہ سے زیادہ ٹو پرائم مائنس ٹی ون پرائم کے برابر ہے کیونکہ یہ t پرائم پر سنتا ہے لہذا مبصر کے ذریعہ محسوس کیا جانے والا وقت کا وقفہ یا وقت کا وقفہ ہے وہ وقفہ جس میں اس نے دو دو میکسیما کو سنا
پرائم ہے جو 1 اوور t سے تقسیم کیا جاتا ہے اور یہ vo جمع v دو پرائم مائنس ٹی ون پرائم نکلتا ہے لیمبڈا کو t تو اوپر کی مساوات سے آبزرور اور میں v پلس vo کے برابر ہے تقسیم شدہ lambda پرائم فریکوئنسی ہے مبصر محسوس کرتا ہے اور یہ nu پرائم ہے جہاں nu v مبصر کے برابر ہے تقسیم v جمع v پرائم nu آبزرور اور یہ فوراً آپ کو بتاتا ہے کہ v جمع v nu times v اسے لکھتا ہوں بطور کسی ماخذ کی طرف بڑھنے سے بھی زیادہ تعدد سنائی دیتی ہے کیونکہ میکسیما تیز r سے بڑا ہے لہذا مشاہدہ کریں۔ nu سے جو nu ضرب رفتار سے آرہا ہے
تو ہم نے جو دیکھا وہ یہ ہے کہ اگر کوئی ذریعہ ساکن ہے اور ایک مبصر اس کی طرف بڑھ رہا ہے کیونکہ مبصر میکسیما کو تیز رفتار سے آتے ہے یقیناً اگر وہ شخص ہٹ رہا ہے nu اوقات v مبصر اوور v پلس v ہوئے دیکھتا ہے۔ ایک نئی فریکوئنسی سنتا ہے جو سے کم ہے لہذا ہم نے اب تک جو سیکھا ہے وہ سورس مبصر حرکت پذیر ہے۔ ایک nu v مبصر بن جائے گا جو v مائنس v پرائم u تو آبزرور v پلس یا مائنس v پرائم nu دوسرے کی طرف ایک دوسرے سے دور ہوتے ہیں اور اسی طرح ہم ان سب کو جوڑ کر لکھ سکتے ہیں کہ جمع کا نشان ماخذ کی طرف بڑھنے والے vo جہاں nu سے تقسیم کیا جائے گا سورس فریکوئنسی v پلس یا مائنس v کے برابر ہوگا جس کو مبصر کے لیے ہے اور جمع بمقابلہ مبصر سے دور جانے والے ماخذ کے لیے ہے اور آپ بقیہ مجموعوں کو پُر کر سکتے ہیں اس مسئلے کی ایک سنتا ہے۔ اس کی اپنی آواز ہے H دلچسپ تبدیلی اس وقت سامنے آتی ہے جب ہم کسی ماخذ کو دیوار کی طرف بڑھنے پر غور کرتے ہیں اور ماخذ

تو اس صورت میں کیا ہوتا ہے کہ دیوار سب سے پہلے ماخذ سے فریکوئنسی وصول کرتی ہے جیسا کہ ماخذ مبصر کی طرف بڑھتا ہے
تو اس صورت میں اگر سورس فریکوئنسی نئی ہے
سے تقسیم کیا جائے اور یہ فریکوئنسی nu مائنس بمقابلہ اوقات v کو v تو دیوار ایک فریکوئنسی نیو پرائم حاصل کرے گی جو چل رہی ہے۔
پیچھے سے خارج ہوتی ہے یا دیوار سے منعکس ہوتی ہے اور اب اسے سننے والا مبصر بن جاتا ہے
جو کہ فرد کی طرف آنے nu تو اب یہ مبصر ماخذ کی طرف بڑھ رہا ہے اور یہ نیا ڈبل پرائم اس لیے جا رہا ہے۔ بی وی اوور وی مائنس بمقابلہ سے تقسیم کیا گیا ہے v ماخذ کو v جمع v والی فریکوئنسی ہے
اس nu مائنس بمقابلہ اوقات سے تقسیم ہوتا ہے۔ v پلس بمقابلہ v ڈبل پرائم سننے والا ہے جو mu منسوخ ہو جاتا ہے اور شخص کو v تو یہ کا ایک تغیر یہ ہو سکتا ہے کہ دیوار شخص کی طرف منبع کی طرف بڑھ رہی ہے اور ماخذ صرف کھڑا ہے اس صورت میں آپ یہ بھی دکھا سکتے دیوار سے تقسیم کیا جائے گا۔ اس شخص کی تعدد یہاں پر جا رہا ہوں v مائنس v وال ہو جائے گا جیسے v جمع v ہیں کہ یہ
تو میں آخر میں یہ کہہ کر لیکچر کا اختتام کرتا ہوں کہ ہم نے غور کیا ہے کہ پائپ میں ہوا کے کالم کی فریکوئنسی ایک سرے پر بند ہو سکتی ہے یا دونوں سروں پر کھلی ہو سکتی ہے، ہم نے دھڑکن کے مظاہر پر بھی غور کیا ہے جس میں دو لہریں تقریباً ایک ہی فریکوئنسی سپرمپوز اور

تیسرا ہم نے ڈوپلر اثر پر غور کیا ہے جس میں جو فریکوئنسی ہم سنتے ہیں کیونکہ ماخذ یا مبصرین حرکت کر رہے ہیں وہ مختلف ہیں آپ

Prutor@IITK