

म्हणून आज हे सहावे व्याख्यान आहे, काल आम्ही काल काय केले याचा सारांश देण्यासाठी आम्ही अनुवादात्मक समतोलाची तथाकथित स्थिती आणि रोटेशनल समतोलाची स्थिती याबद्दल चर्चा केली. या संकल्पनांचा वापर करून चर्चा केली काही समस्या आणि या प्रक्रियेत आम्हाला गुरुत्वाकर्षण केंद्राची संकल्पना आणि वस्तुमान समस्येच्या केंद्राशी असलेला त्याचा संबंध देखील आढळून आला. आज आपण पुढे चालू ठेवू. आतापर्यंत आपण पाहत आहोत की घूर्णन गती काहीसे रेखीय गती समीकरण 5 सारखीच आहे. ज्याला रेखीय गतीच्या बाबतीत वेग म्हणून ओळखले जाते, त्याची भूमिका कोनीय वेग $d\theta$ द्वारे dt इत्यादी द्वारे घेतली जाते dt ने रेखीय प्रवेग dv ने dt आहे आणि कोणीय प्रवेग dt ने d ओमेगा आहे इ आज आपण पुढे पुढे चालू ठेवू. विचारले नाही आम्ही विचारले नाही उलट एक अतिशय महत्त्वाचा प्रश्न रेखीय गतीच्या बाबतीत तुमच्याकडे वस्तुमानाची संकल्पना आहे जी न्यूटनच्या समीकरणात येते कुठेही आणि कोण रोटेशनल मोशनमध्ये रेखीय वस्तुमानाची भूमिका घेते आणि म्हणून आजचा चर्चेचा विषय जडत्वाचा क्षण आहे आणि जडत्वाचा हा विशिष्ट व्याख्यान क्षण आहे आणि त्याऐवजी दोन महत्त्वपूर्ण प्रमेये आहेत आणि मी याला समांतर आणि लंबवत प्रवेश प्रमेय म्हणून यावर आपण लक्ष केंद्रित करणार आहोत आणि म्हणून आम्हाला आधीच विचारण्यात आलेला प्रश्न म्हणजे वस्तुमानाचे अॅनालॉग काय आहे सामान्यतः रोटेशनल मोशनमध्ये m द्वारे दर्शविल्या जाणाऱ्या वस्तुमानाचा लॉग हा आहे मी याला a म्हणून संबोधणार नाही प्रेरणा हा एक वेधक प्रश्न आहे जो प्रत्येकाने विचारला पाहिजे तो अगदी स्वाभाविकपणे येईल आणि त्याचे उत्तर काय आहे हे आपण पाहतो म्हणून काल आणखी एक गोष्ट आहे जी आपण कठोर शरीराचे फिरणे पाहिले होते आणि नंतर येथे आपण रोटेशनचा विचार करणार आहोत स्थिर अक्ष बदल जेव्हा हे खूप महत्त्वाचे असते

त्यामुळे एका स्थिर अक्षाबद्दलचे रोटेशन हेच आपण सर्व संभाव्य दिशेने कडक बॉडीच्या सामान्य रोटेशनचा विचार करणार आहोत. प्रगत अभ्यासासाठी एक विषय ed आम्ही त्यावर विचार करणार नाही आणि मग आमच्याकडे जे आहे ते एक कठोर शरीर आहे असे म्हणू या हा एक अक्ष आहे हा एक स्थिर अक्ष आहे आणि तुम्ही येथे एका कणाचा विचार करा आणि मग तो एक गोलाकार हालचाल करत असेल. त्रिज्या म्हणजे r_i या कणाला येथे एक वस्तुमान m_i मिळाले आहे असे म्हणू या मग गतीज ऊर्जा k फिरणाऱ्या शरीराची गतिज ऊर्जा मी कॅपिटल k ने दर्शविते हे समान आहे म्हणून हे संपूर्ण शरीर भिन्न वस्तुमान म्हणून पाहिले जाऊ शकते $m_1 m_2$ इ. मी एका ठराविक वस्तुमानाचा विचार करत आहे जे निश्चित अक्ष केंद्रापासून r_a अंतरावर स्थित आहे म्हणून या विशिष्ट वस्तूची गतीज ऊर्जा मी या सर्व गतिज उर्जेची बेरीज मानू शकतो मी लोह दर्शवत नाही सर्व कणांवर हे सिग्माच्या बेरजेच्या अर्धा बरोबर आहे $i m_i$ वर हा वेग काय आहे हा विरा ओमेगा हा संपूर्ण चौरस लॅम्बडा आहे बरोबर तर अर्धा mv स्केअर v ओमेगा क्रॉस आहे आर हा लंब आहे त्याला ra गुणा ओमेगा असेल a या कठोर शरीरातील प्रत्येक कणासाठी ओमेगा सारखाच आहे आणि हे r_i अंतर बदलेल म्हणून हे ओमेगा स्केअरच्या अर्धा समान आहे सामान्य आहे आणि तुमच्याकडे फक्त आय माय ra स्केअरची बेरीज बाकी आहे आणि हे प्रमाण आहे. जडत्वाचा क्षण म्हणून ओळखला जातो म्हणून कठोर शरीराच्या जडत्वाचा क्षण फक्त उह सिग्मा किंवा मिरा स्केअरवर समीकरण आहे जेथे ra हे स्थिर अक्षापासूनचे अंतर आहे म्हणून नेहमी तुमच्या शरीराच्या जडत्वाच्या क्षणाविषयी अक्षांबद्दल बोला. इतर अक्षांबद्दल त्याच शरीराच्या जडत्वाच्या क्षणाचा देखील विचार करा.

त्यामुळे गोल किंवा कोणत्याही वस्तूच्या जडत्वाचा क्षण काय आहे हे नमूद करण्यात काही अर्थ नाही. तुम्ही म्हणाल की तुम्ही जो प्रश्न विचारला पाहिजे तो आहे की जडत्वाचा क्षण काय आहे अक्ष केंद्राविषयीचा एक मुख्य भाग जो खूप महत्त्वाचा आहे बरोबर ठीक आहे हे काहीतरी आहे हे समीकरण आहे उह हे सहसा i द्वारे दर्शविले जाते म्हणून माझ्याकडे k आहे एकूण गतीज ऊर्जा i ओमेगा स्केअरच्या अर्धा बरोबर आहे हे समीकरण आपल्याला याची आठवण करून देते की हे काहीतरी आहे यासारखे काहीतरी आहे. रेखीय गतीच्या बाबतीत आपण असे म्हणतो की अर्धा mv चौरस आहे म्हणून जेव्हा आपण हे समीकरण पहाल तेव्हा लगेच आपल्या मनात घंटा वाजली पाहिजे की आपण काय आहात? रेखीय गतीच्या बाबतीत याची तुलना करू इच्छितो की गतिज ऊर्जेसाठी अभिव्यक्ती अर्धा mv चौरस आहे हे त्यासारखेच आहे आणि आता आपण जडत्वाच्या क्षणाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म विचारात घेणार आहोत.

त्यामुळे पुढील विषय आहे चर्चा म्हणून जडत्वाच्या क्षणाचे गुणधर्म i_i हे जडत्वाच्या क्षणाचे प्रतीक आहे, मी त्याला फक्त प्रथम म्हणतो, पहिली गोष्ट म्हणजे क्षमस्व गतीज ऊर्जा आपल्या शरीराच्या जडत्वाचा क्षण ओमेगावर अवलंबून नाही म्हणजे कोनीय वेग अवलंबून नाही मग ते कशावर अवलंबून आहे वस्तुमानावर अवलंबून आहे ते वस्तुमान वितरणावर अवलंबून आहे असे म्हणण्यापेक्षा आकार आणि आकाराच्या दृष्टीने वस्तुमान वितरण ठीक आहे i प्रथम गुणधर्म नंतर दुसरा गुणधर्म आहे आणि ते कठोर शरीराचे वैशिष्ट्य आहे ते एक वैशिष्ट्यपूर्ण आहे ते कठोर शरीराच्या प्रत्येक कठोर शरीराच्या वैशिष्ट्यासाठी अगदी वैशिष्ट्यपूर्ण आहे आणि इतकेच नाही तर प्रवेशाबद्दल आणि प्रवेशाबद्दल देखील एक अक्ष देखील आहे ज्याबद्दल ते फिरते याचा अर्थ आता कठोर शरीर फिरते जसे वस्तुमान हे कण किंवा शरीराच्या जडत्वाचे मोजमाप मानले जाते त्याचप्रमाणे जडत्वाचा क्षण हा रेखीय गतीच्या बाबतीत रोटेशनल जडत्वाचा एक माप आहे आपण त्याला um असे म्हणू शकता हे ट्रान्सलेशनल जडत्वाचे एक माप आहे येथे ते रोटेशनल मोशनमधील जडत्वाचे मोजमाप आहे हे रोटेशनल मोशनमधील जडत्वाचे मोजमाप आहे आणि अहो आधीच सांगितल्याप्रमाणे हे लक्षात ठेवणे चांगले आहे की हे देखील एक माप आहे ते वस्तुमान आकार आकार वितरणावर देखील अवलंबून असते वस्तुमानाचे नंतर आणखी एक गुणधर्म आहे ते असे म्हणते की वस्तुमान कोणत्याही अक्षावर किंवा कशावरही अवलंबून नाही म्हणून येथे ते अक्षांबद्दलच्या रोटेशनच्या स्वरूपावर अवलंबून असते. s मग हा व्यायाम करणे चांगले आहे जेव्हा तुम्हाला कोणतेही भौतिक प्रमाण प्रथमच आढळते तेव्हा नवीनसाठी त्याची एकके आणि परिमाणे लिहून ठेवणे चांगले आहे 1 चौरसाचे वस्तुमान किती आहेत

त्यामुळे आता cg मधील युनिट्स किलोग्राम मीटर आहेत चौरस आणि लक्षात ठेवा हे एक स्केलर परिमाण आहे हे एक स्केलर परिमाण आहे जे आपल्याला लक्षात ठेवण्याची आवश्यकता आहे पुढे आपण काही विशिष्ट वस्तूच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करू ज्या भौतिकशास्त्रात आपल्याला वारंवार आढळतात प्रथम एक पातळ गोलाकार रिंग ही पहिली आहे एक पातळ वर्तुळाकार रिंग त्यामुळे माझ्याकडे एक गोलाकार दुवा आहे ही अगदी सोपी गणना आहे मग मला सूचित करणे आवश्यक आहे की एका अक्षाचा प्रवेश केंद्रातून जात आहे म्हणून त्याच्या रिंगची त्रिज्या r आहे परंतु आपण असे म्हणूया की एकूण ही आहे रोटेशनचा अक्ष आणि एकूण वस्तुमान तरुण आहे आता मी येथे एक विशिष्ट बिंदू घेतो आणि आपण असे म्हणू की m_i हे वस्तुमान आहे आता जडत्वाच्या क्षणाची व्याख्या काय आहे तो एक लहान घटक आहे मी क्षणाची व्याख्या घेईन जडत्वाचा मीरा वर्ग आहे म्हणून येथे हे उह

त्यामुळे या वर्तुळाकार रिंगवरील प्रत्येक बिंदू हे एक अंतर आहे r म्हणून आपण असे म्हणू की वस्तुमान घटक m um mi i चौरस आहे हा r वर्ग गुणाप्रमाणे आहे बेरीज mi summation mi हे एकूण वस्तुमान आहे कण म्हणून हा मिस्टर स्केअर आहे म्हणून हे या रिंगवर स्थित असलेले सर्व वस्तुमान जोडण्याशिवाय दुसरे काही नाही आणि

त्यामुळे वर्तुळाकार रिंगच्या समतलाला लंब असलेल्या एका समतलात त्याच्या केंद्रातून जाणाऱ्या एका अक्षाबद्दलच्या वर्तुळाकार रिंगचा जडत्वाचा क्षण. महत्त्वाचे ठीक आहे, मी एका अक्षाचा विचार करत आहे जो वर्तुळाच्या समतलाला लंब असतो आणि तो केंद्रातूनही जातो आणि म्हणून मी तुम्हाला सांगितल्याप्रमाणे हा जडत्वाचा क्षण आहे, आम्ही काही उदाहरणे विचारात घेणार आहोत. उदाहरण म्हणून मी काही जागा शोधत आहे होय माझ्याकडे येथे आहे समजा माझ्याकडे येथे तीन वस्तुमान आहेत कदाचित मी हे दोन भाग करेन मी जागा वाचवू शकेन म्हणून माझ्याकडे येथे एक त्रिकोण आहे ठीक आहे तो एक समतुल्य आहे $era1$ त्रिकोण a होय माझ्याकडे आहे uh $m1$ समान m आणि $m2$ आहे m येथे शिरोबिंदूवर $m3$ समान m आहे तर मी विचार करत असलेला अक्ष कोणता आहे मी विचार करत आहे अक्ष ही उंची आहे म्हणून ती एक बाय 2 आहे येथे एक बाय 2 आहे

त्यामुळे या त्रिकोणी लॅमिनाच्या जडत्वाचा क्षण हा लॅमिनार नाही क्षमस्व या उह विषुववृत्तीय त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूवर स्थित या तीन वस्तुमान तीन वस्तुमानांच्या जडत्वाचा क्षण आहे म्हणून i altitude म्हणजे i sub altitude म्हणजे क्षण या विशिष्ट उंचीबद्दल या तीन वस्तुमानांचे जडत्व m 1 ते 0 चौरस अधिक m 2 इंच आहे अक्षापासून ते एक बाय 2 पूर्ण चौरस अधिक पुन्हा $m3$ आहे यात एक बाय 2 पूर्ण वर्गाचे अंतर आहे म्हणून हे समान आहे मी a मध्ये 2 गुणा 2 संपूर्ण वर्ग म्हणून तो ma चा 2 ने वर्ग आहे द जडत्वाचा क्षण निरनिराळ्या वस्तूंच्या ऊर्जेचा क्षण ज्या आपण नियमितपणे पाहत असतो आणि त्याचा आपण उपयोग करणार आहोत हा रॉडच्या जडत्वाचा क्षण आहे एकसमान रॉड लॉर्ड ऑफ एकसमान क्रॉस सेक्शनचा वस्तुमान समान रीतीने वितरीत केला जातो म्हणून मी विचार करणार आहे अक्ष जो वस्तुमानाच्या मध्यभागी जात आहे तो हा अक्ष आहे असे समजा मी याचा विचार करतो हे थोड्या वेळाने येईल हे थोड्या वेळाने येईल मी काय करू मी येथे वस्तुमान ठेवीन माफ करा हा एक वस्तुमान नसलेला रॉड आहे माफ करा त्याच्या दोन टोकांना एक वस्तुमानहीन रॉड लाइट रॉड आपल्याकडे $m1$ आणि $m2$ असे दोन वस्तुमान आहेत आणि नंतर मला याच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करायची आहे हे अह तत्त्वतः ते जवळजवळ यासारखेच आहे म्हणून या अक्षाबद्दल जडत्वाचा क्षण m मध्ये दर्शवतो आहे 1 2 द्वारे संपूर्ण वर्ग हे 1 द्वारे 2 हे अंतर आहे 1 द्वारे 2 अधिक m मध्ये 1 2 पूर्ण वर्ग म्हणून तो m 1 दोन ने वर्ग होईल म्हणून हे जवळजवळ सारखेच आहे कारण ही एकच गोष्ट आहे या अंजीर च्या जडत्व ure हे सारखेच निघाले कारण आपण m one मधून जाणारा अक्ष विचारात घेत आहोत आणि ठीक आहे आता रेडियस ऑफ $gyration$ नावाची संकल्पना आहे, रेडिएशन ऑफ $gyration$ असे आहे म्हणून जेव्हा तुम्ही कोणत्याही जडत्वाच्या क्षणाची गणना करता तेव्हा एक गोष्ट स्पष्ट होते ऑब्जेक्ट तेथे वस्तुमान असणार आहे टर्म टाइम्स उह एक परिमाण ज्याची लांबी स्केअर आहे तेथे काही समानुपातिक स्थिरांक असू शकतात तेथे काही वस्तू असू शकतात ज्या संख्या असणार आहेत म्हणून मी त्याला फक्त संख्या म्हणून कॉल करेन आता तुम्ही हे हाताळा संपूर्ण गोष्ट mk स्केअर म्हणून मग तुम्हाला यापैकी प्रत्येक केससाठी k ची गणना करावी लागेल मग k ला $gyration$ च्या त्रिज्या म्हणतात का याचा अर्थ काय आहे कल्पना आहे की एका विशिष्ट बिंदूबद्दल संपूर्ण शरीराचे वस्तुमान आहे येथे k च्या अंतरावर स्थित आहे कारण जेव्हाही तुमच्याकडे जडत्वाचा क्षण mk चा वर्ग असतो याचा अर्थ असा आहे की तेथे एक वस्तुमान m आहे जो अक्षापासून किंवा निश्चित बिंदूपासून स्थित आहे. hoa विशिष्ट अंतरावर k आणि

त्यामुळे जडत्वाचा क्षण एकतर जसा आहे तसा व्यक्त केला जातो किंवा $gyration$ च्या त्रिज्यानुसार आणि आपण समस्या पाहू आणि उदाहरणार्थ जेव्हा मी ते mk स्केअर म्हणून लिहितो तेव्हा $gyration$ k ची त्रिज्या 1 द्वारे रूट 2 बरोबर असते ठीक आहे आता मी तिसऱ्या उदाहरणावर रॉडच्या जडत्वाच्या क्षणाचा विचार करेन जो एका टोकाला असलेल्या अक्षाबद्दल एकसमान रॉड आहे म्हणून तो एकसमान क्रॉस सेक्शनचा एकसमान रॉड रॉड आहे म्हणून एक संकल्पना आहे वस्तुमान प्रति युनिट लांबी संपूर्ण लांबी रॉड आहे 1 आपण सांगूया तर मी काय करू मी येथे एका घटकाचा विचार करेन हे अंतर आहे x dx ठीक आहे आता ρ हे वस्तुमान प्रति युनिट लांबी आहे ते एक मितीय आहे म्हणून ते प्रति युनिट लांबीचे वस्तुमान आहे हे आपण मानतो. रोटेशनचा अक्ष ठीक आहे म्हणून जर ρ हे प्रति युनिट लांबीचे वस्तुमान असेल तर एकूण वस्तुमान किती आहे एकूण वस्तुमान लांबी गुणा वस्तुमान प्रति एकक लांबी आता या घटकाच्या जडत्वाचा क्षण हा विशिष्ट घटक dx समान आहे हे आपण म्हणू या की जे काही आहे येथे वस्तुमान x s च्या पट आहे $quare$ लहान घटक x च्या अंतरावर स्थित आहे आता dm किती आहे तो dx गुणा ρ गुणा x चौरस आहे आता मला जडत्वाच्या एकूण क्षणाची गणना करायची आहे म्हणून मला ते ρ x चौरस dx समाकलित करावे लागेल आणि शेवटी ते x समान आहे 0 ला या शेवटी x हे 1 बरोबर आहे म्हणून मला 0 ते 1 बरोबर ρ ला x क्यूब मध्ये 3 बाय 1 1 क्यूब मध्ये 3 मध्ये समाकलित करावे लागेल हे मी तुमचा ρ 1 1 च्या वर्गात 3 ρ 1 m म्हणून लिहू शकतो $m1$ चा वर्ग 3 ने केला तर $m1$ वर्ग 3 हा लांबीच्या एकसमान रॉडचा जडत्वाचा क्षण आहे 1 एका अक्षाबद्दल जो एका कानाच्या इंडेंटवर उजवीकडे स्थित आहे त्यानंतर पुढील थोडा वेगाने पुढे जाईल आता आपण रॉडच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करू मध्यभागातून जाणाऱ्या एका अक्षाबद्दल एकसमान रॉड हा 1 बाय 2 हा 1 बाय 2 आहे. म्हणून मी याला दोन रॉड्सच्या जडत्वाचा आहे क्षण म्हणून पाहू शकतो प्रत्येक रॉड रॉडच्या शेवटी आहे म्हणून तो um it is समान आहे ते m by 2 1 1 2 पूर्ण वर्ग 3 द्वारे 2 म्हणून तो $m1$ चा वर्ग 12 ϕ आहे आम्ही goi आहोत आणखी काही वस्तूंच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करण्यासाठी मी ही जागा विभाजित करेन त्यामुळे आता वर्तुळाकार डिस्कच्या जडत्वाचा क्षण हा वर्तुळाकार डिस्कच्या जडत्वाचा एक वर्तुळाकार डिस्क क्षण आहे म्हणून माझ्याकडे वर्तुळाकार डिस्क आहे

त्यामुळे आता हे केंद्र केंद्र आहे मी काय मानेन ही त्रिज्या कॅपिटल आहे r तिची त्रिज्या आहे ri ही एका सामान्य डिस्कचा विचार करेल येथे एक कंकणाकृती जागा आहे जर मी हे r म्हणून घेतले तर या कंकणाकृती भागाची रुंदी dr आहे म्हणून मी जडत्वाचा क्षण मानतो आता याचा परिघ काय आहे तो $2\pi r$ $2\pi r$ आहे मग क्षेत्रफळ dr आहे मग याचे वस्तुमान किती आहे हे क्षेत्रफळ वस्तुमान प्रति एकक क्षेत्र आहे ρ हे वस्तुमान प्रति एकक क्षेत्र वस्तुमान प्रति एकक क्षेत्र वस्तुमान आहे आणि ते किती वेळा हे वस्तुमान r चौरसाच्या अंतरावर आहे म्हणून मी $2\pi r \rho$ च्या बरोबर आहे मी 0 वरून कॅपिटल r वर जाणारा अविभाज्य ρ

cubed dr r काढू शकतो म्हणून हे $\pi \rho r$ च्या घात 4 बाय 2 च्या बरोबर आहे. एकूण m हे वस्तुमान किती आहे याच्या बरोबरीचे का आहे चकती क्षेत्राचे वस्तुमान प्रति युनिट क्षेत्रफळ मध्ये म्हणून मी ते πr वर्ग πr वर्ग ρ विभाजित करू शकतो जेव्हा π येथे गहाळ असेल तेव्हा मी πr वर्ग ρ हे m उरलेल्या संज्ञा लिहू शकतो बरोबर त्यामुळे आता आपल्याकडे असे आहे घन सिलेंडरच्या त्याचप्रमाणे तुम्ही घन सिलेंडरच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करू शकता जे मी ते करणार नाही घन सिलेंडरच्या अक्षांबद्दल अक्षांबद्दल मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षांबद्दल मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षांबद्दल सिलेंडरच्या अक्षातून मध्यभागी जात आहे हे आपण ठरवू शकतो हे पुन्हा 2 चे वर्ग आहे अक्ष ठीक आहे आता मी एक लहान घटक मानतो तो एक पोकळ सिलेंडर आहे त्याला मी वर्तुळाकार पट्टी बँड म्हणतो त्याऐवजी या सिलेंडरवर पडलेला आहे आता या लांबीची लांबी किती आहे हे $2\pi r$ आहे कारण त्रिज्या r आहे आणि नंतर हे ही लांबी रुंदी d1 आहे मी घेईन मग हा पोकळ सिलेंडर हा क्षेत्रफळाचा आहे म्हणून प्रति युनिट क्षेत्रफळ मी ते प्रति युनिट क्षेत्रफळ ρ वस्तुमान म्हणून घेईन आणि मी म्हणू की सिलेंडरची ही उंची हाय आहे सिलेंडरची लांबी या पंक्तीपेक्षा ठीक आहे आणि ही पंक्ती r चौरसाच्या अंतरावर स्थित आहे. त्यामुळे हे di आहे, जर मला हवे असेल तर मला ते समाकलित करावे लागेल म्हणून जेव्हा मी ते समाकलित करतो तेव्हा मला जे 2 मिळेल ते मी काढू शकतो. ri बाहेर काढू शकतो पंक्ती काढू शकतो हा r घन अविभाज्य dd1 आहे 1 म्हणून $2\pi r$ घन ρ 1 ठीक आहे आता सिलेंडरच्या सिलेंडर वस्तुमानाचे वस्तुमान $2\pi r$ आहे परिघ 1 मध्ये ρ म्हणून हा $2\pi r$ 1 ρ आहे म्हणून $2\pi r$ 1 पिवळा मी फॅक्टराइज केल्यास तो $2\pi r$ 1 ρ मध्ये r स्केअर आहे म्हणून तो mr स्केअर आहे याला मी m म्हणतो त्याच प्रकारे तुम्ही विविध वस्तूंच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करू शकता पण मी मी एका वस्तूच्या जडत्वाचा क्षण करणार आहे मग आपण पुढे जाऊ घन गोलाच्या जडत्वाचा क्षण हा एक महत्त्वाचा परिमाण आहे जो आपण पुन्हा पुन्हा वापरत आहोत त्यामुळे माझ्याकडे मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षाभोवती एक घन गोल आहे म्हणून मी जे विचार करतो ते माझ्याकडे आहे त्यामुळे मला कदाचित याची गरज नाही आता मी उम हा एक लहान गोलाकार मानेन मी एका गोलाचा विचार करेन मी त्रिज्या r च्या गोलाचा विचार करेन आणि लहान वाढ dr चा विचार करेन आणि या भागाचा विचार करेन म्हणजे माझ्याकडे या लहान गोलाचे पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ $4\pi r$ चौरस आहे म्हणून या प्रदेशाचे आकारमान $4\pi r$ चौरस dr आहे आणि या प्रदेशाचे वस्तुमान या प्रदेशाचे वस्तुमान आहे $4\pi r$ चौरस dr गुणा ρ ही संपूर्ण गोष्ट r च्या अंतरावर आहे म्हणून मला जडत्वाचा क्षण हवा आहे म्हणून मला एकत्र करायचे आहे हा r स्केअर आहे माफ करा मी विसरलो बरोबर त्यामुळे हे $4\pi r$ 4 πr 0 ते r एकीकरण r ची 4 असेल म्हणून ती r ची 5 बाय 5 च्या घात असेल आणि ρ च्या गोल वस्तुमानाचे वस्तुमान किती आहे गोल आकारमान 4 बाय 3 πr क्यूब वेळा ρ म्हणून मी हे i मध्ये लिहू शकतो i च्या अटीनुसार मी हे तीन मीटर तीन बाय पाच मि. स्केअर असेल बरं, केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षांबद्दलच्या गोलाच्या ऊर्जेचा हा क्षण आहे, आता आपण दोन महत्त्वाच्या प्रमेयांचा विचार करणार आहोत. दोन महत्त्वाची प्रमेय आहेत म्हणून म्हणतात जी जडत्व समस्यांच्या क्षणाच्या गणनेमध्ये वारंवार वापरली जातात एकाला लंब अक्ष प्रमेय म्हणतात हे प्लॅनर ऑब्जेक्ट्ससाठी वैध आहे प्लानर ऑब्जेक्ट्ससाठी वैध आहे आम्ही प्रमेय सांगतो आणि या टप्प्यावर पुरावा आवश्यक नाही क्लिष्ट नाही कोणी काही प्रगत पुस्तकांमधून शिकू शकतो आता ते काय म्हणतात ते असे आहे की माझ्याकडे एक प्लॅनर ऑब्जेक्ट आहे ज्यामध्ये तीन अक्ष x अक्ष y अक्ष आणि z अक्ष आहेत मला या प्लॅनर ऑब्जेक्टच्या जडत्वाचा क्षण हवा आहे ज्याला प्लानरच्या जडत्वाचा क्षण हवा आहे z अक्ष बदलल्या वस्तू हे जे म्हणते त्याच्या बरोबरीचे आहे प्लॅनर ऑब्जेक्ट मधून जाणाऱ्या लांबावर प्रवेश करण्यासाठी तुम्हाला विचार करणे आवश्यक आहे मग हे एक आहे हे ix दुसरे आहे i चा हा क्षण दुसऱ्या शब्दांत या y बदलल्या नटिया जर मला एखाद्या प्लॅनर ऑब्जेक्टच्या जडत्वाचा क्षण एखाद्या अक्षातून ऑब्जेक्टच्या समतलाला लंब हवा असेल तर दोन लंब दिशांचा विचार करणे आवश्यक आहे जे शरीरावर असलेल्या या अक्षाशी समवर्ती आहेत तर जर मी यातील जडत्वाचा क्षण जाणून घेऊया, हे सांगूया हे i x आहे तर मला माहित आहे, तर मला माहित आहे z बदलल्या जडत्वाचा क्षण ही कल्पना आहे म्हणून जडत्वाचा क्षण म्हणजे प्लॅनर बॉडीचा mi त्याच्या समतलाला लंब असलेला अक्ष हा लंब अक्षाशी समवर्ती असलेल्या दोन लंब अक्षांबद्दलच्या जडत्वाच्या क्षणाच्या बेरजेएवढा आहे आणि समतल अक्षाशी समतल आहे आणि आता आम्ही तुम्हाला सांगितल्याप्रमाणे पुरावा आवश्यक नाही पण तुम्ही ते कराल त्याचा वापर करा मी तुम्हाला दोन उदाहरणे देईन समजा मी एक उदाहरण मानले तर मी वर्तुळाकार डिस्क योग्य मानतो म्हणून माझ्याकडे वर्तुळाकार डिस्क आहे आणि xyz उजवीकडे आहे म्हणून मला z अक्ष बदल जडत्वाचा क्षण हवा आहे. मी म्हणालो की हा जडत्वाच्या क्षणासारखाच आहे पण y या दोघांबद्दल जडत्वाचा ix क्षण मला बरोबर जोडायचा आहे म्हणून izi जाणून घ्या की वर्तुळाकार चकतीच्या z अक्षाबद्दल जडत्वाचा क्षण काय आहे जिथे आपण वर्तुळाकार डिस्कच्या आधी गणना केली आहे आम्ही वर्तुळाकार चकतीचे दोन क्षण पूर्ण म्हणून mr चौरस म्हणून गणना केली आहे म्हणून मी म्हणालो मला माहित आहे पण मला माहित नाही ixix काय आहे आणि तुम्हाला आठवत असेल हा व्यास सममितीय आहे तो वर्तुळाचे दोन भाग करतो म्हणून जडत्वाचा क्षण ix असावा जडत्वाच्या क्षणाप्रमाणे iy म्हणून दोन वेळा ix च्या जडत्वाचा क्षण दोन गुणा iy च्या जडत्वाच्या क्षणाप्रमाणे आहे, हे समान आहे mr च्या बरोबरीचे चौरस दोनने याचा अर्थ ix समान आहे iy बरोबर mr वर्गाने 4 उजवा आता मी आणखी एक सोपी समस्या करीन. त्यामुळे मला या अक्ष x अक्ष किंवा y अक्ष बदल वर्तुळाकार चकतीच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करायची असल्यास ते आपले जीवन सोपे करते आता वर्तुळाकार रिंग आणखी एक उदाहरण वर्तुळाकार रिंग पुन्हा जडत्वाचा क्षण नाही एक वर्तुळाकार रिंग आम्ही गणना केली आहे वर्तुळाकार रिंग x अक्ष y अक्ष z अक्ष मला सर्व काही लिहिण्याची गरज नाही गोलाकार रिंग मला वाटते की आम्ही आधीच वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण पूर्ण केला आहे कुठे आहे कदाचित ही वर्तुळाकार रिंग आधी आम्ही मिस्टर स्केअर केले होते पहिल्या उदाहरणात आपण एका पातळ वर्तुळाकार रिंगच्या ऊर्जेचा क्षण मानला हा एक वस्तुमान कट आहे म्हणून मी z समान mr वर्गाचा वापर केला तर आपल्याकडे x च्या जडत्वाचा क्षण अधिक y लंब अक्ष प्रमेयच्या जडत्वाचा क्षण काय आहे हे समान असले पाहिजे जडत्व कोनाचा क्षण हा सममिती द्वारे 2 वेळा ix समान mr वर्ग आहे म्हणून ix is equal to iy बरोबर mr स्केअर दोन ने पुढील आपण समांतर अक्ष प्रमेय समांतर अक्ष प्रमेय म्हणून ओळखले जाणारे समांतर अक्ष काय आहे यावर चर्चा करायची आहे प्रमेय म्हणते की अहो, लंब अक्ष प्रमेयाच्या विपरीत लवादाच्या मुख्य भागास लागू असलेल्या अनियंत्रित आकाराच्या मुख्य भागावर लागू

होण्यापूर्वी क्षमस्व आहे जे केवळ प्लॅनर ऑब्जेक्ट्ससाठी वैध आहे आणि तर आपण काय करणार आहोत ही कल्पना आहे की ही एक ठोस उम आहे जी आपल्याला हवी आहे ती म्हणजे आता आपल्याला जडत्वाच्या क्षणाचा क्षण हवा आहे समजा हे केंद्र आहे हे केंद्र आहे असे म्हणूया वस्तुमानाचे केंद्र हे आहे वस्तुमानाच्या केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षाबद्दल वस्तुमानाच्या केंद्राविषयी जडत्वाचा क्षण दिलेला आहे मला वस्तुचा जडत्वाचा क्षण हवा आहे काही रेषेबद्दल 1 आपण म्हणूया की हे ज्ञात आहे आपल्याला जडत्वाच्या क्षणाची गणना करायची आहे 1 याला समांतर अक्ष प्रमेय म्हणतात काय उत्तर दिले आहे 1 बदल हे समान आहे मी याला z अक्ष असे म्हणतो असे समजू याला हे समांतर अक्ष प्रमेय असे म्हणतात. वस्तुच्या izi sub z अधिक वस्तुमानाच्या समान आहे मग त्यांच्यामधील लंब अंतर उजवीकडे मी पुन्हा पुन्हा सांगतो मला वस्तुमानाच्या मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षाबद्दल या वस्तूचा जडत्वाचा क्षण माहित आहे, जर एखाद्याला हे जाणून घ्यायचे असेल तर मला गणना करायची आहे ज्या क्षणी मी पूर्ण करतो इतर अक्षाबद्दल समान वस्तूचा ish हे z प्राइम आहे असे म्हणू या, तर z प्राइम बदल जडत्वाचा क्षण मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षावरून जाणाऱ्या वस्तूच्या जडत्वाचा क्षण आणि वस्तुमानाच्या या विशिष्ट गुणाप्रमाणे आहे. त्यांच्यामधील अंतराच्या चौरस मधील अंतर आणि ठीक आहे आता आपल्याला अक्ष निश्चित करावा लागेल. येथे फक्त x अक्ष आणि येथे y अक्ष फक्त गोंधळ टाळण्यासाठी आम्ही दोन उदाहरणे करू आम्ही दोन उदाहरणे करू पहिले एक उदाहरण आधीपासून माहित आहे, हा z अक्ष आहे हा 1 बाय 2 हा 1 बाय 2 आहे मला रेषेबद्दल जडत्वाचा क्षण हवा आहे जी एका टोकापासून z प्राइम आहे दुसऱ्या शब्दांत रॉडच्या जडत्वाचा क्षण पाहता मध्यभागी जाणारा एक अक्ष मला रॉडच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना करायची आहे जी रॉडच्या एका टोकातून जात आहे पण हे दोन्ही अक्ष समांतर आहेत ही परिस्थिती योग्य आहे तर मी म्हटले आहे की प्राइम बरोबर आहे जर आमच्याकडे होते आम्ही म्हटले आहे की आम्ही गणना केली आहे माफ करा iz m1 चा वर्ग 2 m1 चा वर्ग 12 आहे ज्याची आम्ही गणना केली होती जिथे आम्ही हे मोजले होते हे उदाहरण आहे ah हे m1 चा वर्ग 2 12 आहे आता मला जडत्वाचा क्षण z प्राइम बदल हवा आहे म्हणून जडत्वाचा क्षण i बदल z प्राइम समान आहे iz अधिक एकूण वस्तुमान या दोन ओळींमधील m अंतर आहे 1 द्वारे दोन पूर्ण चौरस iz आहे m1 चा वर्ग 12 अधिक m1 चा वर्ग 4 आहे तर हे हे आहे उह हे m1 चा वर्ग आहे आहे 4 12 1 3 4 m1 चौरस बाय 3 हे आम्ही केले होते रॉडच्या जडत्वाचा क्षण एका अक्षाभोवती एका टोकातून जाणाऱ्या एका अक्षासाठी ही पुनर्गणना आम्ही केली आहे हे लंब अक्ष प्रमेयचे अगदी सोपे सत्यापन आहे त्यामुळे आणखी एक उदाहरण आम्ही आणखी एक उदाहरण देऊ आम्ही ते करू आता मी गोलाकार रिंगच्या जडत्वाच्या गोलाकार रिंग क्षणाचा विचार करेन उदाहरण स्पर्शिकेबद्दल वर्तुळाकार रिंग म्हणजे माझ्याकडे वर्तुळाकार रिंग आहे ठीक आहे हा व्यास आहे माझ्याकडे स्पर्शिका आहे ठीक आहे आणि यासाठी आता मला गरज आहे d व्यास i व्यास बदल जडत्वाचा क्षण जाणून घेण्यासाठी मी आत्ताच खाली डायल करतो मला दोन लंब अक्षांची आवश्यकता आहे म्हणून एक अक्ष येथे दुसरा अक्ष आहे असे म्हणूया की मला हे करायचे आहे मी ते येथे सूचित करेन जसे की अह मी करत नाही ह्याची गरज आहे अरे देवा म्हणून आपण आकृत्यांबाबत सावधगिरी बाळगली पाहिजे म्हणून हे लोह आहे ठीक आहे i व्यास म्हणजे लंब अक्ष प्रमेय द्वारे दोन पट i व्यास वस्तुमान वर्गाच्या समान आहे हे आपण आधीच केले आहे म्हणून मी व्यास म्हणजे mr चौरस काय आहे मिस्टर स्केअर हा एका अक्षाबद्दलच्या वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण आहे जो वर्तुळाकार रिंगच्या समतलाला लंब असतो जो मिस्टर स्केअर आहे यावरून मी मोजत आहे व्यासाच्या जडत्वाचा क्षण हा मिस्टर स्केअर दोनच्या बरोबरीचा आहे म्हणून येथे मी लंब अक्ष प्रमेय वापरला आहे आता मला या स्पर्शिकेबद्दल या वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण माहित असणे आवश्यक आहे म्हणून मी स्पर्शिका आता मी समांतर अक्ष प्रमेय वापरून कारण मला केंद्राविषयी जडत्वाचा क्षण माहित आहे ter right is the equal to what I want um हे एका अक्षाबद्दल समतुल्य आहे जो mr स्केअर गामा स्केअर बाय दोन असेल हा आहे मी एक पायरी लिहीन म्हणून ते i सुमारे व्यास अधिक वस्तुमान असेल या दोन ओळींमधील अंतर r आहे तर r चौरस म्हणजे हे mr स्केअर बरोबर 2 अधिक आहे mr स्केअर हे m च्या r स्केअर बाय 3 आहे ही एक मनोरंजक समस्या आहे या अर्थाने आम्ही दोन्ही वापरत आहोत हे समांतर अक्ष प्रमेय आहे आम्ही येथे करत आहोत दोन्ही प्रमेयांचा वापर ठीक आहे म्हणून या मध्ये आपण नंतरच्या टप्प्यावर आणखी काही उदाहरणे पाहणार आहोत या समस्येमध्ये आपण काय केले आहे ते मी पुन्हा सांगू या मला स्पर्शिकेबद्दल या वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण काढायचा आहे. समांतर अक्ष प्रमेयाचा वापर मी करू शकतो त्यासाठी मला व्यासाच्या वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण माहित असणे आवश्यक आहे ज्याची आपण गणना केली नाही त्यामुळे आपल्याला काय माहित आहे आम्हाला एका अक्षाबद्दल वर्तुळाकार रिंगच्या जडत्वाचा क्षण माहित आहे लंब ar मध्यभागातून जात आहे ठीक आहे ते आहे ah आमच्याकडे आहे म्हणून माझ्याकडे तो मिस्टर स्केअर आहे म्हणून i बदलचा व्यासाचा जडत्वाचा व्यास दोन गुणा mr स्केअर आहे आता मी ज्या क्षणी स्पर्शिका पूर्ण करतो त्या क्षणाची गणना करू शकतो तो क्षण आहे या दोन समांतर रेषांमधील अंतराच्या वर्गाचा विभेदक व्यास आणि वस्तुमान गुणाकार mr चौरस 3 साठी mr चौरस 3 आणि आम्ही काय केले याचा सारांश असा आहे की जडत्वाचा क्षण ही जडत्वाच्या क्षणाची संकल्पना आहे.

रेखीय गतीमध्ये वस्तुमान आणि मग आम्ही विविध वस्तूंच्या जडत्वाच्या क्षणाची गणना केली आहे आणि आम्ही दोन ऐवजी खूप महत्त्वाची प्रमेये देखील पाहिली आहेत जी वारंवार असतात एक तथाकथित लंब अक्ष प्रमेय आणि समांतर अक्ष प्रमेय वापरते लंब अक्ष प्रमेय यासाठी वैध आहे प्लॅनर ऑब्जेक्ट्स समांतर अक्ष प्रमेय कोणत्याही अनियंत्रित आकार आणि आकाराच्या ऑब्जेक्टसाठी वैध आहे. आपल्याला a च्या जडत्वाचा क्षण माहित असणे आवश्यक आहे प्रणाली सममितीय असल्यास त्या प्रणालीच्या वस्तुमानाच्या मध्यभागी जाणारा एक अक्ष खूप सोपे आहे आणि आम्ही पुढील वर्गात पाहू.