لہذا آج ہم کراس پروڈکٹ کے استعمال پر اپنی بات چیت جاری رکھنے جا رہے ہیں آج کی بحث کا موضوع ٹارک ہے اور ساتھ ہی ہم زاویہ کی رفتار اور تحفظ کے نقصان پر بھی کچھ وقت گزاریں گے اس لیے بنیادی طور پر آج ہم سب سے پہلے ٹارک پر
کے درمیان کراس پروڈکٹ کو a اور b توجہ مرکوز کریں گے اور ذرات کی گردشی حرکت کے مطالعہ میں اس کا کردار کل ہم نے دو ویکٹرز دونوں ویکٹرز کے لیے کھڑا ہے اس لحاظ سے کہ یہ ویکٹر طیارہ کے لیے کھڑا ہے۔ b اور a متعارف کرایا اور ہم نے دکھایا کہ یہ ویکٹر پھر ہم زاویہ کی رفتار کے تصورات متعارف کراتے ہیں یا اس کی شدت گردشی رفتار ہے پھر کونیی سرعت ہم vector b اور vector a
اس سے پہلے کہ ہم آج کے ah ریڈیل ایکسلریشن اور ٹرانسورس ایکسلریشن اور ah نے دوسرے تصورات بھی متعارف کرائے جیسے موضوع پر آگے بڑھیں مجھے ایک خرچ بھیجنے دو۔ ایک اہم مسئلہ پر چند منٹ جس پر ہم نے کل بحث کی تھی میں اسے دوبارہ بیان کرتا ہوں آہ محور اور پھر یہ معیاری مساواتیں ہیں جو ہم نے کل z اور re محور ہے یہاں y محور ہے یہاں x ہمارے یہاں ایک سخت جسم ہے یہ محور اخذ کی ہیں اس کے لحاظ سے لکیری رفتار کا اظہار کونیی رفتار اور پوزیشن ویکٹر وغیرہ کے درمیان کراس پروڈکٹ کے طور پر لکھا گیا ہے اور کے ساتھ کراس کیا گیا ہے الفا ویکٹر ہے یہ کونیی ایکسلریشن ویکٹر ہے یہ ڈی اومیگا بذریعہ ڈی ٹی r ٹرانسورس ایکسلریشن الفا ویکٹر ہے جو ہے اور پھر ریڈیل ایکسلریشن ہے اومیگا کراس اومیگا کراس آر یہ تاثرات تھے ہم نہیں تھے ہم نے آپ کو بہت سخت تعریفیں نہیں دی ہیں معذرت کے ساتھ اس کے سخت اخذ کیے گئے ہیں لیکن ہم نے کچھ لکھا ہے ۔ مشابہت کی قسم اور اب یہ سخت حرکیات کی مساوات ہیں تاہم آپ نے پہلے ایک جہت اور دو جہ
توں میں کسی ذرے کی حرکت کا مطالعہ کیا ہوگا فرض کریں کہ میں دو جہ
اسے تبدیل کر سکتا ہے جسے آپ ریڈیل فاصلہ کہتے r توں میں ذرہ کی حرکت پر غور کرتا ہوں اس لیے ذرہ کہیں بھی جا سکتا ہے ۔ یہ فاصلہ ہیں اور یہ وہی ہے جسے آپ تھیٹا ویکٹر تھیٹا کہتے ہیں معذرت کے ساتھ یہ پہلے سے موجود ہے۔ تھیٹا کی سمت ایک بار جب آپ یہاں سے یہاں تک گھومتے ہیں
تو وہاں تین سمتیں ہیں بنیادی طور پر دو جہتی جہاز میں دو سمتیں ریڈیل سمت اور تھیٹا سمت یا ٹرانسورس سمت آپ کے پاس ایک محور بھی ہے سمت ہے۔ z جو بورڈ سے باہر آرہا ہے جو کہ
r ایک ٹرائیڈ سے آپ کے پاس ہے xy z جہاز میں cartesian بالکل اسی طرح جیسے xyz تو بالکل اسی طرح جیسے تھکے ہوئے سے اوقات ہے آپ اس پوزیشن r dot v velocity vector ایک ٹرائیڈ بنا رہا ہے ٹھیک ہے اب ہم نے وہ مساوات یہاں اخذ کی ہے z تھیٹا ویکٹر سے شروع کرتے ہیں اور فرق کرتے ہیں یہ وقت کے لحاظ سے اور وقت کے لحاظ سے فرق کرتے ہوئے آپ کو یہ مقدار ملتی ہے اب آپ کونیی رفتار ہے اور بہرحال یہ پوری چیز صرف شدت ah تھیٹا کا گتانک e کا گتانک شعاعی رفتار ہے جبکہ er کو احساس ہے کہ یونٹ ویکٹر کو ٹھیک r ہے کونیی رفتار ہے یہ گردشی رفتار ہے جو اب اصطلاحات ہے کیونکہ ذرہ اس دو جہتی جہاز میں کہیں بھی جا سکتا ہے اگر میں صرف ایک دائرے کے ساتھ گھومنے کے لیے جو کہ ایک سخت حرکیات کی صورت میں ہوتا ہے حالانکہ جسم ایک h کروں اگر میں کہوں کہ ذرہ محور کے گرد گھوم رہا ہے میں یہاں ایک حصہ کی پوزیشن پر غور کرتا ہوں پھر یہ وہ شعاعی سمت ہے جو یہ خاص نقطہ دائرے کو جھاڑو دینے کو ٹھیک کرتا ہوں r والا ہے یہ وہی ہے جو یہاں پارٹیکل کی سرکلر موشن سے مطابقت رکھتا ہے ایک بار جب میں
تو rr ہے d ذاٹ صفر ہے dt بذریعہ d ریڈیل گتانک صفر ہے
تو آپ خود بخود یہاں حاصل کریں گے کہ ایک سخت حرکت کے لیے ریڈیل کی رفتار صفر ہے آپ ایک ذرہ پر غور کرتے ہیں جس کی فکسڈ شعاعی رفتار 0 ہے لیکن جب کہ کونیی رفتار 0 ٹھیک نہیں ہے اب اومیگا اومیگا کیا ہے یہ ہے یہ اومیگا ویکٹر ہے آپ اس اومیگا ویکٹر کی وضاحت کیسے کریں گے اومیگا ویکٹر کی تعریف اس کی شدت کے اوقات یونٹ ویکٹر یہ ہے آپ کی گردش کا احساس اس طرح بیان کیا گیا ہے اب میں حساب لگا ٹائم یونٹ ویکٹر ریڈیل سمت کے r ہے ez اوقات ویکٹر r ہے اومیگا ہے اومیگا ٹائمز r اومیگا کراس r سکتا ہوں کہ اومیگا کراس کیا ہے یونٹ j کراس i تھیٹا کچھ ایسا ہوگا جیسے er v کراس ez کراس erez کراس ez ہے اوقات کیا ہے r ساتھ اب یہ اومیگا ٹائمز تھیٹا حاصل کروں گا اب آپ یہاں دیکھیں کہ ہمارے یہاں جو بھی مساواتیں e اس معنی میں میں یہاں k کراس kj ہے j کراس i ویکٹرز ہیں یہاں سے آپ کو جو بھی نتائج ملتے ہیں وہ دو جہ
توں میں کسی ذرہ کی آزاد حرکت سے حاصل کیے جا سکتے ہیں اس شرط کے ساتھ کہ آپ ریڈیل کوآرڈینیٹ ٹھیک کر رہے ہیں
تو یہ اس کی آہ سے شروع ہوتا ہے جو ہم یہاں کر رہے ہیں یہ ایک طرح سے ہمارے اخذات کی تصدیق کرتا ہے۔ یہاں یہ مساوات ہے پھر آپ لیتے میں یہاں مکمل اظہار لکھوں گا is dv by dtdv is d by dt of ہیں میں ایکسلریشن ویکٹر کا حساب لگانا چاہتا ہوں ایکسلریشن ویکٹر r dot er میں ابھی ذرہ کی پوزیشن کو ٹھیک نہیں کروں گا میں اخذ کروں گا مکمل چیز اور دیکھیں کہ میں کیا حاصل کرنے جا رہا ہوں لہذا plus r theta dot e theta اس میں فرق کریں اور میں یہاں پہنچوں گا ایک بار جب میں ایک ذرہ کی پوزیشن کو ٹھیک کر لوں گا
جزو کے ساتھ ساتھ ٹینجینٹل جزو جبکہ رفتار میں صرف ٹینجینٹل l تو میں یہاں پہنچ جاؤں گا لہذا یہ حیرت کی بات ہے کہ ایکسلریشن ریڈیا ہوگا جزو ہوتا ہے اور ایک سخت حرکت کے لیے کوئی ریڈیل جز نہیں ہوتا ہے اب مجھے اسے یہاں سے حاصل کرنے کے قابل ہونا چاہیے ہاں میرے کیا ہے الفا الفا ویکٹر زاویہ سرعت ہے لہذا تھیٹا ڈبل ڈاٹ ٹائم ایز r پاس یہ اظہار ہے جس کے لیے ہم نے کل اسے اخذ کیا ہے اور الفا کراس تھیٹا ڈاٹ ٹائمز دیتا ہے یہ وہی ہے جیسا کہ یہ ایکسپریشن ویسا ہی ہے جیسا کہ یہاں اب ریڈیل ایکسلریشن کچھ پیچیدہ r ٹائمز آر ٹائمز یہ آپ کو ویکٹر ہم نے پہلے ہی یہاں شمار کیا ہے r لگتا ہے اصل میں اومیگا کراس اومیگا کراس آر اومیگا نہیں ہے ویکٹر یہ مقدار ہے اور اومیگا کراس تاکہ میں اسے یہاں رکھ سکوں
تھیٹا میں اسے کر رہا ہوں دوسرے d ہے eze theta e حاصل کروں گا جو میرے خیال میں cr تھیٹا ڈاٹ مربع اوقات r تو میں یہاں طریقے سے اس لیے میرے پاس یہاں ایک مائنس کا نشان ہونا چاہیے اس لیے یہ اظہار وہی ہے جیسا کہ میں نے یہاں کیا ہے اس طرح آپ کو بتاتا ہے کہ اگرچہ سخت حرکیات ایک خاص مضمون ہے آپ ہمیشہ اس کا مطالعہ کر سکتے ہیں۔ سمجھیں کہ اگر ایک محور کسی ذرے کی حرکت سے دو جہ
angular اور torque توں میں طے ہوتا ہے اور اس کے ساتھ میں آج کے موضوع کے لیے آگے بڑھوں گا آج کا موضوع بحث کے لیے ہے Momentum ٹھیک ہے اب اس کا محرک کیا ہے اب کیسے کریں کہ ایک کو کب ہٹانا ہے ذرہ میرے پاس یہاں ایک ذرہ ہے میں چاہتا ہوں کہ یہ صرف اس طرح حرکت کرے جس طرح میں اسے کسی قوت کے ذریعہ کرسکتا ہوں اس پر عمل کرنا چاہئے لہذا یہ وہ قوت ہے جو کسی جسم کی ترجمے کی حرکت کے لئے ذمہ دار ہے اگر جسم یہاں ہے اگر میں طاقت کا اطلاق کرتا ہوں ۔ یہاں سے یہاں تک کسی اور مقام پر جاتا ہے اس جسم کا ترجمہ کیا گیا ہے
تو قوت وہ ہے جو ترجمے کی ترجمے کی حرکت کے لئے ذمہ دار ہے اب سوال یہ ہے کہ یہ بھی افسوس ہے کہ یہ جسم پر ایک سرعت بھی پیدا کرتا ہے اب ہم درج ذیل صورت حال پر غور کرتے ہیں فرض کریں کہ میں میرے پاس ایک دروازہ ہے میرے پاس ایک دروازہ ہے اس طرح یہ سب قلابے ہیں یہاں ایک میں ایک ہے یہاں ایک ہے اور ٹھیک ہے اب جب میں اس دروازے کو اس دروازے کو گھمانا چاہتا ہوں جب میں اس دروازے کو گھمانا چاہتا ہوں اگر میں یہاں طاقت کا اطلاق کروں کوئی بھی زاویہ دروازہ نہیں گھومے گا اگر میں اس پر نارمل طاقت لگاؤں
تو دروازہ گھومے گا لیکن ہماری عملی حکمت ہمیں ہماری روزمرہ کی زندگی سے یہ بتاتی ہے کہ اگر میں یہاں طاقت کو نارمل سمت اس کنارے کے بالکل قریب لگاؤں

تو پھر گردش بہت خوبصورت اور پیدا کرنے میں آسان ہے ٹھیک ہے اب یہ وہی ہے جسے قوت کا ایک لمحہ کہا جاتا ہے یہ تصور جسم پر ایک قوت کام کرتی ہے اور پھر ایک گردشی اثر ہوتا ہے اس تصور کو اس اثر کو بیان کیا جاتا ہے کہ کیا ہے کسی قوت کے لمحے کا لمحہ کہلاتا ہے یا اسے ٹارک بھی کہا جاتا ہے اس کے کئی مساوی نام ہیں ایک قوت کے لمحے یا ایک جوڑے کو ہم دیکھیں گے کہ یہ مرکز کیا ہے
تو بالکل اسی طرح جیسے اگر میرے پاس قوت ہو
تو یہ سرعت پیدا کر سکتا ہے۔ ایک جسم پر یہ وہ قوت ہے جو جسم کی سرعت پیدا کرنے کے لیے ذمہ دار ہوتی ہے، میرے پاس یہاں ایک ٹارک زاویہ سرعت کا سبب بن سکتا ہے لہٰذا جب قوت اس خاص ایک عام پر کام کرتی ہے
تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ دروازہ اس بورڈ کے جہاز پر ہے
تو ایک عام قوت اس پر کام کرتی ہے۔ پھر دروازہ گھومے گا اور جب دروازہ گھومے گا
تو یہ اس بورڈ کے فریم کے حوالے سے ایک زاویہ کو جھاڑ دے گا
تو وہ کیا شرح ہے جس پر وہ زاویہ بدلے گا اس زاویہ کی تبدیلی کی شرح کی تبدیلی کی شرح کیا ہے زاویہ سرعت کا تعارف کرایا اور اب ہم ایک قوت کے لمحے کے لیے ایک اظہار اخذ کریں گے اس کی صحیح طریقے سے تعریف کرے گا ایک واحد ذرہ پر ایک قوت کا ٹھیک لمحہ ٹھیک ہے
محور ہے y محور ہے یہ x تو میں محور کو اس طرح ٹھیک کرتا ہوں کہ یہ
ویکٹر یہاں پارٹیکل ہے پھر ایک فورس ہے جیسے ایک فورس r ویکٹر کہوں گا اور آہ یہ ہے rr تو میرے پاس ہے پارٹیکل یہاں اس کو میں اسے ویکٹر ہے میں اسے پیدا کر سکتا ہوں میں اسے بھی آہ کروں گا اب ٹارک اسے ٹاؤ ٹارک ٹاؤ سے ظاہر ہوتا ہے اسے f کام کرتی ہے اس طرح یہ اس طرح بیان کیا جاتا ہے کہ اسے پوزیشن ویکٹر کی کراس پروڈکٹ اور اس پر کام کرنے والی قوت کے طور پر بیان کیا جاتا ہے اور اس لیے ایک چیز فوراً واضح ہو جاتی ہے کہ یہ ٹارک ٹارک کی سمت دونوں پر کھڑا ہے پوزیشن ویکٹر کے ساتھ ساتھ قوت ای ویکٹر اور دائیں اور اور یہ دائیں ہاتھ سے دیا گیا ہے یہ دائیں ہاتھ کے اسکرو کے ذریعہ دیا گیا ہے اس کو آپ کو دائیں ہاتھ کے اسکرو کی سمت کے لئے ذہن میں رکھنا چاہئے ہے۔ تھیٹا یا r times f times sin جسے ہم نے اب اسٹیٹس کلاس میں بیان کیا ہے لہٰذا تعریف کے لحاظ سے یہ کچھ نہیں ہے لیکن یہ ہے لہٰذا اگر میں یہاں سے ایک کھڑا چھوڑتا ہوں f یہ ہے یہ پوری شدت f sin theta اوقات کیا ہے اہ کیا ہے r
تو یہ ہے اگر میں یہاں سے کھڑا چھوڑوں
تو یہ تھیٹا ہے میں اسے لوں گا
تو یہ تھیٹا ہے اس پر
ہے sine کہتے ہیں یہ ہے کیونکہ یہ f perpendicular f sin theta تھیٹا ہونے جا رہا ہے جسے آپ f sin تو یہ کھڑا ہے آپ جانتے ہیں کہ میں اسے بھی لکھ سکتا ہوں ایک مختلف طریقے سے f کھڑے کے طور پر لکھا جاتا ہے یہ کیا f اوقات r تو یہ میں یہاں سے کھڑا کیسے چھوڑتا ہوں یہ تھیٹا ہے لہٰذا جب میں یہاں سے ایک کھڑا چھوڑتا ہوں
sin ہے r ہے لہٰذا یہ r اس مثلث کو صحیح زاویہ مثلث میں لکھ سکتا ہوں میں یہ r sin theta r sin میں f تو میں اسے کھڑے میں یہ یہ مقدار ہے یا اس وقت کھڑی کے طور r لکھا جاتا ہے۔ f میں اسے دونوں طریقوں سے دیکھ سکتا ہوں اس لیے اسے theta فاصلہ ہے لہٰذا قوت کو فاصلہ کرنا ہے r پر جانا جاتا ہے ٹارک فورس کے طول و عرض کے بارے میں کیا ہے ہم طول و عرض جانتے ہیں اور اس میں
اگر dx اگر ah توانائی کی جہتیں ہیں یا کام کا کام ابھی کیا گیا ہے جبکہ کام انجام ایک اسکیلر مقدار ہے اگر کوئی ذرہ فاصلے سے حرکت کرتا ہے سے حرکت کرتا ہے dx چلئے اگر کوئی ذرہ فاصلہ
ہے f تو اس پر عمل کرنے والی قوت
لامحدود اسی طرح کا حق ہے تاہم اس کے پاس ہے f dot dx تو اس کو حرکت دینے میں کیا جانے والا کام
میں بھی torque ہے torque توانائی کے طول و عرض لیکن
توانائی کے طول و عرض ہوتے ہیں لیکن یہ ایک ویکٹر کی مقدار ہے لہٰذا آپ کو ذہن میں رکھنے کی ضرورت ہے کہ ہم نے اسی طرح کا جوڑا ایک اسکیلر اور دوسرا ویکٹر دیکھا ہے جس کی دونوں جہتیں ایک جیسی ہیں جو ہم نے پہلے دو کلاسوں میں دیکھی تھیں۔ مثال کے طور پر اومیگا کی تھیٹا ریڈین میں ہے لہٰذا یہ وقت dtd تھیٹا بذریعہ d کی طول و عرض ملی ہے یہ وہی ہے جو ah کونیی رفتار اومیگا زاویہ کی رفتار اس کو یہ ہے کہ یہ کتنے زاویے سے کسی بھی وقت کے دورانیے میں ncy الٹا ہے تعدد کونیی فریکوئنسی کے بارے میں میرا مطلب کونیی تعدد ہے الٹا ہے جبکہ ایک ویکٹر کی مقدار ہے یہ ایک اسکیلر مقدار ہے اس لیے ایسے جوڑے فزکس میں ہوتے ہیں t جھاڑو دیتا ہے اس لیے اس میں بھی ٹھیک ہے اب میں آپ کو ایک سادہ سی مثال دیتا ہوں اور میں بتاؤں گا۔ آپ کو ایک سادہ سی مثال ہے اور فرض کریں کہ میرے پاس اس طرح کا ایک اسکرو ہے میں اسے گھمانا چاہتا ہوں میں کیا کروں میں اسے گھمانا چاہتا ہوں
تو ہمارے پاس اس طرح کا اسپنر ہے میں اس اسپنر کی نشاندہی کرنے کے لیے ایک مختلف رنگ کا چاک لوں گا
تو اس طرح ایک اسپینر ابھی ایسا ہی نظر آئے گا اگر میں اسے گھمانا چاہتا ہوں
تو میں یہاں ایک قوت لگاؤں گا اگر میں اسے گھمانا چاہتا ہوں
تو میں اس طرح کرتا ہوں یہ ہمارا روزمرہ کا تجربہ ہے دوسری طرف اب یہ قوت ہے اگر میں اس کو گھمانا یہاں ایک ہی طاقت سے سکرو کو آگے بڑھانا اتنا آسان نہیں ہے کہ اس سے زیادہ فاصلہ زیادہ ہو
تو بہتر ہے لہٰذا اگر میں اسے بہت ہی خوبصورت انداز میں آسان طریقے سے کرنا چاہتا ہوں
تو مجھے کیا کرنا ہے مجھے کافی پائپ سلائیڈ کرنے کی ضرورت ہے۔ لمبائی پھر اسے لاگو کریں اگر میں کرتا ہوں کے برابر ہونے والا ہے اگر f کراس r tau r چونکہ میں بڑھا رہا ہوں f کراس ہے۔ r تو اس سے بھی کم قوت کافی ہے کیونکہ یہ میرے پاس ایک لمبا بازو ہے
تو اس سے بھی کم قوت مرضی کافی درست ہے لہٰذا اگر آپ آہ کرتے ہیں
تو ٹاؤ صفر کب ہے جب گردشی اثر صفر ہے تاکہ ایسا ہو
تو اگر قوت صفر ہے اگر کوئی قوت نہیں ہے
کے برابر ہے جو کہ قوت کی لائن آف ایکشن قوت کی r 0 تو یقینی طور پر آپ گھوم نہیں سکتے وہاں کوئی ٹارک نہیں ہے دوسری طرف اگر اصل لائن آف ایکشن سے گزرتی ہے۔ اصل سے گزرتا ہے یہ یہاں ہے یہ لائن آف ایکشن ہے اگر عمل کی لائن بھی اس کے ساتھ ہے
تو کوئی راستہ نہیں ہے یا صحیح دوسرا ان دونوں کے درمیان زاویہ ہے جو صفر ہے یا ایک اسی ڈگری ہے یہ صحیح ہے لہٰذا ہمیں یہ ذہن میں کراس کی مختلف خصوصیات کو ذہن میں رکھنے کی ضرورت ہے اگر وہ r رکھنے کی ضرورت ہے کہ یہ ایک ویکٹر پروڈکٹ ہے لہٰذا ہمیں پکڑتے ہیں
نشان کو ریورس کرتا ہے نشان کو ریورس کرتا ہے r تو ہم نے دیکھا ہے کہ مختلف چیزیں کیا ہیں اگر
کو ذہن میں رکھنے کی ضرورت ہے جب آپ پروڈکٹ لیتے ہیں f کراس r تو تاؤ وہی رہے گا میں ایک سادہ مثال کروں گا۔ راشن آپ کو اس کراس ایف کو دیکھا تھا r تو تاؤ کی سمت کیا ہے ٹاؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے اصول کے مطابق ہے جو ہم نے کل

درحقیقت یہاں سے اس طرف اس طرف کھڑا ہے f کو ظاہر کرنے کے لیے درمیانی انگلی بورڈ سے نکل رہی ہے r تو ایک یہ ہے اگر یہ ہے
جب آپ انگوٹھے کو گھمائیں گے f سے r پھر انگوٹھا بتائے گا کہ کب
p تو یہ بتائے گا کہ یہ آگے کی سمت بڑھے گا ہم ایک کریں گے۔ سادہ مثال یہ ایک مثال ہے لہذا میرے پاس یہاں ایک نقطہ ہے اور پھر یہ ایک ذرہ
ہے x axis y axis ہے یہاں ایک محور نکل رہا ہے میں محور کو ترتیب دوں گا کیونکہ یہ
گرووِیٹیشنل گر رہا ہے اور دائیں طرف m یہ ایک ذرّہ ہے جو بڑے پیمانے پر گر رہا ہے mj تو یہ آہ ہے یہ صرف ذرہ گر رہا ہے
ہے میں اندازہ لگانا چاہتا ہوں کہ اس خاص حصے پر گریویٹیشنل فورس کی وجہ سے ٹارک کیا ہے اب یہ ایک mj تو میں یہاں ایک نقطہ لوں گا یہ
ہے کواڈرینٹ
ایک عام نقطہ کہے گا yi کلہاڑی ہے۔ نیچے ہے لہذا مائنس y یہ x تو یہاں میرے پاس ہوگا یہ پوائنٹ ہے
کا رداس اس بار کی شدت تھیٹا کی قوت اوقات ah کے برابر ہے جو کچھ بھی ہے ah ویکٹر ہے یہ تھیٹا ہے جو اب ہے جو ٹاؤ ٹاؤ ہے r تو یہ
سائن یہ اسی طرح ہے یہ یاد رکھیں جب بھی ہم کراس پروڈکٹ لیتے ہیں
تو ہم ہمیشہ چھوٹا زاویہ لیتے ہیں یہ تھیٹا ہے اب آپ مجھ سے پوچھ سکتے ہیں کہ جناب آپ کیوں نہیں بناتے کیوں نہیں ہم کراس پروڈکٹ کی اس
کے برابر قوت جب اس r cross f برابر ہے tau تعریف کو استعمال کرتے ہیں ٹھیک ہے ہم کریں گے اور جب ہم یہ کرتے ہیں کہ کیا ہوگا
کی طرف زمین کی طرف زمین کے مرکز کی طرف بڑھتی ہے لیکن یہ جب آپ حساب کریں گے
ہے mj میں x سے k ہے یہ بھی صفر ہے اور صرف زندہ رہنے والی چیز j ہوگا اس میں صفر ah i تو آپ کے پاس
کیا ہے یہ ah ہے a ہے . sin thet جناب یہ تھیٹا یہاں sin theta کیا ہے mg x into k تو یہ اس کے سوا کچھ نہیں ہے۔
x معذرت یہ x ٹھیک ٹھیک ہے اب ام یہ ہے x x x x x r مخالف ہے یہ ملحق ہے اس لیے یہ
sin میں r mg بذریعہ xx اس رداس کے مخالف ہے یہ آپ کو گناہ تھیٹا دے گا لہذا یہ ایک ہی ہے جیسا کہ آہ یہ سائن تھیٹا ہے x تو یہ
تھیٹا
بذریعہ x تھیٹا ہے sin میں mg میں r میں کیا ہو رہا ہے میں کچھ غلطی کر رہا ہوں ٹھیک ہے میں اسے درست کر دوں گا ah x r تو
اور سب منسوخ ہو جائیں گے rr
تو میرے پاس یہاں ایکس ایم جی ہوگا میں صرف میگنیٹیوڈ لکھ رہا ہوں اگر میں ایسا کروں
تو سمت مجھے دوبارہ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے اصول کو ٹھیک کرنا پڑے گا اگر میں اس ویکٹر کو ٹھیک سے لکھوں
تو خود بخود سمت نکل جائے گی کہ اخلاقی طور پر ٹھیک ہے آپ یہ کر سکتے ہیں کسی بھی طرح سے اگلا تصور کسی ذرے کی زاویہ مومینٹم ہے
اب ہم ایک قوت کے لمحے کے بارے میں بات کر رہے ہیں اسی طرح ہم زاویہ مومنٹم کی وجہ سے ہونے والے لمحے کے بارے میں بات کر سکتے
ہیں
اور اس کا r کے ذرے پر غور کریں اور اس کی پوزیشن کے حوالے سے کوآرڈینیٹ سسٹم یہ ایک خاص پوزیشن پر ہے ویکٹر m تو آئیے ماس
ہے پھر اس کا مداری زاویہ مومینٹم ایک قوت قوت کا ٹارک یا لمحہ ہے اب آئیے اس کا موازنہ لکیری ڈائنامکس ٹارک سے کریں یا um p لمحہ
کسی قوت کا لمحہ قوت کا گردشی اینالاگ ہے اسے عام طور پر قوت کا گردشی اینالاگ کہا جاتا ہے جس سے ہمارا کیا مطلب ہے یہ بالکل اسی
طرح مجبور کرتا ہے جو جسم کو حرکت دینے کے لیے ذمہ دار ہوتا ہے ترجمہی حرکت ہوتی ہے یہ ٹارک ہے جو کسی شے کے محور کے گرد
آہ s گھومنے کے لیے ذمہ دار ہوتا ہے یا جھولنے کے لیے دروازے وغیرہ وغیرہ اب کونیی مومینٹم کا کیا ہوگا کونیی مومینٹم گردشی اینالاگ ہے
اتنا زاویہ مومینٹم ہاں لکیری رفتار کا گردشی اینالاگ ہے ہاں اب آپ محسوس کر سکتے ہیں کہ ہم آہستہ آہستہ خود کو مختلف تصورات اور ان کی
ریاضیاتی تعریفوں سے لیس کر رہے ہیں تاکہ ہم ذرات کے نظام اور گردشی حرکیات سے متعلق مسائل کو حل کر سکیں اور اب آپ مجھ سے پوچھ
جس کی تعریف اس طرح کی گئی ہے جو یقیناً لکیری حرکت l سکتے ہیں۔ جناب آج ہمارے پاس دو مقداریں ہیں ٹاؤ کی تعریف اس طرح کی گئی ہے
میں بھی ہمارے پاس اس طرح ہونا ہے ہم نے پہلے اس کی وضاحت کی ہے کہ کیا ان دونوں کے درمیان کوئی تعلق ہے جو کہ ہم بحث کے لیے
اگلے موضوع پر جا رہے ہیں یہ کافی آسان ہے رشتہ کے درمیان تعلق کافی آسان ہے
یہ اس کی تعریف ہے۔ مداری زاویہ مومینٹم p کراس r کے برابر ہے l تو ہم شروع کرتے ہیں
تو آئیے ہم فرق کرتے ہیں وقت کے حوالے سے فرق کرتے ہیں جناب یہ عام طور پر کس طرح جائز ہے نہ
کی d کے بارے میں بات کرنا d تو ذرہ کی پوزیشن مستقل ہوگی یہ مختلف ہوگی یا ذرہ کی رفتار بھی تبدیل ہوتی ہے لہٰذا اس میں معنی ہے
اس کا ایک تقسیمی مشتق ہے جو آپ کرتے ہیں dr by d یہ برابر ہے p کراس r کی طرف سے d سے یہ ہے d کے d طرف سے
اس کو مستقل رکھیں اور اس کو مختلف کریں اور اس کو مستقل رکھیں یہ فرق رکھیں یہ وہی ہے جو ہم کرنے جا رہے ہیں do plus r
times dp by dt dr by dt آپ کو velocity vector دینے جا رہا ہے اس لیے dr by dt ایک velocity vector
velocity ہو گا va ہے اس لیے وہ v اوقات Momentum m کے ساتھ کراس کیا گیا vector دے گا مومینٹم nish
ریٹ آف مومینٹم کی تبدیلی کے طور پر جانا جاتا ہے جس کو نیوٹن کے قانون کی طاقت dp by dt تو آپ کے پاس صرف وہی رہ جاتا ہے جو
کراس ایف کیا ہے اس قوت کی وجہ سے جسم پر کام کرنے والا ٹاؤ ٹارک ہے لہذا fr کے ذریعے جانا جاتا ہے اچھی دائیں اس لیے آر کراس
ٹاؤ کے برابر ہے آپ کہتے ہیں کہ زاویہ مومینٹم کی تبدیلی کی وقت کی شرح زاویہ dt بذریعہ dl ہمارے پاس ایک ہے بہت خوبصورت رشتہ
مومنٹم کی تبدیلی کی وقت کی شرح ٹھیک ہے کے تحت ٹارک کے برابر ہے یہ کچھ ایسا ہی ہے جب آپ اس مساوات کا آہ کے ساتھ موازنہ کرتے ہیں
dt سے dp جسے آپ کہتے ہیں ایک اور دو جہت میں کائنیمیٹکس جنرل نیوٹن کی مساوات کیا ہے جو آپ کو ملتی ہے یہ کچھ ہے اس کا موازنہ
ڈیٹا کے برابر ہے اب یہ ہمارے لئے کافی نہیں ہے کہ آہ تاؤ ایک ہی ذرہ پر عمل کرنا کافی نہیں ہے کیونکہ ہم ذرات کے نظام کا f کے ساتھ
مطالعہ کر رہے ہیں اور عام طور پر ایک بڑا سخت جسم سخت جسم ہے لہذا اور آہ مداری کونیی مومینٹم وغیرہ کے بارے میں کیا خیال ہے کہ آپ
ایک ویکٹر ہے مقدار اتنی ہے کہ ویکٹر آہ ہیں آپ اسے شامل l ذرات کے نظام کے لئے متعارف کراتے ہیں یہ ایک بار پھر کافی آسان ہے کیونکہ
دو وغیرہ یا ذرات اور ذرات کے نظام کا کونیی لمحہ l ایک l کر سکتے ہیں اگر
تو اس کی کل کونیی رفتار اس سے دی جاتی ہے
پارٹیکل کی پوزیشن ویکٹر کے ساتھ کراس کیا گیا اس مخصوص ذرہ کا مومینٹم ویکٹر اس لیے صرف وضاحت کے لیے ith کیا ہے li li تو
میں لکھوں گا آپ سوچ سکتے ہیں mi times vi
تک چل رہا ہوں آپ اسے اس طرح بھی لکھ n تو کل کونیی مومینٹم ہے میں اس طرح لکھ سکتا ہوں میں نے پہلے ہی لکھا ہے کہ میں ایک سے
تک چل رہا ہے یہ یہ ہے یہ آہ ہے یہ ذرات کے نظام کی کونیی رفتار کی تعریف ہے یہ کس طرح جائز ہے n سکتے ہیں کراس پی آئی ایک سے
آپ ان سب کو f 1 xf 2 xf 3 x ایک ویکٹر کی مقدار ہے اور ویکٹرز جو آپ کسی خاص پارٹیکل فورس کی طرح شامل کرسکتے ہیں l
ہے بذریعہ dli کیا ہے اور پھر شامل کریں جو dt بہ dl شامل کر سکتے ہیں اور اب ہم اس کے بارے میں بات کریں گے کہ اس مقدار کا
ہے۔ ایکٹرس اس لیے افسوس ہے کہ کل زاویہ مومنٹم کی تبدیلی کی شرح تمام ٹارک کے مجموعے کے v ایک ویکٹر سم اوور آل dt tau y
برابر ہے جسے آپ کیپٹل ٹی کیپٹل ٹاور کہہ سکتے ہیں بلکہ یہ کل ٹارک ہے جو اس پر عمل کر رہا ہے۔ ذرات کا نظام یہ کل ٹارک ہے جو ذرات کے
نظام پر کام کر رہا ہے اور دیگر اب ہم لیں گے میں ٹاؤ پر غور کرتا ہوں اور تاؤ کیا ہے ایک آہ ہے یہ اونچائی کے ذرہ کی

پوزیشن ویکٹر ہے
اوقات کے برابر ہے جو ہم نے پہلے ہی دیکھا تھا کہ قوتیں دو قسم کی ہوتی ہیں ایک بیرونی قوتیں جیسے کشش ثقل اگر آپ ri تو ٹھیک ہے یہ
چارج پارٹیکل کو برقی میدان یا مقناطیسی میدان وغیرہ میں ڈالتے ہیں اور وہ اندرونی قوتیں ہو سکتی ہیں جیسے تناؤ کمپریشن ایک دوسرے کے جسم
کی کشش وغیرہ
تو میں یہ کہوں گا کہ فائی ایکسٹرنل پلس اندرونی قوتیں جو اونچائی کے ذرہ سے مطابقت رکھتی ہیں عام طور پر آپ اسے دیکھتے ہیں اندرونی
کوئی بھی طاقت جب ان ules قوتیں کچھ ایسی ہوتی ہیں جیسے ایکشن ری ایکشن اور ری ایکشن کی قسم جو آپ گیس کے دو انو میں لیتے ہیں۔
میں سے دو گیندوں میں سے دو مالیکیولوں میں سے ایک کو جوڑنے کے لیے ان میں سے ایک کو دوسرے مالیکیول پر ایک خاص قوت قبول کرنے
والی ہے
تو کیا آپ کو دوسرے مالیکیول کی وجہ سے اس پہلے والے پر ردعمل آئے گا اس لیے اندرونی قوتیں ایکشن ری ایکشن کی قسم اور پھر اور یہ
قوتیں حصہ نہیں ڈالتی ہیں وہ مخالف سم
توں میں ہیں اور پھر وہ حصہ نہیں ڈالتی ہیں اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ٹاؤ انٹرنل اور ٹاؤ انٹرنل اس وجہ سے بڑھا ہوا ہے کہ کس طرح
اس کے برابر dt is بذریعہ dl خارجی ہے اس لیے میں اب لکھ سکتا ہوں
تو یہ ہے یہ ٹاؤ صرف بیرونی تک کم ہو گیا ہے کیونکہ اندرونی قوتیں حصہ نہیں ڈال رہی ہیں وہ ایکشن ری ایکشن ٹائپ ہیں جسے آپ ٹاؤ ایکسٹرنل
لکھ سکتے ہیں OK
تو یہ کچھ ہے آہ ایک گھنٹی بجنی چاہیے جب آپ یہ دیکھتے ہیں یہ کچھ ایسا ہی ہے۔ ہم نے پہلے دیکھا ہے کہ کل مومینٹم کی تبدیلی کی شرح کیا ہے
ies بیرونی دائیں کے برابر ہے آپ قابل ذکر مماثلت دیکھ سکتے ہیں f ترجمہی حرکت گردشی حرکت یا مختلف نوعیت کی ہونے کے باوجود
دونوں صور
توں میں بنیادی گورننگ مساوات کے حوالے سے درست ہے لہذا آپ کہتے ہیں کہ اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ وقت بہت اہم ہے کل مداری کونیی
رفتار کی شرح وقت کی شرح ٹھیک ہے آپ کے پاس ایک قسم کا یادداشت اوہم نہیں ہے کسی نقطے کے بارے میں یا کسی لکیر کے بارے میں یا
کسی لکیر کے بارے میں یا کسی لکیر کے بارے میں یا کسی لکیر کے بارے میں ایک محور کے نظام کے کل مداری زاویہ کی رفتار کی وقت کی
شرح بہت عام ہے جو آپ میں سے کچھ کے مجموعے کے برابر ہے جسے آپ کو محض باتیں نہیں کہنا چاہیے۔ بیرونی مذاکرات جو اہم ہیں کیونکہ
اندرونی قوتیں کچھ حصہ نہیں ڈالیں گی بیرونی بات چیت یعنی وہ بات چیت ہے جس کی وجہ سے ایک لعنت ہے صرف جملہ مکمل کرنے کی وجہ
سے بیرونی قوتیں ٹھیک ہے
تو اب کیا ہوگا ہم زاویہ کے تحفظ کے بارے میں بات کریں گے۔ رفتار جب زاویہ کی رفتار کا تحفظ زاویائی رفتار کا تحفظ ٹھیک ہے اگر تاؤ بیرونی
صفر کے برابر ہے
تو صفر کا مطلب ہے
حرکت کا ایک l ایک مستقل ہے حرکت l تبدیل نہیں ہوتا ہے یا l کیا ہے l صفر کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ dt بذریعہ dl تو
محفوظ ہے اب اگلا کیا ہے l حرکت کا ایک مستقل ہے آپ کہتے ہیں کہ تکنیکی زبان میں جسے آپ کو استعمال کرنا سیکھنا چاہئے l مستقل ہے
قدرتی سوال جو آپ آپ سے پوچھیں گے آپ اس صورتحال کا موازنہ کرنا چاہیں گے۔ لکیری حرکت کی صورت حال صحیح ہے
ہے dp by dt ہے جب آپ کے پاس ah dp by dt تو یہ کیا ہے کہ آپ کے پاس
صفر کے برابر ہے f صفر ہے اگر f کہتے ہیں اس پر عمل کرنے والی قوت جب f تو آپ اسے
محفوظ ہے یہ ذرات کے نظام کے معاملے میں بھی p ہے حرکت کا مستقل یا اس کے مساوی طور پر آپ کہتے ہیں کہ a تو ہاں لکیری رفتار
لکھا ہے p درست ہے کیونکہ اگرچہ میں نے چھوٹا
تو یہ ایک ذرہ کی رفتار کو ظاہر کرتا ہے یہ تعلق نظام کے معاملے میں بھی درست ہے۔ وجہ ہے مومینٹم ایک ویکٹر کی مقدار ہے آپ کل مومینٹم کو
جوڑ سکتے ہیں ہم نے اسے صرف چند منٹ پہلے پارٹیکل کی کل مومینٹم کیا ہے ویکٹر پی ون پلس ویکٹر پی ٹو وغیرہ سب ہیں اور صحیح یہ ہے
تو مداری کونیی مومینٹم کب ہے مسلسل حرکت اب جب بیرونی ٹارک ختم ہو جائیں گے
تو ہم ایک سادہ مسئلہ کریں گے ہم ایک مثال دیں گے اور پھر اب ہم ایک ایسے ذرے پر غور کریں جو ایک مستقل رفتار کے ساتھ حرکت کر رہا ہو یہ
ایک مثال ہے پارٹیکل ایک مستقل رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے یہ ایک سادہ ہے سسٹم اور آئیے ہم غور کریں کہ ذرہ اس سمت میں بڑھ رہا ہے آئیے
ہم یہ کہتے ہیں کہ ٹھیک ہے کسی وقت ذرہ کو یہیں کہیں ہونا ہے اس وقت آہ کے احترام کے ساتھ آہ کے احترام کے ساتھ ان میں سے کسی لمحے
ذرہ یہاں ہے لہذا یہ پارٹیکل کی پوزیشن ویکٹر ہے یہ سسٹم کوآرڈینیٹ سسٹم کی آہ اصلیت ہے ٹھیک ہے پھر میں آہ کروں گا میں اس کو پروجیکٹ
کروں گا میں اس کو پیدا کروں گا معذرت یہ پارٹیکل ہے یہ تھیٹا سختی سے بول رہا ہے نہیں
تو آپ دیکھیں گے کہ میں ایک چھوڑ دوں گا یہاں سے کھڑا ہے
بالکل ٹھیک ہے sin theta ہے اس لیے یہ متضاد r تو یہ
ہے۔ شہر اس velo مستقل v aa ہے لہذا اس کا v تو تفصیل اس طرح ہے کہ ایک ذرہ مستقل رفتار کے ساتھ حرکت کر رہا ہے مستقل رفتار
کراس vr میں m کے ساتھ r برابر ہے l برابر ہے ll ہے جو کافی آسان ہے اب میں حساب لگانا چاہتا ہوں v میں m لیے ہے اس کی رفتار
اور آپ جانتے sin theta میں v میں ah m پھر r جس کی شدت ہے ویکٹر ah r یہ ہے تعریف کے لحاظ سے ہمارے پاس کیا ہے p
اس ویکٹر کی شدت بہت معیاری ہے اس کی سمتیں کیا ہیں یہ پوزیشن ویکٹر یہ ہے یہ آہ v یہ مقدار ہے اور تھوڑا r کیا ہے تھوڑا r ہیں تھوڑا
یہ ہے پوزیشن ویکٹر اور مومینٹم کی سمت اس کے ساتھ ہے لہذا آہ جب میں اس دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے اصول کو لیتا ہوں
تو میں چھوٹے زاویہ لیمبڈا کو دیکھوں گا
کی سمت p یہاں اس خاص نقطہ پر صفحہ کے عددی صفحہ میں pi تو یہ آہ کرے گا کہ یہ کیا آرہا ہے یا صفحہ میں ہاں صفحہ کی سمت
کیا ہے میں حساب کرنا چاہتا ہوں ym لکھے گا اور ابھی میں کیا کروں گا کہ ذرّہ سیدھی لکیر کے ساتھ حرکت کرتا ہے
سے اس کا مطلب ہے r کے برابر تقسیم om کے طور پر کہیں گے ہم کہتے ہیں کہ سائن تھیٹا ہے۔ m تو میں اسے کیا کہنا چاہتا ہوں اس کو
سے تقسیم کیا r کو om
تو میں حساب کروں گا معذرت میں نے اس سمت کی نشاندہی نہیں کی ہے یہ یہ ویکٹر یہ ویکٹر ہے اگر میں صرف یہ لکھ دوں
تو یہ درست نہیں ہے یہ سمت ٹھیک ہے ٹھیک ہے
میں r اس میں اکیلے کی وسعت ہے میں لکھوں گا تاکہ مجھے اس کے بارے میں فکر کرنے کی ضرورت نہیں ہے l تو اب میرے پاس ہوگا آہ
ah r sine برابر ہے l ہے لہذا میرے پاس r sin theta om r sin theta ہے om گناہ om by ym r میں ah میں mv
میں mv کے طور پر r sin theta میں اسے theta one minute plus ym is r sine theta yes this r sin
ہے اب ہم کر چکے ہیں وجہ یہ ہے کہ ذرّہ سیدھی لکیر کے ساتھ حرکت کرتا ہے آہ ہم حساب om r sin theta times mv لکھوں گا یہ
صحیح ہے ah mv اوقات ym لگانا ہے کہ کونیی رفتار کی شدت کیا ہے اس کی کونیی رفتار کی شدت یہ خاص لمبائی ہے جو
یہ ہم نے کیا ہے اس سے آپ آتے ہیں یہ نتیجہ کیا ہے کہ آیا ذرہ یہاں ہے یا ذرہ یہاں ہے یا r بذریعہ om سائن تھیٹا برابر ہے ah تو یہ ہے

ہوتا ہے جب آپ مداری زاویہ مومنٹم تھیٹا کی شدت کا ym ہمیشہ یہ فاصلہ vm ذرہ یہاں ہے اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے یہ ہمیشہ یہ حساب لگائیں گے
جیسا کہ اگر کوئی ذرہ ah ایک ہی ہے لہذا اس کا مطلب ہے ym تو اس کے ساتھ چلنے کے ساتھ ساتھ یہ مختلف ہوگا تاہم یہ ہمیشہ یکساں ہے جس کے ساتھ ایک مستقل رفتار کے ساتھ حرکت کر رہا ہے
dte سے dl حرکت کا ایک مستقل ہے اس لیے l تو اس کا مداری زاویہ مومینٹم ایک اصل کے حوالے سے حرکت کا ایک مستقل رہتا ہے لہذا کا کیا ہوگا لہذا یہاں کوئی ٹارک نہیں ہے ٹھیک ہے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آہ
تو اس کے ساتھ میں سوچتا ہوں کہ آج میں مختصراً بتا سکتا ہوں کہ ہم نے ٹارک اور کونیی مومینٹم کی تعریف کے ساتھ شروعات کی پھر ہم نے ہے تب ہم نے torque دکھایا کہ ٹارک اور اینگولر مومینٹم کے درمیان کیا تعلق ہے پھر کن حالات میں کن حالات میں محفوظ کیا جاتا ہے .
کا حساب لگانا شامل ہے اور اس خاص مسئلے سے ہمیں یہ torque صورتحال کی چند سادہ مثالوں پر غور کیا تھا جن میں کراس پروڈکٹس کے کہ احساس ہوتا ہے l اس لیے ہے حرکت کا ایک مستقل so so so so you

Prutor@IITK