

چنانچہ پچھلی کلاس میں ہم نے مرکز ماس کے تصور پر بحث کی تھی جو ذرات اور کڑے اجسام کے نظام سے وابستہ ہے اور ہم نے چند مثالیں اور مثالیں بھی دیکھی تھیں کہ ماس کے مرکز کا حساب کیسے لگایا جائے، کچھ مسائل یہ تھے۔ سیدھے آگے اور ایک خاص مسئلہ جس میں مسلسل بڑے پیمانے پر تقسیم شامل تھی ہمیں اس کے تحت ایک انضمام کا استعمال کرنا تھا لہذا براہ کرم آج کے موضوع کی طرف جانے سے پہلے جسمانی مسائل کو حل کرتے ہوئے ریاضی کی تکنیکوں کو استعمال کرنے سے گھبرائیں نہیں۔ ایک ایسے مسئلے کو حل کرنے کے لیے جو پچھلی کلاس میں زیر بحث آئی تھی جو درمیان میں بائیں طرف تھی یہ مسئلہ کچھ یوں ہے

y محور ہے یہ x تو ہمارے پاس چار ماسز تھے ہمارے پاس چار ماسز تھے جو عمودی کے ساتھ تقسیم کیے گئے تھے معذرت اس مربع کے یہ محور ہے اور یہاں یہ ایک کلو ہے ورنیکس آہ مائنس ایک کوما ایک ہے اور یہ یہاں 2 کلو ہے اس مقام پر اس چوٹی پر اور یہ 1 1 ہے اور یہاں یہ پر یہ دو کلو گرام ہے اور یہ مائنس ون کوما مائنس vertex مائنس ون ہے اور اس y اور x vertex x دوبارہ 1 کلو ہے اور اس کا ون ہے یہ مسئلہ ہم نے صرف آہ کی خاطر کیا جو میں کہہ سکتا ہوں یاد رکھنا یاد رکھیں جب میں ایک کوآرڈینیٹ کو ون کوما ون لکھتا ہوں اس کا ah جیسا ہی ہے اور بعض اوقات یونٹ ویکٹر کو بھی z جمع i ہے یہ ah جو کہ z جمع ایک بار i اصل مطلب ہے ایک ویکٹر ایک بار ex سمت کے ساتھ سابق اوقات ایک جمع ایک مرتبہ منفرد ویکٹر کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ y کو i طور پر ظاہر کیا جاتا ہے اس طرح دیکھیں دونوں ایک جیسے ہیں لہذا جب آپ کو مختلف اشارے نظر آتے ہیں جب آپ مختلف اشارے دیکھتے ہیں $plus ey$

تو آپ کو الجھن میں نہیں پڑنا چاہیے یہ دونوں اشارے استعمال ہوتے ہیں ہم نے یہ مسئلہ کیا اور پھر ہمیں مرکز کا ماس اپنے مرکز کے ماس کے طور پر θ کوما ملا۔ θ اس کا مطلب ہے کہ یہ اصل میں ہے یہ مسئلہ اس کے بعد تھا ہم نے مسئلہ کو تبدیل کیا تبدیلی کا مسئلہ اس طرح ہے فرض ایک h کریں کہ یہ ایک لیمنہ ہے یہ دوسرا ہے جہاں دو الیکٹروں یہ ہے یہ ہے اس حصے میں دو کلو گرام ہے وزن کے طور پر اور یہ حصہ کلو گرام وزن کے طور پر لیکن یہ یکساں موٹائی کا ایک لیمنہ ہے ٹھیک ہے یہ دو کلو گرام ہے یہ ایک کلو گرام ہے یہ ایک کلو گرام ہے تو ہم اس نظام کے مرکز کے ماس کا حساب لگانا چاہتے ہیں یاد رکھیں کہ اس کے کمیت کا مرکز ہے تو یہ دو بے کلوگرام اس لیمنہ حصے کا مرکز ماس اس کی یکساں لامینا کو یاد رکھیں اس لیے ہم آہنگی کے لحاظ سے اور جیومیٹری کے لحاظ کوآرڈینیٹ یہ نصف ہو جائے گا اسی طرح y محور کو نصف چھوڑتے ہیں اور x سے ماس کا مرکز یہاں واقع ہونا چاہیے کہ کوآرڈینیٹ کیا ہیں اس کا مرکز اس سسٹم کا ماس یہاں سے ہوگا یہ آدھا ہے اور اگر میں یہاں گراؤں گا تو یہ مائنس آدھا صحیح ہوگا

تو اس کا مرکز مائنس ہاف کوما ہے مائنس آدھا یہ ایک کلو گرام ماس لیمنہ ہے۔ کمیت کا مرکز مائنس آدھا کما نصف ہوگا لہذا آپ چیک کر سکتے ہیں کہ کیا آپ نے حساب درست طریقے سے کیا ہے اب اس نظام کے ماس کا مرکز برابر ہے لہذا اس پورے کمیت کو اس خاص نقطہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں ہے یہ 2 کلو گرام مرکز ہے

تو یہ دو میں آدھا کوما آدھا دائیں ہوگا پلس ہم یہاں آتے ہیں یہ ایک کلو گرام اس میں اس مخصوص ویکٹر پر واقع ہے اور یہاں یہ دو کلوگرام دو میں مائنس ہاف کوما مائنس آدھا جمع ایک کلو گرام ہے معذرت یہ ایک کلو گرام جو اس آہ اسکوائرٹس لیمنہ کے مرکز میں رکھا گیا ہے ٹھیک ہے کہ اس میں سے ہر ایک کے ماس کا مرکز کیا ہے ٹھیک ہے اس پوری چیز کو بڑے پیمانے پر تقسیم کیا گیا ہے یہ ایک تین چھ کلوگرام ہے اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کیا ہونے والا ہے یہ نصف ہے مائنس آدھا جمع آدھا مائنس اسی طرح نصف مائنس نصف منسوخ ہو جائے گا اور پھر آپ کے پاس مائنس آدھا جمع آدھے کے ساتھ ہے لہذا یہ آپ کو دوبارہ جواب ملے گا کیونکہ اصل ٹھیک ہے اصل ماس کا مرکز ہے دیکھیں براہ کرم کسی بھی مسئلے میں متاثر نہ ہوں جہاں آپ کو بڑے پیمانے پر مرکز کا حساب لگانا ہوگا وہ اصل ہونے والا ہے ٹھیک ہے میں نے اسے سہولت کے لئے منتخب کیا ہے لہذا مثال کے طور پر اگر میں یہاں ایک کلوگرام اور پھر یہاں دو کلوگرام ہوں

تو ظاہر ہے کہ آپ دیکھیں گے۔ کہ بڑے پیمانے پر تقسیم کے حوالے سے اس حصے پر کم کمیت ہے ایک جمع ایک دو کلوگرام اس طرف زیادہ کمیت ہے یہ چار کلوگرام ہے ظاہر ہے جب آپ حساب کریں گے کہ نظام کے مرکز ماس کا حساب کریں گے

تو اصل سے دائیں طرف منتقل ہو جائے گا اور ٹھیک ہے اس لیے اب آپ کو ہوشیار رہنے کی ضرورت ہے ہم کل سنٹر آف ماس کا تصور متعارف کروانے کے بعد آج کے حصے کی طرف بڑھیں گے اب ہمیں دوسرے موضوعات کی طرف جانا ہے جیسے مرکز کے ماس کی حرکت کے بارے میں کہ یہ کیسے حرکت کرتا ہے۔ ایک جہتی مسائل اور دو جہتی مسائل سے ملتا جلتا ہے جس پر ہم نے پہلے ہوائی جہاز پر ایک حرکت پر تبادلہ خیال کیا تھا جو کہ ایک چیز ہے اور اب تصورات جیسے لکیری مومینٹم مومینٹم کنزرویشن وغیرہ وغیرہ سے ہمیں نمٹنا ہے تاکہ آپ دیکھ سکیں کہ وہاں احترام کے ساتھ موجود ہے۔ موضوع کی ترقی کے لیے آپ نے ایک اور دو جہ

توں میں کائیٹیک کائیٹیکس کائیٹیکس میں جو مطالعہ کیا ہے اور ابھی اور صحیح اور اب ہم آگے بڑھیں گے۔ اس طرح کے نظاموں کا مطالعہ کرنے کے لیے اس لیے صرف سہولت کے لیے ہم ایک نظام کے ماس کا مرکز لکھیں گے

یہ rn وغیرہ کی پوزیشن پر ہے۔ اور پھر میں نے یہاں r 2 ہے جو m 2 ایک ہے اور یہ ایک اور ماس r ایک پر m تو آپ کے پاس ذرات ہے پھر سسٹم کا سینٹر آف ماس دیا ہے جس کے ذریعے ہم نے دیکھا ہے کہ اگر آپ لکھنا چاہتے ہیں جیسا کہ یہ آر سی ایم ہے mn تو آپ بھی لکھ سکتے ہیں صرف ہمارے حوالے کے برابر ہے ایسا کرنا کیا ہے ہر ایک ماس کو اس کی متعلقہ پوزیشن ویکٹر سے ضرب کیا جاتا ہے تک چل رہا ہے کیونکہ ہمارے پاس اطالوی تعداد میں ذرات ہیں اور ٹھیک ہے n کے ذریعے ایک سے mi اور یہ خلاصہ m 2 جمع m 1 جہاں میں کہہ سکتا ہوں کہ m تک چلتی ہے $nmiri$ سے 1 سے چھوٹی m i تو یہ ایسا ہی ہے جیسے کہ کل کمیت ذرات کے نظام کا کل ماس ہے m بڑا ہے تو آہ

دو m ایک جمع r ایک m ہے برابر r اوقات m کو اس طرف لا سکتا ہوں میرے پاس m تو ہم یہ کیا کریں ہم اسے لکھ سکتے ہیں جیسا کہ میں ویکٹر اب میں کیا کروں میں فرق کروں دونوں پر کھایا یہ ایک مومینٹم کنزرویشن کی rn اوقات n سب m دو ویکٹر آرتھو کے بجائے جمع r طرح لگتا ہے یہ وہی ہے جو تمام ذرات پر کچھ مومینٹم ہے لہذا ہر ایک لمحے کو ضرب دیا جا رہا ہے اور یہ کچھ نہیں ہے مگر یہ کل ماس کے بلکہ ٹھیک ہے اب میں وقت کے حوالے سے دونوں طرف فرق کروں گا ہمیں یاد رکھنا چاہیے کہ ماسز m مرکز کی رفتار کو بھی ظاہر کرتا ہے وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتے ہیں اور اس لیے ماسز تمام مستقل اور وقت کے مستقل ماس ہیں اس لیے وقت کے حوالے سے فرق کرنے کے حوالے سے فرق کریں دونوں اطراف کے ذرات کو یاد رکھیں ماسز کو حرکت دینے سے تبدیل نہیں ہونے والا ہے لہذا اس پارٹیکلز کے پوزیشن ویکٹر تمام وقت کے افعال ہیں اس لیے پوزیشن ویکٹر کو پوزیشن ویکٹر کے ساتھ وقت کے حوالے سے فرق کرنے کے بارے میں بات کرنے کا مطلب ہے

وغیرہ تمام dt دو ویکٹر بذریعہ dr دو بار m جمع dt ایک ویکٹر از dr کے برابر ہے ایک dt بذریعہ m تو ہم کیا حاصل کرتے ہیں کیا ہے پہلے ذرہ کی رفتار ویکٹر کے علاوہ کچھ dr one by dt تک ہم جانتے ہیں کہ یہ m sub $ndrn$ vector by dt راستے میں لکھ سکتا ہوں velocity vector کو m دوسرے ذرہ کا رفتار ویکٹر ہے لہذا میں dt ٹو بذریعہ dr نہیں ہے اسی طرح یہ مقدار ہے اسے dr by dt اب یہ m sub n vn etcetera plus m sub n دو سے کال کروں گا۔ v دو گنا m ایک جمع v one m میں تھوڑا سا Capital r Capital v معذرت کے طور پر کہے گا معذرت

تو اب اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ مرکز کے مرکز کی رفتار ہے پوری پوری عوام آہ ان تمام ماسز کی نمائندگی کیپٹل ایم سے ہوتی ہے۔ اس لیے یہ بڑے پیمانے پر رفتار کا مرکز ہے v ah کیا ہم یہاں لکھیں گے v تو مرکز کی رفتار ہے ٹھیک ہے v تو یہاں تو مرکز کی رفتار یہ مرکز کی رفتار کا اظہار ہے تو اگر آپ چاہتے ہیں کہ ہم اس ایم کو یہاں لا سکتے ہیں اور اچھا اظہار کر سکتے ہیں یہ کافی اچھا ہے اب میں کیا کروں گا ہم اسے وقت کے لحاظ دو ایک m میں کہیں گے ٹھیک ہے برابر کے برابر ہے جمع m سے ایک بار پھر فرق کریں گے کیونکہ رفتار بھی بدلتی رہتی ہے اس لیے ہم اسے وہی ذرہ n کے اور ذیلی dt بذریعہ dv وہ ہے جو ماس کے مرکز کی سرعت ہے اس لیے یہ mn n wh ere a کے n th particle صرف y دیا جاتا ہے اب تک اس کے ذرہ کی اچھی آہ ہے کیا dt بذریعہ dv ایکسٹریکشن ویکٹر ہے اس لیے اسے ایک میں ایک کے برابر ہے جو کہ وہ قوت بیرونی قوت ہے جو پہلے ذرہ پر کام m برابر ہے جو m into a لیے کر رہے ہیں ٹھیک ہے اب یہ ہے f one f جو بالکل وہی قوت کی اصطلاح ہے جس کے لیے ذمہ دار ہے پہلے ذرہ پر ایک کے سرعت کا سبب بنتا ہے اس لیے یہ f sub n دو قوت جمع f جمع یہ دوسرا ہے تو اس کا کیا مطلب ہے کہ ذرات پر عمل کرنے والی قوتوں کا ویکٹر مجموعہ بالکل برابر ہے ذرات کا نظام مرکز ماس کی سرعت سے ضرب کرتا ہے تو یہ اس آہ کا ماس ہے ماس اوقات کا مرکز ماس کی سرعت نظام پر کام کرنے والی تمام بیرونی قوتوں کے برابر ہے تو آپ اسے کہتے ہیں اس اصطلاح کو خارجی قوت کے طور پر پکاریں ہمیں اسے قوت کہنا چاہیے۔ خارجی اور اسی طرح ذرات کے نظام کا مرکز ماس اس طرح حرکت کرتا ہے جیسے نظام کا پورا ماس ماس کے مرکز پر مرتکز ہو اور وہ تمام قوتیں جہاں تمام بیرونی قوتیں اس خاص مقام پر لاگو ہوئیں تو آپ کے پاس یہ صورتحال ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ہمارے یہاں ایک منظر نامہ ہے یہ آہ یہ ہے جو ہم آہ سے شاید میں وہی خاکہ استعمال کر سکتا ہوں ٹھیک ہے یہاں وغیرہ وغیرہ m_i یہاں m_2 یہاں m_1 تو یہ ہے دو ہے یہاں میں اصل قوت ویکٹرز کی نشاندہی f ایک ہے یہ f تو بیرونی قوتیں اس پر کام کر رہی ہیں مختلف بیرونی قوتیں کام کر رہی ہیں یہاں نہیں کر رہا ہوں اب پوری تصویر کو مرکز سے بدلا جا سکتا ہے اُنہی ہم کہتے ہیں کہ نظام کے ماس کا مرکز ایک مختلف رنگ کے چاک سے میرے پاس یہاں ہے تو یہ ہے کمیت کا مرکز لہذا ان تمام سفید نقطوں کو اس ایم سے تبدیل کیا جا سکتا ہے اور یہ آہ کو حرکت دینے والا ہے اور یہ ایک ایکسٹریکشن کے اسے یہاں ایک سے ظاہر کرے گا لہذا یہ تمام ذرات اور بیرونی قوت اس پر عمل کر رہی ہے۔ اسے صرف ah ai ساتھ حرکت کرنے والا ہے یہ چیزوں کو دیکھنے کا a ایک ایکسٹریکشن کے ساتھ بڑے پیمانے پر حرکت کرنے کا مرکز ah ne سے تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ اس مخصوص بیرونی ہم اس لمحے کی وضاحت کریں گے کہ f برابر ہے a میں m ایک بہت اچھا طریقہ ہے اور ٹھیک ہے اب یہ گورننگ مساوات ہے بلکہ بیرونی قوتیں کیا ہیں یہ ہے گورننگ مساوات کی قسم یہ وہی ہے جسے آپ ذرات کے نظام کے لیے گورننگ مساوات کہتے ہیں ایک طرف آپ کے پاس بیرونی قوتیں ہیں ہر قوت بائیں جانب ایک سرعت کا باعث بنے گی آپ کے پاس پورے منظر نامے کو ایک بڑے پیمانے سے تبدیل کیا جا سکتا ہے اصطلاح fxf sub external کے ساتھ آگے بڑھ رہا ہے اور ہم نے خاص طور پر a ہے۔ یعنی کیپٹل ایم اور یہ ایک ایکسٹریکشن کیپٹل فورسز میں تقسیم کیا جا سکتا ہے ہم یہاں آئیں گے ah استعمال کی ہے آپ کا کیا مطلب ہے کہ بیرونی سیل فورسز کو تو ابھی اس قسم کی وہ مسائل جن سے ہم نمٹ رہے ہیں جہاں قوتیں ملوث ہیں وہ بیرونی قوتوں میں تقسیم ہیں بیرونی قوتیں اور ایک اور اندرونی ہے بیرونی قوتیں کیا ہیں مثال کے طور پر ہم نے کہا ہے کہ ماس کے کئی ذرات ایک خالی وغیرہ یہ سب کشش ثقل کے نیچے گر رہے ہیں لہذا کشش ثقل ایک بیرونی قوت ہے جو مختلف ذرات کے درمیان تعامل کی قسم کو مدنظر نہیں رکھتی اور پھر فرض کریں کہ میرے پاس کچھ چارجز ہیں میں ان چارجز کو برقی میدان یا مقناطیسی میدان میں رکھتا ہوں۔ یہ ایسا ہے تو یہ فیلڈز بدلے میں آہ کچھ قوتوں کا سبب بنیں گے یہ قوتیں اس چارجز کو ایک خاص طریقے سے حرکت میں لائیں گی یہ بیرونی قوتیں ہیں آپ کو معلوم ہے کہ چارج شدہ ذرہ برقی اور مقناطیسی میدان میں حرکت کرتا ہے اسے نام نہاد لورینٹز دیتا ہے۔ طاقت کی اصطلاح اور اس طرح یہ بیرونی قوتیں ہیں جو اندرونی قوتیں ہیں اندرونی قوتیں کچھ ایسی ہیں جیسے سٹرنگ کمپریشن ٹورشن شیئر میں تناؤ کا تناؤ اور فرض کریں کہ میں ایک گیس میں لیٹا ہوں وہیں ڈیر والس گیس وغیرہ کے مختلف احکامات پر ایک قسم کی کشش یا پسپائی ہوتی ہے۔ لمبائی یہ تمام داخلی قوتیں ہیں یہ اندرونی قوتیں زیادہ تر وہ حصہ نہیں ڈالتی ہیں وہ نظام کی حرکیات کے لیے حصہ نہیں ڈالتی ہیں بلکہ اس کے ساتھ حصہ ڈالتی ہیں۔ ڈھانچہ کہ پورا نظام کیسا نظر آنے والا ہے کہ یہ کس طرح کا ڈھانچہ بنائے گا اور اس لیے عام طور پر بیرونی قوتیں ہیں جنہیں کوئی کم لاکو بوجھ کہتا ہے یہ ایک اصطلاح ہے جو عام طور پر استعمال ہوتی ہے اور اب ہم آگے تصور کی طرف بڑھیں گے۔ ذرات کے نظام کی لکیری رفتار اور ذرات کے نظام کی لکیری مومینٹم دائیں اس لیے کے ساتھ حرکت کر رہا ہے v ہم مومینٹم کی بنیادی تعریف جانتے ہیں اگر کوئی ذرہ رفتار سے دی جاتی ہے اور نیوٹن کا دوسرا قانون اس بہت ہی واقف شکل میں بیان کیا گیا ہے کہ رفتار کی تبدیلی کی v اوقات m تو اس کی رفتار شرح ہے جسے ہم قوت کہتے ہیں یا جس طرح سے آپ قوت لکھنا چاہتے ہیں اسے رفتار کی تبدیلی کی شرح کے طور پر بیان کیا جاتا ہے ٹھیک ہے کے برابر ہے یاد رکھیں یہ وہ b میں m کے طور پر بیان کیا گیا ہے جو کہ p کی لکیری رفتار ذرات کے نظام کو پہلے ہی کیپٹل a لہذا مومینٹم کنزرویٹن ہے یہ مساوات لمحہ ah اصطلاح ہے جو میرا اندازہ ہے کہ ہم نے اسے اس مساوات میں استعمال کیا ہے درحقیقت یہ مساوات p_2 پلس p_1 vector ہے p_1 v_1 m_1 تحفظ صرف وضاحت کے لیے دوبارہ لکھ رہا ہوں یہ کچھ نہیں بلکہ m کی نمائندگی کرتی ہے ٹھیک ٹھیک ہے pn vector plus pn vector تو ذرات کے نظام کی کل رفتار کل کی پیداوار کے برابر ہے نظام کی کمیت اور مرکز کے مرکز کی رفتار اس لیے میں نے پہلے ہی اس انفرادی پارٹیکل سوئچ کی تصویر کہی تھی جس میں ایک خاص کمیت حرکت پذیری کو مرکز کے مرکز کی حرکت سے بدلا جا سکتا ہے اور اسے تمام ماسز کا مجموعہ ہے اور ٹھیک ہے اور ٹھیک ہے اب کیا ہوگا اگر بیرونی قوت m مرکز کا ایک ماس مل گیا ہے۔ ماس کے مرکز کا ماس کیپٹل صفر ہو اگر کوئی بیرونی قوتیں نہ ہوں بذریعہ ڈی پی حاصل کر سکتا ہوں یہ ماس کے مرکز کے لیے حرکت کی نام نہاد dp تو اس مساوات سے میں اس مساوات سے لکھ سکتا ہوں میں بیرونی صفر ہے وہاں کوئی بیرونی f مساوات ہے اب ہم اس سے بہت متعلقہ اور مفید معلومات حاصل کر سکتے ہیں فرض کریں فرض کریں کہ قوتیں نظام پر کام نہیں کر رہی ہیں کچھ مستقل ویکٹرز کے برابر ہے p برابر ہے صفر کرنا اس کا مطلب ہے۔ dp by dt تو پھر کیا ہوگا پھر خود بخود تو اس کا مطلب یہ ہے کہ اس کا مطلب کیا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ نظام کی لکیری رفتار ایک ہی رہتی ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ ذرات کے

نظام کی لکیری رفتار وہی رہتی ہے جیسے وقت آگے بڑھتا ہے اور ٹھیک ہے یہ کیا ہے آپ اسے کہتے ہیں کہ لکیری رفتار حرکت کا ایک مستقل ہے لہذا اس کا مطلب ذرات کے ایک ایسے نظام کے لئے ہے جو بیرونی فو تکنیکی زبان میں حرکت کا ایک مستقل ہے کہ p توں کے تابع نہیں ہوتے ہیں جو بڑے پیمانے پر حرکت کا مرکز ہے جیسے کہ لکیری رفتار کیپٹل کو محفوظ کیا جاتا ہے اس کی ایک تکنیکی زبان بہتر ہے آپ یہ سیکھ لیں اس کا مطلب ہے کہ یہ وہی رہتا ہے ٹھیک ہے اب کیا ہوتا ہے اب p کیپٹل کے برابر ہے اس لیے ماس کے مرکز کی رفتار مستقل رہتی ہے یہ رفتار برقرار رہتی ہے۔ کمیت کا مرکز مستقل رہتا ہے اس کا v ماس ٹائمز p مطلب ہے کہ یہ اپنی سمت تبدیل نہیں کرے گا کیونکہ یہ ایک ویکٹر کی مقدار ہے یہ صرف اس صورت میں درست ہے جب نظام پر کوئی بیرونی قوتیں کام نہ کر رہی ہوں اور ہم اس خاص کی ایک مثال پر غور کرنے دو مجھے ایک مثال پر غور کرنے دو آپ اسے مثال کے طور پر لے سکتے ہیں یا ایک سادہ مسئلہ جو بھی ہو ہم یہ کہتے ہیں کہ ایک ذرہ ایک سیدھی لکیر کے ساتھ اس دار الحکومت میں حرکت کر رہا ہے اور اس بڑے پیمانے پر یہ ہم نہیں ہے کہ ہم کیا کوشش کر رہے ہیں۔ یہاں یہ ایک سیدھی لکیر کے ساتھ حرکت کرتا ہے یہاں کوئی بیرونی قوتیں نہیں ہیں ٹھیک ہے اب کسی وجہ سے یہ پھٹتا ہے یہ ہم کی طرح کی چیز ہے یا کوئی چیز یہ پھٹتی ہے اور اس کے دو ٹکڑے ہو جاتے ہیں ہم کہتے ہیں کہ ایک ٹکڑا اس طرح جاتا ہے دوسرا ٹکڑا اس طرح جاتا ہے ہم ابھی یہ کہتے ہیں کہ آپ مرکز ماس کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں اور چونکہ بیرونی قوتیں صفر ہیں کمیت کے مرکز کی رفتار مستقل رہتی ہے اس لیے اسے آگے بڑھنا پڑتا ہے اسی سیدھی لائن کے ساتھ آگے بڑھنا پڑتا ہے۔ بڑے پیمانے پر مرکز بننے جا رہا ہے یہ یہاں کہیں ایسا ہونا ہے کہ آپ اس میں شامل ہو سکیں اس میں ایک سیدھی لائن میں ہونا ضروری ہے چلیں ٹھیک ہے اگر بیرونی قوتیں وہاں نہ ہوں

تو میں تقسیم ہو سکتا ہے یہ تین یا چار یا کئی ذرات ہو سکتے ہیں پھر ہم یقین سے کہہ y تو ہم ایسا کر سکتے ہیں اگر کوئی دھماکہ ہو جائے یہ سکتے ہیں کہ مرکز ماس کی سمت کیا ہے اور یہ پہلے کی طرح ہی ہو گی ٹھیک ہے اب ہم کام کریں گے ایک آسان مسئلہ آپ ایک مثال کے طور پر علاج کر سکتے ہیں اور اس سے پہلے کچھ تبصرے کریں گے لہذا جب ذرات کا ایک نظام آہ میں الگ ہو جائے تو افسوس کے ذرات کا ایک نظام جس کی نمائندگی مرکز ماس سے ہوتی ہے ہمارے پاس مندرجہ ذیل منظر نامہ ہوتا ہے لہذا مختلف حصوں کی حرکت اس طرح ہوتی ہے کہ یہ ماس کے مرکز میں الگ کریں اور اس ذرات کی حرکت کے بارے میں کیا خیال ہے کہ یہ ذرات ہی اور سی ماس کے مرکز کے حوالے سے حرکت کرتے ہیں میں صرف اس کمیت کے لہجے کو کہوں گا مجھے اس حصے کے بارے میں بھولنے دو کہ ہمارے جو اب حرکت کر رہے ہیں ماس کا مرکز یہیں کہیں ہے وہ اس خاص نقطہ پر واقع c اور b پاس کیا تھا اب ہمارے پاس یہ ہے دو پارٹیکل سسٹم کی حرکت کا اس طرح مطالعہ کیا جا سکتا ہے کہ مرکز ماس کی لکیری حرکت اور حرکت ہی اور سی وائی کا ماس کے مرکز c اور b ہے لہذا کے حوالے سے آپ اسے کہتے ہیں کہ کسی نظام کے مختلف حصوں کی حرکت تکنیکی زبان ہے جس میں آپ لفظ علیحدگی کا استعمال کرتے ہیں سیلٹ آپ کو ایک حرکت میں تقسیم کریں کمیت کا مرکز اور مرکز ماس کے r اس کا مطلب ہے کہ یہ تقسیم ہے الگ ہے آپ استعمال کر سکتے ہیں ہمارے میں دو حرکت برائے مہربانی ان الفاظ کو نوٹ کریں جو استعمال ہو رہے ہیں اس نظام کی پوری حرکت کو مرکز کے ماس کی حرکت میں الگ کر دیا گیا ہے اور مرکز کے ماس کے بارے میں تحریک ٹھیک ہے اب اس کو استعمال کرنے کا فائدہ یہ ہے کہ ہم مختلف سوالات پوچھ سکتے ہیں کہ اس نظام کی کل حرکی

توانائی کے بارے میں اس دو ذرہ نظام کے بارے میں کیا ہے جب بھی یا ماس کے مرکز کے نسبت کئی پارٹیکل سسٹمز کی کل حرکی توانائی کے بارے میں کیا ہے جس کا ہم حساب کریں گے۔ میں ایک سادہ سی مثال پر غور کروں گا ہم کچھ اور مشکل مثالوں پر غور کریں گے جن میں پیچیدگیاں شامل ہیں

تو ہمارے پاس سوال یہ ہے کہ کل حرکی

توانائی کے بارے میں کیا ہے کل حرکی

توانائی کے بارے میں کیا ہے؟ دو ذرات کے نظام کے دو ذرات کی کل حرکی

m توانائی کے بارے میں مرکز کے مرکز کے نسبت یہ ایک اہم سوال ہے اب ہم اس صورت حال پر غور کریں گے کہ میرے پاس دو ذرات ہیں یہ دو بے ایک مناسب کوآرڈینیٹ سسٹم کے حوالے سے ہم یہ کہتے v ایک اس کی یہ رفتار v دو اور اس کی رفتار ہے m ایک ماس ہے دوسرا ایک ہیں کہ پھر پہلی بات یہ ہے کہ مرکز کے بڑے پیمانے پر رفتار کے مرکز کی رفتار کیا ہے آہ ہمیں یہ تعریف معلوم ہے ہم اسے دوبارہ استعمال کر مجھے اب اس کی ضرورت نہیں ہے پھر وہی صورت حال ہے کیونکہ کوئی $2m$ ایک جمع m دو تقسیم v دو M ایک جمع v رہے ہیں۔ ایک بیرونی قوتیں نہیں ہیں صرف یہ دو ذرات کا نظام ہے لہذا جیسا کہ ہم نے کل یہ مسئلہ دیکھا تھا سب سے آسان ایک دو ذرہ کا نظام ہے آئیے ہم اس پر کام کریں کہ ہم نے جو سوال پوچھا ہے وہ کیا ہے ہمیں اس نظام کی کل حرکی

کی ایک رفتار احترام کے ساتھ بڑے $m1$ کی رفتار m توانائی کا حساب کرنے کی ضرورت ہے ماس رائٹ کے مرکز کے حوالے سے اس لیے

پیمانے پر مرکز میں دیکھیں یہ ایک اشارے ہے آپ کو مرکز کے مرکز کے حوالے سے ایک کی رفتار کو بہت محتاط رکھنا ہوگا ٹھیک ہے تو یہ ماس کے مرکز کے حوالے سے پہلے ذرہ کی رفتار ہے اب یہ ایک رشتہ دار رفتار کی طرح ہے اس کی نسبتی رفتار یہ کچھ نہیں ہے تعریف ہمارے پاس معیاری velocity of the center of mass velocity of center of mass ماننس v_1 کے لحاظ سے m تقسیم M جمع v_1 ایک ویکٹر ماننس v اشارے ہیں درست ہم یہ حساب لگا سکتے ہیں کہ یہ کچھ نہیں ہے مگر ایک v دونوں طرف سے ضرب ہو سکتی ہے مجھے افسوس ہوگا آہ میں آسانیاں کرتا ہوں نہ کہ دونوں طرف سے ضرب نہیں i دو m ایک جمع دو سے تقسیم میں پہلے ذرہ سیکنڈ کا یہ حساب کروں گا پارٹیکل سادہ ہے ٹھیک ہے جو v دو M ایک ماننس v دو M ایک جمع v ایک m ماننس ہے اور یہ $m_2 v_1$ جمع $m_1 v_1$ ایک سے ضرب کیا ہے جو کہ v دو کو m ایک جمع m میں نے کیا ہے وہ یہ ہے کہ اس اصطلاحات میں لکھوں گا جیسا کہ وہ ہیں

یہ ماس کے مرکز کی نسبت c v_1 ہوگا یہ m_2 جمع m_1 by v_2 ماننس v_1 میں m_2 تو یہ 2 اصطلاحات منسوخ ہو جائیں گی۔

پہلے ذرہ کی کمیت کی رفتار کا اندراج ٹھیک ہے اب آپ یہ لکھ سکتے ہیں کہ دوسرے ذرے کے لیے مرکز ماس کی رفتار کیا ہے جسے میں یہاں لکھوں گا کہ ماس کے مرکز کی رفتار کی نسبت ماس کے مرکز کی رفتار ماس کے مرکز سے متعلق دوسرا ذرہ ٹھیک ہے میں پھر وہی کام کروں گا دو M ایک جمع v ایک m دو ماننس دوبارہ میں یہ کروں گا v مرکز ماس کا یہ برابر ہے v دو ماننس v آہ اس کے بجائے میں یہاں لکھوں گا دو سے تقسیم کیا M ایک جمع m دو کو v

ایک v دو ماننس v ایک m دو اس کے ساتھ منسوخ ہونے والا ہے میرے پاس m دو ah v دو ah v تو میں جانتا ہوں کہ مجھے کیا ملے گا

دو سے تقسیم کیا جائے گا یہ ماس رائٹ کے مرکز کے حوالے سے دوسرے ذرہ کی رفتار ہے لہذا آپ دیکھ سکتے M ایک جمع m ہوگا اس کو دو یہاں دوسرے کی رفتار سے ہم آہنگی دکھائی دیتی ہے۔ v ایک ماننس v ہیں کہ پہلے ذرے کی رفتار کو مرکز کے حوالے سے ہم تو اور پھر اور ٹھیک ہے اب مجھے v_1 right v nus کو منسوخ کرتا ہے۔ m_i دو v ایک اور پھر m زیادہ سے زیادہ کا مرکز کے ساتھ ذرہ یہاں کیا کرنے کی ضرورت ہے مجھے کی کینیٹک انرجی کی حرکت

توانائی کا حساب لگانے کی ضرورت ہے میں پہلے ذرے کی ایک اشارے کاٹنے ٹک انرجی استعمال کروں گا جس میں ماس کے مرکز کی نسبت یہ

سیدھی لکیر صرف یہ کہتی ہے کہ میں کہاں ہوں ماس کے مرکز کی نسبت پہلے ذرے کی اس مقدار کی حرکیاتی

ایک دو کے مربع میں آدھا میٹر ایک ہوگا اتفاق سے یہ مقدار پہلے ذرے کی v دو m توانائی کا حساب لگاتے ہوئے یہ تعریف کے لحاظ سے اس

ایک دو بے دوسرے ذرہ کے حوالے سے پہلے ذرہ v ایک دو سے ظاہر کرتے ہیں جو v نسبتی رفتار کیا ہے؟ دوسرا پارٹیکل وہ ہے جسے ہم دو کے علاوہ کچھ نہیں ہے یہ سب کافی معیاری چیزیں ہیں اسی طرح یہ کیا ہوگا کیا یہ مقدار یہاں مقدار v ایک مائنس v کی نسبتی رفتار جو کہ یہ دونوں کی شدت ایک ہے لیکن وہ مخالف سم v دو مائنس ہوگی v ہے یہ دو پورے مربع سے تقسیم کیا گیا ہے M ایک جمع m توں میں ہیں ٹھیک ہے کہ سے m ایک جمع m ایک دو مربع پھر v دو مربع پھر m تو میں یہ حساب کر سکتا ہوں کہ مجھے کیا ملے گا پورے مربع سے تقسیم کیا جاتا ہے اسی طرح میں اس مرکز کے ماس کے نسبت دوسرے ماس کی حرکتی دو مربع کا نصف m دو پورا مربع یہ M ایک جمع m دو ایک بذریعہ v ایک m دو کا نصف ہے m توانائی کا حساب لگا سکتا ہوں ٹھیک ہے یہ ایک کوما لکھ سکتا ہوں دو یا v ایک مربع یہ ہوگا کیونکہ یہ ایک طول و عرض ہے میں جس طرح چاہوں لکھ سکتا ہوں یا میں m دو m ہوگا معذرت سے پورے مربع لامبدا میں تقسیم کیا گیا ٹھیک ہے اب جب میں آہ کرتا ہوں m ایک جمع m دو کوما ایک کو v تو میں سسٹم کے کل کائے ٹک ماس کا حساب لگانا چاہتا ہوں مجھے کچھ جگہ کی ضرورت ہے لیکن میں وہاں نہیں مٹا سکتا اس لیے سسٹم کی حرکتی

یہ بہت آسان ہے ah کے برابر ہے مجھے یہ اصطلاحات شامل کرنے کی ضرورت ہے z توانائی وہ نظام جو دونوں ذرات کے درمیان ماس یہاں مربع میں میرے پاس ایک $1 \text{ comma } 2 \text{ whole}$ mod v میں کامن نکال سکتا ہوں اور پھر 2 m ایک ہے اور m یہاں نصف میرے پاس دو مکمل مربع اس لیے ایک طاقت منسوخ ہو m سے تقسیم کیا گیا ہے۔ ایک جمع m آنے گا جسے 1 m ہوگا یہاں میرے پاس ایک اضافی 2 m صرف نظام کی حرکتی i جائے گی

ایک جمع سینٹی میٹر ان میں سے ایک کی نسبتی رفتار سے m x دو m ایک m توانائی حاصل کرے گا جس میں بڑے پیمانے پر مرکز کا نصف ہے دو گنا دوسرے کے حوالے سے یہ ایک بہت اہم مقدار ہے اس کی ایک خاص وجہ ہے جس کی وجہ سے میں نے اس خاص مثال کو انجام دینے کے ٹو کا یہ ایک ہے m اور m one لیے منتخب کیا ہے اور آپ دیکھتے ہیں کہ یہ خاص مقدار وہی ہے جسے کم شدہ ماس کے طور پر جانا جاتا ہے دو ہوتا ہے اس میں کمیت کے طول و عرض بالکل واضح ہوتے ہیں m ایک جمع m by m دو m ایک m سے ظاہر ہوتا ہے عام طور پر یہ mu مربع ہے لہذا کم شدہ کمیت میں اس کمیت کے طول و عرض ہونے ہیں لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ دو پارٹیکل سسٹم m مربع میں m کیونکہ یہاں ایک m دو سے تقسیم m ایک ضرب m حرکت کرتا ہے یہ دو پارٹیکل سسٹم حرکت کرتا ہے گویا اس کی کمیت ہے اور اس کی قدر دی جاتی ہے جمع 2 اور یہ کیا رفتار ہے جس کے ساتھ یہ حرکت کرتا ہے یہ رشتہ دار رفتار ہے جس کے ساتھ یہ چل رہا ہے اور ٹھیک ہے اب یہ نظام کی حرکتی

توانائی کے بارے میں ہے ہم تھوڑی دیر بعد مرکز کے ماس کے بارے میں کچھ تبصرے کریں گے میں اسے مٹا دوں گا میں اسے دوبارہ رکھوں گا تو کیا یہ کل کائے ٹک انرجی سسٹم کی نمائندگی کرتا ہے ایک بار یاد نہیں رہے گا اس ذرات کے ایم 1 اور ایم 2 کی حرکتی توانائی کا ہونا

تو ماس کے مرکز کی رفتار کے بارے میں کیا خیال ہے لہذا مجھے اس کو مدنظر رکھنے کی ضرورت ہے اس لیے نظام کی کل حرکتی رشتہ دار پورے مربع کے نصف کے برابر ہے۔ ماس کے مرکز کو فراموش کرنے کا متحمل نہیں ہوسکتا ہے جو کہیں بیٹھا v اوقات mu توانائی cm ٹو پھر اس کی رفتار M ایک جمع mm ہوا سینٹی میٹر ماس کا مرکز ہے یہ وہی ہوگا جو میرے ماس کے مرکز ماس کیپٹل کا ماس سنٹر ہے دو کا نصف اور ہم m ایک جمع m کا نصف ہوگا پورا مربع جمع v اوقات mu مربع سینٹی میٹر پھر مجھے اس کا مربع کرنا ہوگا لہذا میرے پاس کے ساتھ حرکت کر رہا ہے v دو رفتار m کے ساتھ حرکت کر رہا ہے اور v ایک رفتار m جانتے ہیں کہ مرکز کے مرکز کا اظہار کیا ہے دوویں۔ ماس کے مرکز کی پہلے سے رفتار یہ مقدار ہے اور میں اس نظام کی کل حرکتی

توانائی ہے یہ تھوڑا سا لگتا ہے جس سے خوف پیدا ہوتا ہے لیکن کچھ بھی نہیں ہے یہ بہت سیدھا ہے ابھی اظہار آہ یہ کیا ہے کہ ہم نے پوری حرکت کی ہے جس پر ہم غور کر رہے ہیں گویا یہ مرکز ماس کی حرکت ہے اور پھر رشتہ دار حرکت کا حصہ ہے تو یہ رشتہ دار حرکت والے حصے کی حرکتی

توانائی ہے یہ مرکز کی حرکتی توانائی ہے ماس کی اس لیے کل

ah توانائی یہ ہونی چاہیے ائیے ہم چیک کریں کہ کیا یہ درست ہے جو کچھ ہمیں کرنے کی ضرورت ہے اس مخصوص اظہار کے متبادل میں رشتہ دار کے لیے متبادل ہے اور پھر ان چیزوں کو شامل کریں ائیے دیکھتے ہیں کہ ہمیں کیا درست ملتا ہے ہمارے پاس تاثرات ہیں۔ اور یہاں سب کچھ اس لیے مجھے یہ ٹھیک ہونے کی ضرورت نہیں ہے اس لیے میں لکھنے جا رہا ہوں میں اسے دائیں ہاتھ کی طرف کہوں گا یہ وہی ہے جو میں ایک m دو کو m ایک بار m ہے s یہاں حساب کرنے جا رہا ہوں کہ دائیں ہاتھ کی طرف کا اظہار گھٹے ہوئے ماس کے نصف کے برابر ہے دو پورا مربع درست ہے v ایک مائنس v دو سے تقسیم کر کے اس میں رشتہ دار رفتار ہے m جمع دو یہ ڈاٹ بہت v ایک ڈاٹ v دو مربع مائنس دو v ایک مربع جمع v دو سے ضرب m ایک جمع m دو کا نصف ہوگا تقسیم m ایک m تو یہ اہم ہے کیونکہ یہ دو ویکٹر ہیں جب آپ مربع لیتے ہیں

تو ایک ڈاٹ پروڈکٹ شامل ہوتا ہے جب کہ یہاں وہ صرف اسکیلرز بن جاتے ہیں اوکے پلس اوہ سوری سوری یہ ایک نصف ہے ایکسپریشن دوسرا کے 2 گنا مقدار کے جمع کے طور پر m جمع 1 m نصف یہ ایکسپریشن ہے جو میں نے لکھا ہے یہ ایکسپریشن مجھے لکھنا ہے تاکہ میں اسے دو بورڈ پر تھوڑا سا جگہ کی m ایک m دو مربع جمع دو v دو مربع m ایک مربع جمع v ایک مربع m لکھوں گا۔ مربع اوقات میں یہاں ہوں گا دو ٹھیک ہے v ایک نقطے والے v ایڈجسٹمنٹ

تو ایک اصطلاح غائب ہو جائے گی اور یہ میں اوہ کروں گا معاف کیجئے گا مجھے یہ یہاں نہیں کرنے دیں مجھے یہ یہاں نہیں کرنے دیں یہ پلس v مربع 1 m ہے اور میرے یہاں ah دو مکمل مربع ہے وہاں m ایک جمع $over$ m غائب ہو جائے گا میرے پاس 1 $a1f$ ایچ ہوگا۔ اس کا اب میں یہ چیزیں شامل کر سکتا ہوں مدت کے لحاظ سے لے لو میں v ایک ڈاٹ v دو m 1 m مربع جمع 2 v 2 m مربع جمع 1 m دیکھوں گا کہ اب ہم اس اصطلاح کو دیکھتے ہیں اور پھر آہ کو دیکھتے ہیں

دو یہاں میرے پاس v ایک ڈاٹ v تو دو نہیں ہے براہ کرم کیونکہ یہ ختم ہو گیا ہے میرے پاس آدھا ایم ایک ایم دو از ایم ایک جمع ایم ہوگا دو پھر ٹو ہے لہذا یہ اصطلاح اور یہ اصطلاح وہ منسوخ کر دیں گے لہذا M ایک جمع m دو بذریعہ v ایک ڈاٹ v دو بار m ایک m ایک بار پھر وہی دو مربع کا v دو m ایک مربع کا نصف جمع v ایک m باقی مجھے یہ دو شرائط شامل کرنے کی ضرورت ہے جو میرے یہاں ہوں گے ہاں نصف نظام کی کل حرکتی

دو کی رفتار کے ساتھ حرکت کر رہا ہے اس کی کل حرکتی v اور v one توانائی ہے لہذا ہمارے پاس ایک دو ذرہ نظام ہے جو توانائی یہ ہے حرکتی

توانائی کا کل اگر ہم مرکز ماس کے حوالے سے ایک ہی نظام کو دیکھ رہے ہیں تو پھر ہمیں ان دو ذرات کی ضرورت ہے پھر کم ماس ڈبلیو بیمار میں حرکتی

توانائی ہے لہذا اس دو ذرہ نظام میں کل حرکی

دو مربع ایک ہی چیز کو انسان کے مرکز اور ماس زبان کے مرکز کو v دو m ایک مربع جمع آدھا v ایک m توانائی ہے اس قدر اظہار نصف v اس کی ایک رفتار ہوتی ہے جو کہ m_2 اور m_1 مندرجہ ذیل میں دیکھا جا سکتا ہے۔ یہ کیا ہے کہ یہ کہتا ہے کہ نظام کی کم ہونی کمیت یعنی

رشتہ دار رفتار ہوتی ہے اس لیے اس سے مطابقت رکھنے والی

توانائی اتنی ہوتی ہے نیز ماس کے مرکز کا مرکز ہمیشہ اتنا ہی ہوتا ہے یہ بھی ہوگا آپ کے پاس حرکی توانائی ہے آپ ان دو چیزوں کو جوڑیں گے آپ بالکل ایک جیسی ہو جائیں گی لہذا آپ کو اسے آسان بنانے میں تھوڑا سا الجبرا کرنے کی ضرورت ہے مجھے امید ہے کہ میں اسے چھوڑ سکتا ہوں لہذا اب ہم آہ کی طرف آتے ہیں ہم بعد میں کچھ اور مسائل کریں گے۔ وقت ہے 15 منٹ ٹھیک ہے چار منٹ آہ ہاں اب ہم مرکز کے ماس کے بارے میں کچھ تبصرے کریں گے کہ کس طرح ایک نظام کے ماس کے مرکز کی وضاحت کی جاتی ہے کے طور پر کی جاتی ہے اب ہم اسے الٹ دیں ah دو m ایک جمع m دو از m ایک m نظام کے ماس کے مرکز کی تعریف

کے طور پر بھی کہتے ہیں mu دو ٹھیک ہے کیا ہم اسے $by\ m$ ایک جمع ایک $m\ e\ equal\ to\ one\ by\ m$ تو میرے پاس ایک ہوگا بذریعہ بہتر میں یہ علامت ہمیشہ استعمال کرتا ہوں آپ اسے جانتے ہیں اگر آپ کے پاس دو حصوں کے مجموعہ کے برابر ایک حصہ ہے

دو سے کم یا مساوی m بھی یقینی طور پر mu ایک سے کم یا اس کے برابر ہے اور m یقینی طور پر mu تو آپ اس سے کیا کہہ سکتے ہیں یہ کی کم شدہ کمیت لکھیں نظام a ہے ٹھیک ہے لہذا گھٹا ہوا ماس ہمیشہ ہر ایک جسم کے کمیت سے کم یا اس کے برابر ہوتا ہے آئیے اسے یہاں

بہتر ہم جسم کی کمیت سے کم یا برابر ہوتا ہے ہر جسم کے بڑے پیمانے پر آپ کو معلوم ہوگا کہ اس مخصوص تکنیک کو بڑے پیمانے پر استعمال کیا جاتا ہے جب بھی ہمارے پاس کثیر ذرات ہوتے ہیں خاص طور پر سب سے آسان ملٹی پارٹیکل سسٹم ہائیڈروجن ایٹم ہے جہاں نیوکلیئس پر مشتمل

ہوتا ہے۔ ایک پروٹون اور آپ کے پاس ایک الیکٹران ہے یہ ایک سادہ دو باڈی سسٹم ہے جہاں آپ کو اس مخصوص تکنیک کا استعمال کرتے ہوئے آنے والی کلاس میں اس مسئلے کا مطالعہ کیا جاتا ہے، ہم شاید ایک یا دو اضافی مثالوں پر بات کریں گے اور پھر آگے بڑھیں گے اور ہمیں دوسرے پر

کے ٹارک اینگولر مومینٹ اینگولر مومینٹ کنزرویشن وغیرہ اور میں اس مرحلے پر رک جاؤں گا $1i$ جانا پڑے گا۔ موضوعات

تو آپ بھی