

या व्याख्यानात मी साध्या हार्मोनिक मोशनवर लक्ष केंद्रित करणार आहे जी मी मागील लेक्चरमध्ये प्रेरित केली होती आणि मी काय म्हटले होते ते म्हणजे जर मी वर्तुळात फिरणारा कण घेतला आणि त्याचा x घटक $x(t)$ घेतला तर गती एकसमान असेल तर $x(t)$ आहे.

ओमेगा टीचे आर कोसाइन म्हणून दिले आहे जे सर्वसाधारणपणे मी आता लिहणार आहे $x(t)$ हा ओमेगाचा काही स्थिर कोसाइन आहे आणि संबंधित वेग $v(t)$ हा ओमेगा टीचा एक साइन आहे आणि संबंधित प्रवेग ओमेगाचा ओमेगा स्केअर एक कोसाइन आहे t जे काही नाही पण उणे ओमेगा स्केअर गुणा x स्वतःच आहे म्हणून त्याचा अर्थ काय आहे जसे तुम्हाला माहित आहे की येथे प्रवेग हे वेळेच्या संदर्भात वेगाचे व्युत्पन्न आहे जो वेळेच्या संदर्भात x च्या दुसऱ्या व्युत्पन्न d ला आहे आणि हे साध्या हार्मोनिकसाठी मोशन वजा ओमेगा स्केअर x म्हणून दिले जाते त्यामुळे हे साध्या हार्मोनिक मोशनसाठी आमचे समीकरण असेल याचा अर्थ विस्थापन हे वजा काही स्थिर c असेल जेथे c धन आहे वेळ s च्या सकारात्मक आहे कारण हे ओमेगा स्केअर मधून येत आहे म्हणून ती एक सकारात्मक संख्या असावी गती साधी हार्मोनिक असणार आहे आणि या समीकरणाचे समाधान फॉर्मचे असेल कारण लक्षात ठेवा c हे ओमेगा स्केअरच्या समतुल्य आहे म्हणून गती आहे

$x(t)$ हे $c \cos(\omega t)$ च्या वर्गमूळाच्या काही स्थिरांक a कोसाइन आणि $c \sin(\omega t)$ च्या वर्गमूळाच्या काही स्थिर b sine च्या बरोबरीचे होणार आहे ठीक आहे हे मी गणितीयदृष्ट्या पुढे विकसित करेन पण हे समीकरण कुठे $d^2 x / dt^2 = -\omega^2 x$ ने कसे आहे हे मी तुम्हाला प्रेरित करत आहे स्केअर जो विस्थापनाचा दुसरा व्युत्पन्न आहे किंवा प्रवेग ऋण आहे तो विस्थापनाच्याच प्रमाणात नकारात्मक चिन्हासह आहे मला एक गती मिळेल जी साधी हार्मोनिक आहे याचा अर्थ काय आहे कारण बल वस्तुमान वेळा प्रवेग बरोबर आहे याचा अर्थ जर बल कणावरील वजा विस्थापनाच्या प्रमाणात आहे जेथे वजा चिन्ह म्हणजे आपण लिहूया हे स्पष्टपणे वजा चिन्ह देखील दर्शवते की बल विस्थापनाच्या विरुद्ध दिशेने आहे. जर कणावरील बल

वजा विस्थापनाच्या वजा प्रमाणात असेल तर वजा चिन्ह म्हणजे विस्थापनाच्या विरुद्ध दिशेने असलेल्या बलांचा अर्थ असा होतो की कणाची गती ही साधी हार्मोनिक गती असणार आहे आणि ती साधी हार्मोनिक गती करणार आहे म्हणून आम्ही एका वर्तुळात फिरत असलेल्या या कणाकडे आत्ताच पाहिले आहे आणि त्याद्वारे आम्ही शोधून काढले आहे की $x(t)$ किंवा $y(t)$ किंवा विस्थापन हे त्याचे व्युत्पन्न काय आहे आणि मग संपूर्ण युक्तिवाद भोवती फिरवून आम्ही फक्त असे म्हणत मागे गेलो की जर प्रवेग विस्थापनाच्या प्रमाणात असेल किंवा बल आनुपातिक विस्थापन पण उजवीकडे विरुद्ध दिशेने गती साधी हार्मोनिक असणार आहे ज्याचा योग्य अर्थ होतो कारण जर एखाद्या विशिष्ट बिंदूवर एखादा कण असेल तर तो उजवीकडे सरकल्यास समजा हे विस्थापन आहे जर बल विरुद्ध असेल तर ती दिशा परत येणार नाही उजवीकडे ती पुढे मागे जाणार नाही म्हणून बल या दिशेने असणे आवश्यक आहे.

आणि जर पी लेख डावीकडे विस्थापित केला जातो बल उजव्या दिशेकडे असणे आवश्यक आहे. ते पाहण्याचा एक भौतिक मार्ग आहे म्हणून ती एक साधी हार्मोनिक हालचाल उजवीकडे करते जेथे ते अगदी नियतकालिक मार्गाने पुढे जाते. विस्थापनाच्या विरुद्ध दिशेने जा आणि मी तुम्हाला साध्या हार्मोनिक मोशनचे व्हिज्युअलायझेशन कसे करायचे हे देखील दाखवले आहे. हे करण्यासाठी नेहमी एका वर्तुळात एकसमान हलणाऱ्या कणाचा विचार करा.

स्थिर कोनीय गतीने किंवा स्थिर गती रेषीय गतीने आणि हा घटक x अक्षावर किंवा y अक्षावर घ्या किंवा दोघांचे मिश्रण घ्या जे प्रत्यक्षात त्याचे दृश्यमान करण्याचा मार्ग आहे. नंतर मी पुन्हा या व्हिज्युअलायझेशनवर परत येईन आणि तुम्हाला फासर डायग्राम्स नावाचे काहीतरी शिकवीन जे जेव्हाही आपण अशा नियतकालिक गतीकडे पाहत असतो तेव्हा खूप मदत होते.

पण आता थोडेसे सोफ होऊ या गणितानुसार ठीक आहे आणि हे पुढे विकसित करा पण

त्याआधी मला आम्ही जे काही शिकलो त्याच्याशी संबंधित काही समस्या सोडवायच्या आहेत म्हणून मी तुम्हाला प्रश्न क्रमांक एक विचारणार आहे
खालील विभेदक समीकरणासाठी सामान्य उपाय काय आहे ठीक आहे मी
तुम्हाला एक समीकरण देत आहे जे d दोन x by dt चौरस आहे वजा दोन x
बरोबर आहे हे नेमके त्याच प्रकारचे समीकरण आहे जे आपण साध्या हार्मोनिक मोशनमध्ये शोधत होतो
हे नेमके अशा प्रकारचे समीकरण आहे जेथे प्रवेग विस्थापनाच्या विरुद्ध आहे आणि
म्हणून सामान्य समाधान आहे $x(t)$ असेल जे
दोन गुणिले t च्या वर्गमूळाच्या काही स्थिर कोसाइनच्या बरोबरीचे असेल आणि दोन t च्या वर्गमूळाच्या संगत
साइन टर्म sine सह संयोजन म्हणजे तुम्ही
दुसरा व्युत्पन्न घ्याल तर तुम्हाला हे नक्की मिळवायचे आहे जसे मी तुम्हाला आधी दाखवले आहे तसे आपण
दुसरे उदाहरण घेऊ या असे म्हणण्याची d दोन $y(t)$ ओव्हर dt स्केअर समान आहे वजा पाच $y(t)$ मी
 y वापरत आहे फक्त या गोष्टींवर जोर देण्यासाठी चिन्हे तुम्हाला मूलभूतपणे काय करायचे आहे ते पाहणे आहे
की विस्थापनाचे प्रतिनिधित्व करणारे
चिन्ह आणि स्वतःच विस्थापन दर्शवणारे चिन्ह यांच्यातील संबंध काय आहे हे पहा,
त्यामुळे या प्रकरणात पुन्हा तुम्हाला दिसेल
की प्रवेग विस्थापनाच्या विरुद्ध आहे कारण ते ऋण चिन्ह आणि
विस्थापनाचे प्रमाण म्हणून $y(t)$ पुन्हा मूळ पाच t चा काही स्थिर कोसाइन आणि मूळ पाच t चा
 b साइन असणार आहे हे सामान्य समाधान आहे तुम्ही ते स्वतःच तपासू शकता बरोबर जर
तुम्ही दुसरे व्युत्पन्न घेतले तर ते या समीकरणाचे समाधान करेल तर हे फक्त समीकरण पाहत आहे
जिथे एखाद्या प्रमाणाचे दुसरे व्युत्पन्न इतर काही
परिमाणांच्या संदर्भात योग्य त्या प्रमाणाशी समानुपातिक आहे ज्यापैकी मी दुसरा व्युत्पन्न घेत आहे
आणि काही स्थिर आहे मी तुम्हाला एक सामान्य प्रकार देखील देतो.

गोष्ट

समजा माझ्याकडे d दोन y वरील d x चौरस हे समीकरण आहे आणि हे वजा बरोबर आहे
काही स्थिर r म्हणू या $g(t) = ky$ जिथे k शून्य पेक्षा मोठा आहे तो उपाय काय आहे
जर मी ते बाजूला ठेवले तर तुम्हाला हे समीकरण दिसेल d दोन x प्रती dt स्केअर
सारखे आहे वजा म्हणा kx बरोबर आहे मी a चे दुसरे व्युत्पन्न घेत आहे येथे परिमाण
मी y ने दर्शवत आहे की दुसऱ्या परिमाणाच्या संदर्भात जेथे मी x ने दर्शवित आहे आणि
दुसरा व्युत्पन्न y च्याच प्रमाणात आहे.

त्याची अगदी तीच रचना आहे जी

आपण केली आहे ती x ने y आणि t ने x ने बदलली आहे .

याचे सामान्य समाधान y देखील असणार आहे

कारण x चे फंक्शन मूळ kx च्या काही स्थिर a कोसाइन आणि रूट kx च्या b sine च्या बरोबरीचे आहे म्हणून
तुम्हाला काय लक्षात ठेवावे लागेल ते म्हणजे समीकरणाची गणितीय संरचना जी मध्ये आहे या
प्रकरणाचा दुसरा व्युत्पन्न प्रमाण योग्य आहे काही इतर परिमाणांच्या संदर्भात
ते पहिल्या प्रमाणाच्याच प्रमाणात आहे मग गणितीय रचना तुम्हाला सांगते की
समाधान एक रेखीय संयोजन किंवा कोसाइन आणि साइन यांचे संयोजन असेल अटी बरोबर आहेत आणि जिथे
या तिन्ही उदाहरणांमध्ये a आणि b काही अज्ञात अज्ञात आहेत आता मला ते माहित नाहीत
त्या उपायातून कोणताही मार्ग नाही की आपण त्यांना अज्ञात शोधू शकतो परंतु ते स्थिर आहेत ते txy वर अवलंबून राहू शकत नाहीत ते
स्थिर आहेत स्थिरांक ठरवण्याचा मार्ग म्हणजे जर आपल्याला ही स्थिरांक ठरवायची असतील तर आपल्याला पुढील माहितीची
आवश्यकता आहे आणि ही दोन स्थिरांक a आणि b दोन स्थिरांक आहेत म्हणून मला ती निर्धारित करण्यासाठी दोन समीकरणांची
आवश्यकता

आहे म्हणून पुढील माहिती पुढील दोन माहितीच्या संदर्भात असावी.

असे

म्हणता येईल की ही माहिती क्रमांक एक विस्थापन आणि वेग t च्या समान असू शकते

कधी कधी आपण t समान 0 म्हणू या किंवा ते दोन वेगवेगळ्या वेळी विस्थापन असू शकते किंवा मला दोन माहितीची आवश्यकता
असलेली कोणतीही माहिती असू शकते

म्हणून आपण एक सामान्य उदाहरण सोडवूया म्हणून समजा माझ्याकडे हे समीकरण आहे d दोन x ओव्हर

dt स्केअर वजा ओमेगा स्केअर $x(t)$ समान आहे गोष्टी सोप्या ठेवण्यासाठी फक्त ओमेगा स्केअर लिहिला

आहे जेणेकरून $x(t)$ ओमेगा टीचा कोसाइन म्हणून दिला जाईल अधिक b साइन ओमेगा t म्हणून हे आहे

हे आहे मी a आणि b आणखी ठरवू शकत नाही आणि समजा आता मी तुम्हाला देतो की x

वेळी t बरोबर शून्य x शून्य आहे आणि dx द्वारे dt म्हणजे

t च्या बरोबरीच्या वेळी वेग आहे शून्य हे काही v शून्य आहे आता मी तुम्हाला दोन विशिष्ट माहिती दिली आहे

मग मी a आणि b कसे ठरवू शकतो ते x t बरोबर शून्य असेल

जर मी 0 च्या 0 अधिक b sine च्या कोसाइनला बदलले जे a आहे आणि हे x ० दिले आहे.

म्हणून मी आधीच ठरवले आहे की a काय होणार आहे.

त्याचप्रमाणे v t बरोबर 0 जे dx द्वारे d

t हे ओमेगा t चा ओमेगा टी प्लस ओमेगा b कोसाइन वजा ओमेगा ए साइन आहे.

0 च्या बरोबरीचे t म्हणजे ओमेगा b शिवाय काहीही होणार नाही आणि हे मला दिले गेले आहे

v ० आणि म्हणून b हे ओमेगा पेक्षा v ० आहे आता माझ्याकडे पूर्ण समाधान आहे आणि

म्हणून मी सर्वसाधारणपणे xt जात आहे ओमेगा टीचे x शून्य

कोसाइन अधिक v शून्य ओमेगा टीच्या ओमेगा साइनपेक्षा हे आहे जेथे विस्थापन आणि वेग झाले आहेत

t ला दिलेले शून्य x शून्य वेळेचे विस्थापन असते t शून्याच्या बरोबरीचे असते आणि v शून्य असते वेळी t शून्याच्या बरोबरीचा वेग असतो, चला उदाहरण सोडवू

या समीकरण d दोन x ओव्हर dt स्केअर

समीकरण शोधूया xt सह पंचवीस x समान शून्याच्या बरोबरीने तीन मीटर

आणि v बरोबर t शून्य बरोबर उणे दोन मीटर सेकंद व्युत्क्रम

त्यामुळे मला

x शून्य आणि v शून्य दिले गेले आहेत आणि मी लगेच लिहू शकतो की xt हे पाच t चा तीन कोसाइन होणार आहे

हे कसे मिळवायचे पाच कारण हे पंचवीस काहीच नाही पण ओमेगा स्केअर वजा २ ओव्हर ५

साईन 5 t चा 3 कोसाइन पाच t उणे शून्य पॉइंट चार साइन फाइव्ह t हा

उपाय आहे म्हणून तुम्ही पाहाल की माझ्याकडे त्या वेगळ्या सेकंदाचे सर्वसाधारण समाधान आहे ऑर्डर डिफरेंशियल

समीकरण जेथे समोर वजा चिन्ह आणि दुसरा क्रम व्युत्पन्न

स्वतःच विस्थापनाच्या प्रमाणात असल्याने माझ्याकडे पूर्ण समाधान आहे जर मी x आणि v मध्ये t निर्दिष्ट केले तर काही दिलेला वेळ

जो मी आता 0 आहे किंवा विस्थापन आहे दोन वेगवेगळ्या वेळी आणि याप्रमाणे ठीक

आहे या प्राथमिक प्रस्तावनेसह असा निष्कर्ष काढूया की विस्थापन वजा करण्याच्या प्रमाणात बल म्हणजे प्रवेग सूचित करते जे d दोन x बाय dt चौरस वजा काही

स्थिर cx असते आणि हे सर्व मिळून साध्या हार्मोनिक गतीकडे नेतो आणि त्याद्वारे आपण याचा अर्थ असा की विस्थापन x

t हे ओमेगा t च्या बेरीजचे कोसाइन असेल जिथे ओमेगा हे c उजव्या ओमेगा ने ठरवले जाईल

हे ओमेगा च्या c अधिक b साइन च्या वर्गाच्या बरोबरीचे आहे t आपण हे गणितीयरित्या कसे मिळवूया

तर आता चला हे थोडेसे प्रगत बाजूने होणार आहे हे विकसित करा

पण मला वाटते की तुम्हाला त्याचा आनंद होईल कारण आतापर्यंत तुम्ही असालच पाहिजे मी तुम्हाला फक्त युक्तिवाद देत आहे

की अशा प्रकारे उपाय निघतो परंतु जर तुम्हाला माहित असेल की ते कसे होते

ते बाहेर आले आहे मला फक्त एक गणिती विषयांतर वळण देऊ द्या ठीक आहे म्हणून

मला d दोन x dt स्केअर बरोबर उणे cxi दिले आहे मी

शून्य ओके पेक्षा c जास्त घेतो आहे

त्यामुळे या प्रकरणात मी d दोन आहे हे समीकरण करू शकतो x

द्वारे dt चौरस वजा बरोबर आहे cxi हे फॉर्मचे समाधान गृहीत धरेल इ कुठेतरी lambda ला उठवलेला

t आहे लॅम्बडा काही स्थिर t आहे म्हणून मी गृहीत धरत आहे की xt ला e rambda t असे लिहिले जाऊ शकते

आणि म्हणून dx over dt हा lambda e फॉर्म आहे lambda

td to x over dt चौकोन या स्वरूपाचे आहे lambda चौरस e वाढवलेला lambda t

पर्यायी या समीकरणात um म्हणून हे समीकरणात बदला आणि नंतर तुम्हाला lambda

स्केअर e वाढवलेला lambda t हे वजा c पट आहे

या दोन संज्ञा रद्द करा आणि मला लॅम्बडा इक्वल प्लस किंवा मायनस i रूट c मिळेल आणि

म्हणून सामान्य समाधान हे i रूट ct वर e वाढवलेले किंवा e

उणे i रूट ct वर वाढवलेले आहे आणि सर्वात सामान्य उपाय आहे या दोघांचे संयोजन

होणार आहे हे काही स्थिर असणार आहे a one e i root ct वर वाढवलेला आणि आणखी काही स्थिर b

one e वाढवून वजा i root ct ओके असेल तर xt हे i रूट पर्यंत वाढवलेले i फॉर्मचे आहे

ct plus b one e उणे i रूट c वर वाढवलेला t आणि तुम्ही शिकाल किंवा तुम्ही

आधीच शिकला नसेल तर i root ct किंवा काही स्थिरांक t म्हणजे

मूळ ct चा कोसाइन आणि रूट ct चा i sine शिवाय काही नाही, म्हणून जर मी दोन एकत्र केले तर मी

काही स्थिरांक म्हणून लिहू शकतो रूट ct संज्ञांचा कोसाइन अधिक काही इतर स्थिर b sine of root

ct जेथे तुम्ही काढू शकता a एक अधिक b एक आणि b हे काहीच नाही पण i गुणा a

एक वजा b वन म्हणून मी माझ्याकडे असलेले समाधान लिहू शकतो तुम्हाला समाधान मिळवण्याचा गणिती मार्ग दिल्याने

हे तुम्हाला काहीतरी मनोरंजक शिकवते.

जर c ऋण ठीक असेल तर याचा अर्थ

बल विस्थापनाच्या प्रमाणात आहे परंतु येथे कोणतेही वजा चिन्ह दिसत नाही येथे कोणतेही वजा चिन्ह दिसत नाही म्हणजे तुम्ही एखाद्या कणाचे विस्थापन एका विशिष्ट अंतराच्या बलावर केले तर त्याच दिशेने जर तुम्ही त्याच दिशेने नकारात्मक बाजूच्या शक्तीचे विस्थापन केले तर तुम्ही भौतिकशास्त्रानुसार आधीच पाहू शकता की कण त्या बिंदूपासून दूर पळून जाणार आहे.

त्या स्थितीत गणितीयदृष्ट्या ते

भिन्न समीकरण पाहू.

d दोन x बाय d t चौकोन असेल जो cx असेल जेथे c पुन्हा

सकारात्मक असेल हे वजा चिन्ह निघून जाईल आणि जर मी पुन्हा समाधान xt घेतले तर तो

λt वर उचलला तर तुम्हाला तो λ चौरस सापडेल c च्या बरोबरी आहे किंवा λc चे अधिक किंवा वजा वर्गमूळ

आहे आणि म्हणून सोल्यूशन xt हे फॉर्मचे असेल e वाढवून ct च्या वर्गमूळावर किंवा

e वाढवलेले ct च्या वजा वर्गमूळ असेल सामान्य समाधान xt असेल काही स्थिरांक a e

ct च्या वर्गमूळावर वाढवलेला अधिक b one e वाढवला ct च्या वजा वर्गमूळावर आणि तुम्ही पाहू शकता की t

वाढेल म्हणून t वाढेल प्रथम टर्म झपाट्याने वाढते आणि म्हणून कण फक्त

पळून जाणार आहे x आहे पुढे आणि पुढे वाढतच जाणार आहे जेणेकरून समोरचे वजा चिन्ह

हे खूप महत्वाचे आहे जे आपल्याला भौतिकशास्त्रानुसार समजते की जर f वजा विस्थापन उजवीकडे प्रमाण असेल आणि f विस्थापनाच्या प्रमाणात असेल तर

विस्थापन या प्रकरणात गती अगदी वेगळी आहे.

$ment$ असा आहे की या मार्गाने बल हे

विस्थापन या मार्गाने आहे बल हा दुसरा मार्ग आहे तर हे x हे f आहे या

मध्ये इतर बाबतीत बल विस्थापन या मार्गाने बल या मार्गाने पुढे आहे

त्यामुळे ते

विस्थापन जलद वाढवते तर विस्थापन हे दुसऱ्या बाजूचे बल देखील त्या बाजूने असते त्यामुळे

ते विस्थापन अधिक वाढवते आणि ते या वेगाने वाढणाऱ्या शब्दाने दाखवले जाते म्हणून

हे गणितीय विषयांतर आहे जे तुम्हाला सांगते की समाधान कसे होते आणि

ते वजा चिन्ह नसेल तर कसे उपाय म्हणजे दोलन होण्याऐवजी ते

वेगाने वाढत जाईल आणि कोणतीही दोलन हालचाल होणार नाही,

म्हणून या व्याख्यानात आपण आतापर्यंत जे शिकलो ते सारांशित करू या, आपण नवीन काय शिकलो ते म्हणजे जर

बल हे विस्थापन वजा समीकरणाच्या प्रमाणात असेल तर गतीचे स्वरूप d दोन x बाय dt चौरस

आहे वजा cx आणि या समीकरणाचे हे सामान्य समाधान xt या स्वरूपाचे

आहे मूळचा काही स्थिर कोसाइन ct अधिक काही इतर स्थिरांक

b मूळ cta आणि b चे काही अटीद्वारे निर्धारित केले जातात खरेतर या दोन अटी x असू शकतात आणि

वेग विशिष्ट वेळी वेग विस्थापन किंवा विशिष्ट वेळी दोन विस्थापन आणि

असेच जर बल विस्थापनाच्या प्रमाणात असेल तर म्हणजे

समोर d दोन x बाय dt चौकोन मध्ये कोणतेही वजा चिन्ह नाही cx हे cx पेक्षा शून्य c पेक्षा मोठे c लिहावे लागेल

आणि कण विस्थापित झाल्यावर दूर सरकतो म्हणून ही पहिली

गोष्ट ज्याला साधी हार्मोनिक गती म्हणतात त्याकडे घेऊन जाते

आता आम्ही हा प्रश्न विचारतो की तुम्ही

हे सर्व गणितीय यंत्र सेट केले आहे की साधी हार्मोनिक हालचाल कोठे किंवा कोणत्या सिस्टीममध्ये होते ती एक प्रश्न आणि दोन साध्या

हार्मोनिक मोशनबद्दल महत्वाचे काय आहे की आम्ही त्याकडे खूप लक्ष देत आहोत म्हणून मी पहिले उत्तर देईन प्रश्न

आणि मग आपण दुसऱ्याकडे जाऊ ज्या सिस्टीममध्ये साध्या हार्मोनिक मोशन

होतात हे आपण आधीच पाहिले आहे की कणावरील बल विस्थापनाच्या प्रमाणात आहे परंतु मी n त्याच्या विरुद्ध दिशेत

shm घडते म्हणून एक स्थान जेथे हे घडते ते स्प्रिंग मास सिस्टीम आहे कारण स्प्रिंग या 1 शून्याच्या पलीकडे पसरलेले असल्यास

नैसर्गिक लांबी किंवा

अनस्ट्रेचड लांबी 1 1 हूकच्या नियमानुसार स्प्रिंगमध्ये 1 शून्य असते हे आपल्याला माहित आहे विस्थापन

x नंतर ते लागू होणारे बल विस्थापनाच्या प्रमाणात असते आणि स्प्रिंग तुम्हाला मागे खेचते

दुसरीकडे जर स्प्रिंग जर अंतराने संकुचित केले असेल तर x हे बल पुन्हा kx असते आणि

हे सकारात्मक दिशेने असते म्हणून ते नेहमी त्याच्या विरुद्ध असते विस्थापन हा

हूक नियम आहे जिथे k ला स्प्रिंग कॉन्स्टंट म्हणून ओळखले जाते आणि त्याची परिमाणे न्यूटन प्रति मीटर आहेत ठीक आहे, जर मी ते

एका मीटरने विस्थापित केले तर

किती बल लागू होते ते विस्थापनाने भागलेले बल

तुम्हाला स्प्रिंग स्थिरांक देते

त्यामुळे स्प्रिंग वस्तुमान प्रणाली जर मी स्प्रिंग मास सिस्टीम घेतली तर आपण

आडव्या घर्षणरहित टेबलवर म्हणू या आणि इथे उजवीकडे वस्तुमान m ठेवूया आणि माझी

समन्वय प्रणाली अशी असू द्या की x बरोबर 0 आहे जेथे समतोल आहे m बिंदू आहे जेथे स्प्रिंगची नैसर्गिक ताण नसलेली लांबी असते जर मी हे वस्तुमान x ने विस्थापित केले तर वस्तुमानावरील बल उणे kx असेल आणि गतीचे समीकरण त्वरण d दोन $x \times dt$ चौरस या वजा kx च्या द्रव्यमान पट असेल हे गतीचे समीकरण आहे म्हणून स्प्रिंग मास सिस्टीममध्ये जिथे माझ्याकडे स्प्रिंग आहे आणि त्याला वस्तुमान जोडलेले आहे तो ताण नसलेली लांबी 10 आहे आणि मी माझे विस्थापन x पासून मोजतो या अनस्ट्रेस्ड लांबीच्या बरोबरीने x उजवीकडे विस्थापित केल्यास तो अनुभवतो डावीकडील बल जे f उणे kx च्या बरोबरीचे आहे किंवा दुसरीकडे जर मी स्प्रिंग x ने संकुचित केले तर उजवीकडे एक बल अनुभवतो त्यामुळे हे पुन्हा उणे kxx होणार आहे ऋण आहे

त्यामुळे f सकारात्मक होईल मी ते लिहिल्यास वजा kx म्हणून आणि गतीचे समीकरण $m d^2 x / dt^2$ चौरस वजा kx आहे किंवा $i m i$ ने भागले तर $d^2 x / dt^2$ वर्ग समान आहे वजा $k x / m$ हे अगदी समीकरण आहे जे आपण मांडले आहे साध्या हार्मोनिक मोटवर चर्चा करण्यासाठी आयन हे d दोन x बाय dt चौरस या स्वरूपाचे आहे वजा ओमेगा स्केअर x बरोबर आहे म्हणून मी ओमेगा स्केअर k ओव्हर m म्हणून ओळखले तर d दोन x बाय dt स्केअरचे समीकरण उणे ओमेगा स्केअर बरोबर आहे x हे d दोन x बाय dt स्केअर अधिक ओमेगा स्केअर x हे शून्य असे देखील लिहिले जाते आणि यावरून आपल्याला लगेच कळते की x t हा ओमेगा t चा कोसाइन आणि ओमेगा t च्या इतर काही स्थिर b साइन असणार आहे.

मी तुम्हाला जे दाखवले आहे ते स्प्रिंग मास सिस्टीममध्ये आहे जिथे स्प्रिंग हुकचा नियम पाळतो म्हणजे बल हे विस्थापनाच्या प्रमाणात असते.

तुम्हाला साथी हार्मोनिक गती मिळते त्यामुळे

जर स्प्रिंग मास सिस्टीममध्ये वस्तुमान विस्थापित असेल तर साथी हार्मोनिक हालचाल होणार आहे तर येथे एक स्प्रिंग आहे आणि हे वस्तुमान उजवीकडे आहे

x बरोबर शून्य द्रावण xt समान आहे ओमेगा t च्या कोसाइन अधिक ओमेगा t च्या b साइन

जेथे कोनीय वारंवारता ओमेगा k च्या वर्गमूळावर m वर

उजवीकडे k आहे स्प्रिंग स्थिरांक आणि m हे वस्तुमान o आहे f कण म्हणून ही हालचाल करण्यासाठी कणाला विस्थापित करावे लागेल काही हालचाल सुरू करावी लागेल म्हणून जर मी वस्तुमान खेचले आणि बरोबर सोडले तर मी हे केले तर मला ते चित्रात दाखवू द्या ही माझी समतोल स्थिती आहे 1

शून्य म्हणजे मी स्प्रिंगला काही अंतरावर x शून्याने इथून

इथपर्यंत पसरवून सोडून म्हणून मी याला या बिंदूपर्यंत खेचतो आणि सोडून देतो जेणेकरून v शून्य शून्य असेल तर

मग आपण आधी चर्चा केल्याप्रमाणे गती xt हे ओमेगा t चा x शून्य कोसाइन अधिक असणार आहे.

दुसरी संज्ञा 0 आहे मी तुम्हाला ते स्पष्टपणे दाखवतो म्हणून माझ्याकडे xt बरोबर

ओमेगा t प्लस b साइन ऑफ ओमेगा t x च्या कोसाइन शून्यावर a असेल

आणि ज्याला x शून्यावर v दिले जाते ते ओमेगा

टीचे वजा चिन्ह अधिक ओमेगा b कोसाइनसह ओमेगा ϵ साइन ओमेगा टी प्लस असेल आणि

ते शून्यावर टी समान असेल आणि टी बरोबर शून्य असेल ओमेगा टर्म आधीपासून शून्य कोसाइन ओमेगा टी

टर्म एक आहे आणि हे लगेच सूचित करते की b शून्य आणि t समान आहे तो उपायाकडे नेतो जो

एक शक्यता आहे दुसरी शक्यता आहे की मी ही स्प्रिंग मास सिस्टीम घेईन आणि त्याला एक हिट देईन

जेणेकरून जेव्हा ते शून्य बरोबर x शून्यावर होते तेव्हा त्याला सुरुवातीचा वेग v शून्य मिळाला

सकारात्मक दिशेने उजवीकडे म्हणा तर मग xt पासून कोसाइन ओमेगा t अधिक $b \sin \omega t$

आणि या स्थितीतून x at t बरोबर शून्य आहे शून्य आहे आणि v at t 0 आहे v

0 मी ओमेगा t च्या ओमेगा साइन वर xt बरोबर v 0 मिळवणार आहे

ते गतीचे वर्णन असणार आहे दोन्ही साध्या हार्मोनिक गती आहेत त्वरीत

काही उदाहरणे सोडवू या म्हणजे उदाहरण एक

दोन किलोचे वस्तुमान स्प्रिंग स्थिरांक k च्या स्प्रिंगला जोडलेले आहे 500 न्यूटन मीटर व्युत्क्रम ची वारंवारता किती असेल दोलन जर

वस्तुमान समतोल स्थितीतून विस्थापित केले जाते आणि सोडले जाते, तर तुम्हाला काय दिले जाते ते म्हणजे k 500 न्यूटन

मीटर उलटे वस्तुमान 2 kg आहे म्हणून कोनीय वारंवारता ओमेगा हे दुसरे काहीही नसून

k चे वर्गमूळ m वरील k आहे.

f_i चे वर्गमूळ v_e शंभर पेक्षा जास्त जे दोन पन्नास चे वर्गमूळ आहे

आणि ते 2500 चे पाच वर्गमूळ होणार आहे क्षमस्व 5 वर्गमूळ 10 रेडियन प्रति सेकंद

किंवा जर वारंवारता 2π पेक्षा जास्त ओमेगा आवश्यक असेल तर 5 वर्गमूळ असेल 10

भागिले 2 pi जे 2.

5 वर्गमूळ 10 प्रती pi हर्ट्झ किंवा प्रति सेकंद

हे वारंवारता उदाहरण आहे दोन पाच किलोचे वस्तुमान स्प्रिंगच्या स्प्रिंगला जोडलेले असते तेव्हा ते 400 न्यूटन प्रति मीटर द्वारे खेचले जाते तेव्हा ते समतोल स्थिती असते 0.

5 मीटर आणि घर्षणरहित क्षैतिज टेबलवर सोडले जाते वेळेचे कार्य म्हणून त्याचे विस्थापन काय असेल

त्यामुळे तुम्हाला जे दिले जाते ते घर्षणरहित क्षैतिज टेबलवर स्प्रिंग मास सिस्टम आहे

वस्तुमान 5 किलो आहे आणि स्प्रिंग स्थिरांक k 400 न्यूटन प्रति मीटर आहे

म्हणून तुम्हाला k बरोबर 400 न्यूटन प्रति मीटर द्रव्यमान 5 kg दिले जाते म्हणून ओमेगा हे

k चे वर्गमूळ m पेक्षा जास्त असेल जे 400 चे वर्गमूळ 5.

प्रति सेकंद ऐंशी रेडियनचे वर्गमूळ आहे जे

प्रति सेकंद पाच रेडियनचे चार वर्गमूळ आहे जनुक $\sin 4t$ हा काही स्थिर असणार

आहे $4 \cos 5t$ चा कोसाइन अधिक $b \sin 4 \cos 5t$ मात्र तुम्हाला जे दिले आहे ते असे आहे की ते

शून्य बिंदू पाच मीटरच्या अंतराने खेचले जाते आणि सोडले जाते म्हणजे $v \sin t$ शून्य म्हणजे

शून्य आहे म्हणून तुम्ही फक्त ते खेचले आणि सोडले .

त्यानंतरची हालचाल काय आहे म्हणून a

शून्य बिंदू पाच मीटर बाहेर येणार आहे.

कारण बाजूला मी तुम्हाला सांगेन x

शून्यावर शून्य आहे जो अधिक शून्य आहे दिलेला शून्य बिंदू पाच आणि x बिंदू जो dx द्वारे dt नाही

x बिंदू आहे चला v लिहू t बरोबर शून्य आहे वजा ओमेगा ए साइन ऑफ ओमेगा गुणा शून्य अधिक

ओमेगा गुणा शून्याचा ओमेगा बी कोसाइन आणि हे शून्य आहे ही संज्ञा शून्य आहे

म्हणून b शून्य म्हणून बाहेर पडते आणि म्हणून x हे वेळेचे कार्य म्हणून शून्य

बिंदू पाच कोसाइन चार मूळ पाच t च्या होणार आहे आपण साध्या हार्मोनिक मोशनबद्दल बोलत आहोत

आणि समीकरण x दुहेरी बिंदू समान आहे.

उणे ओमेगा स्केअर

x हे आम्ही दाखवले आहे की सोल्यूशन्स एक कोसाइन आहेत $\omega t + b \sin \omega t$ जेथे a आणि b स्थिर

आहे ते आम्ही आता दाखवू इच्छितो ते म्हणजे समाधान $x t$ बरोबर ओमेगा t प्लस phi च्या कोसाइन किंवा

समतुल्यपणे काही मोठेपणा a या स्वरूपात देखील लिहिले जाऊ शकते कारण हे a नाही मागील a प्रमाणेच आहे म्हणून हे

गोंधळात टाकू नये कदाचित मी फक्त ओमेगा टी मायनस फाईचा बार

कोसाइन किंवा ओमेगा टी प्लस फाई किंवा मायनस फाईचा काही बार साइन लिहावा म्हणून प्रथम गोष्ट तुम्ही तपासा जर तुम्हाला

हे दाखवायचे असेल की हे साध्या हार्मोनिक समीकरणाचे समाधान करते x डॉट टी हे वजा च्या बरोबरीचे होणार आहे

आपण पहिले फंक्शन प्रथम ओमेगा टी प्लस फाईचा बार ओमेगा साइन घेऊ आणि म्हणून

x डबल डॉट टी हा ओमेगा स्केअर ए वजा आहे.

ओमेगा टी प्लस फाई चा bar कोसाइन जो तंतोतंत उणे

ओमेगा स्केअर x आहे

त्यामुळे ते समीकरण अधिक मनोरंजक आहे मात्र हे बार

आणि फाई अ आणि b स्थिरांकांशी कसे संबंधित आहेत हे पाहणे म्हणजे $x t$ समान कोसाइन हे समाधान पाहूया

ओमेगा टी प्लस बी साइन ऑफ ओमेगा टी आणि ले

चौरस अधिक b वर्गाने गुणाकार केल्याप्रमाणे हे थोडेसे वेगळ्या पद्धतीने लिहू आणि कंसात मी

ओमेगा टी अधिक b वर्गाच्या वर्गाचे ओव्हर

स्केअर रूट अधिक b स्केअर कोसाइन लिहिणार आहे.

ओमेगा टी आता लक्षात आले आहे की एका वर्गाचे अधिक वर्गमूळ

अधिक b चौरस हे नेहमी एकापेक्षा कमी असते आणि त्याचप्रमाणे b वर्गाच्या वर्गमूळावर अधिक

b चौरस नेहमी एकापेक्षा कमी असतो.

स्केअर हे एक वजा एक ओव्हर स्केअर रूट च्या स्केअर रूटच्या बरोबरीचे आहे आणि

b स्केअर स्केअर हे तुम्ही अगदी सहज तपासू शकता म्हणून मी फाईचा कोसाइन

एक ओव्हर स्केअर रूट अधिक b स्केअर आणि फाईचा साइन b च्या बरोबरीने लिहू शकतो ओव्हर

स्केअर रूट अधिक b स्केअर आणि म्हणून $x t$ हे

स्केअर अधिक b स्केअर कॉस

च्या स्केअर रूट बरोबर आहे माझ्याकडे काय आहे

ते ओमेगा टी मायनस फीचे कोसाइन तुम्हाला दाखवले आहे की $x t$

हे ओमेगा टी वजा phi च्या बार कोसाइनची बेरीज म्हणून लिहिले जाऊ शकते जेथे बार हे चौरसाचे वर्गमूळ

अधिक b चौरस कोसाइन फाय चे वर्गमूळ अधिक b

वर्ग किंवा समतुल्य एक ओव्हर अ बार phi ची sine is equal to b over a bar

phi ची स्पष्टरिषा b ओव्हर a च्या बरोबर आहे म्हणून आम्ही दाखवले आहे की सोल्यूशन बार कोसाइन ओमेगा t वजा phi या फॉर्मचे लिहिता येते मी phi बरोबरीचा कोसाइन a ओव्हर a घेतला असता बार आणि फाईचा साइन एका पट्टीवर उणे b असेल आणि नंतर समाधान हे ओमेगा टी प्लस फाईच्या बार कोसाइनच्या बरोबरीचे xt झाले असते, म्हणून मी माझे साइन आणि कोसाइन कसे निवडतो आणि ती चिन्हे मी सहज पाहू शकतो की समाधान करू शकते इच्छित फॉर्ममध्ये लिहावे phi हा मोशनचा प्रारंभिक टप्पा म्हणून ओळखला जातो कारण तो खरोखरच विस्थापन

आणि वेगाशी संबंधित आहे आणि प्रत्येक गोष्ट d च्या बरोबरीने शून्य असते मला दाखवू द्या की जर मी समाधान घेतले तर xt एक पट्टी असेल omega t plus phi चा cosine नंतर x शून्यावर काहीच नाही bu फाईचा टा बार कोसाइन आणि शून्यावर x डॉट हे शून्यावर ओमेगा टी प्लस फाईचे मायनस ओमेगा टी प्लस फाईचे साइन आहे जे फाईचे मायनस ओमेगा ए बार साइन आहे

त्यामुळे वेग आणि विस्थापन

हे z टाइम t समान आहे शून्य ते अॅम्प्लिट्यूड एक बार आणि प्रारंभिक

फेज फाईशी संबंधित आहेत म्हणून सोप्या हार्मोनिक मोशन दुसऱ्या समस्येसाठी उपाय लिहिण्याचा आणखी एक मार्ग आहे

मी यामध्ये दोन स्प्रिंगचा समावेश करणार आहे ज्यामध्ये वस्तुमान जोडलेले आहे त्यामुळे

समस्या असे म्हणते की जर आपण दोन एकसारखे स्प्रिंग आहेत आणि त्यांना खालील दोन कॉन्फिगरेशनमध्ये एक वस्तुमान m जोडतो, त्यामुळे एका बाबतीत मी स्प्रिंग एक जोडतो मग स्प्रिंग

दोन आणि वस्तुमान m दुसऱ्या बाबतीत मी दोन स्प्रिंगस समांतर जोडतो आणि वस्तुमान m आढळतो हे एक हे दोन आहे आणि आम्ही म्हणतो

की दोन प्रकरणांमध्ये वस्तुमान m च्या दोलनाची वारंवारता शोधा.

मी हा स्प्रिंग उभ्या किंवा क्षैतिज ठेवतो की नाही हे लक्षात ठेवा याने

खरोखर काही फरक पडत नाही म्हणून जेव्हा एक स्प्रिंग आणि दुसरा स्प्रिंग

या वस्तुमानाशी जोडलेला असतो तेव्हा आपण पहिली केस घेऊ.

सर्व आम्हाला हे वस्तुमान x प्रमाणात विस्थापित करायचे आहे आणि त्यावर पुनर्संचयित शक्ती किती आहे

हे शोधून काढायचे आहे दोन स्प्रिंगमुळे स्प्रिंग्स वस्तुमानहीन आहेत, म्हणून

जेव्हा मी हे ताणले तेव्हा काय होते ते पाहू या पहिला स्प्रिंग

एका ने ताणला जातो.

स्प्रिंगच्या या शेवटी y रक्कम आहे हे वस्तुमान

सुरुवातीच्या स्थितीतून x ने हलवले गेले आहे आणि म्हणून दुसऱ्या स्प्रिंगमध्ये ताण x उणे y ठीक आहे म्हणून स्प्रिंग

x उणे y ने ताणला जातो आता आपण वरील बल पाहूया दुसरा स्प्रिंग दुसरा स्प्रिंग x उणे y ने ताणला गेला आहे आणि या बाजूचे बल

पहिल्या स्प्रिंगमुळे y ने ताणले आहे ky आणि यावरील बल कारण तो

फक्त x उणे y ने ताणला गेला आहे तो kx आहे वजा y आता स्प्रिंग वस्तुमान नसल्यामुळे त्यावरील निव्वळ बल शून्य असणे

आवश्यक आहे जर ते स्ट्रिंग नसेल तर त्याला

अनंत प्रवेग लागेल आणि याचा अर्थ असा होतो की ky समान आहे kx

उणे y किंवा y बरोबर x दोन म्हणजे आता आम्हाला आढळले आहे की हे दोन समान spr

जर वस्तुमानाचे संपूर्ण विस्थापन x असेल आणि प्रत्येक स्प्रिंग x दोन ने स्ट्रेच केले असेल तर इंगळे ताणले जातात, तर हे x असल्यास

आपण हे पुन्हा करूया हे x ने दोन ने वाढले आहे आणि हे x ने दोन ने

स्ट्रेच केले आहे

त्यामुळे वस्तुमानावरील बल जे फक्त दुसऱ्या

स्प्रिंगमुळे असेल kx बाय 2 आणि म्हणून mx दुहेरी बिंदू असेल कारण x हे वस्तुमानाचे विस्थापन

म्हणजे उणे kx बाय 2 किंवा x दुहेरी बिंदू असेल दोन mx वर उणे k समान आहे

आणि म्हणून या केसमध्ये ओमेगा स्केअर k दोन m पेक्षा जास्त k असेल किंवा ओमेगा

हे k पेक्षा जास्त m एक ओव्हर रूट दोन चे स्केअर रूट असेल म्हणून या केसमध्ये वारंवारता

जर दोन समान स्प्रिंग्स असतील तर एका स्प्रिंगच्या तुलनेत मालिकेत जोडलेले

एक ओव्हर रूट दोन या घटकाने कमी केले जाते दुसऱ्या केसमध्ये दोन स्प्रिंग्स एकत्र जोडलेले

असतात म्हणून जर वस्तुमान x ने विस्थापित केले तर प्रत्येक स्प्रिंग x ने ताणला जातो आणि

म्हणून लागू होतो a बल kx

so f net in t त्याची केस दोन kx असणार आहे आणि

म्हणून x दुहेरी बिंदू किंवा mx दुहेरी बिंदू आहे उणे दोन kx किंवा x दुहेरी बिंदू

mx वर उणे दोन k च्या बरोबरीचा आहे आणि म्हणून ओमेगा हे m किंवा वर्गमूळावर 2 k चे

वर्गमूळ आहे 2 वर्गमूळ k वर m

त्यामुळे या प्रकरणात ओमेगा

एका स्प्रिंगच्या तुलनेत रूट दोनच्या एका घटकाने वर जातो म्हणून मी फक्त साध्या हार्मोनिक मोशनची भौतिक प्राप्ती सारांशित करतो योग्य एक

शक्यता आहे ज्याची आपण चर्चा केली आहे ती स्प्रिंग मास सिस्टम आहे जेथे स्प्रिंग हुकच्या नियमाचे पालन करते ते सर्व बरोबर आहे म्हणजे फोर्स f_x हे उणे kx च्या बरोबरीचे असते त्या बाबतीत दोलनाची वारंवारता ओमेगा k च्या वर्गमूळ द्वारे m द्वारे दिली जाते आणि सामान्य विस्थापन $x(t)$ हे k च्या वर्गमूळाच्या mt वर कोसाइन असते plus b sine of k च्या वर्गमूळावर mt you

Prutor@MITK