

ذرات اور سخت حرکت کے نظام کی مختلف مثالیں اور ہم سمجھتے ہیں کہ اس طرح کے مسائل کا مطالعہ کرنے کے لیے مرکزی اہم تصور مرکز ماس کا تصور ہے، پھر کل ہم مزید آگے بڑھے اور اس کا احساس کرنے کے لیے مزید آگے بڑھے اور ہم نے مرکز کی رفتار کا تصور متعارف کرایا۔ اسی طرح ماس کے مرکز کی سرعت ان دو تصورات کو متعارف کرایا گیا اور پھر ہم نے اس معاملے میں ایک معاملے پر بھی بات کی ہے۔ اے ملٹی پارٹیکل سسٹم ایک دو پارٹیکل سسٹم جہاں حرکت کو مرکز کی حرکت میں الگ یا تقسیم کیا گیا تھا۔ ماس اور دوسرا ایک وہ ہے جسے رشتہ دار حرکت کہا جاتا ہے یا اہ مؤثر ماس کا تصور ہے اور اس طرح ہم نے اس دو ذرہ نظام کے نظام کی کل حرکت توانائی کا حساب لگایا تھا

تو ہمیں معلوم ہوا کہ اس دو ذرہ نظام کی یہ حرکت

توانائی ہو سکتی ہے۔ اس میں تقسیم ہو جاتا ہے جو کمیت کے مرکز کے مطابق ہوتا ہے اور یہ کم ماس اور اوکے کے مطابق ہوتا ہے اور ایسا لگتا دو کے درمیان پھر کل ہم ذرات کے نظام کا مطالعہ کرنے کے لیے آگے v ایک اور v سے جیسے کم ماس رشتہ دار رفتار کے ساتھ گھومتا ہے بڑھے اور ہم نے محسوس کیا کہ ہمیں کچھ اضافی تصورات کی ضرورت ہے جیسے کہ ہم ذرات کے نظام کے معاملے میں رفتار کے سرعت کے تصور کو عام کیسے کرتے ہیں اس لیے ہم نے یہ تصور متعارف کرایا۔ ماس کے مرکز کی رفتار کے بارے میں ہم نے ایک بہت ہی دلچسپ مثال پر غور کیا کہ ایک دو پارٹیکل سسٹم کا معاملہ کیسے چلتا ہے اور یہ نکلا کہ اس دو پارٹیکل سسٹم کی حرکت فرض کریں میں غور کروں حرکت توانائی اس کل حرکت

توانائی کو دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے ایک مرکز ماس کی حرکت

توانائی سے مطابقت رکھتا ہے اور دوسرا کم ماس کی حرکت

دو یہ دو ذرات کے مساوی رفتار ہیں اور آج v کے درمیان رشتہ دار رفتار ہے ایک اور v توانائی سے مساوی ہے کم کمیت کی رفتار کیا ہے یہ ہم ذرات کے نظاموں کی اہ گردشی حرکت کا مطالعہ کرنے کے لیے آگے بڑھتے ہیں جو کیس میں یاد ہے۔ ذرات کے نظام کا یہ یا تو خالص ترجمہ ہو سکتا ہے یا یہ خالص گردش ہو سکتا ہے یا دونوں ہو سکتا ہے لہذا آہ ہمیں اس کی ضرورت ہے جو میں کہہ سکتا ہوں کہ گردش حرکت سے کیسے نمٹا جائے اور ہمیں آج کے موضوع میں خود کو لیس کرنے کی ضرورت ہے جس پر ہم آہ ویگنر پروڈکٹ پر غور کرنے ہوتے ہیں b اور a جا رہے ہیں۔ جب ہمارے پاس دو ویگنر تو ان دو ویگنرز کے درمیان کراس پروڈکٹ کیا ہوتا ہے ہمیں اس ویگنر پروڈکٹس اور زاویہ کی رفتار کی ضرورت ہوتی ہے اگر کوئی جسم ایک محور کے گرد گھومتا ہے

تو اس کے ہر نقطہ پر ایک زاویہ کی رفتار ہوگی اس جسم کے ہر نقطہ پر زاویہ سرعت بھی ہوگی لہذا ہم آپ کو محسوس کریں گے کہ ہم آہستہ آہستہ خود کو مختلف تصورات سے آراستہ کر رہے ہیں اور طریقہ کار کو ذرات اور سخت حرکت کے نظام سے نمٹنا پڑتا ہے اور ٹھیک ہے لہذا یہ کوئی رفتار عام طور پر اومیگا ویگنر اور کوئی کے ذریعہ ظاہر ہوتی ہے۔ ایکسپریشن کو عام طور پر الفا سے ظاہر کیا جاتا ہے یہ کافی معیاری اشارے ہیں اور اب ہمیں تھوڑا سا کرنا ہے آپ کو لگتا ہے کہ یہ ریاضی ہے لیکن ایسا نہیں ہے جیسا کہ میں نمائندہ رکھتا ہوں۔ میرے لیکچرز میں کھانا کھاتے ہوئے ریاضی سے خوفزدہ نہ ہوں کم از کم اس سطح پر جو بھی ریاضی آپ کو آ رہے ہیں اسے جسمانی مسائل کا مطالعہ کرنے کے لیے ایک ٹول کے طور پر سمجھیں اور اس لیے پہلے ہمارے پاس ویگنر پروڈکٹس ہوں گے، اس سے پہلے مجھے صرف یہ ماننے دیں کہ میرے اس سے پہلے آپ نے دیکھا ہوگا کہ ان دو ویگنروں کے درمیان ڈاٹ پروڈکٹ کے طور پر کہا جاتا ہے ڈاٹ پروڈکٹ b اور a پاس دو ویگنر ہیں۔ کے مادیولس کے برابر ہے جو کہ ہے ویگنر کی a جسے دو ویگنرز کے ڈاٹ پروڈکٹ کہا جاتا ہے اسے ڈاٹ ہی کے طور پر بیان کیا جاتا ہے ان دونوں ویگنرز کے درمیان زاویہ اب اس کی ایک سادہ سی مثال یہ ہے کہ فرض کریں ایک قوت کسی ذرے پر b لمبائی ایک گنا ویگنر کی لمبائی کام کر رہی ہے اُنہی ہم یہ کہتے ہیں کہ قوت ویگنر کسی ذرے پر عمل کر رہا ہے یہ ہے فورس ویگنر مجھے کہنے دو اور پھر یہ ایک چھوٹے ڈاٹ ڈی ایس f ہم کہتے ہیں پھر اس ذرہ پر قوت کا کام چھوٹے لامحدود نقل مکانی کو حرکت دینے میں ہے ds فاصلے سے نقل مکانی کرتا ہے کہیے b سے خاص نقطہ a سے منتقل کر رہے ہیں۔ کسی خاص نقطے کو let us ٹھیک ہے پھر ہم اس ذرے کو

تک انٹیگریٹ ہوتا ہے b سے a ڈاٹ کے ساتھ f تو پارٹیکل پر قوت کے ذریعے کیا جانے والا کام انٹیگریٹ

تو یہ چیزیں آپ کو معلوم ہوں گی اب ہم دو ویگنرز کے درمیان ڈاٹ پروڈکٹ کے لیے جا رہے ہیں۔ ایک اسکیلر مقدار ہے یہ ایک اسکیلر ہے یہ ایک ویگنر نہیں ہے یہ ایک نمبر ہوگا اب ہم اس بات پر غور کرنے جا رہے ہیں کہ دو ویگنروں کے درمیان ویگنر پروڈکٹ کس چیز کو کہا جاتا ہے اس کی تعریف اس طرح کی گئی ہے فرض کریں کہ میرے پاس ایک ویگنر ہے آہ میرے پاس اس طرح کا ویگنر ہے معذرت یہ ویگنر لٹل ویگنر ہے یہ ایک دوسرے پر کھڑے نہیں ہیں وہ کچھ زاویہ بناتے ہیں وہ عام طور پر b vector اور a وہاں دیکھیں یہ ویگنر b چھوٹا سا ویگنر ہے تھیٹا ہے پھر ان دو ویگنروں b کے درمیان زاویہ اور ویگنر a کھڑے ہوسکتے ہیں ہمیں اسے اس طرح لینے کی ضرورت نہیں ہے لہذا ویگنر کے لیے کھڑا ہوتا ہے اس b vector اور ساتھ ہی a سے ظاہر کیا جاتا ہے جو دونوں ویگنر c کے درمیان کراس پروڈکٹ کو ایک اور ویگنر اور ویگنر کے ذریعے بننے والے جہاز کے لیے کھڑا ہوتا ہے۔ لٹل ہی a لیے یہ ویگنر اس ویگنر کے چھوٹے

تو اس کو اس طرح سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ہمیں اس کی سمت بتانا ہے میں بتاؤں گا کہ اس میں کیا ہے اب ہمیں چاہیے کہ دائیں ہاتھ کے اسکرو کا کیا تصور ہے میں یہاں بتاؤں گا کہ دائیں ہاتھ کا پیچ کیا ہے فرض کریں میرے پاس ہے اس طرح کا اسکرو یہ ایک اسکرو کی نوک ہے کی a تو یہ وہ ہیں جنہیں آپ آہ اسکرو ایجز کہتے ہیں اور پھر یہ وہ محور ہے جو دائیں ہاتھ کے اسکرو کا تصور اس طرح ہے فرض کریں کہ یہ کی سمت اسی چیز کی نشاندہی کر رہا ہوں درحقیقت میں یہاں خود ایک اسکرو کھینچ سکتا bi سمت کو ظاہر کرتا ہے اور پھر آپ کے پاس یہ ہے کی طرف گھمائی b سے a تھا لیکن میں اب خاکہ کو پیچیدہ نہیں کرنا چاہتا تھا جب آپ

تو اسکرو کو آگے کی سمت میں آگے بڑھنا پڑتا ہے۔ اوپر کی طرف بڑھیں

تو اس صورتحال کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے کہ دائیں ہاتھ کا اسکرو ٹھیک ہے اب ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ درمیانی انگلی کسی بھی سمت کی طرف اشارہ کر سکتی ہے یہ تھوڑا سا ٹھیک ہے اور پھر اس ویگنر کا مطلب ہے کہ یہ بہت مشکل ہے گویا آپ کو یہ پوری چیز دیکھنا ہوگی۔ این جی یہاں ہے لہذا ان دونوں کے درمیان زاویہ کچھ تھیٹا ہے اس بات پر b ایک نقطہ ہے اور یہ کسی سمت کی طرف اشارہ کر رہا ہے یہ ویگنر تھوڑا سا منحصر ہے کہ میں اسے کیسے فولڈ کرتا ہوں جب انگوٹھا اسکرو کی پیش قدمی کی سمت کو ظاہر کرتا ہے جب میں ایک سے گھومتا ہوں۔ ہی ٹو کی طرف گھمائی b سے a اسکرو کو اوپر کی طرف بڑھنا ہے مجھے دوبارہ کرنے دیں اور جب آپ

تو اسکرو مزید آگے بڑھتا ہے اسی کو دائیں ہاتھ کا اسکرو کہا جاتا ہے آپ کے نیچے بائیں ہاتھ کا پیچ بھی ہوسکتا ہے ہمیں اس کی فکر نہیں ہے اور b کا مادیولس ویگنر a کے درمیان کراس پروڈکٹ ویگنر b اور تھوڑا a ہم اس معیاری کنونشن کی پیروی کرے گا لہذا ان دو ویگنر تھوڑا تھیٹا میں ہے اور یاد رکھیں کہ یہ گردش اس سمت کی نشاندہی کرتی ہے جس کی ایک ویگنر کی مقدار مجھے بتانے کی ضرورت \sin مادیولس ہے۔ یہاں ایک یونٹ ویگنر لگائیں

تو یہ یونٹ ویگنر ہے یونٹ ویگنر ایسا ہے کہ یہ دائیں ہاتھ کے اسکرو کے کنونشن کی پیروی کرتا ہے اور ٹھیک ہے اب یہ ہے کہ آپ اس اینگل تھیٹا تھیٹا 180 ڈگری سے کم ہو سکتا ہے b اور a en کو کیسے لیتے ہیں اب آپ اس تھیٹا کو کس طرح لیتے ہیں زاویہ پر منحصر ہے کہ درمیان یا تھیٹا 180 ڈگری سے زیادہ ہو سکتا ہے کنونشن تھیٹا لیا جاتا ہے تھیٹا کو چھوٹے زاویہ کے ذریعے لیا جاتا ہے جو کہ ایک اسی ڈگری سے کم ہے ٹھیک ہے

تو جب دو لائنیں آپس میں ملتی ہیں دو زاویوں میں سے ایک تھیٹا ہے اور دوسرا مخالف ہے لہذا یہ انحصار کرتا ہے کہ آپ کس کو لیں گے اسے ہمیشہ چھوٹے زاویہ کے طور پر لیا جاتا ہے جو 180 ڈگری سے کم ہوتا ہے یہ اب تصور ہے کہ آپ کس کو لیں گے درمیان ان کے b کراس فرض کریں b ایک جیسا نہیں ہے جیسا کہ b مختلف کنونشنز ہیں پہلا ہے معذرت مختلف خواص مختلف خصوصیات پہلے ایک کراس کی طرف دوسرے راستے سے گھومتے ہیں a سے B کراس کرتے ہیں b جیسا نہیں ہے جب آپ a کراس b یہ b کراس لے رہا تھا تو یہ ہے اسی طرح ماننس ہی کراس لے رہا وہ چیزیں ہیں جن سے آپ اب انعکاس کے تحت اپنے آپ کو قائل کر سکتے ہیں انعکاس سے میرا کیا کے ساتھ کراس کیا جاتا ہے b اسی طرح ماننس b کراس ah a پر جاتا ہے پھر b ماننس b پر جاتا ہے اور ویکٹر a ماننس a مطلب ہے کراس پروڈکٹ جوں کا n عکاسی کے تحت

سے ایک آسان خاصیت تیسری خاصیت ہے جو کراس لے ہے کیونکہ زاویہ صفر ہونے سے پہلے ah توں رہتا ہے یہ اب غیر متغیر رہتا ہے یونٹ ویکٹر اگر ah صفر ہونے والا ہے لہذا کسی بھی ویکٹر کی کراس پروڈکٹ اپنے ساتھ صفر ہے اب ہم آتے ہیں ایک کوآرڈینیٹ سسٹم کے میرے پاس یہاں ہے

یہ یہاں ان میں سے کسی بھی دو ویکٹر کے درمیان زاویہ 90 ڈگری ہے یہ یونٹ ویکٹر ہیں لہذا آپ اسے k jz تو آئیے ہم کہتے ہیں کہ یہ z سمت کے ساتھ اور y سسٹم یاد ہے بعض اوقات یہ ایکس یونٹ ویکٹر کے ساتھ ایکس سمت یونٹ ویکٹر کے ساتھ k jz i کہتے ہیں جیسا کہ سمت کے ساتھ یونٹ ویکٹر کے طور پر بھی استعمال ہوتا ہے اس طرح کا کنونشن بھی موجود ہے لہذا جب لوگ مختلف اشارے استعمال کرتے ہیں ہو جائے گا k کو خود بخود لیں یہ z ڈاٹ i آپ کیا ہے z dot i تو آپ کو الجھن میں پڑ جانا چاہیے تاکہ آپ دیکھ سکیں کہ کیا ہے یہ صفر ہے کسی بھی ویکٹر کی کراس i کراس کیا گیا i k برابر ہے i برابر ہے k ڈاٹ j تو یہ چکری ہے اسی طرح j پروڈکٹ خود ہے اس لیے وہاں تین ویکٹر ہوتے ہیں نو پراڈکٹس تاکہ آپ دوبارہ پڑھ سکیں لیز کہ آہ ان میں سے صرف دو فرض کریں کہ آپ لیتے ہیں i کراس j لیتے ہیں اگر آپ i کراس

کے ذریعہ کی گئی سمت میں ہوگی لیکن آپ کراس کا حصہ لے رہے ہیں۔ i کراس j تو یہ یقینی طور پر یونٹ ویکٹر ہو گا جس کی نمائندگی ٹھیک ہے k مخالف سمت اس وجہ سے اس خاصیت کی طرف سے یہ ماننس

نو یہ ڈاٹ پروڈکٹس کی مختلف خصوصیات ہیں جو بڑے پیمانے پر استعمال کی جائیں گی اب ایک عام آہ یادداشت کا فارمولہ ہے جب میں ہمیں بتانا ہے یہ سب کارٹیشن اشارے میں ہیں لہذا vector b اور azk پلس axi plus ah sorry ayz vector b اس کا حساب کیا جاتا ہے ایک فارمولہ ہے یہ ایک قسم کی b پھر ایک کراس k جزو اوقات z جمع j جزو اوقات y جمع i جزو اوقات آپ کیسے حساب لگاتے ہیں میں آپ کو پہلے بتانے جا رہا ہوں کہ آپ جانتے ہیں کہ ijz kax ayzbxbydz یادداشت ہے اس کا ایک تعین کنندہ کو کسی بھی قطار یا کسی بھی کالم کے ذریعے بڑھایا جا سکتا ہے لیکن یہ صرف ایک یادداشت ہے آپ اسے یہاں نہیں کر determinant سکتے آپ کو ہمیشہ پہلی قطار سے کرنا پڑتا ہے یہ یاد رکھنے کا ایک طریقہ ہے۔ ایک طریقہ کار یاد رکھنا میں اس کالم اور اس قطار کو چھوڑ دو تم اس مقرر کے ساتھ رہ جاؤ گے

اصل میں تم کیا کرتے ہو اب میں مٹا دوں گا آہ جو میں نے یہاں کیا ہے اس چیز کو j ماننس بیاز ہو گا پھر ماننس aydz تو یہ کیا ہوگا یہ تو میں بٹا سکتا ہوں میں دوسرا جز لکھنے جا رہا ہوں

تو میں اسے لیڈ ایلیمینٹ کے طور پر لے رہا ہوں اس لیے اس کالم کو مجھے چھوڑ دینا چاہیے اور پھر اس قطار کو چھوڑ دینا چاہیے جب میں یہ گنا ایک bx میں ہو جائے گی۔ ماننس bz کروں گا کہ میں ماننس کا نشان لگاؤں گا یہ کلہاڑی

پلس نقصان کا جزو azbx ماننس axbz تو axby by axby تو آخری جزو کے لیے مجھے کیا کرنا چاہیے مجھے اس کالم کو چھوڑ دینا چاہیے اور یہ بڑھنا چاہیے یہ ٹھیک ہے اس طرح آپ حساب لگاتے ہیں اور اسی طرح آپ کو کرنا چاہیے کتابوں سے اس طرح کے مختلف مسائل کرنے کی کوشش کریں اب میں ایک سادہ سی مثال لوں گا اور کراس پراڈکٹ کی ایک اہم خاصیت کی وضاحت کروں گا جو ہم پہلے ہی بتا چکے ہیں لیکن صرف b اور پھر k جمع تین j جمع دو i ایک مثال کے طور پر فرض کریں کہ میں دو آہ لیتا ہوں میں دو ویکٹر لیتا ہوں ایک ویکٹر ہے ایک ویکٹر ہے کوئی بھی دو ویکٹر لیں k جمع چار j جمع تین i صوابدیدی کوئی بھی دو ویکٹر لے سکتے ہیں دو i ویکٹر کے اجزاء لکھنے چاہئیں۔ bi اور پھر جزو ایک ہے یہاں دو یہ تین ہیں ijz k تو میں حساب لگانا چاہتا ہوں کہ کراس ہی کیا ہے یہ بہت آسان ہے گنا چار میں i گنا i یہاں دو تین اور چار میرا اندازہ ہے کہ آپ کو اندازہ ہو گیا ہے کہ یہ دونوں ویکٹر ایک دوسرے پر کھڑے نہیں ہیں ابھی یہ تین ماننس فور میں ہے k یونٹ میں ہوگا ویکٹر k دو آٹھ آٹھ ماننس نو جمع ماننس جے میں چار ماننس چھ چار ماننس سکس جمع ویکٹر ہے اب میں کیا کروں میں کہوں گا جیسا کہ میں آپ کو بتاتا ہوں جب b یہ ایک کراس k ماننس j ہے پھر یہ پلس ٹو ہے i تو یہ ماننس میرے پاس دو ویکٹر ہوں

دونوں کے لیے کھڑا b اور a ویکٹر c ویکٹر ہے کیونکہ c ویکٹر صحیح ہونے جا رہا ہے اور یہ c یہ ab یہ ہے b تو ایک ہے دوسرا ہے یہی ہماری تعریف کہتی ہے کہ آئیے چیک کریں پلس ٹو جے i کا حساب لگاؤں گا جب دو ویکٹر کھڑے ہوں گے ڈاٹ پروڈکٹ کو ختم ہونا چاہیے کیا یہ صحیح ہے آئیے ماننس c dot a تو میں k جمع تین j جمع دو i کے ساتھ ڈاٹ k ماننس چیک کریں۔

تو یہ ماننس ایک جمع چار ماننس تین ہوگا یہ صفر ہے ہوں b اور a تو یہ واضح ہے کہ جب میرے پاس دو ویکٹر

یہاں پھر یہ دونوں پر کھڑا ہوگا لہذا یہ ویکٹر یا b یہاں a تو وہ جو بھی زاویہ بناتے ہیں جب میں کراس پروڈکٹ کا حساب لگاتا ہوں ویکٹر کے ساتھ بندھے ہوئے بھی صفر ٹھیک ہے لہذا آپ آہ کر سکتے ہیں آپ کو مختلف b تو ایک ویکٹر کے ساتھ بندھے ہوئے صفر ہے یہ ویکٹر مسائل سے اس طرح کے حسابات میں مہارت حاصل کرنے کی ضرورت ہے معیاری نصابی کتابیں اور ٹھیک ہے اب ہم نے اس ویکٹر پروڈکٹ کو کیوں متعارف کرایا جناب اب یہ ہماری زندگی کو نیوی رفتار اور کوئی کوئی سرعت کا مطالعہ کرنے کے بجائے آسان بناتا ہے اور یہ ویکٹر پروڈکٹ ان چیزوں کا مطالعہ کرنے کے لئے ایک بہت آسان ٹول ہے آئیے دیکھتے ہیں کہ ہم اسے کیسے کرتے ہیں۔ یاد رکھیں کہ ہم ایک سخت آہ سخت شے کی حرکت کا مطالعہ کرنے جا رہے ہیں

تو ہم دیکھیں گے تو میں ایک محور کے بارے میں ایک سخت جسم کی حرکت پر غور کرنے جا رہا ہوں، مجھے ایک مناسب خاکہ تیار کرنے کی ضرورت ہے لہذا

میرے پاس ایک محور ہے، آئیے ہم یہ کہتے ہیں۔ اس کے بارے میں محور ہے گھوم رہا ہے تو میں غور کرتا ہوں کہ آہ میں اسے ایک مختلف رنگ کا چاک بناؤں گا میں ایک منٹ میں وضاحت کروں گا کہ یہ کیا ہے میں یہاں ایک نقطہ پر غور کرنے جا رہا ہوں میں ایک نقطہ پر غور کرنے جا رہا ہوں میں مجھے اجازت دوں گا محور ہے یہ محور ہے z محور ہے یہ x محور ہے یہ y محور ہے معذرت یہ

پر غور کرتا ہوں جو p تو اس محور کے بارے میں یہ کمان کی اصل ہے اس محور کے بارے میں جہاں سخت جسم گھوم رہا ہے میں ایک نقطہ ایک دائرے کے سرے پر حرکت کرتا ہے p میں یہاں کر رہا ہوں ٹھیک ہے اب ہم یہ کہتے ہیں کہ جیسے جیسے سخت جسم گھومتا ہے یہ ذرہ

جس کی میں نے یہاں نشاندہی کی ہے وہ دائرے کی نوک ہے عام طور پر نصابی کتابوں میں وہ اسے سلائڈ لائنوں سے ظاہر کرتے ہیں ٹھیک ہے یہ کہوں گا جب یہ تھوڑا سا c ایک طیارہ ہے۔ اس رنگ کے دائرے کا کنارے یہ دراصل ہوائی جہاز میں اس طرح ہے میں اس نقطہ کو اب گھومتا ہے

پرائم کی p سے p بذریعہ جب ذرہ ah تو یہ ایک مقدار سے جاتا ہے ڈیلٹا تھیٹا کوئی نقل مکانی ڈیلٹا تھیٹا ہے لہذا یہ نقطہ پی پرائم ہے لہذا طرف جاتا ہے

لہذا آپ کو اپنے ذہن میں یہ بنیادی $a \theta \Delta \theta$ angular displacement تو کوئی نقل مکانی ڈیلٹا ہوتی ہے۔ تصورات بالکل واضح کرنے کی ضرورت ہے کہ یہ وہی ہے جو ایک مقررہ محور ہے براہ کرم یاد رکھیں کہ یہ اس محور کے بارے میں ایک مقررہ محور ہے یہ سخت جسم گھوم رہا ہے اور اب یہ تصور موجود ہے۔ جو کہ عام طور پر کتابیں اس کی زیادہ پرواہ نہیں کرتیں لیکن میرے خیال میں لامحدود علامت t وقت ڈیلٹا t ہمیں وہ چیز ہے جسے اوسط زاویہ کی رفتار کا اوسط زاویہ کہا جاتا ہے وقفہ ڈیلٹا کے وقت میں یاد رکھنا چاہیے پرائم اور متعلقہ زاویہ کی نقل مکانی ڈیلٹا تھیٹا کی طرف جاتا ہے اور p اس مخصوص پوزیشن سے p حرکت کرتا ہے۔ p پوائنٹ t ٹائم ڈیلٹا یاد رکھیں کہ یہ تمام چیزیں اس بورڈ کے کھڑے ہوائی جہاز میں ہو رہی ہیں آپ اوپر سے دیکھ سکتے ہیں ٹھیک ہے یہ ڈیلٹا تھیٹا کے ذریعہ دیا گیا ہے ڈیلٹا ٹی اب آپ لیتے ہیں۔ حد کے طور پر ڈیلٹا تھیٹا بذریعہ ڈیلٹا ٹی کے طور پر ڈیلٹا ٹی صفر کی طرف رجحان دیکھیں اس کیلکولس کے تصورات اس قسم کے مسائل کو سمجھنے کے لیے بہت ضروری ہیں یہ وقت کے حوالے سے تھیٹا کے مشتق کے ذریعہ دیا گیا ہے۔ جسے فوری طور پر فوری زاویہ رفتار اومیگا کہا جاتا ہے یاد رکھیں یہ رفتار ایک ویکٹر کی مقدار ہے تو کوئی رفتار ہوگی

تو اومیگا کی سمت کیا ہے

تو سختی سے بولوں

تو مجھے اس طرح لکھنا چاہیے کہ صرف طول و عرض ہے

تو اومیگا کی سمت ٹھیک ہے اومیگا ایسا ہے کہ ہاں اب آپ نے اندازہ لگایا ہو گا کہ کیا ہونے والا ہے کیونکہ گردش ایک ہوائی جہاز میں ہو رہی ہے اس لیے اومیگا کی سمت یہ ہے کہ اسے آہ کے ذریعے متعین کیا جائے گا اس کی وضاحت کی جائے گی کہ یہ دائیں ہاتھ کا پیچ کیا ہے

تو کب اس کا دائیں ہاتھ کا پیچ آہ ہے یہ کتنا صحیح ہے

تو یہ سمت ہے اور اس طرح جب آپ اس طرح گھمائیں گے

تو دائیں ہاتھ کا اسکرول ابھی اوپر بڑھ جائے گا ہم آہ کریں گے کہ اس کا کیا تعلق ہے جہاں لکیری رفتار ہونے والی ہے لکیری رفتار ہوگی یہاں یہ خاص نقطہ پر ہوگا یہ اس کے لئے مماس ہوگا اب ہمیں مختلف رش p خاص نقطہ پر مماس ہوگا توں کو حاصل کرنے کی ضرورت ہے اس مخصوص دائرے کو اکیلے میں اسے بڑھا دوں گا اور اسے یہاں کھینچوں گا یہ سب سے اوپر کا منظر ہے جب آپ اوپر سے دیکھ رہے ہوں گے

کے طور پر لوں گا اور میرے پاس ایک زاویہ ہوگا جو اس رقم سے r تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ ردا سے ہم کہتے ہیں کہ میں اس ردا کو s اوقات ڈیلٹا تھیٹا کیا ہے ڈیلٹا r اصل میں اس میں شامل ہو رہا ہے لہذا ds یہ ہے t جاتا ہے۔ ڈیلٹا

تھیٹا d از ڈیلٹا ٹی اب حد ڈیلٹا ٹی سے صفر کی حد کے طور پر ڈیلٹا ٹی کی حد صفر تک یہ رشتہ s میں ڈیلٹا تھیٹا میں ڈیلٹا ٹی ہے ڈیلٹا r تو نقل مکانی ہے s لکیری رفتار ہے کیونکہ ڈیلٹا dt بذریعہ ds برابر ہے dt بن جائے گا بذریعہ r میں

جس کا مطالعہ کرتے ہیں کہ جب آپ غور کرتے ہیں ایک دائرے کے ساتھ ایک ذرہ کی v اومیگا برابر ہے r ہوگا یہ معیاری رشتہ ہے v تو یہ کس طرح ایک ویکٹر ہے اومیگا ایک ویکٹر ہے ایک دائرے کی طرح نظر آتا ہے v حرکت اور ابھی ہمیں اس پر غور کرنے کی ضرورت ہے کہ

ہے p یہ پوائنٹ c یہ نقطہ ہے o کیونکہ ہم طرف سے دیکھ رہے ہیں اور یہ ایک مقررہ محور ہے جسے میں ایک خاص نقطہ سمجھتا ہوں ہونے جا رہا ہے یہ لکیری رفتار کی سمت ہے۔ یہ کوئی رفتار کی سمت ہے ان چیزوں کو ہم نے ابھی ٹھیک کر دیا ہے آہ اور بہتر ہے ah تو یہ

یہ وہی ہے جسے r اس لیے معذرت کے ساتھ میں اس پوائنٹ میں شامل ہونے جا رہا ہوں اس لیے یہ پوائنٹ کی اصل ہے یہ پوزیشن ویکٹر ہے عام طور پر یا کھڑا کہا جاتا ہے یہ بھی ایک ویکٹر ہے یہاں سے یہاں تک یہ ایک ویکٹر ہے میں صرف اس کی شدت کو ظاہر کر رہا ہوں اور ٹھیک ہے

ہے جیسا کہ اومیگا r یہاں اومیگا کراس r اومیگا کراس r کیا ہے اومیگا کراس r تو اب ہم سمجھتے ہیں کہ اومیگا کراس ہے آہ یہ ویکٹر اس ویکٹر کے ساتھ اس ویکٹر کے برابر ہے oc کراس ہے آہ

ویکٹر cp ویکٹر پلس oc تو

تو یہ اومیگا کراس ہوگا یہ ویکٹر پروڈکٹ تقسیم کرنے والا ہے اس کا مطلب ہے کہ یہ کراس اس کے ساتھ اس کے ساتھ اس کے ساتھ کراس اس کی سمت ایک ہے اس لیے یہ ختم ہو جائے گا یہ صفر oc کے ساتھ آپ نے دیکھا کہ اومیگا کی سمت اور cp کے ساتھ اومیگا کراس کیا گیا oc ہو جائے گا

h بوٹ کے لیے کھڑا ہے cp کھڑا ہے اومیگا کراس cp دیکھیں اومیگا کراس cp برابر ہے اومیگا کراس r تو ہمارے پاس اومیگا کراس اومیگا اور سی پی ویکٹر اور اور کون سا ویکٹر ہے جو اس کے ساتھ کھڑا ہے اور یہ یہ ویکٹر ہے ٹھیک ہے

تو میں اسے دہراتا ہوں یہ اومیگا کراس سی پی اومیگا ویکٹر کے ساتھ ساتھ سی ویکٹر کے لئے کھڑا ہے اب ہمارے پاس پہلے سے ہی ایک ہے ویکٹر یا ویکٹر سمت جو ان دونوں سم

توں کے لئے سیدھا ہے جو سی پی کی سمت ہے اور چونکہ اومیگا اور سی پی کھڑے ہیں یہ کھڑا ہے یہ کھڑا ہے اس لئے جب میں ڈاٹ پروڈکٹ کو لیتا ہوں

تو میرے پاس سی پی کے ماڈیولس میں اومیگا کا ماڈیولس صرف ہوتا ہے یہ ہے کچھ نہیں لیکن یہ سی پی کی سی پی کی طاقت کی لمبائی ہے جسے کے برابر ہے v اب r کھڑا یا کھڑا کہا جاتا ہے لہذا ہمارے پاس یہ رشتہ ہے اومیگا کراس r

تو اس تعلق کے لئے کیا ہے جو ہم نے اومیگا کراس کیا ہے طول و عرض کا ایک ویکٹر اومیگا کھڑا ہے اور دائرے کے ٹینجٹ کے ساتھ ہے اس پر ایک ہی شدت اور سمت ہے جو ہم نے دیکھا ہے کہ لکیری رفتار کیا ہے اومیگا کی لکیری رفتار کی وسعت p v لیے لکیری رفتار لکیری رفتار کے ساتھ r اور اومیگا کے لئے کھڑے ہیں لہذا ہم کہتے ہیں کہ ویکٹر r اومیگا اور لکیری رفتار r ہے یہ وہ حساب ہے جو یہاں دکھایا گیا ہے

کراس شدہ اومیگا کراس ویکٹر ویکٹر کے برابر ہے اور یہ ایک نہیں ہو سکتا چیزوں کو دیکھنے کا بہت سخت طریقہ لیکن جیومیٹری ہمیں ایک بصیرت r فراہم کرتی ہے کہ ہم نے کیا کیا ہے مجھے دوبارہ دہرانے دو پہلے ہم ایک ذرہ کی خالص سرکلر حرکت پر غور کرتے ہیں پھر ہم نے دکھایا کہ

ویکٹر لیتے ہیں اور r کے برابر ہے جو عام طور پر کیا جاتا ہے پھر ہم غور کرتے ہیں۔ یہاں ہم دو ویکٹر اومیگا ویکٹر کے ساتھ ساتھ omega v کراس پروڈکٹ پر غور کرتے ہیں اور جب ہم ایسا کرتے ہیں

ویکٹر اومیگا کراس سی پی ویکٹر جیسا ہی ہے اور اس کی وسعت جب ہم چاہتے ہیں کہ یہ درست r تو ہمیں احساس ہوتا ہے کہ یہ اومیگا کراس نہیں ہے

کو یہاں ایک قدم لکھنے کی ضرورت ہے بہتر میں اسے یہاں کروں گا لہذا اب اومیگا کراس سی پی اومیگا کے برابر ہے i i تو میں کروں گا۔

