

اس لیکچر میں دوغلوں پر بحث کرنے کے بعد ہم لہروں سے شروع کرنا چاہتے ہیں

تو آئیے پہلے یہ سمجھیں کہ لہر کیا ہے

تو ہم سوال اٹھاتے ہیں کہ لہر کیا ہے یہ ذرات ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل ہوتے ہیں

تو آئیے یہ سوال پوچھیں کہ کیا یہ ذرات حرکت کرتے ہیں؟ آئیے ایک جگہ سے دوسری جگہ دریافت کریں کہ آپ نے سمندر کی طرح لہریں دیکھی

ہیں یا اگر آپ تھالی کی طرح ایک بڑا پین لیں یا کوئی صحیح چیز لیں اور اسے پانی سے بھریں اور اس میں اپنی انگلی ڈبوئیں

تو میں یہاں اپنی انگلی ڈبو رہا ہوں۔ آپ دیکھیں گے کہ پانی یہاں اوپر جاتا ہے نیچے آتا ہے اور اس چیز کو اس لہر کا نام بتانے دو یہ لہر نیچے

سفر کرتی ہے یہ سفر کرتی ہے کیا یہ پانی اپنے ساتھ لے جاتی ہے اور ہم نے دیکھا ہے کہ یہ صرف سفر نہیں کرتا ہے وہ لہر ہے اور ہم اسے

لہر کہتے ہیں جب میں آپ سے یا کمرے میں کسی سے بھی بات کر رہا ہوں

تو میں یہاں خلل پیدا کرتا ہوں کیا اس کا مطلب یہ ہے کہ ہوا ایک جگہ سے دوسری جگہ جاتی ہے اگر آپ بولنے والے کے سامنے کھڑے ہو جائیں

تو آپ کو ہوا آتی محسوس نہیں ہوتی؟ لیکن آپ اسے سنتے ہیں

تو کیا ہوتا ہے کبھی خلل پیدا کرتا ہے

تو وہ شخص آپ کے کان تک سفر پیدا کرتا ہے لہذا جب کوئی شخص دوسرے شخص سے بات کر رہا ہوتا ہے

تو آواز سفر کرتی ہے لیکن اس کے درمیان کی ہوا یقینی طور پر لہر نہیں کرتی ہے کسی مادے کی ایک جگہ سے دوسری جگہ حرکت نہیں کرتی

ہے لہذا ہم لکھتے ہیں کہ لہر ذرات کی حرکت کی نمائندگی نہیں کرتے

تو پھر یہ کیا ہے

تو پھر سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ لہر کیا ہے اور سادہ الفاظ میں جو میں کہنے جا رہا ہوں کہ لہر ایک لہر کسی بھی شکل میں ایک خلل ہے میرا

مطلب ہے جب میں آپ سے بات کر رہا ہوں

تو میں ایک تخلیق کر رہا ہوں۔ یہاں کی ہوا میں خلل پڑتا ہے اور یہ وہاں سے مائیک تک جاتا ہے یہ ریکارڈ ہو جاتا ہے یا اگر کوئی آپ سے بات کر

رہا ہے

تو وہ شخص ہوا میں خلل پیدا کر رہا ہے اور وہ خلل آپ تک پہنچتا ہے لہذا لہر ایک خلل ہے جو ایک جگہ سے دوسری جگہ سفر کرتی ہے۔ لیکن آپ

نے کھڑی لہروں کے بارے میں سنا ہے

تو اگلا سوال یہ ہے کہ کیا لہر کا مطلب یہ ہے کہ خلل کو ایک جگہ سے دوسری جگہ جانا ہے

e تو یہ دوسرا سوال ہے اور میں اس کا جواب دینے کی کوشش کرتا ہوں کہ فرض کریں کہ میرے پاس ایک تار ہے میں اسے ایک پر باندھتا ہوں۔

اور یہاں ایک ڈسٹریبنس دیں اسے ایک جھٹکا دیں

تو آپ دیکھیں گے کہ یہ جھٹکا یا ڈسٹریبنس تار سے نیچے کی طرف سفر کرتا ہے اس لیے وقت کے ساتھ ساتھ یہ سفر کرتا ہے یہ یقیناً ایک سفری

لہر ہے لیکن یہ سوچیں کہ میں اس تار کو دو سروں کے درمیان باندھ دیتا ہوں اور ہلنا شروع کر دیتا ہوں۔ آپ دیکھتے ہیں کہ یہ اس طرح بگڑ جاتی

ہے اور پھر نیچے آتی ہے

تو یہ اس طرح اوپر نیچے ہوتی ہے جسے ہم کھڑی لہر کہتے ہیں اور اس لہر میں خلل سفر نہیں ہوتا ہے لہذا لہر کھڑی لہر یا سفر یا ہم کیا ہو

سکتی ہے۔ ترقی پسند لہر یا ٹریولنگ ویو کہو

تو اب ہم نے جو جواب دیا ہے وہ لہر ہے ایک جگہ پر پیدا ہونے والا خلل ہے اور دوسری جگہ پر سفر کرنا جسے میں سفری لہر کہوں گا یا یہ تار

کی طرح ایک

توسیعی خلل ہو سکتا ہے اور جسے میں کہوں گا۔ اسٹیشنری لہر اور اب میں اسے مقداری طور پر بیان کرنا چاہتا ہوں ہم یہ دیکھنا چاہتے ہیں کہ ہم

واقعی لہر کو کس طرح بیان کرتے ہیں لہذا ہم جو دیکھنا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم لہر کو کس طرح بیان کرتے ہیں میں اس میں بہت عام ہوں گا

کیونکہ جو آپ نے شاید سنا ہوگا۔ آپ کی کلاسیں ایک لہر اس طرح کی نظر آتی ہے اور یہ سفر کر رہی ہے لہذا آپ نے جو دیکھا ہے وہ ایک

الفاظ میں بھی cosine اس قسم کی لہر یا اسے ft مائنس فریکوئنسی lambda اور pi x کے برابر ہے ایک سائن دو xxt ڈسٹریبنس

گنا لیمبڈا جہاں لیمبڈا طول f برابر ہے v اور لیمبڈا مائنس فٹ اور پھر آپ کو بتایا جاتا ہے کہ رفتار cosine x کا pi لکھا جا سکتا ہے دو

تعدد ہے یہ ایک خاص قسم کی لہر ہے ہم اس پر آئیں گے لیکن اس سے پہلے چونکہ میں نے ایک لہر کہا ہے ایک ٹریول ڈسٹریبنس f موج ہے اور

میں اس کی وضاحت کرنے دیتا ہوں پہلے

تو آئیے کہ میرے پاس ایک تار ہے یا جیسا کہ ہم نے مثال دی ہے وہ پانی کی سطح ہے اور میں بنانا ہوں چلیں اس طرح کی خلل یہاں سے کہیں یا

میں یہاں اور اس جیسی پریشانی پیدا کرتا ہوں۔ اس کو صحیح طور پر سمجھنے کے لیے سفر کرتا ہے میں کہتا ہوں کہ میں جو خلل پیدا کرتا ہوں وہ

برابر صفر کے برابر ایک پیرابولک ایک t کچھ اس طرح ہے

یا چونکہ میں بعد میں fx function سمت ہے۔ x ہم f یہ فعل ہے f صفر کے برابر اور فنکشن t تو ہم کہتے ہیں کہ یہ اس وقت ہے

مربع کی طرح لگتا ہے x کا فنکشن ایک مربع مائنس x بطور y میں کہتا ہوں کہ y لکھنے جا رہا ہوں۔

a یا مائنس a کے برابر پلس x ہے اور یہ 0 ہو جاتا ہے a کے برابر صفر کے برابر ہے اونچائی x تو یہ کس چیز کی نمائندگی کرتا ہے یہ

کے برابر ہے اور یہ 0 ہے ورنہ صرف آپ کو اس نبض کا احساس دلانے کے لیے جو ہم نے بنائی ہے a سے کم mod x کے لئے

تو یہ ایک خلل بھی ہو سکتا ہے جو پانی کی سطح پر پیدا ہوا ہے اب یہ خلل سفر کرتا ہے اور ہم کہتے ہیں کہ یہ اس کی طرف چلا گیا ہے۔ دائیں

صفر پر ہے پھر بعد میں وہی خلل ہے x اور ایک ایسے مقام پر آیا ہے جہاں چوٹی

مربع کے طور پر دیا جائے گا۔ x nought x مائنس x اس خلل کو مربع مائنس t وقت لگا ہے لہذا اس وقت t تو ہم کہتے ہیں کہ اس میں

اور صفر سے کم ہے ورنہ ہم نے کیا کیا ہے یا a صفر برابر x مائنس mod x

کوئی بھی نہیں اور ظاہر ہے کہ اگر یہ سفر کرتا ہے۔ x تو پانی کی سطح پر ایک تار پر ہم نے ایک خلل پیدا کیا اور بعد میں یہ اس مقام پر چلا گیا

مربع کے برابر ہے x ایک مربع مائنس yx ہونے والا ہے اور یہاں اسے بطور دیا گیا تھا۔ vt کوئی بھی نہیں x کے ساتھ یہ فاصلہ v رفتار

مائنس mod x کو t میں اس وقت لکھنے جا رہا ہوں جب yx کے لیے صفر کے برابر بصورت دیگر اور دائیں طرف میں اسے سرخ mod x

مربع کے طور پر دیا جاتا ہے۔ صفر ایک کے برابر اور صفر سے کم ہونا بصورت دیگر جسے ایک مربع 0 x مائنس x کے لیے مربع مائنس x

اور صفر سے کم ورنہ اس معاملے کا کیا ہوگا a برابر vt مائنس mod x مربع کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے vt مائنس x مائنس

جہاں اس نے بائیں طرف سفر کیا

صفر کے برابر ہے اور یہ بائیں طرف سفر کرتا ہے اگر یہ بائیں طرف سفر کرتا ہے x تو فرض کریں کہ یہ تھا

اور صفر a برابر vt جمع x کے لئے x پورا مربع ہو جائے گا vt جمع x آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ایک مربع مائنس yxt تو

ہونے جا رہا ہے لہذا آپ دونوں صور vt سے کم ورنہ کیونکہ اب یہ فاصلہ مائنس

یا yxt توں میں کیا دیکھتے ہیں کہ ڈسٹریبنس

کو صفر کے برابر کر دوں گا یہاں درمیان میں کچھ x کا ایک فنکشن ہے ہمیں یہ سمجھنے دیں کہ میں x plus vt یا x minus vt

کے برابر ہے صفر  $fx t$  کی طرح بھی نہیں کہوں گا لیکن اس کا  $x$  تخلیق کرتا ہے۔ ڈسٹرنس اب میں اسے مربع مائنس صفر کے برابر ہونے والا ہے کیوں کہ اب جو بھی  $vt t$  مائنس  $fx$  یہ خلل  $t$  تو کیا ہوگا اگر یہ وقت پر دائیں طرف سفر کر رہا ہے کے ارد گرد مرکوز  $vt$  مائنس  $x$  پر تھا جو  $vt$  مائنس  $x$  کہنے جا رہا ہوں وہی ڈسٹرنس ہے جو کہ  $fx t$  ڈسٹرنس اس وقت ہے جسے میں پر اگر دوسری طرف یہ بائیں طرف سفر کرتا ہے  $t$  تھا صفر کے برابر برابر  $t$  پر  $vt$  جمع  $x$  کے فعل کے طور پر ہے وہی جو کہ  $x$  پر جو بھی خلل ہے وہ  $t$  ہوگا لہذا  $vt$  تو چوٹی سے چوٹی کا فاصلہ دوبارہ صفر کے برابر ہے  $t$  صفر کے برابر

پر پیدا ہونے والی کوئی بھی خلل کسی بھی شکل میں ہو سکتا ہے اگر یہ ایک  $t$  تو ہم نے جو دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ اصل کے ارد گرد  $\theta$  کے برابر  $undistorted$  اور  $v$  مستقل کے ساتھ سفر کرتا ہے۔ رفتار

کے برابر تبدیل ہو جائے گا یا اسے وقت کے فنکشن کے طور پر دیا  $\theta t$  کے طور پر پیدا ہونے والا خلل  $fx$  تو مجھے یہ لکھنے دیں تاکہ  $f$  محور اور یہ  $x$  صفر کے برابر ہے اگر یہ دائیں طرف سفر کرتا ہے۔ حق کا مطلب ہے مثبت  $t$  مائنس  $v$  برابر  $fx t$  جائے گا کیونکہ برابر صفر کے برابر ہے اگر یہ بائیں طرف سفر کرتا ہے  $vt t$  پلس  $x$  تین کے برابر فنکشن ایک ہی فنک کے طور پر دیا جائے گا۔  $xt$  کہہ رہا ہوں یہ  $fx$  برابر صفر پر پیدا ہوا ہے اور ڈسٹرنس کو میں  $t$  برابر صفر پر تھا لہذا ایک خلل جو  $t$  کیونکہ یہ وہ جگہ ہے جہاں اب یہ لکھنے جا رہا ہے  $vt t$  equal to  $\theta$  equals  $fx t$  مائنس  $fx$  کوئی بھی ہو سکتا ہے۔ ڈسٹرنس دائیں طرف ظاہر ہوگا کہ میں بائیں طرف لکھنے جا رہا ہوں یہ اس طرح سفر کیا جاتا ہے کہ سبز رنگ نے دائیں طرف سفر کیا ہے اور کن  $fx t$  equals  $vt \theta$  پلس  $fx$  ہوں میں  $v$  حالات کے تحت ڈسٹرنس سفر غیر مسخ شدہ نمبر ایک نمبر دو مستقل رفتار کے ساتھ سفر کرتا ہے تو دو حال

توں میں یہ غیر مسخ شدہ سفر کرتا ہے جسے سو غیر مسخ شدہ بھی کہا جاتا ہے اس کا مطلب ہے جسے تکنیکی اصطلاح میں کہا جاتا ہے آپ اس اصطلاح کو بحث کے دوران اکثر سنیں گے۔ لہروں پر اس لیے یہ منتشر نہیں ہوتا ہے یہ منتشر نہیں ہوتا ہے شکل  $dispersionless$  آپ یہ سمجھ سکتے ہیں کہ غیر مسخ شدہ مفروضہ واقعی ٹھیک  $v$  نہیں بدلتا ہے یہ غیر مسخ شدہ ہے اور یہ مستقل رفتار کے ساتھ سفر کرتا ہے کسی شخص سے پوچھو کہ وہ شخص مجھ سے 10 میٹر کے فاصلے پر کھڑا ہے یا مجھ سے 100 میٹر یا مجھ سے 200 میٹر  $sp$  ہے جب میں کے فاصلے پر اگر وہ مجھے سنتا ہے یا اگر وہ مجھے سنتا ہے

تو یہ تینوں افراد جو یہاں مختلف فاصلے پر کھڑے ہیں ایک ہی لفظ ہے جو میرے پاس ہے۔ ایک ہی وقفہ کے ساتھ بولا جاتا ہے اور اس کا مطلب ہے کہ میں نے جو بھی خلل پیدا کیا ہے وہ کافی حد تک غیر مسخ شدہ ہے لہذا یہ ایک بہت ہی معقول مفروضہ ہے پیشگی کورسز میں ایسے معاملات ہوتے ہیں جہاں آپ دیکھیں گے کہ بازی کہاں ہوتی ہے ایک بہت واضح مثال روشنی کی لہر ہے جہاں رفتار مختلف ہوتی ہے۔ مختلف تعدد اور اسی وجہ سے آپ کو ایک پوزم نظر آتا ہے جو آپ کو مختلف رنگ دیتا ہے کیونکہ اضطرابی انڈیکس مختلف ہوتا ہے لیکن ابھی ہم فرض کریں گے کہ کا ایک فنکشن ہے۔ لہر کے سفر کو دیکھنے کا  $x$  plus  $vt$  یا  $vt$  مائنس  $x$  بازی کم سفر ہے لہذا یہ اسے دیکھنے کا ایک طریقہ ہے جو کہ کو دیکھ رہا ہوں یا خلل ڈال رہا ہوں  $x$  دوسرا طریقہ یہ ہے کہ اگر میں کسی خاص نقطہ

پر ہوا ٹھیک ہے دیکھنے کا ایک اور طریقہ مظاہر میں لہر کا مظاہر ہے مجھے فرض  $v$  سے زیادہ  $x$  مائنس  $t$  تو میں بالکل وہی دیکھ رہا ہوں جو کے برابر  $t$  کے برابر ڈیلٹا  $t$  پر کھڑا ہوں اور یہاں ایک خلل نظر آتا ہے اس خلل نے اصل سے سفر کرنے میں  $x$  کرنے دیں کہ میں ایک نقطہ پر کسی خلل  $x$  وقت  $t$  محفوظ طریقے سے کہہ سکتا ہوں کہ اگر میں  $i$  ہے لہذا  $v$  سے زیادہ  $x$  کا وقت لیا ہوگا یہ وقت  $v$  سے زیادہ  $x$  کا مشاہدہ کرتا ہوں

پر خلل ہوتا ہے لہر کے مظاہر کو بیان کرنے کا ایک اور طریقہ ہے اگر سفر دوسری  $v$  اور  $x$  مائنس  $t$  صفر کے برابر  $x$  تو یہ ایک وقت میں طرف دائیں طرف ہو۔ ہاتھ اگر خلل بائیں طرف سفر کرتا ہے

صفر سے کم ہے لہذا یہ  $vx$  سے زیادہ  $x$  جمع  $t$  کے برابر صفر پر واقع ہوئی ہوگی  $x$  پر جو میں دیکھ رہا ہوں وہ ایسی چیز ہے جو  $xt$  تو بائیں طرف سفر کر رہا ہے لہذا میں ایک لہر کو بھی بیان کر سکتا ہوں۔ ٹی پلس ایکس اور وی کے فنکشن کے طور پر یا ٹی مائنس ایکس اور وی بائیں طرف  $v$  دائیں طرف سفر کر رہا ہے پلس ایکس اور  $v$  کے فنکشن کے طور پر اور میں صرف تیر کے ذریعہ دکھاؤں گا مائنس ایکس اور  $v$  پر  $x$  جمع  $t$  کے طور پر لکھنا کیونکہ  $vt$  پلس  $x$  مائنس  $t$  اور  $vt$  مائنس  $x$  سفر کر رہا ہے جو کہ کافی حد تک ایک جیسا ہے۔ اسے  $x$  کا ایک فنکشن ہے یاد رکھیں متغیرات  $x$  plus  $vt$  جو کہ  $x$  over  $v$  plus  $x$  over  $v$  ایک فنکشن کے طور پر  $ame$  ہے  $s$  کا ایک فنکشن کے  $x$  over  $v$  مائنس  $vt$  کو  $x$  over  $v$  مائنس  $t$  ایک مستقل کے طور پر لے سکتا ہے اور اسی طرح فنکشن  $vi$  ہیں لہذا  $t$  اور فنکشن کے طور پر لے سکتا ہے۔ وی ٹی مائنس ایکس وی کے فنکشن کی طرح ایک مستقل ہے لہذا میں بائیں یا دائیں طرف سفر کرنے والی لہر کی کے فنکشن یا فنکشن کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔ ٹی پلس  $v$  پلس وی ٹی یا ایکس مائنس وی ٹی کے فنکشن یا ٹی مائنس ایکس اور  $x$  خرابی کو ایکس اور وی کا

تو اُنہی لکھتے ہیں کہ لہر کو ایکس مائنس وی ٹی کے ایکس پلس وی ٹی اے فنکشن یا ٹی پلس ایکس اور وی کے فنکشن یا ٹی مائنس ایکس اور وی کے فنکشن کے طور پر بیان کیا جاسکتا ہے۔ شکلیں موجود ہیں اور یہ تمام سفری لہریں ہیں

اور لیمبڈا مائنس فٹ یہ وہی ہے جو  $\pi x$  پیدا کرتا ہوں ایک سائن دو  $yxt$  تو اُنہی ایک مثال دیکھتے ہیں جو آپ نے دیکھا ہے کہ میں کس طرح آپ نے دیکھا ہے آپ نے پہلے ایک لہر دیکھی ہے جو ایک خلل ہے اس طرح اور یہ سفر کرتا ہے میں ایک منٹ میں اس پر اُوں گا لیکن اس سے مائنس وی ٹی یا ایف ایکس پلس وی ٹی یہ سب  $f$  کے یہ افعال  $x$  پہلے میں دوبارہ واپس جانا چاہتا ہوں اور اس بات پر بات کرنا چاہتا ہوں کہ ایکس اور ٹی کے فنکشن میں دونوں اس طرح سفر کر رہے ہیں یا کھڑی لہر ایکس اور ٹی کا ایک فنکشن ہے جو کہ پوزیشن اور ٹائم دونوں ہے لہذا اگر آپ اسے تصور کرنا چاہتے ہیں

تو آپ یا صفر  $x$  ایک فکس پوزیشن کو دیکھ کر ہم کہتے ہیں کہ  $vt$  تو ایف ایکس مائنس کو دیکھ سکتے ہیں۔ وقت کے فنکشن کے طور پر تو میں کیا کروں میں ایک مقام پر کھڑا ہوں اور وقت کے فنکشن کے طور پر دیکھوں کہ خلل کیسے ہوتا ہے یہ وقت کے ساتھ کیسے بدلتا ہے صفر کے برابر  $att$  پر کھڑا ہوں کچھ نہیں اور دیکھیں کہ وقت کے ساتھ لہر میں خلل کیسے بدل رہا ہے یا میں کیا کر سکتا ہوں کہ  $x$  تو میں کے فنکشن کے طور پر نظر آتا ہے اس کے لیے میں کیا کروں گا بس اس وقت لہر کی تصویر  $x$  ہوتا ہے اور یہ دیکھتا ہوں کہ خلل کس طرح کے فنکشن کے طور پر آپ دیکھیں گے کہ یہ بالکل ٹھیک پھیلا ہوا ہے اور یہ ایک خاص وقت  $x$  کھینچوں اور پھر آپ صرف یہ دیکھ سکتے ہیں کہ یا بائیں طرف کا فاصلہ طے کر  $vd$  صفر کہتے ہیں کہ یہ پھیل سکتا ہے لیکن کہیں اور یہ فاصلہ طے کر چکا ہوگا۔  $t$  پر ہوتا ہے ذرا بعد میں  $vt$   $undistorted$  سکتا تھا

کسی موج کے مظاہر پر ایک مقررہ وقت پر اور ایک دی گئی پوزیشن پر اگر میں وہاں کھڑا ہوں  $k$  تو میں اس طرح دیکھوں گا۔ تو میں صرف دیکھوں گا کہ چیزیں صرف اوپر یا نیچے یا بائیں یا دائیں حرکت کر رہی ہیں اس پر منحصر ہے کہ یہ کس قسم کی لہر ہے اور ہم دیکھیں گے کہ یہ کس طرح بدلتی ہے۔ اب وقت ہے ہم دیکھتے ہیں کہ میں نے پہلے کہا تھا کہ یہ لہر صحیح کیسے پیدا ہوتی ہے اور لیمبڈا مائنس فٹ  $\pi x$  اور لیمبڈا مائنس فٹ  $\pi x$  تو ایک سائن دو

تو فرض کریں کہ میں اپنی پوزیشن ٹھیک کرتا ہوں

تو میں کیا دیکھتا ہوں اگر میں کسی خاص مقام پر کھڑا ہوں

pi کی سائن صفر ہے لیمبڈا مائنس فٹ پر جو کہ ایک سائن دو pi x کے برابر 0 کہنا وقت کا فنکشن ایسا نظر آئے گا جیسے دو x پر f تو ہے جس میں مائنس کا نشان ہے لہذا میں اسے اومیگا ٹی کی مائنس سائن کے طور پر لکھ سکتا ہوں تاکہ میں وقت کے فنکشن کے طور پر ft پر پوائنٹ صفر کے اوپر اور نیچے جاتا ہے، پوزیشن کے فنکشن کے طور پر پوزیشن کے فنکشن کے طور پر کیا x لکھوں صرف یہ دیکھیں کہ ہوگا اگر میں کسی خاص وقت پر اسٹیپ شاٹ لیتا ہوں

تو میں بھی دیکھوں گا کہ یہ بائیں سے دائیں تک پھیلا ہوا ہے۔ اوور اور ہم کہتے ہیں کہ وقت صفر کے برابر ہے

صفر کے برابر ہے دو پائی اوور کے سائن کے برابر لیمبڈا ایکس قدرتی طور پر جو آپ اب دیکھ رہے ہیں وہ یہ t وقت fx تو ایسا لگتا ہے کہ ہے کہ اگر ایکس ایکس پلس لیمبڈا پر جاتا ہے

تو آپ کو لیمبڈا ایکس پلس لیمبڈا پر ایک سائن دو پائی ملتی ہے جو کہ لیمبڈا ایکس پلس ٹو پائی پر ایک سائن ٹو پائی ہے جو برابر ہے۔ x کے برابر ہے۔

تو لیمبڈا کے فاصلے کے بعد نقل مکانی ایک جیسی ہے لہذا لیمبڈا جو دو ملتے جلتے پوائنٹس کے درمیان فاصلہ ہے کیونکہ نقل مکانی ایک ہی ہے میں اسے گلابی میں دکھا رہا ہوں اس لیمبڈا کو طول موج کہا جاتا ہے لہذا میں نے آپ کو جو دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ اگر میں یہ لہر ہے اور میں صرف اس کا ایک حصہ لوں گا اس میں دو ملتے جلتے پوائنٹس کے درمیان ویو لینتھ لیمبڈا ہے پھر دو ملتے جلتے پوائنٹس کے درمیان فاصلہ لیمبڈا کے بعد یہ مزید بڑھ گیا ہوگا لہذا میں اسے بناؤں گا۔ فاصلہ اب ڈیٹا ٹی کے بعد وی ڈیٹا ٹی ہوگا اب اگلا t کے بعد t ہے اور مخصوص وقت کا کیا تعلق ہے f اور فریکوئنسی v سوال جو میں اس کے ذریعے پوچھتا ہوں وہ یہ ہے کہ لہر کی لیمبڈا

x پر کھڑا ہوں۔ صفر کے برابر یا x تو آئیے اس سوال کا جواب دینے کی کوشش کریں کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ اگر میں کسی خاص نقطہ برابر صوم ای دوسرے پوائنٹ ایکس صفر کو وقت کے ایک فنکشن کے طور پر یہ ساتھی اوپر اور نیچے جانے والا ہے جو اومیگا ٹی کے سائن کے

کیپٹل ٹی کے برابر ہوتا ہے جو تعدد سے متعلق ہے کیونکہ نقل مکانی اب ایک سے زیادہ ہے آئیے دیکھتے ہیں t طور پر جاتا ہے لہذا وقت کے بعد کہ کیا میں نے اس لہر کو منجمد وقت میں لیا اور اسے وقت کے سرمائے کے بعد دیکھا

ہوتا a تو یہ بالکل ویسا ہی نظر آئے گا سوائے اس کے کہ اگر یہاں کوئی نقطہ

تو یہ فاصلہ لیمبڈا کے حساب سے اس مقام پر منتقل ہوتا

لہر دوری لیمبڈا سے منتقل ہونی ہے ورنہ نقل مکانی ایک جیسی نظر نہیں آئے گی لہذا اگر یہ ایک جیسی نظر آتی ہے t تو وقت میں

گنا لیمبڈا ہونے والا ہے یہ آپ کا رشتہ ہے۔ بہت اچھی طرح f جو t لیمبڈا بذریعہ v تو اسے فاصلہ لیمبڈا سے منتقل کیا جانا چاہئے لہذا

ٹائم لیمبڈا کے ذریعہ دی جاتی ہے اس مخصوص لہر کو جو سائنوسائیڈل لہر کے نام سے جانا جاتا ہے چونکہ ہم f جانتے ہیں لہذا لہر کی رفتار بازی کے بغیر لہروں کے بارے میں بات کر رہے ہیں یہ رفتار تمام تعدد کے لئے یکساں ہے کہ ایک سائن ٹو پی ایکس جیسی لہر کیسے پیدا کی

جائے۔ لیمبڈا مائنس فٹ سے زیادہ

میں اب خاص طور پر اس لہر پر t تو آئیے اس کو دیکھتے ہیں۔

توجہ مرکوز کر رہا ہوں جسے سائن ویو کہا جاتا ہے لہذا اسے آہ سائن ویو کہا جاتا ہے

تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا میرے پاس ایک تار ہے اور میں اس نقطہ کو اومیگا ٹی کی سائن کے طور پر اوپر نیچے بلانا شروع کرتا ہوں۔ اس وقت کا صفر کے برابر ہے کیونکہ وقت کا x پر y کے برابر ہے جیسا کہ ہم نے پہلے بحث کی تھی لہذا ابھی t دورانیہ اومیگا پر دو پائی ہے جو کہ

v اوور x مائنس t صفر کے برابر ہوگا وقت x پر y کے فعل کے طور پر اور وقت x y کے سائن کے برابر ہے پھر pi ft فعل 2 کے برابر pi ft ہوگا جو ایک سائن دو x over v مائنس pi ft اگر یہ دائیں طرف سفر کر رہا ہے اور میں جانتا ہوں کہ ایک سائن دو

سائن کے طور پر لکھ a کے برابر ہے لہذا میں اسے مائنس v f lambda اور ہم نے ابھی یہ رشتہ دیکھا ہے کہ v اوور x f مائنس جو وہی شکل ہے جو آپ دیکھ رہے ہیں یا جو میں نے آپ کو پہلے دکھایا تھا۔ اگر میں رسی pi x over lambda minus ft سکتا ہوں 2

لیتا ہوں تو اسے ایک سرے پر سائن اومیگا ٹائی کے ساتھ بلانا شروع کر دیتا ہوں، اگر میں نے یہ خلل کیا

اور لہر بائیں طرف سفر کرتی ہے e تو ایک سائن لہر جو دائیں طرف سفر کر رہی ہو

sine ہوگا جو ایک x over v جمع pi ft اور یہ ایک سائن دو v اوور x جمع t کے برابر صفر x پر y برابر xt تو میں

کے برابر ہے۔ لیمبڈا x over جمع two pi ft

تو یہ مختلف شکلیں ہیں جو آپ نے دیکھی ہیں لہذا مجھے ایک قسم کا خلاصہ کرنے دو کہ ہم نے اب تک کیا کیا ہے وہ نمبر ایک ہے جس کو ہم نے

کا t کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ f یا vt مائنس fx کے ساتھ سفر کرنے والے خلل کو دیکھا ہے اور اس وجہ سے ہم اسے v رفتار v اوور x جمع t کا f یا vt پلس fx محور اور اسے x اگر یہ دائیں طرف سفر کرتا ہے جس کا مطلب ہے مثبت v اوور x مائنس

کے طور پر دکھایا جاتا ہے اگر بائیں طرف سفر کر رہے ہیں کی ایک x تو آپ نے دونوں راستے بالکل ٹھیک دیکھے ہیں اور پھر ہم مہارت رکھتے ہیں۔ سائنوسائیڈل لہر کو جس کو طول و عرض کے طور پر

محور کے ساتھ دہرائی رہتی ہے یہ ایک مقررہ نقطہ پر لیمبڈا کے وقفوں پر دہراتی x سائن اوور لیمبڈا مائنس فٹ گنا دو پائی پر دیا جاتا ہے لہذا یہ اور جس طرح سے یہ پیدا ہوتا ہے۔ f کے ساتھ وقت میں ایک سے زیادہ f فریکوئنسی ah رہتی ہے اس میں نقل مکانی خود کو دہرائی رہتی ہے۔

دی گئی فریکوئنسی کے ساتھ ایک نقطہ پر بلا کر ایک سادہ ہارمونک انداز میں تاکہ لہر نے کچھ اس طرح پیدا کیا اور یا

تو دائیں یا بائیں طرف سفر کر رہی ہو، ہم اس صورت میں یہ بھی دیکھتے ہیں کہ لہر کی رفتار وی کے طور پر دی گئی ہے۔ فریکوئنسی ٹائمز لیمبڈا

جسے ٹو پائی فریکوئنسی ٹائمز لیمبڈا کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے دو پائی پر اسے میں اومیگا کے طور پر لکھ سکتا ہوں اور اب میں ایک نئی

متعارف کروا رہا ہوں جسے ویو ویگنر یا لہر نمبر دو پائی اوور کہا جاتا ہے۔ لیمبڈا یہ ہے کہ دو پائی کے وقفے k مقدار دو پائی اوور لیمبڈا برابر یہ ایک نیا رشتہ ہے جو میں آپ کو دے رہا ہوں اور اس نئے رشتے کے vk اتنی اومیگا برابر ہے k میں بہت سی لہریں اس لیے اومیگا اوور

کی سائن کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے یہ آپ کی ایک اور شکل ہے۔ آپ کی کتابوں یا جگہوں پر t مائنس اومیگا kx کو yxt لحاظ سے

دیکھیں گے جہاں لہروں پر بحث کی گئی ہے لہذا ایک بار جب ہم یہ سمجھ گئے

سفر کی سمت y xt تو اب میں آپ کو دو قسم کی لہریں بتاتا ہوں جسے نمبر ایک ٹرانسورس ویوز کہا جاتا ہے یہ وہ لہریں ہیں جہاں نقل مکانی

سمت میں سفر x کے لئے کھڑے ہیں لہذا مثالی ہوں گی۔ تار پر لہریں یا ٹرانسورس لہروں کی دوسری قسم طول البلد ہوتی ہے جس میں اگر لہر

جواب نہیں ہے میں نے پہلے دلیل دی تھی کہ آپ اسے بھی دیکھ سکتے ہیں کہ آپ کو ایک تار معلوم ہے اگر آپ اسے ہلاتے ہیں تو یہ تار ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل نہیں ہوتی اگر خلل پڑتا ہے۔ پانی کی ایک لہر جا رہی ہے آپ وہاں ایک پتی یا کاغذ کا ایک ٹکڑا چھوڑ سکتے ہیں اور آپ اسے صرف اوپر نیچے حرکت کرتے ہوئے دیکھیں گے لیکن یہ لہر کے ساتھ حرکت نہیں کرتا ہے اس لیے لہریں حرکت کرتے ذرات نہیں اٹھاتے اور میں یہ بھی لکھ سکتا ہوں کہ کیا وہ مواد لے کر جاتے ہیں اور وہ سوال نمبر d o وقت ذرات کو نہیں لے جاتیں اس لیے وہ دو نہیں کرتے کیا لہریں

توانائی کو ایک جگہ سے دوسری جگہ لے جاتی ہیں اور اس کا جواب ہاں میں یہ ہے کہ میں اس کا جواب دینے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ جب میں بات کر رہا ہوں۔ کوئی شخص سنتا ہے کہ میں نے جو بھی خلل پیدا کیا ہے میں نے جو بھی دباؤ کا فرق پیدا کیا ہے میں نے ذرات کی جو بھی حرکت پیدا کی ہے میں نے دوسری جگہ بولنے سے جو حرکت پیدا کی ہے وہ کان کے ڈرم پر یا کانوں میں وہی خلل پیدا کرتی ہے جس کا مطلب ہے کہ اس کی صلاحیت ہے اس

توانائی کو ایک جگہ سے لے کر دوسری جگہ منتقل کرنا

تو ہاں لہریں

توانائی کو ایک جگہ سے دوسری جگہ لے جاتی ہیں تیسرا سوال میں لہروں کی رفتار کا حساب کیسے لگا سکتا ہوں اور یہ وہ سوال ہے جس پر اب میں جواب دینے جا رہا ہوں

تو آئیے پہلے حساب لگاتے ہیں۔ اس کے لیے سٹرنگ پر لہروں کی رفتار ایک سٹرنگ لیتے ہیں اور اسے ڈسٹریبس دیتے ہیں آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ مائنس کے طور پر دیا گیا ہے۔ اومیگا ٹی اور میں جانتا ہوں جو  $kx$  کو سائن  $yxt$  یہ ڈسٹریبس ایک سائن ویو ہے اور اس طرح ہم کہتے ہیں کہ مجھے اس کی ضرورت ہے اب آئیے دیکھتے ہیں کہ اس کا  $vki$  ہے یا اومیگا برابر ہے  $k$  کی رفتار اومیگا اوور  $v$  میں نے پہلے کہا ہے کہ ایک خاص حصہ اوپر نیچے جاتا ہے

تو کیا ہوتا ہے اگر میں ایک خاص ٹکڑا لوں اس سٹرنگ کے اور فرض کریں

لیمیڈا سے بہت کم ہے یہ تنگ ہے  $y$  تو آئیے ہم سائیڈ پر لکھتے ہیں فرض کریں کہ

تو ایک مقررہ وقت پر میں نے اسٹیپ شاٹ لیا ہے میں نے اس کی تصویر لی ہے اس سے دائیں طرف تتاؤ محسوس ہوتا ہے۔ اور بائیں طرف ایک تتاؤ ٹی اب یہ زاویہ جو افقی کے ساتھ بناتا ہے بہت چھوٹا ہے لہذا آئیے اس تھیٹا کو یہاں کال کریں اور یہاں تھیٹا اس تھیٹا کو پوائنٹ ون پر اور تھیٹا ٹو  $dy$  کو پوائنٹ ٹو پر کہتے ہیں لہذا ہم یہ کہنے جارہے ہیں کہ تھیٹا ایک سے بہت کم ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ سائن تھیٹا برابر ٹین تھیٹا برابر اس وقت اس دے گئے وکر کے لیے کیونکہ تھیٹا تقریباً ایک کے برابر ہے لہذا اب پوزیشن ٹو پر اس ٹینشن ٹی کے دو اجزاء ہیں ایک  $dx$  بذریعہ تھیٹا ہے جو پوائنٹ ون  $t \sin$  اوپر جانے کے برابر ہے۔ کیا یہ  $t$  اوپر جا رہا ہے ایک دائیں طرف جا رہا ہے۔ یہ ٹی کوس تھیٹا ہے جو تقریباً ہے اس کا ایک افقی جزو ہے اور عمودی جزو ہے افقی جزو  $t$  کے برابر ہے یہ تتاؤ  $dx$  بذریعہ  $tdy$  کے نچلے حصے پر پوائنٹ ٹو پر تقریباً سے ایک  $dx$  جیسا ہی ہے جو  $t \sin \theta$  اور  $t$  کوزائن کے ذریعہ دیا گیا ہے جو کہ ہے عمودی سمت میں  $t$  دوبارہ تھیٹا کے  $tdy$  ہے

کے ذریعے  $dx$  سمت میں خالص عمودی قوت ہے جو اس دے گئے وقت پر  $y$  کی  $i$  تو پوائنٹ ایک اور پوائنٹ دو کے درمیان اس حصے پر سمت میں ہم کہتے ہیں کہ ایک اور دو کے درمیان یہ فاصلہ  $x$  سمت میں ایک پر اور صفر  $dx$  بذریعہ  $tdy$  پر دو مائنس  $dx$  ہے  $tdy$  کے ذریعے  $dx$  پر دو برابر ہے پوائنٹ ون پر  $dx$  لکھ سکتا ہوں  $dy$  ہے پھر ٹیلر کے تھیوریم سے یا صرف مشتقات لے کر میں  $x$  ڈیلٹا دو  $t d$  ہوگا اس لیے سٹرنگ کے حصے پر عمودی قوت  $x$  مربع ڈیلٹا  $dx$  بذریعہ  $y$  دو  $d$  کا مشتق لیں جو  $dy$   $by d x$  کرنے کے لیے کے برابر کرتا ہوں۔ لیریٹن  $acce$  ہے یہ قوت کیا ہوگی؟ کیا یہ اوپر یا نیچے کو تیز کرے گا لہذا اگر میں اسے  $x$  مربع ڈیلٹا  $dx$  بذریعہ  $y$  دیکھتے ہیں کہ کیا ہوتا ہے

پر اس خاص نقطہ پر جم جاؤں گا اور اسے اوپر نیچے حرکت کرتا ہوا دیکھوں گا  $x$  تو اس سیکشن کی ایکسٹریکشن کچھ نہیں ہو گی لیکن میں

مربع یہ ایکسٹریکشن ہے  $dt$  کا حساب لگاؤں گا بذریعہ  $dy$  تو اس دی گئی پوزیشن پر میں

مربع ہے جسے یہ بھی لکھا گیا ہے کہ میں صرف ایک تکنیکی اصطلاح استعمال کروں گا  $dx$  بذریعہ  $y$  ٹو  $td$  تو قوت جو اس مقررہ وقت پر مقررہ رکھا  $t$  دونوں کا فعل ہے میرا مطلب ہے  $t$  اور  $x$  جزوی لکھ کر  $y$  کا جزوی مشتق ہے کیونکہ  $y$  کے حوالے سے  $x$  جو کہ کے جزوی مشتق کے طور پر بھی لکھا  $y$  کے حوالے سے  $t$  مربع ہے جسے  $dt$  بذریعہ  $y$  دو  $d$  گیا ہے اور اس پوزیشن پر ایکسٹریکشن ڈیلٹا ایکس ٹائم  $mu$  ہے اور دونوں کے درمیان تعلق قوت کے برابر ہونے والا ہے سٹرنگ  $x$  جاتا ہے اس کا خود بخود مطلب ہے کہ یہ ایک دیا ہوا  $mu$  مربع حاصل کرتا ہوں  $dx$  بذریعہ  $y$  دو  $td$  اسٹرنگ کی فی یونٹ لمبائی میں ماس ہے لہذا میں اس مقررہ وقت پر  $mu$  ایکسٹریکشن جہاں ایکوا لیتے ہیں۔  $yx t$  پر اب ہم  $fix x$  مربع  $dt$  بذریعہ  $y$  ہے  $x$  دو پر ایک ڈیلٹا  $d$  ہے یہاں  $x$  کے برابر ہے یہاں ایک ڈیلٹا  $x$  ڈیلٹا  $is a sine kx$  omega  $t$  مائنس  $mu$  پھر ہمیں کیا ملے گا

مربع جو کہ صحیح طور پر مجھے جزوی مشتق اوقات کے طور پر لکھنا چاہیے ڈیلٹا  $dx$   $td$   $two y$   $by dx$   $td$   $two y$   $by dt$   $mu$   $delta x$   $two y$   $by dt$   $mu$  مساوی ہے  $x$  مربع  $k$  وقت کے لئے مائنس  $fx$  مربع  $dx$  کے برابر ہے بذریعہ  $y$  ٹو  $td$  مائنس اومیگا  $kx$  ایک سائن  $y$  سائنوسائیڈل لہر لے رہا ہوں لہذا مائنس  $kx$  مربع ایک فکس ایکس پر مائنس اومیگا اسکوائر ایک سائن آف  $dt$  اوور  $y$  دو  $d$  اور  $t$  مائنس اومیگا کے برابر ہوگا  $kx$  ایک سائن مربع مساوی اومیگا مربع ملتا ہے اور یہ مجھے دیتا ہے  $tk$  ہونے جا رہا ہے اور میں اس کو اس مساوات میں بدل دیتا ہوں اور مجھے  $t$  اومیگا مساوی ہے اومیگا  $v$  کے مربع جڑ کے برابر ہے جو ہم نے پہلے کہا تھا پہلے میں نے کہا تھا کہ  $mu$  اوور  $t$  مساوی ہے  $k$  اومیگا اوور کے لیے  $mu$  اور یہ ہم نے حساب کیا ہے کہ جڑ ٹی اوور  $k$  اوور

کا تعلق  $k$  تو آپ دیکھیں گے کہ نیوٹن کی حرکت کی مساوات کو کیسے لیتے ہیں مخصوص سیکشن اور اس سے متعلق کہ کس طرح اومیگا اور  $t$  لہر کی رفتار سے ہونا چاہیے جو ہم نے پہلے کیا تھا حالانکہ ایک سائنوسائیڈل لہر کے لیے ہم یہ حاصل کر سکتے ہیں کہ لہر کی رفتار  $mu$  کے لحاظ سے کتنی ہونی چاہیے

مربع جڑ سے زیادہ ہو گی  $f$  سے زیادہ  $t$  ہو گی جو  $f$  سے زیادہ  $v$  تو اس کا مطلب یہ بھی ہے کہ دی گئی تعدد کے لیے طول موج تو یہ ہے یہ اخذ جو ہم نے صرف یہ دیکھ کر کیا ہے کہ نیوٹن کی مساوات کو لہر کے ایک حصے کے لیے کس طرح لاگو کیا جاتا ہے ایک اور مثال میں لہروں کی رفتار کا حساب لگانے جا رہا ہوں اس میں صوتی لہریں ہیں جو ہم کرتے ہیں فرض کریں کہ میرے پاس ہوا کا کالم ہے جہاں میں ایک بنائیں تاکہ جب میں مثال کے طور پر  $p$  کے بارے میں کہتے ہیں اور اس مقام پر ایک اضافی دباؤ  $x$  خاص سیکشن لیتا ہوں آئیے ہم لمبائی ڈیلٹا بات کر رہا ہوں

بن جاتا ہے اس دباؤ کو بنانے میں میں نے اس دیوار کو  $p$  جمع ڈیلٹا  $p$  تو میں ایک دباؤ بناتا ہوں اور یہ دباؤ فاصلے کے ساتھ بدلتا ہے اس لیے یہ

سے حرکت کرتا ہے  $z$  پلس ڈیلٹا  $z$  اور اس لیے یہاں یہ  $z$  بھی ایک فاصلے سے منتقل کیا ہے آئیے کہتے ہیں

تو میں ہوا کے اس سایہ دار حصے کو دیکھتا ہوں اور اس نقطہ کو دیکھتا ہوں جسے میں دکھا رہا ہوں۔ تیر اور میں کی حرکت دیکھوں گا۔ اس پورے سایہ دار حصے کو مجموعی طور پر جوڑیں اور اس سے متعلق اس سرعت کا حساب لگائیں جس قوت سے یہ محسوس کر رہا ہے اب آئیے

