تو آج چھٹا لیکچر ہے صرف آپ کو اس کا خلاصہ پیش کرنے کے لیے جو ہم نے کل کیا تھا ہم نے ترجمے کے
توازن کے لیے نام نہاد شرط اور گردشی
توازن کی شرط کے بارے میں بات کی تھی ہم نے ان تصورات کا استعمال کیا ہے کچھ مسائل اور اس عمل میں ہمیں مرکز ثقل کا تصور بھی آیا اور
اس کا مرکز ماس کے مسئلے سے تعلق آج ہم مزید جاری رکھیں گے اب تک ہم دیکھتے رہے ہیں کہ گردشی حرکت کسی حد تک لکیری حرکت
وغیرہ dt تھیٹا بذریعہ d مساوات 5 سے ملتی جلتی ہے۔ جسے لکیری حرکت کی صورت میں رفتار کہا جاتا ہے اس کا کردار زاویہ کی رفتار
وغیرہ آج ہم مزید جاری رکھیں گے نہیں پوچھا ہم dt اومیگا بذریعہ d اور کونیی سرعت dt بذریعہ dv لے لیا جاتا ہے اور لکیری سرعت
نے نہیں پوچھا بلکہ ایک بہت اہم سوال لکیری حرکت کے معاملے میں آپ کے پاس ماس کا تصور ہے جو نیوٹن کی مساوات میں ہر جگہ آتا ہے اور
کون کردار ادا کرتا ہے گردشی حرکت میں لکیری ماس کا اور اس لیے بحث کے لیے آج کا موضوع جڑتا کا لمحہ ہے بنیادی طور پر جڑتا کا یہ
خاص لیکچر لمحہ ہے اور اس میں دو اہم تھیورمز ہیں اور جسے میں اس م
توازی اور کھڑے رسائی تھیومز کہوں گا، یہ وہی ہے جو ہم جا رہے ہیں۔ اس پر
توجہ مرکوز کرنے کے لیے اور اس لیے جو سوال ہم سے پہلے ہی پوچھا جاتا ہے وہ یہ ہے کہ ماس کا اینالاگ کیا ہے ایک لاگ آف ماس کو عام
سے ظاہر کیا جاتا ہے یہ ہے میں اسے محرک کے طور پر نہیں کہوں گا یہ ایک دلچسپ سوال ہے جس سے ہر m طور پر گردشی حرکت میں
کسی کو پوچھنا چاہئے یہ بہت فطری طور پر آئے گا اور ہم دیکھتے ہیں کہ اس کا جواب کیا ہے
تو ایک اور چیز ہے کل بھی ہم نے ایک سخت جسم کی گردش دیکھی تھی اور پھر یہاں کے بعد ہم ایک مقررہ محور کے بارے میں گردش پر غور
کرنے جا رہے ہیں جب یہ بہت اہم ہے لہذا ایک مقررہ محور کے بارے میں گردش جس پر ہم غور کرنے جا رہے ہیں ایک سخت جسم کی عام گردش
کو ہر ممکن سمت تک رسائی کو اعلی درجے کے مطالعہ کے لیے ایک موضوع سمجھا جاتا ہے جس پر ہم نہیں جا رہے ہیں۔ اس پر نظر ڈالیں اور
اس طرح ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہم کہتے ہیں کہ سخت جسم یہ ایک محور ہے یہ ایک مقررہ محور ہے اور آپ یہاں ایک ذرہ پر غور کریں
یہاں دائیں پھر متحرک mi اس ذرے کو ایک ملا ہے ماس ri اور پھر یہ ایک سرکلر حرکت کر رہا ہو گا اس کا رداس یہ ہے کہ ہم کہتے ہیں کہ

گھومنے والے جسم کی حرکی k توانائی
وغیرہ m1 m2 کے ذریعہ بیان کروں گا یہ اس کے برابر ہے لہذا یہ پورا جسم مختلف بڑے پیمانے پر k توانائی کو میں اسے بڑے پیمانے پر
پر واقع ہے لہذا اس ra کے طور پر دیکھا جاسکتا ہے میں ایک عام بڑے پیمانے پر غور کر رہا ہوں جو ہے فکسڈ محور کے مرکز سے فاصلے پر
خاص چیز کی حرکی
توانائی ایسی ہے جیسے میں اسے تمام حرکی
کے i mi توانائیوں کا مجموعہ سمجھ سکتا ہوں میں اس بات کی نشاندہی نہیں کر رہا ہوں کہ تمام ذرّات پر یہ کس چیز کے آدھے کے برابر ہے
اوپر سگما کا مجموعہ یہ ہے کیا رفتار ہے یہ ویرا اومیگا ہے یہ پورا مربع لیمبڈا رائٹ ہے
یہ کھڑا ہے اس میں را ٹائم اومیگا ہوگا اور اومیگا اس رگڈ کے اندر ہر ذرے کے لیے یکساں ہے r تو آدھا ایم وی اسکوائرڈ ہے اومیگا کراس ہے
i my ra وہ فاصلہ بدل جائے گا لہذا یہ اومیگا اسکوائر کے نصف کے برابر ہے عام ہے اور آپ کو صرف ri t جسم اور جہاں یہ
اسکوائرڈ پر خلاصہ چھوڑ دیا جاتا ہے اور یہ وہ مقدار ہے جسے جڑتا کا لمحہ کہا جاتا ہے لہذا ایک سخت جسم کی جڑتا کا لمحہ صرف ہے اہ
ایک مقررہ محور سے فاصلہ ہے لہذا ہمیشہ اپنے جسم کی جڑتا کے لمحے کے بارے میں ایک محور ra سگما یا سمیشن اوور میرا اسکوائر جہاں
کے بارے میں بات کریں جو اہم ہے میں کسی دوسرے محور کے بارے میں اسی جسم کی جڑتا کے لمحے پر بھی غور کر سکتا ہوں لہذا وہاں ہے
صرف یہ بتانے کا کوئی فائدہ نہیں کہ کسی کرہ یا کسی چیز کی جڑت کا لمحہ کیا ہے آپ کو یہ کہنا چاہئے کہ آپ کو جو سوال پوچھنا چاہئے وہ
اس کو uh یہ ہے کہ محور کے مرکز کے بارے میں جسم کی جڑتا کا لمحہ کیا ہے جو بہت اہم ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے یہ کچھ ہے۔ مساوات ہے
ہے کل حرکی k سے ظاہر کیا جاتا ہے لہذا میرے پاس i عام طور پر
اومیگا مربع کے نصف کے برابر ہے یہ مساوات ہمیں یاد دلاتی ہے کہ یہ کچھ اس سے ملتا جلتا ہے اس سے ملتا جلتا کچھ ہے لکیری i توانائی
کے بارے میں ہم کہتے ہیں کہ آدھا ایم وی مربع ہے لہذا جب آپ اس مساوات کو دیکھتے ہیں e حرکت کے
تو فوراً آپ کی گھنٹی آپ کے ذہن میں بجتی ہے کہ آپ اس کا موازنہ لکیری حرکت کے معاملے میں کیا کرنا چاہیں گے، حرکی
توانائی کا اظہار آدھا ایم وی مربع ہے یہ اس سے ملتی جلتی چیز ہے اور اب ہم اس پر غور کرنے جا رہے ہیں کہ جڑتا کے لمحے کی کچھ اہم
علامت ہے یہ جڑتا کے لمحے کے لئے ہے میں ii خصوصیات ہیں لہذا یہ بحث کے لئے اگلا موضوع ہے لہذا جڑتا کے لمحے کی خصوصیات
اسے صرف کہتا ہوں۔ پہلی ایک پہلی چیز افسوس کی حرکی
توانائی ہے آپ کے جسم کی جڑتا کا لمحہ اومیگا پر منحصر نہیں ہے یعنی کونیی رفتار اس پر منحصر نہیں ہے پھر یہ کس چیز پر منحصر ہے اس
کا انحصار بڑے پیمانے پر ہے یہ حقیقت میں بڑے پیمانے پر تقسیم پر منحصر ہے
تو شکل اور سائز کے لحاظ سے بڑے پیمانے پر تقسیم ٹھیک ہے یہ پہلی خاصیت ہے پھر دوسری خاصیت اور یہ سخت جسم کی ایک خصوصیت ہے
یہ ایک خصوصیت ہے یہ ہر ایک سخت جسم کے لیے بہت عام ہے۔ ایک سخت جسم کی خصوصیت تب اور نہ صرف یہ اور ایک رسائی کے بارے
میں اور ایک رسائی کے بارے میں بھی ایک محور جس کے بارے میں یہ گھومتا ہے اس کا مطلب ہے کہ اب سخت جسم گھومتا ہے بالکل اسی طرح
جیسے ماس کو کسی ذرہ یا ایک کی جڑت کا پیمانہ سمجھا جاتا ہے۔ جسم اسی طرح جڑتا کا لمحہ لکیری حرکت کی صورت میں گردشی جڑتا کا ایک
پیمانہ ہے جسے آپ ام کہہ سکتے ہیں یہ ترجمہی جڑتا کا ایک پیمانہ ہے یہاں یہ گردشی حرکت میں جڑتا کا ایک پیمانہ ہے یہ گردشی حرکت میں
جڑتا کا ایک پیمانہ ہے اور اہ جیسا کہ پہلے ہی بتایا گیا ہے یہ ذہن میں رکھنا بہتر ہے کہ یہ ایک پیمانہ بھی ہے یہ بڑے پیمانے پر بڑے پیمانے پر
سائز کی تقسیم پر بھی منحصر ہے پھر ایک اور خاصیت ہے جو کہتی ہے کہ کمیت کسی محور یا کسی بھی چیز پر منحصر نہیں ہے لہذا یہاں یہ
انحصار کرتا ہے محور کے بارے میں گردش کی نوعیت محور کے گرد گردش کی نوعیت پھر یہ مشق کرنا اچھا ہے جب بھی آپ کسی بھی جسمانی
مقدار کو پہلی بار دیکھیں نئے کے لیے بہتر ہے کہ اس کی اکائیوں اور جہ
میں اکائیاں کلوگرام میٹر مربع ہے اور یاد رکھیں کہ یہ ایک اسکیلر cg مربع ہیں لہذا اب l توں کو لکھیں کیا اس کے طول و عرض ماس اوقات
مقدار ہے یہ ایک اسکیلر مقدار ہے جسے ہمیں ذہن میں رکھنے کی ضرورت ہے اگلی ہم چند مخصوص کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگانے کے
لیے آگے بڑھیں گے۔ فزکس میں جو چیزیں ہم اکثر دیکھتے ہیں پہلے ایک پتلی سرکلر انگوٹھی یہ پہلی باریک سرکلر انگوٹھی ہے اس لیے میرے پاس
ایک سرکلر لنک اس طرح ہے یہ کافی آسان حساب ہے پھر مجھے یہ بتانا ہوگا کہ ایک محور تک رسائی مرکز سے گزر رہی ہے لہذا اس کا انگوٹھی
ہے لیکن ہم یہ کہتے ہیں کہ اہ کل یہ گردش کا محور ہے اور کل کمیت جوان ہے اب میں یہاں ایک عام نقطہ لیتا ہوں اور ہم یہ کہتے r کا رداس
ماس ہے اب جڑتا کے لمحے کی تعریف کیا ہے یہ ایک چھوٹا عنصر ہے جس کی تعریف میں کروں گا کہ جڑتا کے لمحے میرا مربع mi ہیں کہ
مربع r مربع ہے یہ m um mi i لہذا ہم یہ کہتے ہیں کہ ماس عنصر r ہے لہذا یہاں یہ ہے لہذا اس دائرہ رنگ پر ہر نقطہ ایک فاصلہ ہے
ذرہ کا کل ماس ہے لہذا یہ مسٹر مربع ہے لہذا یہ ان تمام ماسز کو شامل کرنے s ummation mi summation mi کے برابر ہے اوقات
کے سوا کچھ نہیں ہے جو اس انگوٹھی پر واقع ہیں اور اس طرح ایک محور کے گرد ایک دائرہ دار حلقے کی جڑت کا لمحہ جو ہوائی جہاز میں اپنے

مرکز سے گزرتا ہے۔ سرکلر رِنگ کے ہوائی جہاز پر کھڑا جو اہم ہے ٹھیک ہے میں ایک محور پر غور کر رہا ہوں جو دائرے کے طیارہ پر کھڑا ہے
اور یہ مرکز سے بھی گزرتا ہے اور اس لیے اب یہ جڑتا کا لمحہ ہے جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ ہم جا رہے ہیں چند مثالوں پر غور کریں
ہمارے پاس ایک اور ایک سادہ سی مثال ہوگی مثال کے طور پر میں کچھ جگہ تلاش کر رہا ہوں ہاں میرے پاس یہاں ہے فرض کریں کہ میرے پاس
یہاں تین ماسز ہیں شاید میں اسے دو حصوں میں تقسیم کر دوں گا میں جگہ کو بچا سکتا ہوں لہذا میرے پاس یہاں ایک مثلث ہے۔ ٹھیک ہے یہ ایک
m برابر ہے m3 کے یہاں عمودی پر m برابر ہے m2 اور m برابر ہے uh m1 مساوی مثلث ہے ہاں میرے پاس ہے
تو میں جس محور پر غور کر رہا ہوں وہ کون سا محور ہے جس پر میں غور کر رہا ہوں وہ اونچائی ہے لہذا یہ ایک ہے 2 کی طرف سے یہ ایک ہے
یہاں 2 کے حساب سے اس مثلثی لیمنا کی جڑتا کا لمحہ یہ کوئی لیمینر نہیں ہے معذرت کے ساتھ ان تین بڑے پیمانے پر تین ماسوں کی جڑت کا
لمحہ جو اس اس
توای مثلث کے عمودی پر واقع ہے
m 1 ذیلی اونچائی کا مطلب ہے جڑتا کا لمحہ اس مخصوص اونچائی کے بارے میں ان تین بڑے پیمانے پر i اونچائی کا کیا مطلب ہے i تو
پورے مربع کا فاصلہ ہے لہذا یہ 2 2 x ہے اس میں ایک m3 پورا مربع جمع پھر 2 x محور سے اوپر ہے یہ ایک m 2 میں 0 مربع جمع
مربع 2 سے ہوتا ہے۔ یہ ایک سادہ حساب ہے کہ آپ اس بات کی وضاحت ma میں 2 سے 2 پورے مربع اس لیے یہ m a کے برابر ہے۔ اوقات
کرتے ہیں کہ تقسیم کی جڑتا کا ایک لمحہ کیسے شمار کیا جاتا ہے اور اب ہم دوسری مثال پر غور کریں گے یاد رکھیں کہ ہم لمحے کا حساب لگا
رہے ہیں۔ مختلف اشیاء کی
توانائی کے جمود کے لمحات جو ہم باقاعدگی سے آتے ہیں اور ہم اس کا استعمال کرنے جا رہے ہیں اگلا ایک راڈ یونیفارم راڈ کی جڑتا کا لمحہ ہے
ایک محور پر غور کرنا جو بڑے پیمانے کے مرکز g جو ماس کے یکساں کراس سیکشن کا لارڈ یکساں طور پر تقسیم ہوتا ہے لہذا میں جا رہا ہوں
کے مرکز سے گزر رہا ہے یہ محور ہے فرض کریں کہ میں اس پر غور کرتا ہوں کیونکہ یہ تھوڑی دیر میں آئے گا یہ تھوڑی دیر بعد آئے گا میں
کیا کروں گا میں بڑے پیمانے پر یہاں رکھوں گا افسوس کہ یہ ایک ہے ماس لیس راڈ معذرت یہ ایک ماس لیس راڈ لائٹ راڈ ہے اس کے دونوں سروں
ہیں اور پھر میں اس آہ کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگانا چاہتا ہوں اصولی طور پر یہ اس کے بارے m2 اور m1 پر ہمارے پاس دو بڑے پیمانے
l میں m جمع 2 l ہے یہ فاصلہ 2 l l کا پورا مربع یہ 2 l ah میں m میں جڑتا کے اس لمحے کے برابر ہے محور اشارہ کرتا ہے
مربع دو سے ہو گا m l پورا مربع ہے لہذا یہ 2
اس اعداد و شمار کی جڑتا کا لمحہ ایک ہی نکلا ہے کیونکہ ہم محور پر غور کر رہے ہیں جو ایم uh تو یہ تقریبا ایک ہی ہے جیسا کہ صرف یہ ہے
ون سے گزر رہا ہے اور ٹھیک ہے اب ایک تصور ہے جسے ریڈیئس آف گائریشن کہا جاتا ہے گائریشن کی ریڈی ایشن اس طرح ہے
تو ایک بات واضح ہے۔ جب بھی آپ کسی بھی چیز کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگاتے ہیں
تو وہاں جی ہوتا ہے۔ ماس ٹرم ٹائمز ہونے کی وجہ سے اہ ایک مقدار جس کی لمبائی مربع ہے وہاں کچھ متناسب مستقل ہو سکتے ہیں وہاں کچھ چیزیں
مربع ہے mk ہوسکتی ہیں جو نمبر بننے والی ہیں لہذا میں اسے صرف نمبر کے طور پر کہوں گا اب آپ اس پوری چیز کو سمجھتے ہیں
کہا جاتا ہے کیوں خیال کیا gyration کو رداس آف k کا حساب لگانا ہوگا یہ ہے پھر k تو پھر آپ کو ان میں سے ہر ایک صورت کے لئے
کے فاصلے پر کیونکہ جب بھی آپ کے پاس k ہے اس کا کیا مطلب ہے کہ ایک خاص نقطہ کے بارے میں پورے جسم کا پورا ماس یہاں واقع ہے۔
ہے جو محور سے واقع ہے یا ایک مقررہ نقطہ سے ہے جو ایک خاص m مربع ہوتا ہے اس کا کیا مطلب ہے کہ ایک ماس mk جڑتا کا لمحہ
اور اس طرح جڑتا کا لمحہ یا k فاصلے پر
کے رداس کے لحاظ سے اور ہم مسائل میں دیکھیں گے اور مثال کے طور پر اس صورت میں gyration تو ظاہر ہوتا ہے جیسا کہ یہ ہے یا
مربع کے طور پر لکھتا ہوں mk جب میں اسے
i بذریعہ جڑ 2 کے برابر ہے ٹھیک ہے اب میں تیسری مثال پر غور کروں گا۔ ایک چھڑی کی جڑتا کا لمحہ جو l کا رداس gyration k تو
یونیفارم راڈ ایک محور کے بارے میں ہے جو کہ ایک سرے پر ہے لہذا یہ یکساں کراس سیکشن کی ایک یکساں چھڑی کی چھڑی ہے اس لیے ایک s
ہمیں بتائیں کہ میں کیا کروں گا ایک عنصر پر غور کریں یہاں یہ l تصور ہے جس کو ماس فی یونٹ لمبائی کہا جاتا ہے چھڑی کی پوری لمبائی ہے
ہے ہم dx ایک فاصلہ ہے کل ماس کل ماس کیا ہے لمبائی گنا بڑے پیمانے پر فی یونٹ کی لمبائی اب اس عنصر کی جڑتا کا لمحہ یہ خاص عنصر
x اوقات rho گنا ہے dx کیا ہے یہ dm کے فاصلے پر واقع ہے اب x مربع چھوٹا عنصر x یہ کہتے ہیں کہ یہاں جو بھی ماس ہے وہ
x کو مربوط کرنا ہوگا اور اس کے آخر میں یہ dx مربع rho x مربع اب میں جڑتا کے کل لمحے کا حساب لگانا چاہتا ہوں لہذا مجھے اسے
کے ساتھ ضم کرنا ہوگا l کے برابر اس لیے مجھے 0 سے l ہے x ہے 0 کے برابر اس سرے پر ہے یہ
مربع 3 ml میں لکھ سکتا ہوں لہذا rho l مربع میں 3 l کو rho l مکعب 3 یہ میں آپ کے l میں کیوب بذریعہ 3 لہذا x کو rho تو
لمبائی کی یکساں چھڑی کی جڑتا کا لمحہ ہے ایک کان کے انڈینٹ پر دائیں طرف واقع ہے پھر اگلا l مربع 3 ایک محور کے بارے میں ml سے
l تھوڑا تیزی سے آگے بڑھے گا اب ہم مرکز سے گزرنے والے محور کے بارے میں راڈ یونیفارم راڈ کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگائیں گے یہ
ہے۔ لہذا میں اسے دیکھ سکتا ہوں یہ چھڑی کے ایک سرے کے بارے میں دو سلاخوں کی ہر ایک چھڑی کی جڑتا کے آہ l by 2 یہ l by 2
ہم جا رہے phi مربع ہے ml 12 اس لئے یہ 2 x مکمل مربع m x 2 x l x 2 3 لمحے کے طور پر ہے لہذا یہ ام ہے یہ برابر ہے
ہیں کچھ اور اشیاء کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگانے کے لیے اس لیے میں اس جگہ کو تقسیم کروں گا
تو اب ایک سرکلر ڈسک کی جڑتا کا لمحہ یہ سرکلر ڈسک کی جڑتا کا ایک سرکلر ڈسک لمحہ ہے اس لیے میرے پاس ایک سرکلر ڈسک ہے
ہے یہاں ایک عام ڈسک پر غور کروں گا ri تو یہ مرکز کا مرکز ہے ٹھیک ہے اب کیا میں اس رداس کو دارالحکومت سمجھوں گا اور اس کا رداس
کے طور پر لیتا ہوں r ایک کنارہ دار جگہ ہے اگر میں اسے an ہے
ہے پھر pi r 2 pi r ہے لہذا میں جڑتا کے لمحے کو سمجھتا ہوں کہ اب اس کا فریم کیا ہے یہ dr 2 تو اس کنارہ دار حصے کی چوڑائی
ماس فی یونٹ رقبہ ماس ہے ماس فی یونٹ رقبہ اور اس وقت rho ہے۔ اس کا ماس کیا ہے یہ رقبہ ہے بڑے پیمانے پر فی یونٹ رقبہ dr
r سے کیپٹل dr r 0 کیوبڈ rho میں لے سکتا ہوں آؤٹ انٹیگرل pi rho برابر ہے i 2 مربع کے فاصلے پر واقع ہے لہذا r یہ کمیت
کی طرف جاتا ہے
برابر ہے ڈسک کے رقبہ کی کمیت ماس فی m مربع 2 کے برابر ہے کیوں کل mr کی طاقت یہ x 2 کے برابر ہے 4 pi rho r تو یہ
یہاں غائب ہو pi کو تقسیم کر سکتا ہوں جب rho مربع pi r مربع pi r یونٹ رقبہ میں اس لیے یہاں سے میں اسے
بن جائے گا اس طرح اب ہمارے پاس ایک ٹھوس سلنڈر ہے اسی طرح آپ ایک m بقیہ اصطلاحات صحیح rho مربع pi r تو میں لکھ سکتا ہوں
ایک محور سے ut ٹھوس سلنڈر کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگا سکتے ہیں جو میں اسے ایک ٹھوس سلنڈر کے اب تک نہیں کرنے جا رہا ہوں۔
گزر رہا ہے ایک محور کے بارے میں ایک محور کے بارے میں ایک محور مرکز سے گزر رہا ہے ایک محور کے بارے میں جو مرکز سے گزر رہا
ہے سلنڈر کے محور سے گزر رہا ہے یہ ہم اس پر کام کر سکتے ہیں یہ دوبارہ مسٹر مربع ہے 2۔ اب میں یہ کروں گا کھوکھلے سلنڈر کا حساب
ٹھیک ہے
تو میرے پاس یہ کھوکھلا سلنڈر ہے جیسا کہ تمام سلنڈر محدود ہے اور پھر یہ محور ہے ٹھیک ہے اب میں ایک چھوٹا عنصر سمجھتا ہوں یہ ایک
pi r کھوکھلا سلنڈر ہے یہ وہ ہے جسے میں سرکلر سٹرپ بینڈ کہتا ہوں نہ کہ اس سلنڈر پر پڑا ہوا ہے۔ اب اس کی لمبائی کی لمبائی کیا ہے 2

کی ہے میں لوں گا پھر آہ یہ کھوکھلا سلنڈر یہ اس رقبے کا ہے اس لیے ماس فی یونٹ dl ہے اور پھر یہ لمبائی چوڑائی r ہے کیونکہ رداس
ماس فی یونٹ رقبہ کے طور پر ہے اور میں یہ کہوں کہ سلنڈر کی یہ اونچائی ہائی ہے سلنڈر کی لمبائی لے گی بلکہ rho رقبہ میں لوں گا یہ
ہے di مربع کے فاصلے پر واقع ہے لہذا یہ وہی ہے جو r اس قطار کو ٹھیک ہے اور یہ
تو اگر میں چاہوں کرنے کے لیے اسے ضم کرنا ہوگا
کیوب انٹیگرل r نکال سکتا ہوں قطار نکال سکتا ہوں میں یہ ri نکال سکتا ہوں میں pi جو کچھ بھی ملے اسے انٹیگریٹ کریں 2 میں i تو جب میں
rho میں l فریم ہے جو pi r ٹھیک ہے اب سلنڈر کے سلنڈر ماس کا ماس کیا ہے کیا 2 l rho کیوب pi r اس لیے 2 l ہے ddl
میں ہے
ہے pi rl rho تو یہ 2
پیلا ہے اگر میں فیکٹرائز کرتا ہوں pi r تو 2
کہتا ہوں جس طرح سے آپ مختلف اشیاء کی m the same مربع ہے جسے میں mr مربع ہے اس لیے یہ r میں pi rl rho تو یہ 2
جڑتا کے لمحے کا حساب لگا سکتے ہیں لیکن میں ایک چیز کی جڑتا کا لمحہ کرنے جا رہا ہوں پھر ہم آگے بڑھیں گے
تو یہ ایک ٹھوس کرہ کی جڑتا کا لمحہ ہے ایک اہم مقدار ہے جسے ہم دوبارہ استعمال کریں گے اور ایک بار پھر میرے پاس ایک محور کے بارے میں
ایک ٹھوس کرہ ہے جو مرکز سے گزر رہا ہے
تو میرے پاس وہی ہے جو میں سمجھتا ہوں اس لیے مجھے شاید اس کی ضرورت نہیں ہے اوہ نہیں ابھی میں ایک چھوٹا سا کرہ سمجھوں گا میں ایک
اور اس حصے پر غور کریں dr اور چھوٹے انکریمنٹ r کرہ پر غور کروں گا میں ایک کرہ پر غور کروں گا دائرہ رداس
ہے اور اس خطے dr مربع pi r مربع ہے لہذا اس خطے کا حجم pi r 4 دائرہ r 4 تو میرے پاس چھوٹے کا اس سطحی رقبہ کیا ہوگا
کے فاصلے پر واقع ہے لہذا میں چاہتا ہوں جڑتا کا لمحہ r یہ پوری چیز dr times rho مربع pi r کی کمیت اس خطے کی کمیت ہے 4
مربع ہے معاف کیجیے میں صحیح بھول گیا r اس لیے میں اسے انضمام کرنا چاہتا ہوں یہ
کرہ حجم 4 بائی 3 rho ہوگا 5 کی طاقت سے 5 اور r سے 4 کی طاقت میں ہوگا اس لیے یہ r انٹیگریشن r سے pi 4 pi 0 تو یہ 4
اس لحاظ سے لکھ سکتا ہوں کہ میں اس کو فیکٹرائز کر سکتا ہوں اس i کے اسفیئر ماس کا ماس کیا ہے لہذا میں اسے rho مکعب اوقات pi r
مربع ہوگا ٹھیک ہے یہ ہے مرکز سے گزرنے والے محور کے بارے میں ایک کرہ کی mr پانچ x تین m لحاظ سے میرے پاس تین
توانائی کا لمحہ اب ہم دو اہم تھیومز پر غور کرنے جا رہے ہیں ایک کو کہا جاتا ہے کیونکہ دو اہم تھیومز ہیں جو بار بار جڑتا مسائل کے لمحے کے
کے لیے درست ہے۔ انار pl حساب کتاب میں استعمال ہوتے ہیں ایک کو کہا جاتا ہے۔ کھڑے محور کا نظریہ یہ پلانر اشیاء کے لیے درست ہے
اشیاء جن کا ہم نظریہ بیان کرتے ہیں اور ثبوت اس مرحلے پر ضروری نہیں ہے تاہم کوئی پیچیدہ بات نہیں ہے جو کچھ جدید کتابوں سے سیکھ سکتا
محور ہیں مجھے لمحہ z محور اور y محور x ہے اب یہ کیا کہتا ہے کہ فرض کریں کہ میرے پاس ایک پلانر آبجیکٹ ہے اس میں تین محور
محور کے بارے میں پلانر آبجیکٹ کی جڑتا چاہتا ہے یہ اس کے برابر ہے جو یہ کہتا ہے کہ آپ z چاہیے اس پلانر آبجیکٹ کی جڑت کا ایک لمحہ
کے بارے میں y دوسرا یہ ہے اس ix کو پلانر آبجیکٹ سے گزرتے ہوئے کھڑے تک رسائی پر غور کرنے کی ضرورت ہے پھر یہ ایک ہے یہ
جڑتا کا لمحہ دوسرے لفظوں میں اگر میں چاہتا ہوں کہ کسی پلانر آبجیکٹ کی جڑت کا لمحہ آبجیکٹ کے ہوائی جہاز کے کھڑے محور سے گزرتا
ہو
تو ایک کو دو کھڑے سم
توں پر غور کرنے کی ضرورت ہے جو جسم پر واقع اس محور کے ساتھ ہم آہنگ ہیں۔ اگر میں اس کی جڑتا کا لمحہ جانتا ہوں
ہے اگر میں جانتا ہوں i x تو یہ ہے ہمیں یہ کہنا ہے کہ یہ
ہے ایک mi کے بارے میں جڑتا کا لمحہ جانتا ہوں یہی خیال ہے لہذا جڑت کا لمحہ ایک پلانر جسم کا z یہاں میں جانتا ہوں پھر میں iy تو
محور کے بارے میں جو اس کے ہوائی جہاز کے لیے کھڑا ہے، دونوں کھڑے محور کے بارے میں دو کھڑے محور کے بارے میں جڑوں کے
لمحے کے مجموعے کے برابر ہے جو کھڑے محور کے ساتھ ساتھ ہیں اور ہوائی جہاز میں پڑے ہیں اب ہم کریں گے جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا
کہ ثبوت کی ضرورت نہیں ہے لیکن آپ اس کا استعمال کریں گے میں آپ کو دو مثالیں دوں گا فرض کریں کہ میں مثال پر غور کرتا ہوں ایک میں
سرکلر ڈسک کو درست سمجھتا ہوں
محور کے بارے میں جڑتا کا لمحہ چاہتا ہوں یہی میں چاہتا ہوں میں نے یہ z صحیح ہے لہذا میں xyz تو ہمارے پاس ایک سرکلر ڈسک ہے اور
جانیں کہ ایک سرکلر izi لمحہ مجھے صحیح جوڑنا ہے لہذا ix ان دونوں کے بارے میں جڑتا کا y کہا یہ جڑتا کا لمحہ جیسا ہی ہے لیکن
محور کے بارے میں جڑتا کا لمحہ کیا ہے جہاں ہم نے پہلے ایک سرکلر ڈسک کا حساب لگایا ہے جس کا ہم نے حساب لگایا ہے۔ جیسا z ڈسک کے
آپ کو یاد iy کیا ہے اور ix ix کہ مسٹر مربع ایک سرکلر ڈسک کا دو لمحہ ختم ہوتا ہے لہذا میں نے کہا میں جانتا ہوں لیکن میں نہیں جانتا کہ
ent of inertia کا لمحہ ماں جیسا ہی ہونا چاہئے ix ہے کہ یہ قطر ہم آہنگی ہے یہ دائرے کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے لہذا جڑتا
مربع بذریعہ دو اس کا mr کے دو گنا لمحے کے برابر ہے یہ مس کے برابر ہے inertia کے iy کی جڑتا کا دو گنا لمحہ ix لہذا iy
ایک اور آسان مسئلہ کرے گا لہذا یہ ہماری زندگی کو آسان بناتا ہے اگر میں i مربع 4 ابھی mr برابر ہے iy کے برابر ہے ix مطلب ہے
محور اب سرکلر رِنگ ایک اور مثال سرکلر رِنگ y محور یا x اس محور کے بارے میں سرکلر ڈسک کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگانا چاہتا ہوں
کا حساب لگایا ہے مجھے سب کچھ سرکلر x axis y axis z axis دوبارہ نہیں کسی سرکلر کی جڑتا کا لمحہ انگوٹھی ہم نے سرکلر رِنگ
رِنگ لکھنے کی ضرورت نہیں ہے مجھے لگتا ہے کہ ہم نے پہلے ہی ایک سرکلر انگوٹھی کی جڑت کا لمحہ مکمل کر لیا ہے کہاں ہے شاید یہ
سرکلر انگوٹھی تھی پہلے ہم نے مسٹر اسکوائر کیا تھا جو پہلا تھا مثال کے طور پر ہم نے ایک پتلی سرکلر انگوٹھی کی
کا استعمال کیا z مربع کے برابر mr توانائی کے لمحے پر غور کیا یہ ایک بڑے پیمانے پر کٹ ہے لہذا میں نے
پلس کی جڑتا کا لمحہ کیا ہے یہ لمحہ کے برابر ہونا چاہئے جڑتا زاویہ ویں ہم آہنگی کے لحاظ سے x کھڑا محور تھیوریم کے y تو ہمارے پاس
مربع بذریعہ دو اگلا ہمیں اس بات پر بحث کرنی ہے کہ mr برابر ہے iy برابر ہے ix مربع اس لیے mr مس کے برابر ہے ix ہے 2 بار
م
توازی محور تھیوریم م
توازی محور تھیوریم جسے م
ہے اس سے پہلے کہ یہ صوابدیدی شکل کے جسم پر لاگو ہوتا ہے اس کا اطلاق ثالثی کے جسم پر لاگو ah it توازی محور تھیورم کہتا ہے
ہوتا ہے اس کے برعکس عمودی محور تھیوریم کے برعکس جو صرف پلانر اشیاء کے لئے درست ہے اور اس لئے ہم کیا کرنے جا رہے ہیں کہ
خیال یہ ہے کہ یہ ایک ٹھوس ہے ام ہم کیا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ اب ہمیں جڑتا کا لمحہ دیا گیا ہے فرض کریں کہ یہ مرکز ہے یہ مرکز ہے چلو
کہتے ہیں کہ ماس کا مرکز یہ اس چیز کا سینٹی میٹر ہے جب ایک کے بارے میں بڑے پیمانے پر مرکز کے بارے میں جڑتا کا لمحہ ہے محور ماس
ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ معلوم ہے کہ ہم جڑتا کے l کے مرکز سے گزر رہا ہے میں کسی لائن کے بارے میں شے کی جڑتا کا لمحہ چاہتا ہوں
یہ اس م l لمحے کا حساب لگانا چاہتے ہیں
محور z برابر ہے میں فرض کرتا ہوں کہ میں اسے il یہ کیا کہتا ہے کہ orem توازی محور کے ذریعہ فراہم کردہ جواب کے برابر ہے دی

جمع iz i sub z برابر ہے z prime iz prime iz prime کے طور پر کہوں گا یہ میں اسے کہوں گا جیسا کہ ہم کہتے ہیں
شے کے بڑے پیمانے پر پھر کھڑا فاصلہ ان کے درمیان دائیں مجھے ایک بار پھر دہرانے دیں مجھے اس شے کی جڑت کا لمحہ معلوم ہے ایک
محور کے بارے میں جو ماس کے مرکز سے گزر رہا ہے پھر میں حساب کرنا چاہتا ہوں اگر کوئی جاننا چاہتا ہے کہ میں کسی دوسرے محور کے
پرائم کے بارے میں جڑتا کا لمحہ وہی ہے جو شے کی جڑتا کا لمحہ z پرائم ہے پھر z بارے میں اسی چیز کو ختم کرنے کا لمحہ بتاتا ہوں۔ یہ
ہے جو کسی محور کے درمیان سے گزرتا ہے اور اس کے علاوہ اس خاص مقدار کے ماس کے درمیان فاصلے کے مربع کے درمیان فاصلے میں
محور کی ضرورت ہے صرف الجھن y محور اور یہاں x اور ٹھیک ہے اب ہمیں محور کو ٹھیک کرنے کی ضرورت ہے اگر آپ کو یہاں صرف
بذریعہ 2 l محور ہے کیا z سے بچنے کے لئے ابھی ہم دو مثالیں کریں گے ہم دو مثالیں کریں گے پہلے ایک مثال پہلے سے معلوم ہے کہ یہ
بہ 2 ہے میں چاہتا ہوں۔ لائن کے بارے میں جڑتا کا لمحہ جو کہ ایک سرے سے یہ زیڈ پرائم ہے دوسرے لفظوں میں مرکز سے گزرنے l یہ
والے محور کے بارے میں چھڑی کی جڑتا کے لمحے کو دیکھتے ہوئے میں ایک محور کے بارے میں چھڑی کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگانا
چھڑی کے ایک سرے سے لیکن یہ دونوں محور م uh چاہتا ہوں جو گزر رہا ہے
توازی ہیں جو کہ صورتحال درست ہے
تو میں نے کہا کہ پرائم برابر ہے اگر ہمارے پاس ہوتا
مربع ضرب 12 ہے جو ہمارے پاس تھا حساب لگایا گیا جہاں ہم نے ml کا مربع iz 2 تو میں نے کہا کہ ہم نے حساب لگایا ہے معاف کیجیے
پرائم کے بارے میں جڑتا کا لمحہ چاہیے z مربع ہے 2 12 اب مجھے ml یہ ah اس کا حساب لگایا تھا یہ مثال تھی
دو پورا l فاصلہ ہے کیا m کے برابر ہے پلس ان دو لائنوں کے درمیان کل ماس iz پرائم z کے بارے میں i کا لمحہ inertia تو
کا مربع 4 سے ml کا مربع 12 جمع ml ہے iz مربع
مربع بذریعہ 3 یہ ہم نے ایک چھڑی کی جڑت کا لمحہ کیا تھا ایک محور کے ml مربع بذریعہ 4 ml 4 3 1 12 تو یہ ہے یہ ہے اہ یہ ہے
یہ کھڑے محور کے تھیورم کی ایک بہت ہی آسان تصدیق ہے o بارے میں ایک محور ایک سرے سے گزر رہا ہے یہ دوبارہ گنتی ہم نے کی ہے۔
اس لیے ایک اور مثال ہم ایک اور مثال دیں گے جو ہم کریں گے کہ اب میں ایک سرکلر رِنگ کی جڑتا کے سرکلر رِنگ لمحے کے تحت غور کروں گا
مثال کے طور پر ایک ٹینجنٹ کے بارے میں سرکلر رِنگ سرکلر رِنگ ٹھیک ہے یہ قطر ہے میرے پاس ٹینجنٹ ہے ٹھیک ہے اور اس کے لیے اب
قطر کے بارے میں جڑتا کا لمحہ جاننا ہوگا میں ابھی نیچے ڈائل کرتا ہوں مجھے دو کھڑے محور کی ضرورت ہے لہذا یہاں ایک i مجھے قطر
محور دوسرے محور کو ہمیں اجازت دینا ہے کہو کہ مجھے کرنا ہے میں یہاں اس کی نشاندہی کروں گا اس طرح آہ مجھے اس کی ضرورت نہیں
قطر i ہے اوہ میرے خدا لہذا ہمیں خاکوں کے ساتھ محتاط رہنا ہوگا لہذا یہ لوہا ہے ٹھیک ہے
مربع mr قطر کیا ہے i قطر بڑے پیمانے پر مربع کے برابر ہے یہ ہم پہلے ہی کر چکے ہیں لہذا i تو اہ بذریعہ کھڑا محور تھیوری دو بار
i am مربع ایک محور کے بارے میں دائرہ دار حلقے کی جڑتا کا لمحہ ہے جو دائرہ دار حلقے کے ہوائی جہاز کے لئے کھڑا ہے جو اس mr
مربع ہے کیلکو قطر کے بارے میں جڑتا کے لمحے کو ختم کرنا یہ مس مربع دو کے برابر ہے لہذا یہاں میں نے کھڑے محور تھیوریم کا mr سے
استعمال کیا ہے اب مجھے اس ٹینجنٹ کے بارے میں اس گول دائرے کی جڑتا کا لمحہ جاننے کی ضرورت ہے لہذا میں اب ٹینجنٹ کروں گا م
توازی محور تھیوریم کا استعمال کریں کیونکہ میں جانتا ہوں کہ مرکز کے حق کے بارے میں جڑتا کا لمحہ اس کے برابر ہے جو میں چاہتا ہوں کہ
مربع گاما مربع دو سے ہوگا یہ میں ایک قدم لکھوں گا لہذا یہ ہوگا ان دو لائنوں کے درمیان فاصلہ میں ایک mr ایک محور کے برابر ہے جس کا um
قطر جمع ماس کے بارے میں ہو
مربع ہے r sor تو یہ
مربع 3 کے برابر ہے یہ اس لحاظ سے ایک دلچسپ مسئلہ ہے کہ ہم دونوں کا mr مربع کے برابر ہے یہ mr جمع by 2 مربع mr تو یہ
استعمال کر رہے ہیں یہ م
توازی محور تھیوریم ہے یہاں ہم دونوں تھیومز کا استعمال کر رہے ہیں ٹھیک ہے
تو اس میں ہم بعد کے مرحلے میں کچھ اور مثالیں دیکھنے جا رہے ہیں مجھے دہرانے دیں کہ ہم نے اس مسئلے میں کیا کیا ہے میں حساب کرنا چاہتا
رِنگ میں م rcular کی جڑتا کا لمحہ ٹینجنٹ کے بارے میں ci ہوں اس
توازی محور تھیوریم کا استعمال کر سکتا ہوں اس کے لیے مجھے اس قطر کے بارے میں سرکلر رِنگ کی جڑتا کا لمحہ جاننا ہوگا جس کا ہم نے
حساب نہیں لگایا ہے
تو کیا ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ ہم جڑتا کا لمحہ جانتے ہیں ایک محور کے بارے میں دائرہ دار انگوٹھی جو مرکز سے گزرتی ہوئی کھڑی ہے ٹھیک
مربع mr کے بارے میں قطر کے بارے میں جڑتا کا قطر دو سے i ہے یہ وہی ہے جو ہمارے پاس ہے لہذا میرے پاس وہ مسٹر مربع ہے لہذا
ہے اب میں حساب کر سکتا ہوں جس لمحے میں مماس کے بارے میں ختم کرتا ہوں یہ لمحہ ہے قابل تفریق قطر پلس ماس اوقات ان دو م
مربع کے لیے 3 کا مربع اور خلاصہ یہ ہے کہ ہم نے کیا کیا ہے ہم نے پایا کہ جڑتا کا لمحہ mr توازی لکیروں کے درمیان فاصلے کا مربع
تصور ہے جڑتا کا لمحہ لکیری حرکت میں کمیت کا گردشی ینالاگ ہے اور پھر ہم نے مختلف اشیاء کی جڑتا کے لمحے کا حساب لگایا ہے اور ہم نے
دو بلکہ بہت اہم تھیورمز بھی دیکھے ہیں جو بار بار ایک ہیں۔ نام نہاد کھڑا محور تھیوریم اور م
توازی محور تھیوریم کا استعمال کرتا ہے کھڑا محور تھیوریم پلانر اشیاء کے لیے درست ہے م
توازی محور تھیوریم کسی بھی صوابدیدی شکل اور سائز والی چیز کے لیے درست ہے صرف ایک چیز جس کے بارے میں ہمیں محور کے گزرنے
کے جڑتا کا لمحہ جاننے کی ضرورت ہے اس نظام کے مرکز کے ذریعے زندگی بہت آسان ہے اگر نظام ہم آہنگ ہیں اور ہم اگلی کلاس میں دیکھیں
گے
تو آپ