پچھلے لیکچر میں ہم نے اپنی بحث کا آغاز لہروں پر کیا تھا اور میں نے آپ کو اس کے بارے میں جو بتایا تھا کہ لہریں وہ خلل ہیں جو ایک جگہ سے دوسری جگہ جاتی ہیں اور خاص طور پر وہ لہریں جن پر ہم
توجہ مرکوز کر رہے ہیں وہ منتشر لہریں ہیں اور اگر میں کسی خاص کو ڈسٹربنس اور اسے سٹرنگ کے نیچے جانے دو یا کہیں اس کے ساتھ ساتھ
ہے f سفر کرتے ہوئے اس کی شکل تبدیل نہیں ہوتی ہے اور ہم نے فنکشن کی شکل حاصل کی ہے لہذا اگر یہ ایک فنکشن
f bar t ہم اسے f کوئی اور فنکشن f یا vt لہر کے لئے ڈسٹربنس کسی ایک کے فنکشن کے طور پر دیا جاتا ہے۔ مائنس fxt تو
کہتے ہیں یہ دائیں طرف سفر کرنے والی لہروں کے لئے ہوگا لہذا غیر رسمی زبان میں سفر کرنے والی لہریں میں اسے x over v مائنس
سمت میں سفر کرنے والی لہروں کے لئے منفی x سمت اور منفی x دائیں طرف کہہ رہا ہوں لیکن حقیقت میں مثبت میں سفر کرنے والی لہریں
v اوور x پلس t کے کچھ فنکشن کے طور پر دیا جائے گا یا vt پلس x کا یہ فنکشن xt سمت میں سفر کرنے والی لہروں کے لئے x
کے کسی دوسرے فنکشن کے طور پر دیا جائے گا۔ یہ ابھی سفری لہریں ہیں، ایسا ہو سکتا ہے کہ کسی جگہ پر اگر کوئی لہر ایک طرف سے چل
رہی ہو اور دوسری لہر ہو جو دوسری طرف سے آ رہی ہو یا میں کوئی خلل پیدا کر دوں اور وہ کسی اور جگہ سے دوسری جگہ آ جائے
تو اس کے ساتھ فرض کریں۔ ایک خلل ہے جو سائنوسائیڈل ہے لہذا یہ خلل سفر کر رہا ہے اور اسی طرح سائنوسائیڈل ڈسٹربنس سفر کر رہا ہے کہ
حتمی نقل مکانی کیسی نظر آتی ہے لہذا جو سوال ہم پوچھ رہے ہیں وہ یہ ہے کہ جب ایک ہی وقت میں دو یا دو سے زیادہ لہریں ایک جگہ پر پہنچتی
ہیں
تو کیا ہوتا ہے وضاحت کریں کہ کیا ہوتا ہے اس سے ہمارا کیا مطلب ہے لہذا ہم جو پوچھ رہے ہیں وہ یہ ہے کہ نقل مکانی کیا ہے جیسا کہ ہم نے
تار یا دباؤ میں دیکھا جیسا کہ ہم نے دباؤ کی لہروں یا آواز کی لہروں میں دیکھا جب ایک ہی وقت میں دو مختلف لہریں ایک جگہ پر پہنچیں
تو یہ کیا ہے ہم جواب دینا چاہتے ہیں اور اس کا جواب لہروں کی سپرپوزیشن سے ملتا ہے جو سپرپوزیشن کہتا ہے لہذا ہم سپرپوزیشن کے بارے
میں بات کرتے ہیں جو کہ سپرپوزیشن کہتی ہے کہ اگر دو یا دو سے زیادہ لہریں پہنچ رہی ہوں ایک ہی وقت میں ایک نقطہ جس کا مطلب ہے کہ
دو پہنچ رہی ہے اور اسی طرح پھر خالص نقل مکانی یا دباؤ یہ وہ دو لہریں ہیں جن کا ہم نے پہلے f ایک پہنچ رہی ہے وہاں ایک لہر f ایک لہر
اس مقام پر مطالعہ کیا ہے اس کے مجموعہ سے دیا گیا ہے ۔ انفرادی نقل مکانی یا دباؤ میں لفظ نقل مکانی کا استعمال کرتا رہوں گا میں بار بار دباؤ
کے برابر ہوگی اور اسی طرح کسی بھی وقت f one xt plus f two xt پر خالص نقل مکانی fxt نہیں لکھنا چاہتا ہوں لہذا اس نقطہ
جب میں دیکھتا ہوں خالص نقل مکانی یہ ان تمام مختلف لہروں کا مجموعہ ہوگا جو اب وہاں پہنچ رہی ہیں یہ لہروں کے لیے بہت خاص ہے جو کہ
تسلی بخش لکیری تفریق مساوات ہے میں یہ بتا رہا ہوں کہ یہ مکمل ہونے کے لیے لکیری تفریق مساوات کی تسلی بخش لہروں سے پیدا ہوتا ہے
جن لہروں پر ہم ابھی غور کر رہے ہیں وہ بنیادی طور پر ہیں۔ وہ جو لکیری تفریق مساوات کو پورا کرتے ہیں لہذا آپ اسے سمجھ سکتے ہیں کہ ہم
یہ بیان کرنے کے لیے سپرپوزیشن اصول استعمال کرنے جا رہے ہیں کہ جب دو یا دو سے زیادہ لہریں کسی نقطہ پر پہنچتی ہیں
تو کیا ہوتا ہے سپرپوزیشن کا اصول مجھے خالص نقل مکانی دیتا ہے اور سپرپوزیشن کا اصول یہ کہتا ہے کہ اس مقام پر خالص نقل مکانی انفرادی
نقل مکانی کی نقل مکانی یا انفرادی دباؤ کا مجموعہ ہوگی مثال کے طور پر جب میں بول رہا ہوں اور کوئی اور بھی کسی خاص مقام پر بول رہا ہے۔
دباؤ کا فرق ان دو دباؤ کے فرقوں میں سے کچھ ہونے والا ہے اگر میرے پاس سٹرنگ چل رہی ہے اور دو افراد اس پر دو مختلف لہریں بناتے ہیں
کسی بھی وقت سٹرنگ کی نقل مکانی اس کے ذریعہ تخلیق کردہ نقل مکانی کے مجموعے سے دی جائے گی۔ ان دو افراد کی طرف سے لہریں
تو آہ مجھے مختصراً یہ بتانے دو کہ میں نے ابھی کیا کہا ہے کہ سپرپوزیشن کے اصول کے نام سے کوئی چیز ہوتی ہے اور اب میں اسے ریاضی
کے اعتبار سے بتاؤں گا کہ ایک نقطہ پر خالص نقل مکانی انفرادی نقل مکانی کا مجموعہ ہو گی۔ اس وقت انفرادی لہروں کے ذریعہ دیا گیا تھا اور
مائنس kx کو ement اب میں سائنوسائیڈل لہروں میں مہارت حاصل کرنے جا رہا ہوں اور میں آپ کو یاد دلاتا ہوں کہ ان لہروں میں یہ کیا ہیں
مائنس اومیگا kx یا کچھ طول و عرض کوزائن kx اومیگا ٹائی کے کچھ طول و عرض کی سائن کے طور پر دیا گیا ہے جو اسے اومیگا ٹی مائنس
کی سائن کی طرف سفر کرنے والی لہروں کے لئے کوئی اور kx سمت یا x کے طول و عرض کی سائن کے طور پر لکھے گا اور مثبت t
سمت کی طرف سفر کرنے والی لہروں کے لئے ہے لہذا میں ان تیروں کے ذریعہ اشارہ کرتا ہوں اور میں آپ کو یاد x شکل نیز اومیگا ٹی منفی
بھی اسی طرح ہے جیسے لہروں کی دو پائی اوور لیمبڈا کی رفتار فریکوئنسی اوقات لیمبڈا کے ذریعہ دی جاتی vk اومیگا اوور k دلاتا ہوں کہ
ہے اور یہ سب چیزیں ہم پہلے کر چکے ہیں
مائنس kx تو اب سپرپوزیشن کا کون سا اصول کہتا ہے کہ کسی بھی وقت مختلف سائنوسائیڈل لہروں کی وجہ سے آنے والی خالص نقل مکانی
ٹو ایکس مائنس اومیگا ٹو ٹی پلس اس k ایک اور اومیگا بناتا ہوں ون ٹی پلس ایک ٹو سائن آف k کی ایک سائین ہوگی درحقیقت میں اسے t اومیگا
سمت اومیگا تھری ٹی کی طرف سفر کر رہی ہے صحیح یہ کسی اور شکل کی ہو سکتی ہے x ہو سکتا ہے لہر منفی x تھری k کا تھری سائن
چار ایکس پلس اومیگا فور ٹی اور اسی طرح یہ تمام امکانات موجود ہیں کہ خالص نقل مکانی ان سب کا مجموعہ ہونے والا ہے k ایک کوسائن b
سپرپوزیشن اصول کا نتیجہ یہ ہے کہ عکاسی کے دوران کچھ صحیح ہوتا ہے اور میں اس بات پر بحث کرنے جا رہا ہوں کہ کھڑی لہریں دو لہروں
سے بنتی ہیں۔ مخالف سمت میں سفر کرنا یہ بھی ہے کہ ہم بعد کے لیکچرز میں ان تمام مظاہر پر بات کرنے جا رہے ہیں جن پر میں دھڑکن اور
مداخلت کے بارے میں بات کرنے جا رہا ہوں کہ یہ تمام مظاہر بنیادی طور پر سپرپوزیشن اصول کا نتیجہ ہیں
تو آئیے ان کو ایک ایک کرکے لے لیں۔ میں صرف انہیں پہلے سپرپوزیشن اصول کے نتائج لکھتا ہوں
تو ہم ایک باؤنڈری پر انعکاس دیکھیں گے پھر ہم کھڑی لہروں کو دیکھیں گے اور بعد میں آپ کی 12ویں جماعت میں آپ لہروں کی مداخلت کا
مطالعہ کریں گے اس کے حصے میں ہم جا رہے ہیں۔ کیا یہاں ہیٹ فینومینا کہا جاتا ہے
تو آئیے ہم ان تمام مظاہر کو ریاضیاتی طور پر بیان کرنے کے لیے ان کو ایک ایک کر کے لہروں کا ایک ایک نمبر پر لیں اپنے پوائنٹس کو آسانی سے
x منتخب کرنے کے لیے تاکہ ریاضی آسان ہو جائے، اس صورت میں میں کیا کرنے جا رہا ہوں کہ ایک لہر ہو جو دائیں طرف آ رہی ہو اور پوائنٹ
کے برابر 0 پر ایک سخت دیوار سے جھلکتی ہو، ٹھیک ہے یہ ایک ہو سکتا ہے۔ دیوار پر تار بندھا ہوا ہے یا یہ ایک پائپ ہو سکتا ہے جو اس سرے پر
یہاں صفر ہو جائے وہاں یہ کھلا رہ سکتا ہے اور دباؤ کے کسی فرق کو برقرار نہیں رکھ سکتا اس لیے یہاں کا دباؤ ویسا p کھلا ہوا ہے تاکہ ڈیلٹا
صفر کے برابر فراہم کرتا ہے لہذا یہ دو چیزیں ہیں جو ایک جیسی ہیں جس کا مطلب ہے کہ ایک p ہی ہو گا ماحولیاتی دباؤ اور یہ آپ کو ڈیلٹا
سخت دیوار پر بندھا ہوا تار اور ایک کھلا ہوا پائپ جہاں دباؤ کا فرق برقرار نہیں رہے گا اس صورت میں فرض کریں کہ ایک لہر ہے میں آ رہا ہوں
تو میں اسے دکھاتا ہوں حالانکہ میں آخر میں ایک سائن ویو پر غور کرنے جا رہا ہوں مجھے ایک نقل مکانی دکھائیں جو اس میں آتی ہے اور کسی بھی
باؤنڈری پر یہ عکاسی کرتی ہے لہذا یہ یہاں منعکس ہونے والا ہے لہذا یہ ایک ہی شکل میں منعکس ہوتا ہے یا منفی سمت میں کیا درحقیقت منفی
سمت میں ہو گا اب میں اب کسی بھی وقت دکھانے جا رہا ہوں اس مقام پر جہاں سٹرنگ بندھا ہوا ہے وہاں کی نقل مکانی اس مقام پر جہاں تار بندھا ہوا
ہے وہاں کی نقل مکانی صفر ہو جائے گی اور ہم اسے استعمال کریں گے۔ یہ ظاہر کریں کہ ریفلیکشن کے دوران نبض دراصل سائن تبدیل کرتی ہے

تو آئیے اب ایسا کرتے ہیں
تو میں اب اس مقام پر ایک تار پر لہر کے انعکاس پر غور کر رہا ہوں جہاں سٹرنگ بندھا ہوا ہے
کے برابر x تو ہم جس مظاہر پر غور کر رہے ہیں وہ ایک تار ہے اور یہ ایک خاص نقطہ پر بندھا ہوا ہے اور ایک لہر آتی ہے اس لیے باؤنڈری پر
کے برابر صفر ہونے کے لیے منتخب کیا ہے ہمارے پاس خالص نقل مکانی صفر کے برابر ہوگی اور x صفر ہے میں نے آسانی سے اس نقطہ کو

میں جانتا ہوں کہ خالص نقل مکانی برابر ہے انفرادی نقل مکانی کا مجموعہ خاص طور پر یہاں یہ آنے والی لہر اور عکاسی لہر کی وجہ سے نقل کی di مکانی کی وجہ سے ہونے والا ہے اور میں جانتا ہوں کہ بائیں ہاتھ کی طرف صفر ہے لہذا میرے پاس جو صفر ہے وہ آنے والی لہر جمع وجہ سے نقل مکانی کے برابر ہے۔ انعکاس شدہ لہر کی وجہ سے نقل مکانی اور یہ ایک سخت حد پر ہے جہاں کوئی نقل مکانی نہیں ہوسکتی ہے اور یہ فوری طور پر آپ کو بتاتا ہے کہ منعکس لہر کی نقل مکانی مائنس کے برابر ہے اور یہ آنے والی لہر کی وجہ سے نقل مکانی کے مخالف ہے لہذا وہ ہمیشہ رہتے ہیں۔ اس کے برعکس

تو کیا ہوگا کہ یہ لہر آتی ہے مجھے آنے والی لہر کو سرخ رنگ کے ذریعے دکھاتا ہوں یہ دیوار کی طرف آرہا ہے اور جب یہ منعکس ہوتا ہے تو نقل مکانی کی سمت بدلنے والی ہوتی ہے اس لیے منعکس شدہ لہر مخالف سمت میں ہوتی ہے۔ خاص طور پر اب ہم ایک سائن ویو لیتے ہیں جس کا مطلب ہے کہ میں اس تار کو دیکھ رہا ہوں جس پر سائن کی لہر آرہی ہے

تو یہ لہر آرہی ہے اور ساتھ ہی جب یہ دیوار سے ٹکراتی ہے

کچھ طول و عرض کے yx t تو یہ جھلکتی ہے کہ دو نقل مکانی کا آپس میں کیا تعلق ہے؟ آنے والی لہر اب نقل مکانی مجھے یہ لکھنے دیں کہ سائن فریکوئنسی b لکھنے دیں کیونکہ xt عکاسی شدہ y کا سائن دیا جائے گا لہذا یہ آنے والا ہے اور مجھے t مائنس اومیگا kx ذریعہ پلس اومیگا ٹی ہونے جا رہا sin kx تبدیل نہیں کر سکتا لیمبڈا تبدیل نہیں ہو سکتا اس لیے ایک ہی میڈیم ہے لیکن یہ e k تبدیل نہیں ہوسکتی ہے۔ سائن کا ایک b جمع t کے برابر صفر کچھ بھی نہیں ہے مگر اومیگا x اور y net کو صفر کے برابر دیکھ رہے ہیں اور اس لیے x ہے ہم برابر ہے b مائنس ایک سائن ہے اومیگا ٹی کا اور یہ صفر ہونا چاہئے یہ مجھے کیا بتاتا ہے یہ مجھے بتاتا ہے کہ پلس اومیگا ٹی کے kx کے برابر ہے اور منعکس لہر ایک سائن t مائنس اومیگا kx تو ہمارے پاس کیا ہے ہمارے پاس آنے والی لہر ایک سائن کی سائن کے طور پر لکھ سکتا ہوں جو کہ مائنس آف مائنس کے برابر ہے t کے برابر صفر پر اومیگا x برابر ہے نوٹس کہ میں عکاسی لہر کو کا مائنس ہے اس لیے دونوں لہریں دراصل مخالف ہیں اور نقل مکانی ایک دوسرے کے مخالف ہیں لہذا y کی ایک سائن جو کہ آنے میں t اومیگا منعکس اومیگا ٹی کی سائن کے برابر ہے جسے میں مائنس اومیگا ٹی پلس پائی کی سائن کے طور پر بھی لکھ سکتا ہوں کیوں y لکھ سکتا ہوں کہ i کہ مائنس اومیگا ٹی پلس پائی کی سائن مائنس اومیگا ٹی کی سائن کے مائنس ہونے والی ہے جو اومیگا ٹی کے ایک سائن کے برابر ہے لیکن اسے اس فلیکٹڈ مائنس اومیگا ٹی پلس پی کے سائن کے برابر ہے یہ مائنس اومیگا ٹی درحقیقت آنے والی لہر کے y re شکل میں لکھنے کا مقصد یہ ہے کہ کا ایک مرحلہ شامل کرنا ہوگا لہذا میں منعکس لہر کو pi مرحلے کو ظاہر کرتا ہے لہذا ہمیں عکاسی لہر کی نقل مکانی کو دکھانے کے لیے کا ایک مرحلہ شامل کرتے ہیں اور یہ صرف اس وقت ہوتا ہے جب انعکاس pi حاصل کرنے کے لیے لکھتا ہوں ہم آنے والی لہر کے مرحلے میں pi سخت دیوار سے ہوتا ہے لہذا ایک مرحلے کا فرق ہوتا ہے دائیں مرحلے کا فرق ہوتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ آنے والے مراحل کے درمیان کا ایک مرحلہ فرق ہوتا ہے۔ اور منعکس لہریں جب انعکاس کسی سخت دیوار سے ہوتا ہے

تو آئیے ہم اسے تصویری طور پر دیکھتے ہیں

تو جو کچھ ہو رہا ہے وہ یہاں دیوار ہے اور کسی بھی وقت ہم یہ کہتے ہیں کہ آنے والی لہر اس وقت منعکس لہر اس طرح ہے لہذا یہ آنے والی منعکس شدہ لہر مخالف ہوتی ہے t کا سائن ہوتا ہے t مائنس اومیگا kx لہر ہے۔ کسی مخصوص وقت میں پلس اومیگا ٹی کا سائن ہوتا ہے kx تو سرخ رنگ اس طرح منعکس ہوتا ہے جو کہ اسی وقت

تو کیا ہو رہا ہے جب تھوڑی دیر بعد جب آنے والی لہر اس طرح آگے بڑھ گئی ہے۔ چلیے یہ اس طرح ہو گیا ہے کہ یہ آگے بڑھ گیا ہے تاکہ اس زیادہ سے زیادہ کچھ مقدار میں آگے بڑھے اسی وقت انعکاس کی وجہ سے آنے والی لہر بھی آگے بڑھے گی لیکن دوسری سمت میں

تو یہ اس طرح ہوا ہو گا کہ یہ دونوں نقل مکانی بالکل مخالف رہتی ہیں آپ دیکھتے ہیں کہ یہاں جو بھی نقل مکانی ہے وہی نقل مکانی یہاں ہے لہذا جب یہ ساتھی اس طرح حرکت کرتا ہے اور یہ ساتھی اس طرح حرکت کرتا ہے

کے برابر صفر پر نقل مکانی صفر رہتی ہے اور اس طرح خالص نقل مکانی کو صفر تک برقرار رکھا جاتا ہے۔ پوائنٹ ایکس پر صفر کے برابر x تو ہے لہذا یہ انعکاس کے بارے میں ہے اب اس کے نتائج ہیں یہ وہ نتائج ہیں کہ حدود میں انعکاس سے منعکس لہریں پیدا ہوتی ہیں اور جو ہم نے ابھی دیکھا ہے وہ صرف اس مقام پر نقل مکانی ہے جہاں انعکاس ہو رہا ہے جو ہم جاننا چاہتے ہیں۔ دوسرے مقامات پر نقل مکانی کے ساتھ کیا ہوتا ہے اور جو ہم دیکھیں گے کہ یہ آنے والی اور منعکس لہروں کی سپر پوزیشن کو جنم دیتا ہے کھڑے ہونے کو جنم دیتا ہے لہریں کھڑی لہروں سے میرا کیا مطلب ہے یہ وہ لہریں ہیں جو سفر نہیں کر رہی ہیں وہ وہیں کھڑی ہیں لیکن اس سے پہلے کہ ہم ایسا کریں میں آپ کو انعکاس کے بارے میں ایک سوال کے ساتھ چھوڑنا چاہوں گا میں نے عکاسی کے بارے میں ایک حد پر بات کی ہے جہاں دباؤ کا فرق ہے یا نقل مکانی صفر ہے میں چاہتا ہوں کہ آپ سوچیں کہ اس مقام پر کیا ہوگا جہاں نقل مکانی صفر نہیں ہے مثال کے طور پر میں یہاں ایک تار کو انگوٹھی سے باندھ سکتا ہوں اور اس طرف دوسری تار باندھ سکتا ہوں اس صورت میں ایک لہر جو کہ اندر آنے سے یہ انگوٹھی بھی اوپر نیچے جائے گی اور اس لیے یہ یہاں بھی ایک لہر پیدا کرے گی اور ایک لہر جو اس صورت میں ظاہر ہوتی ہے کہ یہاں کی نقل مکانی کیا ہوگی اور ان لہروں کا تناسب کیا ہوگا جو اس کے طول و عرض کی عکاسی کرتی ہیں۔ منعکس لہر منتقلی لہر کا طول و عرض کیا ہوگا یہ وہ چیز ہے جو آپ اعلی درجے کی کلاسوں میں سیکھیں گے لیکن فی الحال آپ کو معیار کے لحاظ سے سوچنا چاہئے کہ باؤنڈری پر کیا ہو سکتا ہے ای یہ انگوٹھی صحیح ہے لہذا میں جس کے بارے میں بات کر رہا ہوں وہ یہ ہے کہ باؤنڈری پر خالص نقل مکانی دباؤ کی لہروں کے لحاظ سے صفر کے برابر نہیں ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ ڈیلٹا پی باؤنڈری پر دباؤ کا فرق صفر کے برابر نہیں ہے۔ مثال کے طور پر ہوتا ہے اگر میرے پاس ایک پائپ ہے اور یہاں ایک طرف سخت دیوار ہے چاہے دباؤ کا فرق صفر p کو دوسری طرف صفر ہونے کی ضرورت نہیں ہے جہاں پائپ کھلا ہوا ہے p کچھ بھی نہیں ہے کچھ بھی نہیں ہوتا ہے اس لیے ڈیلٹا ہے لہذا میں آپ کو اس کے بارے میں سوچنے دیتا ہوں اور اب ہم کھڑی لہروں پر بات کریں گے لہذا کھڑی لہروں کو سمجھنے کے لیے آئیے مائنس اومیگا ٹی اور سپرپوز ہوگا۔ یہ اسی kx سمت میں حرکت کرنے والی لہر پر غور کریں اور یہ طول و عرض کے اوقات سائن x مثبت سمت میں سفر کر رہا ہے x پلس اومیگا ٹی منفی kx طول و عرض کی ایک لہر کے ساتھ ہے لہذا ایک سائن

تو ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس ایک لہر ہے جو دائیں طرف سفر کر رہی ہے اور میں اسے دوسری لہر کے ساتھ سپرپوز کر رہا ہوں جو بائیں طرف سفر کر رہی ہے۔ اور دو ہم دیکھتے ہیں کہ خالص نتیجہ کیا ہے ذہن میں رکھیں کہ دونوں لہروں کے طول و عرض ایک جیسے کی سائن ہوگا میں اس کو بڑھا سکتا i اور t پلس اومیگا kx کے علاوہ t مائنس اومیگا yxt kx ہیں لہذا کسی بھی نقطہ پر خالص نتیجہ سائن آف اومیگا ٹی کا ایک کوسائن پلس اومیگا ٹی کا ایک Kx کوسائن مائنس کے طور پر لکھ سکتا ہوں مائنس kx ہوں اور اسے اومیگا ٹی کی سائن سائن کا ایک کوسائن اور اگر میں ان کو شامل کروں Kx کوسائن پلس اومیگا ٹی کے kx

f کی ہے کیونکہ دوسری ٹرم کینسل اب یہ فارم کی نہیں ہے یہ فارم a sine kx cosine ملے گا اومیگا ٹی کی شکل 2 y xt تو مجھے کی نہیں ہے یا

v اوور x مائنس t یا vt پلس x یا vt مائنس x نہیں آرہے ہیں یہ شکل t اور x اس لیے vt جمع x کی f یا vt مائنس x تو کے مجموعے میں ہے لیکن وہ الگ ہیں v اوور x پلس t یا

تو یہ کیا نمائندگی کرتا ہے یہ نمائندگی کرتا ہے سفری لہر کی نمائندگی نہیں کرتا بلکہ یہ کھڑی لہر کی نمائندگی کرتا ہے تاکہ آپ سمجھیں کھڑی لہروں سے ہمارا کیا مطلب ہے یہ ایک لہر ہے جو مخالف سم

توں میں جانے والی مساوی طول و عرض کی دو لہروں کی سپرپوزیشن ہے خالص نتیجہ یہ ہے کہ کوئی بھی چیز سفر نہیں کر رہی ہے کیونکہ

اگر یہ سفر کرتی ہے
کے فنکشن کی شکل ہوتی ہے اس کے x مائنس vt یا x پلس vt یا t plus x over v یا t minus x over v تو اس میں
کا ایک فعل ہے اور اس وجہ سے ہم اسے کھڑی لہر کہتے ہیں آئیے اس کی x باوجود اس کی وہ شکل نہیں ہے۔ ایک نقل مکانی جو وقت اور
تصویر بنائیں اور دیکھیں کہ اس کا کیا مطلب ہے
کوسائن کا kx مجھے یہ کال کرنے دیں۔ اومیگا ٹی کے a sine of kx cosine of omega t برابر ہے yxt 2 تو میرے پاس فارم
دو ایک اور مستقل ب سائن
تو اگر میں اسے دیکھوں
کا ایک فعل ہے لہذا نقل مکانی اس طرح ہے کسی بھی وقت یہ اس کی طرف جا سکتا ہے۔ بائیں اور x تو یہ کیا ہے کہ کسی بھی وقت نقل مکانی
دائیں طرف
سائن ہے کیونکہ وقت بدلتا ہے ہر نقطہ فریکوئنسی اومیگا کے ساتھ ایک سادہ ہارمونک حرکت کرتا ہے اور وقت کا انحصار b کا k kx تو یہ
اومیگا ٹی کے کوسائن کے طور پر دیا جاتا ہے لہذا یہ نقطہ مثال کے طور پر سرخ تیر سے دکھایا گیا نقطہ اوپر جائے گا۔ اور نیچے فریکوئنسی
کے ساتھ اوپر اور نیچے جائے گا۔ ایکوینسی ایک ہی فریکوئنسی اومیگا اس fr اومیگا کے ساتھ اس کے ساتھ والا نقطہ جو سبز سے دکھایا گیا ہے
میں کوزائن اومیگا ٹی پر بھی وقت کا انحصار ہوگا لہذا وقت کے ساتھ آپ کیا دیکھیں گے یہ فرض کریں کہ میں صرف اس حصے پر
توجہ مرکوز کروں گا جو آپ دیکھنے جا رہے ہیں کہ یہ ساری چیز صرف دوغلی ہے۔ آگے پیچھے اس کا موازنہ سفری لہر سے کریں جہاں آپ
ڈیلٹا v نے وقت کے ساتھ جو کچھ دیکھا ہو گا اسے اس طرح نقل مکانی دیا جاتا ہے جیسے جیسے وقت آگے بڑھتا ہے یہ بدل جاتا ہے یہ وقت میں
جو دکھائی گئی لہر میں نہیں ہوتا ہے۔ اس دائیں سے اوپر یہ زیادہ سے زیادہ نقطہ جو کچھ ہو رہا ہے اسے t ٹی کے ذریعہ منتقل ہوتا ہے ڈیلٹا
منتقل نہیں کر رہا ہے یہ اس مقام پر دائیں آگے پیچھے دوہر رہا ہے یہ ایسا ہے جیسے ہر ایک نقطہ پر بہت سارے سادہ ہارمونک آسیلیٹرز ہیں ہر
کے سائن کے طور پر kx ایک مختلف طول و عرض کے ساتھ دوہر رہا ہے لیکن وہ سب ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہیں۔ تاکہ طول و عرض
تبدیل ہو جائیں اس لیے اسے کھڑے لہر کے نام سے جانا جاتا ہے اور یہ مخالف سمت میں سفر کرنے والی دو لہروں کا ایک سپرپوزیشن ہے
تو ایسا لگتا ہے جیسے ہر ایک نقطہ دوغلی ہے ۔ اس طول و عرض کے ساتھ ب سائین آف کلہاڑی کے ذریعہ دیا گیا ہے
تو آپ کتابوں میں جو دیکھیں گے وہ یہ ہے کہ جب وہ کھڑی لہر دکھاتی ہیں
تو اسے عام طور پر اس طرح دکھایا جاتا ہے اور آپ اس طرح کی تصویر بھی دیکھتے ہیں اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ خالص نقل مکانی دکھا رہا ہے۔
اومیگا yxt وقت کے ایک فنکشن کے طور پر ہر نقطہ فریکوئنسی اومیگا کے ساتھ آگے پیچھے جاتا ہے لہذا یہ نقل مکانی کی نمائندگی کر رہا ہے
سائن کے برابر ہے اگرچہ ہم دوسری شکلیں سائنوسائیڈل بھی لے سکتے تھے اور انہیں لکھ b کوسائن کے کچھ طول و عرض kx کے t
سکتے تھے۔ اومیگا ٹی کے کے ایکس کوزائن کا کچھ مستقل سی کوسائن یا اومیگا ٹی کے کے ایکس سائین کا کوئی اور مستقل ڈی سائن یہ سب اس
کے برابر ہے ہم کس نقل مکانی کا انتخاب کر رہے ہیں لیکن یہ اس طرح t 0 بات پر منحصر ہے کہ ہم کس مرحلے کا انتخاب کر رہے ہیں وقت
نظر آتا ہے کہ دوہراتے وقت ایک وقت ایسا آنے والا ہے جب یہ پوری تار چپٹی ہو جائے گی لیکن اس مقام پر تمام نکات نیچے کی طرف بڑھ رہے
ہوں گے یا اوپر کی طرف بڑھ رہے ہوں گے
اس سب میں کھڑی لہروں کی مثالیں جب تک کہ کچھ d تو یہ صرف آگے پیچھے ہو رہی ہے اور یہ ایک کھڑی لہر ہے جس پر ہم غور کریں گے۔
کی شکل میں ہونے والی ہے مجھے دوبارہ لکھنے b یا a yxt نقل مکانی کی ضرورت نہ ہو میں یہ فرض کرنے جا رہا ہوں کہ میری نقل مکانی
کسی اور شکل کا انتخاب x کوسائن کی ایک سائن اس بات پر کہ کہاں لگ سکتی ہے۔ میں اپنی سہولت کے مطابق اپنی kx کے omega ti دو
سائن کی کوسائن یا کسی اور مرکب کا انتخاب بھی kx کرتا ہوں لیکن اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا اس لیے میں مثال کے طور پر اومیگا ٹی کے
کرسکتا ہوں لیکن یہ عمومی شکل ہے
تو آئیے پہلی مثال لیتے ہیں۔ ایک تار پر کھڑا لہر کا مطلب یہ ہے کہ میرے پاس ایک تار ہے جو ایک سرے پر بندھا ہوا ہے یا
تو میں اسے دوسرے سرے پر باندھ سکتا ہوں اور اس میں کچھ تناؤ ہے یا میں اس تار کو ایک سرے پر بھی باندھ سکتا ہوں اور دوسرے سرے کو
اوپر اور نیچے منتقل کیا جا رہا ہے
صفر کے برابر ہے x تو آئیے ہم کہتے ہیں کہ یہ نقطہ
تو کیا ہوگا جب میں اس میں لہر پیدا کرتا ہوں فرض کریں کہ میں ایک نبض بناتا ہوں اس طرح حرکت کرنے جا رہا ہے اور پھر خالص نقل مکانی کی
طرف جا رہا ہے ان میں سے کچھ کی طرف سے دیا جائے دو عکاسی اور ایک آنے والے ایکس پر پلس صفر کے برابر ہے خالص نقل مکانی ہمیشہ
صفر ہوتی ہے اگر میں اب دونوں سروں پر بندھے ہوئے سٹرنگ میں سائنوسائیڈل لہروں میں مہارت رکھتا ہوں وہاں ایک سائنوسائیڈل لہر آنے اور
جانے والی ہو گی اور سپرپوزیشن مجھے کھڑی لہر اور جال دے گی۔ دونوں پوائنٹس پر نقل مکانی صفر ہونے والی ہے اس لیے جیسا کہ میں نے
kx پہلے کہا تھا کہ کھڑی لہریں عام طور پر اس طرح دکھائی جاتی ہیں اور اس معاملے میں جو کچھ ہو رہا ہے وہ یہ ہے کہ ہر ایک نقطہ سائن
کے ذریعہ دی گئی اس طول و عرض پر آگے پیچھے گھوم رہا ہے۔ دوسری طرف اگر میرے پاس یہ تار ایک سرے پر بندھا ہوا ہے اور دوسری
طرف ہل رہا ہے
تو میرے پاس اس مقام پر صفر خالص نقل مکانی ہوگی اور کھلے سرے پر سب سے بڑا ممکنہ نقل مکانی یہ اوپر اور نیچے کی طرف بڑھ رہا ہے
اور یہ تمام پوائنٹس اس کے بعد ایک ہی طول و عرض سے اوپر اور نیچے حرکت کرنے والی ہیں لہذا یہ دو مختلف قسم کی کھڑی لہریں ہیں ایک تار
کے دونوں سروں پر بندھے ہوئے ہیں اور دوسری تار کے ساتھ ایک سرے پر بندھے ہوئے ہیں اور دوسرے پر حرکت کرنے کے لیے آزاد ہیں۔ اور
کے برابر صفر پر لے رہا ہوں x میں ان پوائنٹس کو
تو آئیے ہم ان کا ریاضیاتی طور پر تجزیہ کریں اور پھر یہ بھی دیکھیں کہ جسمانی طور پر اس کا کیا مطلب ہے لہذا ریاضی کے لحاظ سے میں اس
کے برابر صفر اور دائیں ہاتھ x لے رہا ہوں اس سٹرنگ کے بائیں ہاتھ اور بائیں ہاتھ کے سرے کو omega ti am کے ذریعے دیا جا رہا ہے
یعنی تار کی لمبائی برابر ہے اس لیے جب میں یہ نقل مکانی لیتا ہوں l برابر ہونا x کا
صفر ہوتا ہے جو کہ ایسا ہونا چاہیے کیونکہ y کے برابر صفر x کے برابر ہوتا ہے omega t کے sine kx cosine ایک yx t تو
بھی ہونا چاہیے۔ صفر کیوں ہو کیوں کہ یہ تار اس l کے برابر ہے x کسی بھی وقت y اب میں یہی چاہتا ہوں کہ ہمارے پاس بھی یہ ہے کہ
کوسائن کی kl کے t کوسائن کی ایک سائن ہونا چاہیے جو کہ اومیگا kx کے t پر اومیگا l مقام پر بندھا ہوا ہے اور اس لیے میرے پاس
ایک سائن کے برابر ہے دونوں سروں پر بندھے ہوئے تار کے لیے صفر کے برابر ہے
کے برابر ہے اومیگا ٹی k ایک سائن yxt کہ اس تار کے لیے جو دونوں سروں پر بندھے ہوئے ہیں میرے پاس have is تو ہم کیا کریں گے
کوسائن صفر ہے اومیگا ٹی کا کوسائن وقت کے ساتھ مختلف ہوتا ہے لہذا یہ صفر نہیں kl کوسائن اور میرے پاس اومیگا ٹی کا ایک سائن x کا
کا صفر ہونا ضروری ہے اور اس کا مطلب kl طول و عرض ہے لہذا واحد اصطلاح جو اسے صفر بنا سکتی ہے وہ یہ ہے کہ سائن a ہو سکتا
اب l اوور n pi برابر k یا n pi کے برابر ہے اور اس لیے اس صورت میں pi اوقات n کچھ عدد kl یہ ہے کہ
کے برابر ہو l اوور n pi ہم نے پہلے کہا ہے کہ لہروں کی رفتار پر اومیگا ہے اور یہ ہونا چاہیے۔ k

l اوور n pi کے برابر ہے v اوور v فریکوئنسی ہے pi تو اومیگا دو پائی کی فریکوئنسی کا دو گنا ہے اور اس وجہ سے میرے پاس دو کے برابر v اوقات n سے زیادہ l جا رہا ہے دو nu دونوں اطراف سے کینسل ہوتی ہے اور جو فریکوئنسی مجھے ملتی ہے اس کے بعد pi ہونے کے لیے اس لیے نوٹ کریں کہ تمام فریکوئنسیوں کی اجازت نہیں ہے کہ سٹرنگ صرف مخصوص فریکوئنسیوں پر ہی وائبریٹ ہو سکتی ہے nv سے زیادہ v اور l ہم نے پایا ہے کہ دو so mu n سے زیادہ ہوں گے l کے ضرب دو v کہوں گا اور وہ nu n اور میں انہیں کے طور پر کمپن n برابر ہے اس صورت میں تناؤ کا مربع جڑ ہوتا ہے ماس فی یونٹ کی لمبائی سے زیادہ اس لیے وہ فریکوئنسی جس پر سٹرنگ برابر ہے دو k صفر کے برابر ہے اور اس لیے sine kl پر یہ اس حقیقت پر مبنی ہے کہ mu مربع جڑ اوور l کے دو t کر سکتی ہے آئیے ہم اسے جسمانی طور پر l over n برابر 2 lambda l کے اوقات میں lambda یا n pi برابر ہے lambda pi سمجھتے ہیں کہ اس کا کیا مطلب ہے کہ دو سروں کے درمیان بندھے ہوئے سٹرنگ کے لیے چونکہ اختتامی پوائنٹس صفر کی نقل مکانی پر ہیں یہی واحد طریقہ ہے جو کسی دی گئی تعدد کے لیے ہو سکتا ہے۔ یا

تو لہر ایسی ہے یا یہ دو لوپ بناتی ہے یا یہ تین لوپس بناتی ہے اور اس آدھے لوپ میں سے ہر ایک لیمبڈا بائے دو کے سوا کچھ نہیں ہے کے برابر ہونا چاہئے l ایک عدد عدد ہے اور ایک دو ہو سکتا ہے۔ یا تین کو n جہاں n تو میرے پاس جو ہونا چاہئے وہ ہے لیمبڈا بائی دو گنا کے برابر ہے لہذا اب ہم نے ریاضی کے لحاظ سے دیکھا ہے کہ دونوں سروں کو ایک ہی رکھنے کے n جس کا مطلب ہے کہ لیمبڈا دو ایل اوور اس لین کے ذریعے نصف طول موج کا صرف i اور جسمانی طور پر اس کا کیا مطلب ہے کہ n pi کے برابر ہونا چاہئے k کا فارم k لئے اور یہ اس سٹرنگ کی فریکوئنسی کا تعین کرتا ہے اس لیے یہ کسی دوسری فریکوئنسی پر وائبریٹ نہیں ہو سکتا لیکن gth عدد عدد ہو سکتا ہے۔

اب یہ پوائنٹس جو ہمیشہ صفر کی نقل مکانی پر ہوتے ہیں نوڈس کے نام سے جانے جاتے ہیں اس لیے اس سٹرنگ کے لیے جو مخصوص فریکوئنسی پر وائبریٹ ہو رہی ہے جس کے دونوں سرے بندھے ہوئے ہیں۔ اس طرح ایک عمومی کھڑی لہر بنائیں وہ پوائنٹس جو ہمیشہ صفر کی نقل مکانی پر ہوتے ہیں یہ وہ نقطے جن پر میں یہ بڑے نقطے لگا رہا ہوں وہ نوڈس کے نام سے جانے جاتے ہیں وہ پوائنٹس جو زیادہ سے زیادہ نقل مکانی پر ہیں زیادہ سے زیادہ طول و عرض کو اینٹی نوڈس کہا جاتا ہے نوڈس کے درمیان فاصلہ لیمبڈا کے برابر ہے دو اینٹی نوڈس کے درمیان دو l دو n فاصلہ جس کا مطلب ہے کہ ملحقہ کثافت نوڈز بھی لیمبڈا بائے ٹو ہے اور ہم نے دیکھا ہے کہ جس فریکوئنسی پر یہ کمپن ہوتا ہے وہ ٹی کے اوپر ہوگی دوسری مثال اب میں لینے جا رہا ہوں۔ فرض کریں کہ میں ایک ہی سٹرنگ لے کر اسے ایک طرف باندھتا m مربع جڑ سے زیادہ ہوں اور دوسری طرف میں اسے ایک وائبریٹنگ کے ساتھ جوڑتا ہوں کہ آسکیلیٹر ہو سکتا ہے میں اپنے ہاتھ سے ہل رہا ہوں اور اس صورت میں کی شکل ہے صفر پر اب بھی صفر ہوگی لیکن اب میں جو حاصل کرنا چاہتا sine kx cosine omega tyxt y لہر جو کہ ایک nding x کوزائن ہے اس کی زیادہ سے زیادہ نقل مکانی ہوگی kl کا ایک سائن t جو کہ اومیگا t اور l برابر ہے y at x ہوں وہ یہ ہے کہ ہونے کے برابر ہونا lambda پر pi ہونا چاہیے دو k اور pi by two جمع ایک دفعہ n دو kl اور اس کا مطلب ہے کہ l برابر حاصل کریں پلس ون اس n پر دو l حاصل کریں اور لیمبڈا برابر چار pi دونوں طرف سے کینسل li پر دو pi جمع ایک n چاہیے دو ہے میں اس بار کچھ مختلف طریقے سے اخذ کر رہا lambda سے زیادہ v جو nu n معاملے میں لیمبڈا قدرے مختلف ہے اور فریکوئنسی n سے زیادہ دو l ہونے والا ہے۔ چار v جمع ایک جو کہ n سے تقسیم دو l ہوں صرف آپ کو مختلف خیالات دینے کے لیے برابر ہے چار جمع ایک

لکھ سکتا ہوں لہذا اس صورت میں تعدد قدرے مختلف v جمع آدھا n سے زیادہ l تو اس بار فطرت قدرے مختلف ہے اور میں اسے دوبارہ دو ہیں کیونکہ ایک سرا کھلا ہے اور ایک نہیں ہے اور ایک بار پھر میرے پاس ایک جسمانی تشریح ہے کہ اس صورت میں لہریں چل رہی ہیں۔ اس شکل سیگمنٹ لمبا لیمبڈا چار گنا ہونے nn کا ہونا جہاں کھلے سرے میں زیادہ سے زیادہ نقل مکانی ہوتی ہے لہذا میں لیمبڈا بذریعہ 2 لیمبڈا 2 بذریعہ والا ہوں

سے زیادہ دو l کے برابر ہونے والا ہے اور یہ فوراً ہی مجھے لامبڈا برابر چار l جمع ایک n تو میرے پاس جو ہے وہ لیمبڈا ہے چار گنا دو کیا ہونا چاہئے اور ہمارا جواب kl جمع ایک دیتا ہے تاکہ یہ ایک جسمانی تشریح ہے ریاضی کے لحاظ سے ہم صرف یہ لکھ سکتے ہیں کہ n حاصل کریں لہذا میں اب اس لیکچر کو ختم کروں گا۔ اگلے لیکچر میں ہم نے جو کچھ کیا ہے اس کا خلاصہ کرتے ہوئے میں آہ کھلے پائپوں اور آرگن پائپس اور ان میں ہوا کے کالموں کے دوغلے پن اور دھڑکنوں اور ڈوپلر مظاہر پر غور کرنے جا رہا ہوں لہذا میں اس لیکچر کو ختم کرتا ہوں جو کچھ ہم نے سیکھا ہے اس کا خلاصہ کرتے ہوئے سپر پوزیشن کے اصول کے بارے میں جس نے کہا کہ کسی بھی مقام پر نقل مکانی انفرادی لہروں کی وہاں پہنچنے کی وجہ سے نقل مکانی کا مجموعہ ہے پھر ہم نے ایک حد سے لہر کے انعکاس کے بارے میں سیکھا خاص طور پر ہم نے جب باؤنڈری سخت ہوتی ہے جس کا مطلب ہے کہ حد pi سیکھا کہ ایک مرحلے کا فرق ہے۔ آنے والی اور منعکس لہروں کے مراحل کے درمیان میں کوئی نقل مکانی نہیں ہوتی اور آخر کار ہم نے کھڑی لہروں کے بارے میں سیکھا جو ایک ہی فریکوئنسی کے ساتھ ہر ایک نقطہ پر مختلف طول و عرض کے ساتھ دوہری ہونے والی سادہ ہارمونک آسیلیٹرز کی طرح ہوتی ہیں اور ہم نے اس کے بارے میں سیکھا۔ ایک تار پر لہروں کو کھڑا کریں اور وہ فریکوئنسی حاصل کریں جس پر سٹرنگ ریاضی دونوں طرح سے کمپن کر سکتی ہے اور اسے جسمانی طور پر بھی دیکھا اس کا کیا مطلب ہے آپ