

म्हणून

त्यामुळे आज आम्ही क्रॉस उत्पादनाच्या वापरावर आमची चर्चा चालू ठेवणार आहोत आजच्या चर्चेचा विषय टॉर्क आहे आणि आम्ही कोनीय संवेग आणि संवर्धन नुकसान यावर काही वेळ घालू

त्यामुळे आज प्रथम आम्ही टॉर्कवर लक्ष केंद्रित करणार आहोत आणि कणांच्या घूर्णन गतीच्या अभ्यासात त्याची भूमिका काल आम्ही दोन सदिश  $a$  आणि  $b$  मधील क्रॉस उत्पादन सादर केले आणि आम्ही दाखवले की हा सदिश  $a$  आणि  $b$  या दोन्ही व्हेक्टरला लंब आहे या अर्थाने हा सदिश लंब असलेल्या विमानाला लंब आहे सदिश  $a$  आणि सदिश  $b$  मग आपण कोनीय वेगाच्या कल्पना मांडतो किंवा त्याची परिमाण ही रोटेशनल स्पीड आहे मग कोनीय प्रवेग आम्ही  $ah$  रेडियल प्रवेग आणि ट्रान्सव्हर्स प्रवेग सारख्या इतर संकल्पना देखील मांडल्या आणि आजच्या विषयावर पुढे जाण्यापूर्वी मला एक खर्च करू द्या एका महत्त्वाच्या समस्येवर काही मिनिटे ज्यावर आपण काल चर्चा केली होती ती मी पुन्हा सांगतो अहो येथे एक कठोर शरीर आहे अक्ष  $x$  अक्ष येथे  $y$  येथे अक्ष आणि येथे  $z$  अक्ष आणि नंतर ही मानक समीकरणे आहेत जी आपण काल काढली आहेत रेखीय वेगासाठी अभिव्यक्ती कोनीय वेग आणि स्थिती सदिश इत्यादि आणि ट्रान्सव्हर्स प्रवेग यांच्यातील क्रॉस उत्पादन म्हणून लिहिलेली आहे अल्फा वेक्टर  $r$  ने ओलांडला आहे का अल्फा वेक्टर काय आहे तो कोनीय प्रवेग वेक्टर आहे तो  $d$  ओमेगा बाय  $dt$  आणि नंतर रेडियल प्रवेग आहे ओमेगा क्रॉस ओमेगा क्रॉस  $r$  हे अभिव्यक्ती होते आम्ही नव्हतो आम्ही तुम्हाला खूप कठोर व्याख्या दिल्या नाहीत क्षमस्व कठोर व्युत्पत्ती याचे पण आम्ही एका प्रकारच्या साधर्म्याने लिहिले आहे आणि आता ही कठोर गतीशीलतेची समीकरणे आहेत तथापि तुम्ही आधी अभ्यास केला असता एका परिमाणातील कणाची गती आणि दोन मिती समजा मी एका कणाची गती दोन मितीमध्ये मानतो.

कण कुठेही जाऊ शकतो. म्हणून हे अंतर  $r$  बदलू शकते ज्याला तुम्ही रेडियल अंतर म्हणतात आणि याला तुम्ही म्हणतात थीटा व्हेक्टर थीटा म्हणून माफ करा, तुम्ही इथून इकडे फिरले की थीटाची ही दिशा दिली आहे म्हणून तीन दिशा आहेत मूलतः दोन डायमॅन्शनल प्लेनमध्ये दोन दिशा रेडियल दिशा आणि थीटा दिशा किंवा ट्रान्सव्हर्स दिशा तुमच्याकडे एक अक्ष देखील आहे जे बोर्ड मधून बाहेर येत आहे ते  $z$  दिशा आहे म्हणून जसे  $xyz$  वरून थकल्यासारखे आहे जसे कार्टेशियन प्लेनमध्ये  $xy$   $z$  ट्रायडमधून तुमच्याकडे  $r$   $theta$   $z$  एक ट्रायड बनते आहे ठीक आहे आता आम्ही ती समीकरणे वेग वेक्टर  $v$  येथे काढली आहेत  $r$  डॉट वेळा आहे तुम्ही या स्थिती व्हेक्टरपासून सुरू करा आणि वेळेच्या संदर्भात तो फरक करा आणि वेळेच्या संदर्भात फरक करा तुम्हाला हे प्रमाण मिळते आता तुम्हाला हे लक्षात आले आहे की युनिट व्हेक्टर  $er$  चा गुणांक रेडियल वेग आहे तर  $e$   $theta$  चा गुणांक  $ah$  आहे कोणीय वेग आणि तरीही ते फक्त परिमाण आहे ही संपूर्ण गोष्ट कोनीय वेग आहे ही रोटेशनल गती आहे जी आतापासूनची शब्दावली आहे ई कण या द्विमितीय समतलामध्ये कुठेही जाऊ शकतो जर मी असे म्हटले की कणाला फक्त वर्तुळाच्या बाजूने फिरावे लागते जे शरीर अक्षाभोवती फिरत असले तरीही कठोर गतीशीलतेच्या बाबतीत घडते. पार्ट पोजिशन येथे मग ही रेडियल दिशा आहे हा विशिष्ट बिंदू वर्तुळ स्वीप करणार आहे ते वर्तुळ हे कणाच्या वर्तुळाकार गतीशी संबंधित आहे एकदा मी  $r$  फिक्स केल्यावर  $rr$  बिंदू रेडियलचा  $dt$  द्वारे शून्य आहे गुणांक शून्य असेल तर तुम्हाला येथे आपोआप मिळेल रेडियल वेग एका कठोर गतीसाठी शून्य आहे ज्यामध्ये तुम्ही एक कण मानता जो स्थिर आहे रेडियल वेग  $0$  आहे परंतु कोनीय वेग  $0$  नाही आता ओमेगा काय आहे ओमेगा हे हे आहे ओमेगा वेक्टर आहे तुम्ही हे ओमेगा व्हेक्टर कसे परिभाषित करता ओमेगा व्हेक्टर हे त्याच्या परिमाण गुणाप्रमाणे परिभाषित केले आहे एकक वेक्टर हे तुमच्या रोटेशनचे अर्थ आहे असे वर्णन केले आहे आता मी ओमेगा क्रॉस काय आहे हे मोजू शकतो  $ga$   $cross$   $r$  आहे  $omega$   $is$   $omega$   $times$   $ez$   $times$   $the$   $vector$   $r$  आहे  $r$  वेळा युनिट वेक्टर रेडियल दिशा बाजूने आता हे  $omega$   $times$   $r$  वेळा आहे काय आहे  $ez$  क्रॉस इरेझ क्रॉस  $ez$  क्रॉस  $er$  असेल  $v$  थीटा काहीतरी  $i$  क्रॉस  $j$  युनिट वेक्टर  $i$  क्रॉस  $j$  आहे  $kj$  क्रॉस  $k$  आहे  $i$  त्या अर्थाने मला इथे मिळेल  $e$   $theta$  आता तुम्ही येथे पहा आह आमच्याकडे जी काही समीकरणे आहेत ते तुम्हाला इथून जे काही परिणाम मिळतात ते ते कणाच्या मुक्त गतीपासून मिळू शकतात दोन आयामांच्या अधीन कंडिशन तुम्ही रेडियल कोऑर्डिनेट फिक्स करत आहात ठीक आहे म्हणून तो त्याच्या आह पासून सुरू होतो आम्ही येथे काय करत आहोत हे एक प्रकारचे सिद्ध करते आहे आमची व्युत्पत्ती येथे ही समीकरणे मग तुम्ही मला प्रवेग वेक्टरची गणना करायची आहे प्रवेग वेक्टर  $dv$  द्वारे  $dt$  द्वारे  $dt$  आहे  $dt$  पर्यंत मी पूर्ण अभिव्यक्ती लिहून ठेवेन मी आत्ताच कणाची स्थिती निश्चित करणार नाही मी पूर्ण गोष्ट मिळवून घेईन आणि मला काय मिळणार आहे ते पहा. थीटा हे वेगळे करते आणि मी कणाची स्थिती निश्चित केल्यावर मला येथे मिळेल मग मी येथे पोहोचून म्हणून हे आश्चर्यकारक आहे की प्रवेगमध्ये रेडियल घटक तसेच स्पर्शिक घटक असतील तर वेगात फक्त स्पर्शिक घटक असतात आणि रेडियल घटक नसतात कठोर गतीसाठी आता मला ते येथून मिळवता आले पाहिजे होय माझ्याकडे ही अभिव्यक्ती आहे ज्यासाठी आपण काल ती काढली आहे आणि अल्फा क्रॉस  $r$  म्हणजे अल्फा अल्फा व्हेक्टर म्हणजे कोनीय प्रवेग आहे म्हणून थीटा डबल डॉट वेळा  $ez$  वेळा  $r$  वेळा  $er$  हे तुम्हाला  $r$   $theta$  डॉट वेळा देते  $ez$  हे समान आहे ही अभिव्यक्ती येथे सारखीच आहे आता रेडियल प्रवेग काहीसा क्लिष्ट दिसत आहे प्रत्यक्षात ओमेगा क्रॉस ओमेगा क्रॉस आर ओमेगा वेक्टर नाही हे प्रमाण आहे आणि ओमेगा क्रॉस आर व्हेक्टर आम्ही आधीच येथे मोजले आहे जेणेकरून मी हे करू शकेन ते इथे टाका मग मला इथे मिळेल  $r$   $theta$   $dot$   $square$   $times$   $cr$  जे मला वाटतं  $eze$   $theta$   $e$   $d$   $theta$  आहे मी ते इतर प्रकारे करत आहे म्हणून माझ्याकडे येथे एक वजा चिन्ह असले पाहिजे म्हणून ही अभिव्यक्ती माझ्याकडे येथे असलेल्या सारखीच आहे या प्रकारातून तुम्हाला हे सांगते की जरी कठोर डायनॅमिक्स हा एक विशेष विषय असला तरीही तुम्ही नेहमी याचा अभ्यास करू शकता.

कण दोन मितीमध्ये आणि म्हणून यासह मी आजच्या विषयासाठी पुढे जाईन आजचा विषय टॉर्क आणि कोनीय संवेग आहे ठीक आहे आता त्याची प्रेरणा काय आहे आता कण विस्थापित कसा करायचा माझ्याकडे येथे एक कण आहे मला ते हवे आहे फक्त ज्या प्रकारे मी हे करू शकतो त्यावर शक्तीने कार्य केले पाहिजे म्हणून ती शक्ती आहे जी शरीराच्या अनुवादात्मक गतीसाठी जबाबदार असते जर शरीर येथे असेल तर मी बल लागू केले तर ते येथून दुसऱ्या स्थितीत जाते. शरीराचे भाषांतर केले गेले आहे

त्यामुळे बळ ही एक आहे जी भाषांतराच्या भाषांतर गतीसाठी जबाबदार आहे आता प्रश्न असा आहे की तो देखील क्षमस्व आहे तो शरीरावर एक प्रवेग देखील निर्माण करतो आता आम्ही खालील परिस्थिती विचारात घेतो  $supp$   $ose$  माझ्याकडे एक दरवाजा आहे माझ्याकडे एक दरवाजा आहे यासारखे हे सर्व बिजागर आहेत इथे एक मध्ये एक आहे इथे एक आहे आणि ठीक आहे आता मला जेव्हा

हा दरवाजा फिरवायचा असेल तेव्हा हा दरवाजा फिरवायचा असेल तर मी जोर लावला तर येथे कोणत्याही कोनात मी बल लावले तर दरवाजा फिरणार नाही पण दार फिरलेच पण आपले व्यावहारिक शहाणपण आपल्याला आपल्या दैनंदिन जीवनातून सांगते की जर मी येथे बल लागू केले तर सामान्य दिशा या अगदी जवळ आहे या काठाच्या जवळ, मग रोटेशन अतिशय मोहक आणि तयार करणे सोपे आहे ठीक आहे आता याला शक्तीचा क्षण म्हणतात या संकल्पनेमध्ये एक शक्ती शरीरावर कार्य करते आणि नंतर एक घूर्णन परिणाम होतो ही संकल्पना हा प्रभाव आहे बलाच्या क्षणाचा क्षण ज्याला म्हणतात किंवा त्याला टॉर्क असेही म्हणतात याला बलाचे अनेक समतुल्य नावे आहेत किंवा एक जोडपे देखील आपण पाहू की ते केंद्र काय आहे ते जसे माझ्याकडे बल असेल तर ते  $bo$  वर प्रवेग निर्माण करू शकते कारण हे बल आहे जे शरीराच्या प्रवेग घडवून आणण्यासाठी जबाबदार आहे माझ्या येथे टॉर्कमुळे कोणीय प्रवेग होऊ शकतो म्हणून जेव्हा बल या विशिष्ट एका सामान्यवर कार्य करते तेव्हा आपण असे म्हणू की हा दरवाजा या बोर्डच्या समतल आहे तर एक सामान्य बल त्यावर क्रिया केल्यावर दरवाजा फिरेल आणि जेव्हा दार फिरते तेव्हा तो या बोर्डच्या चौकटीच्या संदर्भात एक कोन स्वीप करणार आहे.

त्यामुळे तो कोन कोणत्या दराने बदलेल. बदलाच्या दराच्या बदलाचा दर काय आहे तो कोन जो कोनीय प्रवेग ओळखतो आणि आता आपण एका बलाच्या क्षणासाठी एक अभिव्यक्ती प्राप्त करू, तो एका कणावरील बलाचा ठीक क्षण योग्यरित्या परिभाषित करेल ठीक आहे म्हणून मी अक्ष निश्चित करतो याप्रमाणे  $x$  अक्ष हा  $y$  अक्ष आहे म्हणून माझ्याकडे येथे कण आहे याला मी  $r$  सदिश म्हणून आणि आता हा  $r$  सदिश आहे कण येथे आहे मग तेथे एक बल आहे जसे कार्य करते बल आहे हा  $f$  सदिश आहे मी तयार करू शकतो हे मी आता  $ah$  देखील करीन टॉर्क आहे टाऊ टॉर्क टाऊ द्वारे दर्शविलेले त्याचे वर्णन केले जाते कारण ते पोझिशन वेक्टरचे क्रॉस उत्पादन आणि त्यावर कार्य करणारे बल म्हणून परिभाषित केले जाते आणि

त्यामुळे एक गोष्ट लगेच स्पष्ट होते की हा टॉर्क टॉर्कची दिशा दोन्ही लंब आहे पोझिशन वेक्टर तसेच फोर्स वेक्टर आणि उजवे आणि ते उजव्या हाताने दिलेले आहे हे उजव्या हाताने दिलेले स्क्रू हे तुम्ही उजव्या हाताच्या स्क्रूच्या दिशेने लक्षात ठेवले पाहिजे ज्याचे आम्ही आता स्टेटस क्लासमध्ये वर्णन केले आहे म्हणून व्याख्यानानुसार हे आहे काहीही नाही पण  $r$  वेळा  $f$  गुणा पाप थीटा किंवा  $r$  वेळा काय आहे उह काय आहे  $f$  पाप थीटा हे हे संपूर्ण परिमाण  $f$  आहे म्हणून मी येथून एक लंब टाकला तर हे आहे जर मी येथून एक लंब सोडला तर ही थीटा आहे आह मी करीन हे घ्या म्हणजे ह्यावर थीटा आहे म्हणून हे  $f \sin \theta$  होणार आहे ज्याला तुम्ही  $f$  लंबवत म्हणून म्हटले आहे  $f \sin \theta$  हे आहे कारण हे साइन आहे म्हणून हे  $r$  गुणा  $f$  लंब असे लिहिले आहे हे  $f$  लंब आहे तुम्ही हे जाणून घ्या मी ते वेगव्या प्रकारे देखील लिहू शकतो की मी येथून लंब कसा सोडतो हे थीटा आहे

त्यामुळे जेव्हा मी येथून लंब सोडतो तेव्हा मी ते  $r \sin \theta$   $r \sin$  या त्रिकोण काटकोन त्रिकोणात  $f$  म्हणून लिहू शकतो मी हे घेऊ शकतो  $r$  म्हणून हे  $r \sin \theta$  आहे मी ते दोन्ही प्रकारे पाहू शकतो म्हणून हे  $f$  मध्ये  $r$  लंब असे लिहिलेले आहे हे प्रमाण आहे किंवा लंब म्हणून ओळखले जाते सध्या टॉर्क फोर्सच्या परिमाणांचे काय आम्हाला परिमाण माहित आहेत आणि  $r$  हे अंतर आहे म्हणून बळ हे अंतर करण्यासाठी आहे. यात उर्जेची परिमाणे आहे किंवा आता केलेल्या कामाचे कार्य आहे तर केलेले कार्य एक स्केलर परिमाण आहे जर एखादा कण अंतराने हलतो  $ah$  जर  $dx$  जर कण  $dx$  अंतराने फिरला तर त्यावर क्रिया करणारी शक्ती  $f$  असेल तर हलवताना केलेले कार्य हे  $f$  डॉट  $dx$  असीम समान उजवीकडे आहे मात्र त्यात उर्जेची परिमाणे आहेत पण टॉर्क आहे टॉर्कमध्ये उर्जेची परिमाणे देखील आहेत परंतु ते सदिश प्रमाण आहे म्हणून आपण हे लक्षात ठेवणे आवश्यक आहे की आम्ही समान पाहिले आहे एक स्केलर आणि दुसरा वेक्टर ज्याची दोन्ही समान परिमाणे आहेत उदा. ओमेगाचा कोनीय वेग ओमेगाचा कोनीय वेग, ओमेगाचा कोनीय वेग, त्याला  $ah$  ची परिमाणे प्राप्त झाली आहेत हे  $d \theta$  बाय  $dt$  थीटा रेडियनमध्ये आहे म्हणून ते आहे वेळ व्युत्क्रम वारंवारता कोणती वारंवारता बदल काय म्हणजे कोनीय वारंवारता म्हणजे कितीही कोन कितीही कालावधीत स्वीप करतो म्हणून याला सुद्धा उलट नाही तर एक सदिश परिमाण आहे हे एक स्केलर प्रमाण आहे

त्यामुळे अशा जोड्या भौतिकशास्त्रात घडतात ठीक आहे आता मी तुम्हाला एक साथे उदाहरण देईन आणि मी तुम्हाला एक साथे उदाहरण देईन आणि समजा माझ्याकडे असा एक स्क्रू आहे मला तो फिरवायचा आहे मला काय करायचे आहे मला ते फिरवायचे आहे म्हणून आमच्याकडे असा स्पॅनर आहे मी वेगव्या रंगाचा खडू घेईन फक्त हा स्पॅनर दर्शविण्यासाठी म्हणजे हा स्पॅनर आता कसा दिसेल जर मला तो फिरवायचा असेल तर मी येथे बल लागू करेन जर मला हे फिरवायचे असेल तर मी असे करतो हा आमचा दैनंदिन अनुभव आहे  $n$  दुसरीकडे आता हेच बल आहे जर मी तेच फोर्स इथे लावले तर स्क्रू फिरवणं तितकं सोपं नसतं त्यामुळे लांब लांब अंतर जास्त असेल तर मला ते अगदी शोभिवंत मार्गाने सोप्या पद्धतीने करायचं असेल तर मला काय करायचे आहे, मला लक्षणीय लांबीचा पार्सल सरकवावा लागेल मग मी ते केले तर ते लागू करा कमी बल पुरेसा आहे कारण तो  $r$  क्रॉस  $f$  आहे कारण मी वाढवत आहे  $r$   $\tau$  हे  $r$  क्रॉस  $f$  बरोबर होणार आहे जर मी लांब हात असले तरीही कमी बल इच्छा पुरेशी योग्य आहे, जर तुम्ही आह असाल तर टाऊ शून्य केव्हा आहे रोटेशनल इफेक्ट शून्य असेल तर असे घडेल जर बल शून्य असेल तर बल नसेल तर नक्कीच तुम्ही फिरवू शकत नाही तेथे नाही दुसरीकडे टॉर्क जर  $r = 0$  च्या बरोबरीचा असेल तर बलाच्या क्रियेची रेषा उत्पत्तीमधून जाते बलाच्या क्रियेची रेषा उत्पत्तीमधून जाते ही येथे आहे ही क्रिया रेषा असेल तर कृती देखील यासोबतच आहे मग ते योग्य किंवा योग्य नाही दुसरा एक हा या दोघांमधील कोन आहे जो शून्य किंवा एक ऐंशी अंश आहे तो बरोबर आहे म्हणून आर क्रॉस हे सदिश उत्पादन आहे हे लक्षात ठेवणे आवश्यक आहे म्हणून आपण आर क्रॉस  $f$  चे विविध गुणधर्म लक्षात ठेवले पाहिजेत धरा आम्ही ते पाहिले आहे की विविध गोष्टी कोणत्या आहेत  $r$  जर  $r$  चिन्ह उलटे केले तर टाऊ समान राहिल मी एक साथे उदाहरण देईन जे तुम्ही उत्पादन घेता तेव्हा हे  $r$  क्रॉस  $f$  लक्षात ठेवणे आवश्यक आहे  $\tau$  ची दिशा उजव्या हाताच्या नियमानुसार निर्दिष्ट केली आहे जी आपण काल  $r$  क्रॉस  $f$  पाहिली होती तर एक आहे  $r$  जर हे दर्शवायचे असेल तर  $r$  मधले बोट बोर्डमधून बाहेर येत आहे  $f$  प्रत्यक्षात येथून आहे या बाजूस लंब आहे मग अंगठा सांगेल  $r$  ते  $f$  केव्हा तुम्ही अंगठा फिरवाल ते सांगेल तो पुढे दिशेने पुढे जाईल. आम्ही एक साथे उदाहरण देऊ हे उदाहरण म्हणून माझ्याकडे येथे एक बिंदू आहे आणि मग हा आहे कण  $p$  येथे येथे  $i$   $s$  अक्ष बाहेर येत आहे मी अक्ष सेट करीन कारण हा  $x$  अक्ष  $y$  अक्ष आहे म्हणून तो अह आहे तो फक्त कण पडत आहे  $m$   $j$  हा एक कण आहे जो वस्तुमान घसरत आहे  $m$  गुरुत्वीय फॉल आणि उजवा आहे म्हणून मी एक बिंदू घेईन येथे हे  $m$   $j$   $i$  आहे की गुरुत्वाकर्षण शक्तीमुळे  $a$  च्या संदर्भात या विशिष्ट

भागावर टॉर्क काय आहे हे मोजायचे आहे आता हा एक चतुर्थांश आहे म्हणून येथे माझ्याकडे हा बिंदू असेल  $x$  हा  $y$  अक्ष खाली आहे म्हणून उणे  $y_i$  म्हणेल एक ठराविक बिंदू म्हणून हा  $r$  सदिश आहे ही थीटा आहे जी आता आहे काय  $\tau$   $\tau$  समान आहे  $ah$  ची त्रिज्या कितीही असली तरी  $ah$  ची परिमाण या वेळेची शक्ती गुणा  $\sin$  प्रमाणेच आहे हे लक्षात ठेवा आपण नेहमी लहान घेतो कोण जेव्हा आम्ही क्रॉस उत्पादन घेतो तेव्हा ही थीटा आहे आता तुम्ही मला विचारू शकता सर तुम्ही का बनवत नाही आम्ही क्रॉस उत्पादनाच्या या व्याख्येचा वापर का करत नाही, आम्ही ते करू आणि जेव्हा आम्ही ते करू तेव्हा काय होईल  $\tau$  is equal to  $r$  cross  $f$  लक्षात ठेवा काल आम्ही  $d$  लिहिले स्वतःची ही व्याख्या  $i$   $j$  आणि  $k$  हा आहे हा समन्वय  $x$  हा समन्वय आहे उणे  $y$  हा  $0$  आहे आणि  $mg$  मध्ये फक्त  $y$  घटक आहे म्हणून  $0$  ही एक सकारात्मक शक्ती आहे जेव्हा ती जमिनीच्या दिशेने पृथ्वीच्या केंद्राकडे जाते पण जेव्हा तुम्ही गणना करा की तुमच्याकडे  $ah$  असेल  $i$  मध्ये हे शून्य आहे  $j$  मध्ये हे देखील शून्य आहे आणि फक्त जिवंत गोट  $k$  मध्ये  $x$  मध्ये  $mj$  आहे तर हे  $mg$   $x$  मध्ये  $k$  काय आहे पाप थीटा सर हे इथे थीटा आहे पाप थीटा आहे काय आहे हे विरुद्ध आहे का हे समीप आहे म्हणून हे  $x$   $x$   $x$   $x$   $r$  बरोबर ठीक आहे आता उम हे आहे  $x$  क्षमस्व हे  $x$  म्हणून हे  $x$  विरुद्ध आहे या त्रिज्याद्वारे हे तुम्हाला पाप थीटा देईल म्हणून हे  $ah$  सारखे आहे  $\sin \theta$   $x$   $r$  द्वारे  $mg$  मध्ये  $\sin \theta$  मध्ये आहे

त्यामुळे  $ah$   $x$   $by$   $r$  काय होत आहे मी काही चूक करत आहे ठीक आहे मी ती  $r$  मध्ये  $mg$  मध्ये पाप थीटा  $x$  मध्ये  $rr$  आहे आणि सर्व रद्द होईल म्हणून माझ्याकडे असेल  $xmg$  येथे मी फक्त परिमाण लिहित आहे जर मला असे केले तर दिशा मला पुन्हा उजव्या हाताच्या अंगठ्याचा नियम दुरुस्त करावा लागेल जर मी हे सदिश योग्यरित्या लिहिले तर आपोआप दिशा बाहेर येईल हे नैतिक ठीक आहे तुम्ही ते कोणत्याही प्रकारे करू शकता पुढील संकल्पना कणाचा कोनीय संवेग आहे आता आपण त्या क्षणाबद्दल बोलत आहोत

त्याचप्रमाणे आपण कोनीय संवेगामुळे घडणाऱ्या क्षणाविषयी बोलू शकतो, म्हणून आपण वस्तुमान  $m$  च्या कणाचा विचार करूया आणि त्याची स्थिती समन्वय प्रणालीच्या संदर्भात आहे तो वेक्टर  $r$  विशिष्ट स्थानावर आहे आणि त्याचा संवेग  $p$  नंतर त्याचा कक्षीय कोणीय आहे मोमेंटम टॉर्क किंवा फोर्स फोर्सचा क्षण आता आपण याची तुलना करूया रेखीय डायनॅमिक्स टॉर्क किंवा फोर्सचा मोमेंट हा फोर्सचा रोटेशनल अँगलॉग आहे याला सामान्यतः फोर्सचा रोटेशनल अँगलॉग म्हणतात याचा अर्थ काय आहे जसे फोर्स म्हणजे काय शरीराची हालचाल करण्यासाठी जबाबदार आहे भाषांतरित गती आहे तो टॉर्क आहे जो ऑब्जेक्टला अक्षाभोवती फिरण्यासाठी जबाबदार आहे किंवा स्विंग करण्यासाठी दरवाजा इत्यादि इत्यादि आता कोनीय क्षणाचे काय?  $um$  the angular मोमेंटम हा  $s$   $ah$  चा रोटेशनल अँगलॉग आहे

त्यामुळे कोनीय संवेग हा होय रेखीय संवेगाचा रोटेशनल अँगलॉग आहे होय आता तुमच्या लक्षात येईल की आम्ही हळूहळू स्वतःला विविध संकल्पना आणि त्यांच्या गणितीय व्याख्यांसह सुसज्ज करत आहोत जेणेकरून आम्ही आंशिक प्रणालींच्या समस्या हाताळू शकू. आणि रोटेशनल डायनॅमिक्स आणि आता तुम्ही मला विचारू शकता की सर आज आमच्याकडे दोन परिमाण आहेत  $\tau$  ची व्याख्या अशी आहे  $1$  जी अशी परिभाषित केली आहे जी अर्थातच रेखीय मोशनमध्ये देखील हे असे असणे आवश्यक आहे हे आम्ही आधी परिभाषित केले आहे. या दोघांमध्ये हेच आहे जे आपण चर्चेसाठी पुढच्या विषयावर जाणार आहोत हे अगदी सोपे आहे संबंधांमधील संबंध अगदी सोपे आहे म्हणून आपण  $1$  ने सुरू करूया  $1$  समान आहे  $r$  क्रॉस  $p$  ही ऑर्बिटल कोनीय संवेग ची व्याख्या आहे म्हणून आपण फरक करू या काळाच्या संदर्भात फरक करा सर सर्वसाधारणपणे ते कसे न्याय्य आहे ना कणाची स्थिती स्थिर राहणार आहे ती बदलेल किंवा  $t$  कणाचा संवेग देखील बदलाच्या अधीन असतो म्हणून  $d$  च्या  $d$  च्या  $d$  बदल बोलण्यात अर्थ आहे  $1$  च्या  $d$  ची  $d$   $d$   $r$  क्रॉस  $p$  हा  $dr$  च्या  $d$  च्या  $d$  च्या बरोबर आहे त्याचे वितरणात्मक डेरिव्हेटिव्ह आहे तुम्ही हे स्थिर ठेवा आणि हे वेगळे करा आणि हे स्थिर ठेवा हे वेगळे करा आपण काय करणार आहोत प्लस  $r$  वेळा  $dp$  द्वारे  $dt$  द्वारे  $dt$  तुम्हाला वेग वेक्टर देणार आहे म्हणून  $dr$  द्वारे  $dt$  एक वेग देईल वेक्टर वेग मोमेंटम सह ओलांडलेला वेक्टर म्हणजे  $m$  म्हणजे काय वेळा  $v$  म्हणून ती नाहीशी होईल म्हणून तुमच्याकडे फक्त  $dp$  बाय  $dt$  रेट ऑफ मोमेंटमच्या बदलाप्रमाणे बाकी आहे न्यूटनच्या नियम शक्तीने चांगले राईट म्हणून ओळखले जाते म्हणून  $r$  क्रॉस  $fr$  क्रॉस  $f$  म्हणजे शरीरावर कार्य करणारा टॉर्क आहे यामुळे बल म्हणून आमचा एक अतिशय सुंदर संबंध आहे जेव्हा तुम्ही या समीकरणाची तुलना करता  $ah$  शी करा ज्याला तुम्ही एक आणि द्विमितीय सामान्य न्यूटनचे समीकरण म्हणतात. तुम्हाला हे काय मिळते ते  $dp$  बरोबर  $dt$  बरोबर  $f$  डेटाशी तुलना करा आता हे आमच्यासाठी पुरेसे नाही एका कणावर कार्य करणे पुरेसे नाही कारण आम्ही कणांच्या प्रणालीचा अभ्यास करत आहोत आणि सर्वसाधारणपणे एक मोठा कठोर शरीर कठोर शरीर म्हणून आणि अहो ऑर्बिटल कोनीय संवेग इत्यादि इतर प्रमाणांबद्दल काय आहे जे तुम्ही कणांच्या प्रणालीसाठी सादर करता. साथे कारण  $1$  हे सदिश परिमाण आहे

त्यामुळे सदिश अह आहेत तुम्ही ते जोडू शकता जर  $1$  एक  $1$  दोन इत्यादि किंवा कण  $n$  कणांच्या प्रणालीचा कोणीय क्षण असेल तर त्याचा एकूण कोणीय संवेग याद्वारे दिला जातो

त्यामुळे लिली म्हणजे काय वेक्टरची स्थिती  $i$   $th$  कण त्या विशिष्ट कणाच्या संवेग सदिशाने ओलांडला आहे म्हणून फक्त स्पष्टेसाठी मी लिहीन तुम्हाला  $mi$  गुणा  $vi$  चा विचार करता येईल म्हणून एकूण कोणीय संवेग मी लिहू शकतो ज्या प्रकारे मी आधीच लिहिले आहे ते मी एक ते  $n$  कडे धावत आहे हे तुम्ही हे देखील लिहू शकता जसे की  $ri$  क्रॉस  $pii$  एक वरून  $n$  चालत आहे ही आह आहे ही कणांच्या प्रणालीच्या कोनीय गतीची व्याख्या आहे हे कसे आहे जस्टिफाईड  $1$  हे सदिश प्रमाण आहे आणि वेक्टर तुम्ही जोडू शकता जसे एखाद्या विशिष्ट कण बल  $f$   $1$   $x$   $f$   $2$   $x$   $f$   $3$   $x$  वर तुम्ही ते सर्व जोडू शकता आणि आता आपण या परिमाणाचे  $d$   $1$  बाय  $dt$  किती आहे याबद्दल बोलू  $d$   $by$   $dt$  च्या बेरीज over  $i$  one to  $n$   $1$  हे बरोबर आहे मी प्रत्येक पदांमध्ये फरक करू शकतो आणि नंतर  $dt$   $\tau$   $y$  द्वारे  $d$   $1$   $i$  काय आहे ते सर्व सदिशांवर वेक्टर बेरीज आहे म्हणून आह काही आह क्षमस्व दर एकूण कोनीय संवेगातील बदल हे सर्व टॉर्कच्या बेरजेइतके आहे याला तुम्ही कॅपिटल टी कॅपिटल टॉवर म्हणू शकता त्यापेक्षा तो एकूण टॉर्क आहे जो कणांच्या प्रणालीवर कार्य करतो तो एकूण टॉर्क आहे ज्यावर क्रिया होत आहे कण आणि इतरांची प्रणाली आता आपण विचारात घेऊ  $r$   $\tau$   $ii$  विचार करा  $\tau$   $y$  म्हणजे  $\tau$  म्हणजे काय आहे  $a$   $ah$  the  $ah$  हे आहे उंचीच्या कणांचे वेक्टर वेक्टर बरोबर

$f_i$  तर हे  $r_i$  वेळा बरोबर आहे आपण आधीच पाहिले आहे बल दोन प्रकारचे बल आहेत एक बाह्य शक्ती जसे की गुरुत्वाकर्षण जर तुम्ही विद्युत क्षेत्रामध्ये चार्ज कण किंवा चुंबकीय क्षेत्र इत्यादि ठेवलात आणि ते अंतर्गत बल असू शकतात जसे की तणाव संकुचित आंतर शरीर आकर्षण इत्यादि

त्यामुळे मी म्हणणे की फाई बाह्य प्लस उंचीच्या कणाशी संबंधित अंतर्गत बल सामान्यपणे तुम्ही पाहतात हे अंतर्गत बल हे क्रिया प्रतिक्रिया आणि प्रतिक्रिया प्रकाराचे असतात जसे की तुम्ही वायूमध्ये दोन रेणू घेता यापैकी कोणतेही बल जेव्हा दोन बॉल दोन रेणूपैकी एका रेणूला एकत्र जोडतात ते दुसऱ्या रेणूवर एक विशिष्ट बल स्वीकारतात. इतर रेणूमुळे तुम्हाला या पहिल्यावर प्रतिक्रिया मिळेल म्हणून अंतर्गत बल क्रिया प्रतिक्रिया प्रकारच्या असतात आणि नंतर आणि या शक्ती योगदान देत नाहीत ते विरुद्ध दिशेने आहेत आणि नंतर ते योगदान देत नाहीत म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की  $\tau$  अंतर्गत आणि  $\tau$  अंतर्गत विस्तारित आहे कारण एक किती बाह्य आहे म्हणून मी आता  $d1$  द्वारे  $dt$  च्या बरोबरीने लिहू शकतो म्हणून हे  $\tau$  फक्त बाह्य झाले आहे कारण अंतर्गत शक्ती योगदान देणार नाहीत ते क्रिया प्रतिक्रिया प्रकार आहेत तुम्ही  $\tau$  बाह्य  $ok$  म्हणून लिहू शकता म्हणून हे काहीतरी आहे अह एक बेल वाजली पाहिजे जेव्हा तुम्ही हे पाहता तेव्हा हे असेच आहे आम्ही आधी पाहिले आहे की हा दर काय आहे अनुवादात्मक गती रोटेशनल मोशन किंवा भिन्न स्वरूपाच्या असूनही एकूण गतीचा बदल  $f$  बाह्य उजव्याच्या बरोबरीचा आहे दोन्ही प्रकरणांमध्ये मूलभूत नियमन समीकरणांच्या संदर्भात तुम्ही उल्लेखनीय समानता पाहू शकता.

त्यामुळे तुम्ही म्हणता की आता आम्ही असे म्हणू शकतो की ही वेळ एकूण ऑर्बिटल कोनीय संवेगाच्या वेळेच्या दराचा वेळ दर ऐवजी महत्त्वाचा आहे ठीक आहे तुमच्याकडे एक प्रकारचा स्मृतीविषयक ओम आहे जो एकूण कक्षीय कोनीय संवेगाचा वेळ दर फारसा सामान्य नाही एका बिंदूबद्दल किंवा रेषेबद्दल किंवा रेषेबद्दल किंवा रेषेबद्दलच्या अक्षांबद्दलच्या कणांच्या प्रणालीची काही बेरीजच्या बरोबरीची आहे आपण असे म्हणू नये फक्त बाह्य चर्चा महत्त्वाच्या आहेत कारण अंतर्गत शक्ती नाहीत कोणत्याही बाह्य चर्चेत योगदान देणार आहे ते म्हणजे एकट्याने बाह्य शक्ती हे वाक्य पूर्ण केल्यामुळे एक शाप आहे म्हणून चर्चा आहे, तर आता आपण कोनीय संवेगाच्या संवर्धनाविषयी बोलू जेव्हा कोणीय संवेगाचे संरक्षण कोनीय संवेगाचे संरक्षण ठीक आहे जर  $\tau$  बाह्य शून्य बरोबर असेल तर शून्य असेल तर  $d1$  द्वारे  $dt$  शून्य असेल याचा अर्थ असा होतो की  $1$  काय  $a1$  आहे बदलत नाही किंवा  $1$  गतीचा स्थिर आहे  $1$  गतीचा स्थिरांक आहे  $1$  गतीचा स्थिरांक आहे असे तुम्ही म्हणता तांत्रिक भाषेत जे तुम्ही वापरायला शिकले पाहिजे  $1$  आता संरक्षित केले आहे पुढे काय आहे नैसर्गिक प्रश्न तुम्ही विचाराल तुम्हाला या परिस्थितीची तुलना रेखीय गती स्थितीशी करायची आहे म्हणून मी काय  $s$  की तुमच्याकडे  $dp$  द्वारे  $dt$  असेल तेव्हा तुम्ही त्याला  $f$  म्हणता त्यावर क्रिया करणारी शक्ती  $f$  शून्य असेल तर  $f$  शून्य असेल तर होय रेषीय संवेग म्हणजे गती स्थिर आहे किंवा समतुल्य आहे  $p$  हे कणांच्या प्रणालीच्या बाबतीतही खरे आहे असे म्हणा, कारण मी लहान  $p$  लिहीले असले तरी एका कणाचा संवेग दर्शवितो हे संबंध कारणाच्या प्रणालीच्या बाबतीतही खरे आहे कारण संवेग हा वेक्टर आहे.

परिमाण तुम्ही एकूण संवेग जोडू शकता आम्ही तो कणाचा एकूण संवेग काही मिनिटांपूर्वी केला आहे ते सर्व व्हेक्टर  $p$  वन अधिक वेक्टर  $p$  दोन इत्यादि आणि बरोबर हे इतकेच आहे की ऑर्बिटल कोनीय संवेग हा एक स्थिर गती असतो जेव्हा बाह्य टॉर्क्स गायब होतात आता आपण एक साधी समस्या करू आपण एक उदाहरण देऊ आणि मग आता आपण एका कणाचा विचार करू जो स्थिर वेगाने फिरत आहे हे एक उदाहरण आहे कण स्थिर वेगाने हलतो यापैकी हे एक साथे  $sys$  आहे  $tem$  आणि कण या दिशेने फिरत आहे याचा विचार करू या असे म्हणू या की काही क्षणी कण येथे कुठेतरी असला पाहिजे. आता  $ah$  च्या संदर्भात  $ah$  च्या संदर्भात कण येथे आहे म्हणून कणाची पोजिशन वेक्टर आहे हे सिस्टीम कोऑर्डिनेट सिस्टीमचे अह मूळ आहे ठीक आहे मग मी हे प्रोजेक्ट करीन मी हे तयार करेन माफ करा हा कण आहे हे थीटा आहे काटेकोरपणे बोलत नाही म्हणून तुम्हाला दिसेल की मी एक ड्रॉप करेन येथून लंब आहे म्हणून हे  $r$  आहे म्हणून हे विरुद्ध संगत  $\sin \theta$  आहे सर्व ठीक आहे म्हणून वर्णन असे आहे की एक कण स्थिर वेगाने फिरत आहे स्थिर वेग  $v$  आहे म्हणून त्याचा  $v_{aa}$  स्थिर वेग आहे म्हणून त्याचा वेग  $m$  मध्ये  $v$  आहे अगदी सोपं आहे आता मला गणना करायची आहे  $11$  समान आहे  $1$  आहे  $r$  बरोबर  $m$  बरोबर व्हीआर क्रॉस  $p$  मध्ये पार केले आहे हे हे आहे व्याख्येनुसार आपल्याकडे  $ah$   $r$  आहे जे व्हेक्टर  $r$  चे परिमाण आहे मग  $ah$   $m$   $v$  मध्ये  $\sin \theta$  आणि तुम्हाला माहिती आहे  $r$  थोडे  $r$  काय आहे हे प्रमाण आहे आणि थोडे  $v$  हे प्रमाण आहे हे सदिश खूप मानक आहे त्याच्या दिशा काय आहेत हे पोजिशन वेक्टर आहे हे हे आहे हे आहे ही स्थिती सदिशाची दिशा आहे आणि संवेग या बाजूने आहे म्हणून जेव्हा मी उजव्या हाताच्या अंगठ्याचा नियम घेतो तेव्हा मी लहान कोनात लॅम्बडा पाहीन

त्यामुळे ही दिशा दिसेल ती काय बाहेर येत आहे किंवा पृष्ठामध्ये होय पृष्ठवर  $p$  ची दिशा मी येथे लिहीन या विशिष्ट बिंदूवर पृष्ठ पूर्णांक पृष्ठामध्ये  $p$  ची दिशा आणि सध्या मी काय करणार आहे जसे कण सरळ रेषेत फिरतो  $ym$  काय आहे मला गणना करायची आहे म्हणून मला काय कॉल करायचे आहे हे मी याला असे म्हणणे  $m$  आपण असे म्हणूया की साइन थीटा  $om$  ला  $r$  ने भागले आहे याचा अर्थ  $om$  ला  $r$  ने भागले आहे म्हणून मी क्षमस्व मोजेन मी ही दिशा दर्शवली नाही हा सदिश हा व्हेक्टर आहे जर मी फक्त लिहिलं तर हे बरोबर नाही ही दिशा आहे ठीक आहे, मग आता माझ्याकडे अह  $1$  आहे हे परिमाण आहे मी एकटाच लिहीन जेणेकरून मला याची काळजी करण्याची गरज नाही  $r$   $mv$  मध्ये  $ah$  मध्ये  $om$  द्वारे  $ym$  आहे  $r$  पाप  $om$  आहे  $r$  पाप थीटा  $om$  आहे  $r$  पाप थीटा आहे म्हणून माझ्याकडे  $1$  समान आहे  $ah$   $r$   $\sin \theta$  एक मिनिट अधिक  $ym$  आहे  $r$   $\sin \theta$  होय हे  $r$   $\sin$  मी ते  $r$   $\sin \theta$   $mv$  मध्ये लिहीन हे  $om$   $r$   $\sin \theta$   $times$   $mv$  आहे आता आपण पूर्ण केले आहे कारण आहे कण म्हणून सरळ रेषेच्या बाजूने हलते  $ah$  आपण मोजले आहे की कोनीय संवेगाचे परिमाण किती आहे त्याची कोनीय संवेगाची परिमाण ही विशिष्ट लांबी आहे जी  $ym$  गुणिले  $ah$   $mv$  बरोबर आहे तर हे  $ah$   $\sin \theta$  is equal to  $om$  by  $r$  हेच आपल्याकडे आहे असे केले. यावरून तुम्ही निष्कर्षावर आलात की कण इथे आहे की कण इथे आहे किंवा कण इथे आहे की नाही हे काही फरक पडत नाही हे नेहमी हे  $vm$  नेहमी हे अंतर  $ym$  असते जेव्हा तुम्ही परिभ्रमणाच्या परिमाणाची गणना करता कोनीय मोमेंटम थीटा बदलत जाईल जसे ते  $a1$  तथापि, हे नेहमी सारखे असते  $ym$  समान असते म्हणून याचा अर्थ  $ah$  असा होतो की जर एखादा कण स्थिर वेगाने फिरत असेल तर उत्पत्तीच्या संदर्भात त्याचा ऑर्बिटल कोनीय संवेग हा गतीचा स्थिर राहतो म्हणून  $1$  ही गती स्थिर आहे

त्यामुळे dte पर्यंत d1 चे काय होईल

त्यामुळे येथे टॉर्क नाही ठीक आहे तुम्ही ते पाहू शकता ah,

त्यामुळे मला वाटते की आज मी सारांश देऊ शकतो आम्ही टॉर्क आणि कोनीय संवेग याच्या व्याख्येसह सुरुवात केली मग आम्ही दाखवले की कनेक्शन काय आहे टॉर्क आणि कोनीय संवेग दरम्यान मग कोणत्या परिस्थितीत 1 कोणत्या परिस्थितीत जतन केले जाते टॉर्क आहे मग आम्ही क्रॉस उत्पादनांचा समावेश असलेल्या परिस्थितीची काही साधी उदाहरणे विचारात घेतली होती ज्यामध्ये टॉर्कची गणना होते आणि ही विशिष्ट समस्या आपल्या लक्षात येते की 1 एक स्थिर गती आहे म्हणून त्यामुळे तुम्ही

Prutor@iitk