

आज आपण आणखी एक महत्त्वाची संकल्पना आहे जी निश्चित अक्षांवरील रोटेशनच्या संदर्भात संबोधित करणे आवश्यक आहे ती म्हणजे कोनीय संवेग , म्हणून आपण आजचा विषय हा कोनीय संवेग निश्चित अक्षांबद्दलच्या रोटेशनच्या बाबतीत असेल तर काय आहेत आज आपण ज्या विविध गोष्टींचा अभ्यास करण्याचा प्रस्ताव देतो आम्ही प्रथम ऑर्बिटल कोनीय संवेग कोनीय संवेगासाठी अभिव्यक्तीकडे पोहोचू हे एका सममितीय शरीरासाठी आहे जे एका स्थिर अक्षाभोवती फिरत आहे मग आपण पाहू की कोनीय संवेगाच्या संरक्षणाचे सिद्धांत कसे दिसते आणि आपण काही उदाहरणे विचारात घेऊ मग तिसरी गोष्ट म्हणजे रोटेशन रोलिंग आणि स्लीपिंग या विविध प्रकारच्या हालचाली आहेत कठोर शरीरासाठी आपण आपले लक्ष रोटेशन आणि स्लीपिंगसाठी रोलिंगवर केंद्रित करू कदाचित आपण नंतर थोडा वेळ घालवू आणि आपण एक उदाहरण विचारात घेऊ आम्ही असे करण्याचा प्रस्ताव देतो म्हणून माझ्याकडे येथे आकृती आहे आणि एक कठोर शरीर अशा प्रकारचे आकृती फिरवत आहे जे आम्ही पाहिले आहे आणि हे आहे मध्यभागी हे त्रिज्या वेक्टर आहे हे योग्य उत्पत्तीच्या संदर्भात आहे, हा बिंदू  $p$   $o$   $p$  वेक्टर आहे ज्याला आपण स्थान वेक्टर म्हणतो ठीक आहे आणि कण असा गोल फिरत आहे म्हणून मी ते याद्वारे सूचित करू शकतो बाण हा  $z$  अक्ष आहे माझ्याकडे  $x$  अक्ष येथे  $xyz$  आहे ठीक आहे म्हणून  $um$   $omega$  हा कोनीय वेग आहे मी सांगू आणि नंतर  $m$  हे कणाचे वस्तुमान आहे आणि मग येथे आपण दोन गोष्टी सांगूया एक म्हणजे रेखीय वेग  $vm$  आहे कणाचे वस्तुमान रेखीय वेग ठीक आहे आणि कोनीय हा कोनीय वेग सदिश देखील मला सूचित करणे आवश्यक आहे हे सदिश वर्तुळाला स्पर्शिक आहे म्हणून ते आकृतीमध्ये असे दिसत असले तरीही ते अनुलंब वरच्या दिशेने नाही उह आता शरीर फिरत आहे म्हणून नाही याला ओमेगाचा कोनीय वेग आहे आणि मला येथे एक वेक्टर काढणे आवश्यक आहे जो ओमेगा वेक्टर आहे आणि हे आहे हे दोन वेक्टर प्रत्यक्षात समांतर आहेत हे आपण आकृतीमध्ये कोणते स्पष्ट नाही ते पाहूया म्हणून आपण कोनीयाचा अभ्यास करू स्थिर अक्षाभोवती फिरण्याच्या विशेष केसमध्ये संवेग म्हणजे सामान्य अभिव्यक्ती म्हणजे सामान्य अभिव्यक्ती एका कणासाठी उपयुक्त आहे  $r$   $p$  ने ओलांडली आहे किंवा  $p$  ने ओलांडली आहे म्हणून माझ्याकडे  $r$  समान आहे  $op$  या प्रकरणात  $r$  समान आहे **vector** जो  $op$  **vector** च्या बरोबरीचा आहे तो  $oc$  plus  $cp$   $oc$  plus  $cp$  आहे आणि जेथे  $p$  समान आहे तो संवेग वेक्टर म्हणजे  $m$  गुणा आहे वेग सदिश रेखीय वेग या गोष्टी अगदी प्रमाणित आहेत ठीक आहे आता मी  $l$  कोनीय संवेग मोजू सदिश हा  $r$  आहे  $oc$  अधिक  $cp$  याला  $m$  गुणा  $vi$  सह क्रॉस दाखवणे आवश्यक आहे क्षमस्व हे  $oc$  बरोबर आहे  $m$  गुणा  $v$  सह  $cp$  ओलांडले  $m$  गुणा  $v$  सह क्रॉस उत्पादन वितरणात्मक आहे हे लक्षात ठेवा आणि आता  $cp$  ला एक नाव मिळाले आहे. याला  $r$  लंब म्हणतात हे आपण आधीच्या व्याख्यानात पाहिले आहे

त्यामुळे  $v$  हे  $v$  चे मूल्य असेल रेषेचा वेग असेल इथे  $r$  लंब असेल ओमेगा म्हणून मी आता लिहू शकतो  $l$  समान आहे  $oc$  सह ओलांडलेला  $m$   $omega$   $mv$  क्षमस्व अधिक plus  $cps$  लंब आहेत लंब आहेत वर्ग आहेत मग माझ्याकडे  $m$  आहे मग ओमेगा कोणती दिशा आहे ती  $k$  दिशा आपल्याला याच्या बाजूने वेक्टर  $k$  आवश्यक आहे म्हणून माझ्याकडे इथे हे समान आहे मी हे लिहीन कारण ही  $z$  साठी अभिव्यक्ती आहे कोनीय संवेगाचा घटक म्हणून मी हे  $l$  असे लिहीन  $l$  sub  $z$  अधिक  $oc$  times  $mv$  now  $lz$  स्थिर अक्षाच्या समांतर आहे आता ही दिशा  $k$  ही दिशा उजव्या हाताच्या नियमावरून मिळवता येते तसेच आपण ते कसे मिळवू शकतो आता आपल्याकडे  $lz$   $um$   $l$  हे महत्त्वाचे आहे की ते समांतर  $um$  एलिझाबेथ स्थिर अक्ष  $k$  ला समांतर आहे परंतु आपण असे म्हणू शकत नाही की  $l$  स्वतः  $z$ -अक्षाच्या समांतर आहे मी असे म्हणू शकत नाही की हे सदिशाच्या समांतर आहे की हे बरोबर नाही हे बरोबर आहे हे चुकीचे आहे ठीक आहे सर्वसाधारणपणे ऑब्जेक्ट कोनीय संवेग रोटेशनच्या अक्षाच्या बाजूने नाही  $l$  आणि ओमेगा सामान्यतः समांतर असणे आवश्यक नाही  $l$  आणि ओमेगा समांतर असणे आवश्यक नाही परंतु ज्या बाबतीत  $z$  भोवती फिरणाऱ्या वस्तूचे केस- सममितीय बॉडीसाठी अक्ष दोन  $l$  आणि ओमेगा आता समांतर आहेत आता आपण एकूण कोणीय संवेग काय आहे याची गणना करू हे संपूर्ण शरीर अनेक वस्तुमानांनी बनलेले आहे म्हणून एकूण कोणीय संवेग ही सर्व कोनीय संवेगांची बेरीज आहे कारण कोनीय संवेग हे एक वेक्टर परिमाण आहे.  $i$  सर्व कणांशी संबंधित आहे म्हणून हे  $liz$  आहे सर्व कणांचे  $z$  घटक आणि बेरीज  $oci$  ओलांडून  $m$  गुणा  $v$  हार्डप हे सरळ सामान्यीकरण आहे आता आपण या परिमाणाला म्हणतो  $ls$   $lz$  ही सर्व  $z$  घटकांची एकत्रित बेरीज आहे ही संज्ञा अधिक दुसरी संज्ञा  $l$  लंब आहे ही संज्ञा आहे म्हणून  $l$  लंब हे इतर इतर परिमाण आहे जे  $n$  वर्तुळ आहे तर मी हे लिहूया  $lz$  सदिश  $lz$  हे बेरीज  $lz$  वर  $lz$  हे  $rmi$  वर बेरीज किंवा लंब  $i$  वर्गाच्या समान आहे ओमेगा के ओमेगा प्रत्येक बिंदूवर प्रत्येक बिंदूवर वस्तुमानावर सर्वासाठी समान आहे म्हणून ओमेगा बाहेर काढला जाऊ शकतो म्हणून  $lz$  हे प्रमाण किती आहे हे मोमेन आहे जडत्वाचा  $t$  हा परिभ्रमणाच्या या विशिष्ट अक्षांबद्दल शरीराच्या जडत्वाचा क्षण आहे हा  $r$  लंब आहे मी येथे सूचित करतो हा  $r$  लंब आहे या विशिष्ट बिंदूवर एक वस्तुमान  $mi$  आहे आणि येथून लंब अंतर आहे  $c$  पासून अंतर आहे किंवा लंब बरोबर आहे म्हणून हे  $i$   $omega$  times  $k$  आहे

त्यामुळे हे समीकरण काहीतरी आहे आपल्या मनात घंटा वाजली पाहिजे हे असे काहीतरी आहे मी ते लिहीन  $p$  is equal to  $mv$  is equal to  $mv$  केस रेखीय गतीची

त्यामुळे सममितीय कठोर शरीराच्या बाबतीत काय होते ते प्रत्येकासाठी सममितीय कठोर शरीरासाठी प्रत्येक  $uh$   $oci$  साठी प्रत्येक  $oci$  साठी दिलेल्या  $oci$  प्रत्येक कणासाठी ज्याचा वेग असतो  $v$   $i$  वेग असणारा आणखी एक कण असतो वजा  $vi$  जर ते सममितीय शरीर असेल तर हे  $oc$  दिलेले असेल तर या दिशेने वेग असेल तर आणखी एक कण असेल जो वेग वजा  $vi$  च्या समान अंतरावर डायमेट्रिकली विरुद्ध असेल. म्हणून हे दोन घटक रद्द होतील म्हणून तुमच्याकडे  $l$  लंब शून्या बरोबर शिल्लक आहे म्हणून आपल्याकडे सममिती अक्षाभोवती फिरणाऱ्या सममितीय कठोर शरीरासाठी आहे  $lz$  समान  $i$   $omega$  times  $k$  आहे त्यामुळे रोटेशनचा अक्ष देखील समान आहे ओमेगाची दिशा आता ज्या वस्तूच्या परिभ्रमणाच्या अक्षांबद्दल सममितीय नसतात  $l$   $l$  समान नाही हे तुम्ही लक्षात ठेवले पाहिजे आणि अशा परिस्थितीत रोटेशनच्या अक्षाच्या बाजूने पडू नये म्हणून आम्ही काही उदाहरणांचा विचार करू. चला असे म्हणूया की माझ्याकडे एक वर्तुळाकार डिस्क आहे माझ्याकडे वर्तुळाकार डिस्क आहे ती एक वर्तुळाकार डिस्क आहे ही रोटेशनची अक्ष आहे ही रोटेशनची अक्ष आहे हे  $z$  ओमेगा आहे आणि त्याची त्रिज्या सध्या आहे मला ऑब्जेक्ट काय आहे ते लिहायचे आहे कोनीय संवेग सदिश कोनीय संवेग वेक्टर समान आहे होय हा सममितीय शरीर आहे हा अक्ष देखील सममितीय सममिती अक्ष आहे म्हणून  $l$  काही नाही पण मी ओमेगा वेळा के ठीक आहे आता गोलाकाराच्या जडत्वाचा क्षण काय आहे डिस्क काल आपण  $m$

आर 2 ने स्केअर केलेला पाहिला होता आणि कोनीय वेग हा ओमेगा या वेळा एकक व्हेक्टर आहे जो z दिशेच्या बाजूने आहे आता मी थोडी वेगळी समस्या करू शकतो उदाहरण एक येथे हे उदाहरण दोन आहे मी काय करू पूर्वीच्या समस्येत मी काय केले ते म्हणजे आपण z अक्ष शरीराच्या सममिती अक्षाशी जुळवून घेतले आहे खरेतर समजा z अक्ष बाहेर आहे आणि आपली स्थिती समान आहे, सर्व काही समान आहे ते ओमेगासह फिरत आहे आणि हे दोन अक्ष आहेत समांतर हे दोन अक्ष समांतर आहेत मग पुन्हा 1 सममिती अक्षाभोवती फिरत असलेला हा सममितीय कठोर शरीर आता बरोबर असेल म्हणून त्याचा कोनीय संवेग i ओमेगा टाइम्स k ने दिलेला आहे पण फक्त गोष्ट वेगळी आहे की सममिती अक्षाबद्दल जडत्वाचा क्षण आहे mr चा वर्ग 2 ने केला आहे परंतु आम्ही याच्या संदर्भात गणना करत आहोत म्हणून आम्हाला z अक्षाच्या सममितीबद्दल जडत्वाचा क्षण जाणून घ्यायचा आहे म्हणून हा md वर्ग आहे याला आपण म्हणतो हे समांतर अक्ष प्रमेय म्हणून हे समांतर अक्ष प्रमेय आहे हे मी समांतर अक्ष प्रमेय म्हणून सूचित केले आहे या वेळी ओमेगा गुणा k ही मागणी आहे म्हणून आम्हाला या वस्तूच्या जडत्वाचा क्षण मिळाला आहे आम्ही पुढे जाण्यापूर्वी काही टिप्पण्या करू जेणेकरून 1 समान आहे आय ओमेगा वेळा k आता काय आहे d1 बरोबर dt d1 dt बरोबर i d ओमेगा d d d गुणा k आहे हे d ओमेगा बाय dt अल्फा आहे म्हणून i alpha times k ग्रेट वेक्टर i अल्फा अभ्यास आम्ही पाहिले काही नाही पण टॉर्क ठीक आहे म्हणून आता आपण गणना करतो कारण 1 lz बरोबर 1 लंब 1 1 d dt ने d1z बरोबर tau गुणिले k आणि d1 लंब dt बरोबर शून्य आहे आता हे तत्त्व तयार करते कोनीय संवेगाचे संवर्धन हे कोनीय संवेग विहिरीच्या संवर्धनाचे सिद्धांत आहे. हे सामान्यतः pc आहे असे काही निरीक्षण आहे की एखाद्या प्रणालीचा एकूण कोणीय संवेग स्थिर असतो जर प्रणालीवर परिणामकारक बाह्य टॉर्क शून्य असेल तर एकूण कोणीय संवेग सिस्टीमची सिस्टीम दुसऱ्या शब्दांत स्थिर असते जर सिस्टीम सिस्टीमवर परिणामकारक बाह्य टॉर्क शून्य असेल तर आता आम्ही सममितीय कठोर बॉडीजच्या संदर्भात विचार करत आहोत म्हणून आमच्याकडे कोनीय संवेग प्रारंभिक कोनीय संवेग अंतिम कोणीय संवेग सारखाच असतो times wf is equal to constant हे कोनीय संवेग संवर्धनासाठी एक प्रकारचे विधान आहे ठीक आहे आता हे कोणीय संवेग संवर्धन त्याच्यासारखेच आहे पुन्हा घंटा वाजली पाहिजे रेखीय संवेगाच्या संवर्धनाचे सिद्धांत फक्त तुलना करण्याच्या हेतूने रेखीय गतीचे केस मी सूचित करत आहे की आम्ही याचे उदाहरण देऊ आम्ही एक समस्या करू किंवा चित्रण आता म्हणा की माझी एक परिस्थिती आहे अशी आहे माझ्याकडे एक सिलिंडर आहे माझ्याकडे सिलिंडर आहे हा सिलिंडरचा अक्ष आहे सिलिंडरचा अक्ष आहे ठीक आहे हा सिलिंडरचा क्षैतिज अक्ष अक्ष आहे हा क्षैतिज आहे हा क्षैतिज आहे उह तेथे एक वस्तुमान आहे एक गोळी आहे जी येते आणि त्यावर आदळते ally मी ज्या पद्धतीने सूचित केले आहे ते असे दिसते आहे की हे एक सामान्य आहे हे m आणि v काही ठीक नाही त्यामुळे बुलेटची दिशा उह वर आदळते बुलेटची दिशा त्याच्या क्षैतिज अक्षाला लंब आहे याचा अर्थ एका विशिष्ट अंतरावर या दरम्यानचे अंतर सांगूया हे दोन म्हणजे d अक्षापासून एका विशिष्ट अंतरावर बुलेट सिलेंडरला आदळते आणि r ही सिलेंडरची त्रिज्या आहे त्यामुळे मला असे म्हणायचे आहे की ही गतीची रेषा आहे ज्या बुलेटला ती लंब आहे. सिलिंडरचा अक्ष जरी आकृतीमध्ये तसा नसला तरीही मी हे लिहित आहे ठीक आहे आता आपण विविध गोष्टी मोजल्या जाऊ शकतात किमान आपण प्रक्षेपणाने आघात केल्यानंतर आणि एम्बेड झाल्यानंतर सिस्टमच्या कोनीय गतीची गणना करू शकतो सिलिंडर सुरुवातीला सिलेंडर विभ्रंतीवर असतो गोळी सिलिंडरला आदळल्यानंतर संपूर्ण सिस्टीम फिरायला सुरुवात होते आपण संपूर्ण सिस्टीमचा कोनीय वेग मोजू शकतो त्यामुळे येथे आपण संरक्षणाचे तत्व लागू करू शकतो कोनीय संवेगाचे आयन कारण टक्कर होण्यापूर्वी कोणतेही बाह्य टॉर्क नसतात त्यामुळे टक्कर होण्यापूर्वी टक्कर होण्यापूर्वी फक्त बुलेटला टक्कर होण्याआधी फक्त एकच बुलेट फिरत असते आणि टक्कर होण्यापूर्वी अक्षाच्या संदर्भात कोनीय संवेग असतो फक्त बुलेट एकट्यालाच सिलेंडरच्या अक्षाच्या संदर्भात कोनीय संवेग आहे आणि त्याचे मूल्य संवेग होय आणि उह कोनीय संवेग 1 आहे 1 त्यामध्ये m आहे v नाही d मध्ये नाही ठीक आहे mv नाही तो संवेग आहे जो अंतराकडे आहे आता तो ठीक आहे त्यानंतर टक्कर झाल्यानंतर टक्कर झाल्यानंतर त्याचा कोनीय संवेग काय आहे त्याचा कोनीय संवेग म्हणजे i गुणा ओमेगा एकूण कोणीय i गुणा ओमेगा काय आहे i ते i काहीही नसून घन सिलेंडरचा i प्लस i आहे कारण तो प्रक्षेपणाला प्रक्षेपित झाला आहे सिलिंडरवर स्वतःच एम्बेड केले. यावेळी ओमेगा ठीक आहे त्याला लि 1 फायनल म्हणून संबोधले जाईल म्हणून आता आपण याची बरोबरी करू शकतो म्हणून मी दोन घनानी श्री वर्ग केला आहे सिलेंडर मिस्टर स्केअर बाय दोन आहे जडत्वाचा क्षण आहे अधिक ते पृष्ठभागावर एम्बेड केल्यानंतर बुलेटचे वस्तुमान m आहे जसे आपण म्हटल्याप्रमाणे ते r चे अंतर आहे ते पृष्ठभागावर एम्बेड केले आहे mr स्केअर गुणा ओमेगा हे समान आहे प्रारंभिक कोनीय संवेग प्रारंभिक कोनीय संवेग m मध्ये v नॉट इन d आहे जो फक्त बुलेटशी संबंधित आहे म्हणून याचा अर्थ असा होतो की ओमेगा समान आहे mv नॉट डी भागिले mr स्केअर 2 अधिक लिटल mr स्केअर खरं तर ही अभिव्यक्ती वापरली जाऊ शकते बुलेटचा वेग शोधण्यासाठी कारण बुलेट खूप वेगाने फिरते म्हणून एकदा तुम्ही ही बुलेट सिलेंडरवर आदळली की ती पृष्ठभागावर एम्बेड केली जाते जी पृष्ठभागावर एम्बेड केली जाणे आवश्यक आहे. नंतर आम्ही ओमेगा मोजू शकतो. v चे मूल्य मोजू शकत नाही ठीक आहे, आम्ही आणखी एक उदाहरण विचारात घेऊ. अहो परिस्थिती अशी आहे की माझ्याकडे एक वर्तुळाकार डिस्क आहे ठीक आहे या वर्तुळाकार डिस्कला एक अक्ष आहे आणि ती ध्रुवीकृत आहे म्हणून डिस्क c या अक्षाभोवती फिरू शकतो या दोन्ही बाजूंनी तो पिव्होट केलेला आहे म्हणून हे आहे आणि संपूर्ण डिस्कचे वस्तुमान m आहे आणि r हे केंद्र आहे त्रिज्या आपण त्याला आता c असे म्हणू कारण तो स्थिर कोनीय वेग ओमेगासह फिरत आहे. वस्तुमान थोडे m आहे आणि ते मध्यभागी फिरू लागते आणि एका विशिष्ट बिंदूपर्यंत पोहोचते असे म्हणू या की c oc बरोबर x आहे का ते आपल्या बाजूने सरकते का प्रश्न आहे तेथे एक बिंदू c आहे त्याला पार करायचे आहे म्हणून आपण आपण um ची गणना करावी अशी आमची इच्छा आहे म्हणून ओमेगाची गणना करा ओमेगाची गणना करा ओमेगा ची गणना करा प्रश्न आहे की जेव्हा थोडे वस्तुमान c पर्यंत पोहोचते तेव्हा ती गोष्ट आहे आरंभिक ओमेगा प्रारंभिक मूल्य कोनीय वेगाचे ओमेगा आहे कारण हे m उह खूप जड आहे m च्या तुलनेत नगण्य नाही म्हणून हे वस्तुमान woh च्या दिशेने सरकत असताना संपूर्ण कोनीय वेग बदलेल आता आपण पाहूया काय होते म्हणून हा एक वर्तुळाकार प्लॅटफॉर्म आहे मी त्याला cp गोलाकार प्लॅटफॉर्म म्हणून मला समस्या पुन्हा सांगू द्या तेथे एक वर्तुळाकार प्लॅटफॉर्म आहे. त्रिज्या r च्या वस्तुमानाचा orm जो एका विशिष्ट बिंदू बद्दल ध्रुवीकृत आहे o जो अक्षाभोवती फिरत आहे कोनीय वेग स्थिर कोनीय वेग ओमेगा एक वस्तुमान लहान m तो मध्यभागी जायला सुरुवात करतो सुरुवातीला तो या गोलाकार व्यासपीठाच्या काठावर असतो जेव्हा

ती c पर्यंत पोहोचते तेव्हा तुम्हाला संपूर्ण ऑब्जेक्टचा कोनीय वेग मोजणे आवश्यक आहे तो आता पुन्हा प्रश्न आहे की तेथे कोणतेही बाह्य टॉर्क नाहीत म्हणून कोणीय संवेग ऑर्बिटल कोणीय संवेग सॉरी प्रारंभिक ऑर्बिटल कोणीय गती बरोबर आहे नंतर कोणीतरी गती नंतर काही क्षणात आता प्रथम आपण गणना करू या सूत्राचा वापर करण्यासाठी आपल्याला काय आवश्यक आहे  $l$  is equal to  $i$  गुणा ओमेगा बरोबर म्हणून आपल्याला हे माहित असणे आवश्यक आहे की या प्रणालीच्या जडत्वाचा प्रारंभिक क्षण म्हणजे  $cp$  चा आहे. अधिक  $i$  चा वस्तुमान हे वर्तुळाकार डिस्कच्या बरोबरीचे आहे म्हणून  $m r$  चौरस बाय  $2 cp$  हा वर्तुळाकार प्लॅटफॉर्म आहे आणि सुरुवातीला थोडे  $m$  मध्ये  $r$  वर्ग आता अगाईच्या समान असल्यास  $n$  हीच गोष्ट  $mr$  वर्ग  $2$  ने बरोबर आहे पण आता वस्तुमान  $c$  या बिंदूवर आहे जे अंतर  $x$  आहे म्हणून  $m$  मध्ये  $x$  चौरस आता मी कोनीय संवेगाच्या संरक्षणाच्या तत्त्वाचा उपयोग करणार आहे जे क्षण म्हणतात जडत्वाचा आरंभिक काळ ओमेगा उप  $i$  जडत्वाच्या क्षणाच्या बरोबरीचा आहे नंतर ओमेगा उप  $f$  बरोबर म्हणून आपण या दोघांची बरोबरी करतो आणि आपण असे करू शकतो की श्री वर्ग  $2$  ने  $2$  अधिक श्री वर्ग ओमेगा मध्ये मिस्टर वर्ग  $2$  अधिक  $mx$  वर्ग गुणा ओमेगा  $hc$  म्हणून ओमेगा आर सी जेव्हा ते ओमेगा  $c$  वर असते म्हणजे कोनीय वेग संपूर्ण प्रणाली जेव्हा वस्तुमान  $c$  वर असते तेव्हा  $c$  बरोबर असते श्री मी हे थोडे व्यवस्थित लिहूया  $mr$  चौरस दोन ने अधिक थोडे  $mr$  वर्ग भाग  $mr$  वर्ग  $2$  ने अधिक थोडे  $mx$  चौरस गुणा ओमेगा ओके आता हे स्पष्ट झाले आहे की ओमेगा  $c$  या ओमेगा  $c$  च्या बरोबरीचे आहे हे ओमेगा पेक्षा मोठे आहे कारण हा अंश आणि भाजक पाहा तुमच्याकडे येथे  $x$  वर्गाचे प्रमाण लहान आहे म्हणून ओमेगा  $c$  होणार आहे महान व्हा ओमेगा पेक्षा याचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ असा होतो की  $c$  वरील रोटेशनल गतीज उर्जा सुरुवातीला रोटेशनल गतीज उर्जेपेक्षा जास्त आहे याचा अर्थ हे वस्तुमान जितके थोडे मी केंद्राकडे सरकते तितके संपूर्ण प्रणालीची गतिज उर्जा वाढते आहे हे कसे घडते असे घडते कारण असे घडते कारण आता जर हे वस्तुमान  $m$  धनुष्याकडे सरकत असेल तर ते स्वतःला एका स्थितीत ठेवण्यासाठी ते लागू केले पाहिजे तेथे एक केंद्राभिमुख बल असावा त्याला केंद्राभिमुख बल तयार करण्याचे काम करावे लागते म्हणून प्रणालीला ऊर्जा दिली जाते.

गतीज ऊर्जा ही प्रणालीला दिलेली काही ऊर्जा आहे म्हणून प्रणालीची गतीज ऊर्जा वाढते हे मोजता येते की गतीज उर्जेमध्ये किती वाढ होते हे मोजले जाऊ शकते कारण अभिव्यक्ती अर्धा आहे आम्हाला माहित आहे गतिज ऊर्जा काय आहे सुरुवातीला अर्धा  $i$  ओमेगा स्केअर आपण ओमेगा  $c$  काय आहे याची गणना करत आहोत म्हणून पुन्हा आपण गतीज ऊर्जा मोजू शकतो फरक रिगची गणना करा  $ht$  खरंच हे शरीर पुढे सरकत असताना केलेले हे काम प्रणालीच्या अंतर्गत उर्जेवर हस्तांतरित केले जाते आता आपण पुढील विषयावर जाऊ पुढील विषय पुढील विषय रोलिंग आहे मी त्याला रोटेशन रोलिंग म्हणून आणि आता झोपणे म्हणून मी एक देईन यासाठी थोडी प्रेरणा अशी आहे की माझ्याकडे एक टेबल टॉप आहे चला सांगूया माझ्याकडे एक डिस्क आहे जी त्याच्या अक्षाभोवती काही टोकदार गतीने फिरत आहे ओमेगा नॉट माझ्याकडे एक डिस्क आहे जी एका अक्षाभोवती फिरत आहे कोनीय संवेग ओमेगा नॉटसह आणि मी ते हळूवारपणे ठेवतो डिस्क म्हणजे फिरणारी डिस्क हलक्या हाताने ठेवली जाते फिरणारी डिस्क हळूवारपणे टेबलवर ठेवली जाते आपण म्हणूया की हे एक उत्तम घर्षणरहित टेबल आहे आता मी या बिंदूचा हा बिंदू मानेन हा  $b$  आहे म्हणून मी येथे काही बिंदू विचारात घेईन जो केंद्रातून  $c$  आहे ठीक आहे म्हणून आपण असे म्हणू की  $oc$   $r$  बरोबर  $2$  बाय  $2$  काय घडत आहे ते रेखीय वेग  $a$  आहे  $r$  ओमेगा आणि त्रिज्या आहे  $r$  म्हणून  $r$  गुणा ओमेगा नॉट  $b$  वर रेखीय वेग किती आहे  $b$  वर रेखीय वेग  $r$  गुणा ओमेगा शून्य आहे  $c$  वर रेखीय वेग काय आहे पुन्हा जे काही आहे त्रिज्या त्रिज्या  $r$   $2$  आहे आणि ओमेगा शून्य समान राहते आपण का आहोत सर हे उदाहरण देत ते फक्त हे दाखवण्यासाठी आहे की टेबल घर्षणरहित आहे आणि डिस्कवर ठेवल्यास ती कोनीय गतीने फिरत आहे ती फिरवत डिस्कवर ठेवली जाते ती टेबलवर उभी ठेवली जाते अगदी हळूवारपणे खूप हलक्या अर्थाने पुश नाही किंवा काहीही घसरणे नाही पुश किंवा काहीही नाही मग काय होते जेव्हा तुम्ही वेगवेगळ्या बिंदूवर रेखीय वेग मोजता तेव्हा ही मूल्ये ठीक आहेत आता प्रश्न असा आहे की डिस्क फक्त डिस्क फिरवेल एक डिस्क फक्त फिरते आता प्रश्न आहे का? रोल नाही हे कळणार नाही की तुम्ही लंबवत फिरणारी चकती अगदी घर्षणरहित टेबलवर ठेवली तर ती वळणार नाही. डिस्क रोल करणार नाही हा तो मुद्दा आहे ज्यावर मला इथे जोर द्यायचा आहे आणि आता ठीक आहे आम्ही उह रोलिंग मोशनचा विचार करू प्रत्यक्षात रोलिंग मोशन काय आहे रोलिंग मोशन ही एक चकती आहे जी अक्षाभोवती फिरते आणि ती देखील पुढे सरकते जसे की जेव्हा तुम्ही सायकल किंवा कोणत्याही दुचाकी चालवता तेव्हा चाके अक्षाभोवती फिरतील आणि चाके देखील पुढे जाईल

त्यामुळे अनुवादात्मक गती तसेच रोटेशनल मोशन आहे आता मी हा बिंदू अक्ष काढेन मी त्याला  $p$   $1$  म्हणून याला मी  $p$  म्हणून विचार करेन हे केंद्र नाही मी त्याला  $c$  म्हणून म्हणून ठीक आहे आता संपूर्ण गोष्ट घुमणारा कोनीय वेग हा ओमेगा आहे तसा या विशिष्ट बिंदूवर नाही तर रेखीय वेग काय आहे रेखीय वेग  $v$   $1$  येथेच तो या दिशेने असेल आता समजा मी येथे कोणताही बिंदू घेतला तर आपण म्हणू की मी येथे एक बिंदू घेईन प्रथम गोष्ट आहे याच्या वस्तुमानाचे केंद्र असेल या विशिष्ट बिंदूच्या केंद्रस्थानी वेग  $v_{cm}$  असेल कारण ते फिरते तसेच तेथे फिरते ही एक अनुवादात्मक गती आहे म्हणून वस्तुमानाचे केंद्र असेल  $ea$  वेग ज्याला मी  $v_{cm}$  असे म्हणून मी वेक्टर लिहित नाही जेणेकरून तो गोंधळेल परंतु अन्यथा त्याची व्हेक्टर परिमाण दिशा येथे दर्शविली आहे जेव्हा मी येथे एक विशिष्ट बिंदू घेतो तेव्हा काय होते आणि आता वेग शोधण्यासाठी येथे मी सामील व्हावे हे दोन ठीक आहे, या विशिष्ट बिंदूला वस्तुमानाचे केंद्र असेल याला समान सेमी बरोबर असेल आणि आता मी काय करायचे आहे की मी हे असायला हवे, याला मी  $r$   $t$  असे म्हणून, मग त्याचे  $i$  कसे असेल याला असे म्हणू की ही मात्रा रेखीय वेग असेल हा रेखीय वेग  $p$  वरील रेखीय वेग हा रेखीय वेग वेक्टर आहे त्यामुळे निव्वळ परिणामी मला या दोन बरोबर कंपाऊंड करणे आवश्यक आहे जे मी ते येथे दर्शवत नाही म्हणून मला हवे असल्यास मी करू शकतो हे इथे करा हा हा भाग मी इथे एकट्याने वाढवला आहे हा  $vc$  मी आहे त्याऐवजी मी मोठे करत आहे आणि मग हा  $vp$  रेखीय वेग आहे म्हणून मी हे पूर्ण करू शकतो या विशिष्ट बिंदूवर वास्तविक वेग काय असेल हे ठीक आहे  $pi$  am magnifying  $t$  आहे त्याचा एकटा भाग इथे  $p$  नॉट वर  $vp$  नॉट  $p$  वर  $p$  शून्य नाही  $p$  वर  $p$  नॉट वर फिरल्यामुळे काय होईल ते  $vp$   $naught$  सारखेच आहे पण

त्यामुळे या विशिष्ट बिंदूवर  $vp$  नॉट त्याचा रेखीय वेग वस्तुमानाच्या  $p$  केंद्रासारखाच असला पाहिजे दुस-या शब्दात सांगायचे तर जेव्हा वस्तुमान गतीचे केंद्र येथे असेल तेव्हा त्याला गती असेल. आणि नंतर त्याचा रेखीय वेग येथे असेल ते दोन्ही समान असले पाहिजेत हे समान आहे आर ओमेगा नॉट

त्यामुळे या विशिष्ट बिंदूवर काहीही नाही जेव्हा ते फिरत असते तेव्हा ते तात्काळ विश्रांतीवर असले पाहिजे याला तुम्ही पी म्हणता ते तात्काळ विश्रांतीवर नाही का ते तात्काळ विश्रांतीवर आहे कारण त्याचा रेखीय वेग वस्तुमानाच्या केंद्राच्या वेगाशी जुळला पाहिजे ठीक आहे म्हणून आम्ही त्याला  $v_{cm}$  म्हणतो वस्तुमानाच्या केंद्राचा वेग  $r$  ओमेगा सारखाच असला पाहिजे नाही. जर हे कायम राहिल्यास हे घडत असेल तर स्लिपिंगशिवाय रोलिंगची ही अट आहे झोपल्याशिवाय रोलिंगसाठी ठीक आहे आता झटपट काय?  $\omega$  काय  $p_1$   $p$  वर  $p_1$  हे वस्तुमानाच्या केंद्राच्या वेगाच्या बरोबरीचे आहे अधिक  $r$  ओमेगा म्हणून हे 2 वेळा  $v_{cm}$  च्या समान असेल हे पुन्हा रोलिंगसाठी योग्य आहे ठीक आहे त्यात वस्तुमान वेगाचे केंद्र तसेच रेखीय असेल वेग आणि नंतर रेखीय वेग  $r \omega$  नाught सारखाच आहे म्हणून तो दोनदा  $v_{cm}$  आहे आता आपण रोलिंग मोशनच्या गतीज उर्जेसाठी एक अभिव्यक्ती काढू म्हणून रोलिंग मोशन  $k$  ची गतिज ऊर्जा रोलिंगच्या रोलिंग बॉडीच्या गतिज ऊर्जाएवढी असते बॉडी हे लक्षात ठेवा की रोलिंग बॉडीमध्ये अनुवादाची गतीज ऊर्जा आणि रोटेशनची गतिज ऊर्जा असते. तुम्ही पाहा लोक विद्यार्थ्यांनी स्पष्टपणे अक्षाबद्दलच्या रोटेशनमध्ये फरक केला पाहिजे अक्षाबद्दलचे भाषांतर दोन्ही एकत्र ठेवले तर त्याला बॉडीची रोलिंग मोशन म्हणून ओळखले जाते. याआधी आपण पाहिले होते आह आता आपल्याला आठवायचे आहे मला काहीतरी आठवते म्हणून मी एका वेगळ्या रंगाच्या थरात काढू ज्यामध्ये आपल्याला कणांच्या प्रणालीची गतिज ऊर्जा दिसते मला वाटते ती व्याख्यानात आहे  $e^2$  मला वाटते आम्ही वस्तुमानाच्या केंद्राची ओळख करून देताच हे आम्ही केले आहे जसे की आम्ही दोन शरीराची समस्या केली म्हणून कणांच्या प्रणालीची गतिज ऊर्जा वस्तुमानाच्या केंद्राची गतिज ऊर्जा आणि घूर्णन गतीची गतिज ऊर्जा समान असते वस्तुमानाचे केंद्र जे महत्वाचे आहे हे आपण केले होते त्याच प्रकारे आपण केले होते त्याच प्रकारे आपल्याकडे  $k$   $k$  आहे गतीज ऊर्जा आपण रोलिंग बॉडी आहोत त्याच्या बरोबर आहे पहिल्या ट्रान्सलेशनल मोशनच्या समान जर वस्तुमान  $m_{cm}$  चौरस अधिक असेल तर वस्तुमानाच्या केंद्राविषयी घूर्णन गतीची गतिज ऊर्जा हा अर्धा  $i$  ओमेगा चौरस उजवा आहे आणि जडत्वाचा क्षण देखील  $m$   $k$  चौरसाच्या संदर्भात लिहिला जातो मी थोडा  $m$   $m$   $k$  चौरस वापरू जेथे  $k$  ही gyration ची त्रिज्या आहे ठीक आहे जी आपण पाहिली होती पूर्वी आता  $k$  हा अर्धा  $m$   $k$  चौरस  $m$   $k$  चौरस  $v_{cm}$  चौरस  $r$  वर्ग बरोबर आहे मी ते कसे लिहायचे कारण  $p$  वस्तुमानाचा केंद्र रोलिंगसाठी  $r$  ओमेगा स्थितीच्या बरोबरीचा आहे म्हणून  $tr$  च्या गतीज उर्जेसाठी ही अधिक ट्रान्सलेशनल मोशन एनर्जी सेमी स्केअरची  $v$  ansformation motion म्हणून  $k$  समान आहे अर्धा  $m$   $bc$  स्केअर 1 अधिक  $k$  स्केअर बाय  $r$  स्केअर हे खूप स्टॅंडर्ड फॉर्म्युला आहे ठीक आहे हे खूप स्टॅंडर्ड फॉर्म्युला आहे मग आम्ही रोलिंग बॉडीची गतीज ऊर्जा काय केली आहे म्हणून आम्ही तुम्ही जे केले आहे त्याचा वापर केला आहे रोलिंग बॉडी फ्लोइंग बॉडीचा किलोग्रॅम अनुवादाची गतिज ऊर्जा अधिक रोटेशनची गतिज ऊर्जा आहे ठीक आहे हे असेच काही नाही तर आम्ही यापूर्वीच अनेकांच्या बाबतीत केले आहे. कण दोन्ही सारखेच आहेत आम्हाला गतीज उर्जेसाठी एक अभिव्यक्ती मिळाली आहे आता आम्ही या अभिव्यक्ती वेळेची विनंती वापरू शकतो आता आम्ही या अभिव्यक्तीचा वापर करून एक साधी समस्या करू शकतो ती अशी आहे की आमच्याकडे काय आहे ते माझ्याकडे आहे विमान माझ्याकडे झुकलेले विमान आहे माझ्याकडे एखादी वस्तू आहे ती गोलाकार असू शकते किंवा सिलेंडर किंवा गोलाकार डिस्क असू शकते ती रोल करू लागते ती खाली वळते म्हणून माझ्याकडे एक रिंग आणि एक घन सिलेंडर आणि एक गोल आहे आता या टप्प्यावर हे काहीही असले तरी आपण असे म्हणूया की ती एक रिंग आहे किंवा घन सिलेंडर गोलाकार आहे जेव्हा ऑब्जेक्ट येथे येतो तेव्हा फक्त संभाव्य ऊर्जा असेल तिच्याकडे फक्त गतीज ऊर्जा असेल म्हणून  $mgh$  ही गतीज उर्जेसाठी अभिव्यक्ती समान आहे  $mv^2$   $v$  ने वर्ग आहे हे वस्तुमानाचे केंद्र आहे अर्थात 1 अधिक  $k$  स्केअर बाय आर स्केअर आम्ही ते अगदी बरोबर काढले आहे समजा आता हे एक लहान टेबल असेल जरी हे ऑब्जेक्ट थोडे जास्त असले तरी प्रथम मला एक वर्तुळाकार रिंग असेल त्याची  $k$  मूल्य त्रिज्या किती आहे वर्तुळाकार रिंग किंवा डिस्क ही फक्त क्षमस्व आहे वर्तुळाकार रिंग ही  $r$  आहे म्हणून मी येथे ही अभिव्यक्ती ठेवेन आणि  $v$   $i$  ला काय मिळेल याची गणना करेन यावरून  $v$  समान आहे  $2gh$  बाय 1 अधिक  $k$  स्केअर बाय  $r$  स्केअर रूट त्यामुळे हे होईल  $gh$  असू द्या कारण  $k$  हे  $r$  च्या बरोबरी आहे म्हणून 2 आणि 2 रद्द होतील हे आहे गोलाकार रेंजसाठी गोलाकार डिस्कचे केस गोलाकार डिस्कच्या बाबतीत हे  $um$  आहे  $r$  द्वारे रूट 2 त्यामुळे त्यात 4 असेल 3 ने त्याचे मूल्य यापेक्षा जास्त आहे पुढे आपल्याकडे एक गोल सोल आहे आयडी स्फेअर हे रूट 2 बाय 5  $r$  आहे gyration च्या त्रिज्या रूट 2 बाय स्केअर रूट 2 च्या 5 पट  $r$  असेल तर ते 10 बाय  $g$   $gh$  असेल त्यामुळे तुम्हाला लक्षात येईल की या सर्व वस्तू वाजल्या किंवा घनदाट सिलेंडर गोलाकार असला तरीही समान त्रिज्या सर्व समान आहेत त्यांची त्रिज्या सारखीच आहे तुम्हाला असे आढळेल की जेव्हा घन गोल तळाशी येतो तेव्हा त्याची कमाल असेल त्याला सर्वात जास्त वेग असेल सर्वात जास्त वेग घन गोलासाठी आहे म्हणून सर्वात मोठी गतीज ऊर्जा तुम्ही