

आम्ही आमची चर्चा सुरू ठेवू आम्ही कामाच्या उर्जेच्या तत्वावरील उदाहरणाने सुरुवात करू आणि मग ते आम्ही करत असलेले शेवटचे उदाहरण असेल आणि मग आम्ही आवेग संवेग तत्वाकडे पुढे जाऊया आम्ही आवेग या शब्दाची व्याख्या करू आम्ही आवेग काय आहे ते बोलू संवेग तत्त्व आणि हे रेखीय संवेग संवर्धनाच्या संकल्पनेकडे कसे नेत आहे हे आपण पाहू, म्हणजे आजच्या वर्गात आपण काय करणार आहोत हे आपण आणखी एक उदाहरण देऊन सुरुवात करतो जे आपल्याला दिलेले आहे ते म्हणजे एक टेबल आहे ज्याच्या शेवटी एक टेबल आहे. पुली आणि पुलीवर स्ट्रिंगद्वारे दोन वस्तुमान  $a$  आणि  $b$  जोडलेले असतात

त्यामुळे ब्लॉक  $a$  आणि  $b$  घर्षणरहित पुलीवर प्रकाश केबलने जोडलेले असतात आणि पुली देखील खूप हलकी असते याचा अर्थ आपण असे गृहीत धरू शकतो की हे वस्तुमानहीन आहे हे आवश्यक आहे. जेव्हा ही गोष्ट पुली हलवते तेव्हा आपल्याला गतीज उर्जेची काळजी करण्याची गरज नाही

त्यामुळे पुली फिरू शकते म्हणून आपल्याला त्याबद्दल काळजी करण्याची गरज नाही कारण पुली वस्तुमानहीन होण्यासाठी दिलेली प्रणाली  $o$  स्थितीतून मुक्त होते.  $f$  विश्रांती आणि आम्हाला ब्लॉक  $a$  चा वेग  $2$  मीटर हलवल्यानंतर शोधण्यास सांगितले जाते हे देखील दिले आहे की घर्षण गुणांक  $\mu_k$  म्हणजे ब्लॉक  $a$  आणि टेबल मधील गतीज घर्षणाचा गुणांक  $0.25$  ब्लॉक आहे  $b$  टेबलच्या संपर्कात नाही

त्यामुळे येथे घर्षणाचा प्रश्न उद्भवत नाही म्हणून आता ही समस्या आहे जर आपल्याला कार्य उर्जेचे तत्व माहित नसते तर मग आपण फ्री ड्राइंगचे फ्री बॉडी डायग्राम काढून ही समस्या सोडवली असती.  $b$  चा मुख्य भाग आकृती आणि नंतर  $a$  आणि  $b$  चा प्रवेग शोधणे जे समान असेल एक क्षैतिज दिशेने असेल तर दुसरा अनुलंब खाली असेल

त्यामुळे न्यूनतमचा दुसरा नियम वापरून आपल्याला ब्लॉक  $a$  आणि  $b$  चे प्रवेग सापडले असते आणि प्रवेग पासून आपल्याला ब्लॉकचा वेग मीटरवर गेल्यानंतर त्याचा वेग सापडला असता कारण आम्हाला माहित आहे की तो स्थिर प्रवेगाने फिरत आहे म्हणून तेथून आम्ही वेग मिळवण्यासाठी ते एकत्र करू पण जर आम्ही कार्य उर्जेचे तत्व वापरा मग आपण प्रवेग शोधण्याच्या या मध्यवर्ती पायरीपासून वाचतो कारण येथे जेव्हा आपण ही समस्या पाहतो तेव्हा आपल्या लक्षात येते की प्रारंभिक वेग म्हणजे शून्य म्हणून सिस्टम विश्रांतीपासून सुरू होत आहे आणि समस्या आपल्याला अंतिम शोधण्यास सांगते वेग. म्हणून आम्हाला असे वाटते की कदाचित कार्य ऊर्जा तत्त्व हा प्रणाली करण्याचा एक चांगला मार्ग आहे जिथे आपण प्रवेग शोधण्याच्या मध्यवर्ती पायरीपासून वाचले जाऊ शकते.

त्यामुळे आता जेव्हा आपल्याला कार्य ऊर्जा तत्वाचे कार्य करायचे आहे तेव्हा आपण काय करू आधी मानसिकरित्या बॉडीजचे फ्री बॉडी डायग्राम काढा  $a$  आणि  $b$  म्हणून जेव्हा मी शरीराचा फ्री बॉडी डायग्राम काढतो तेव्हा मला असे दिसते की स्ट्रिंग शरीर  $a$  ला एका शक्तीने खेचत आहे आपण याला  $t$  म्हणून म्हणू या आणि हेच आपल्याला करायचे आहे जेव्हा दोन शरीरांना जोडणारी हलकी स्ट्रिंग असते तेव्हा लक्षात येते मग जर स्ट्रिंग दोन्ही शरीरांवर लागू होणारी शक्ती सारखीच असेल तर बॉडी खेचण्यासाठी बल  $t$  लावला जात असेल तर स्ट्रिंग पल होईल  $1$  बॉडी  $b$  त्याच फोर्ससह  $t$  स्ट्रिंगच्या बाजूचे बल सारखेच राहते म्हणून आपल्याकडे हे आहे जोपर्यंत स्ट्रिंग समान आहे तोपर्यंत बल समान असेल म्हणून आपल्याकडे येथे ब्लॉकवर स्ट्रिंग फोर्स  $t$  आहे म्हणून आपण रेखाटत आहोत या ब्लॉकवर या ब्लॉकचा फ्री बॉडी डायग्राम स्ट्रिंग फोर्सचे वजन आणि कॉन्टॅक्ट फोर्स आणि कॉन्टॅक्ट फोर्समध्ये कोणते फोर्स कार्यरत आहेत आणि कॉन्टॅक्ट फोर्समध्ये एक सामान्य प्रतिक्रिया आणि घर्षण फोर्स असेल म्हणून आम्ही दाखवतो की या सर्व फोर्स आमच्याकडे एक स्ट्रिंग आहे बल  $a$  आपल्याकडे वजन  $a$  आहे जे आपण  $ma$  times म्हणून लिहितो  $g$  आपल्याकडे सामान्य प्रतिक्रिया आहे जी तेथे आहे त्याला  $n_{sub} a$  म्हणू आणि ब्लॉक पुढे सरकत आहे म्हणून येथे आपल्याकडे घर्षण बल आहे जे  $\mu_k$  वेळा समान आहे  $n_{sub} a$  ही शरीरावर क्रिया करणाऱ्या शक्ती आहेत आणि येथे आपल्याला काय समजले आहे जर जर ब्लॉक असेल तर हे घर्षण आहे  $\mu_k$  गुणा ना आता कारण  $y$  दिशेने प्रवेग  $0$  आहे ही आपली  $x$  दिशा आहे  $y$  दि मधील प्रवेग पासून  $y$  दिशा रिव्हशन  $o$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून  $na$  हे  $ma$  गुणिले  $g$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून घर्षण बल  $\mu_k$  गुणिले  $ma$  गुणिले  $g$  बरोबर आहे आणि हे आपण समजू शकतो की हे  $0.25$  ते  $200$  ते  $9.8$  इतके असेल तर हे समान आहे  $490$  न्यूनतम पर्यंत तर आता आपण पाहतो की ब्लॉक  $x$  दिशेने फिरत आहे तेथे एक बल आहे  $t$  तेथे घर्षण बल  $f$  आहे आणि ब्लॉक सकारात्मक  $x$  दिशेने फिरत आहे म्हणून आता जेव्हा आपण लागू करतो तेव्हा आपण कार्य उर्जेचे तत्त्व लागू केले तर ब्लॉक  $a$  वर कार्य उर्जेचे तत्त्व सांगते गतिज ऊर्जेतील बदल तसेच संभाव्य ऊर्जेतील बदल हे इतर शक्तींनी केलेल्या कार्यासारखे आहे आता आपले राज्य  $1$  ही विश्रांतीची अवस्था आहे दोन ही अंतिम अवस्था आहे ही ब्लॉकचा वेग आहे असेल  $v$  म्हणून आपण याला  $v$  म्हणून म्हणू आणि आम्हाला माहित आहे की दोन्ही ब्लॉक्सचा वेग सामान्य असेल म्हणून मी  $va$  किंवा  $vb$  लावत नाही ते समान असतील म्हणून स्थिती  $2$  वेग  $v$  म्हणून दिला जातो आता जर आपण असे लिहितो तर आता आपण सुरू करू यापैकी प्रत्येक परिमाणांची गणना करणे म्हणजे  $k$   $2$  अर्ध्या बरोबर आहे  $ma$  व्हेर  $k$  वन हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे म्हणून हे दोन्ही संभाव्य उर्जेसाठी गतीज उर्जेतील बदलासाठी आहे कारण गुरुत्वाकर्षण संभाव्य उर्जेमुळे ब्लॉक क्षैतिज समतल मध्ये फिरत आहे  $v$  एक समान  $v$  दोन आहे आपण याला संदर्भ स्थिती म्हणतो म्हणून हे संभाव्य ऊर्जेतील बदल म्हणजे शून्याच्या बरोबरीचे आहे आता इतर शक्तींनी केलेले कार्य इतर कोणती बल आहेत जी ब्लॉकवर क्रिया करत आहेत त्या  $x$  दिशेतील इतर बल  $x$  दिशेत फिरत आहेत  $x$  दिशेतील इतर शक्ती  $t$  उणे आहेत  $\mu_k na$

$so t \text{ minus } \mu_k \text{ times } mag$  हे  $x$  दिशेतील निव्वळ बल असेल यासाठी आपल्याला  $x$  दिशेने हलवलेले अंतर गुणाकार करावे लागेल आपण त्याला  $s$  म्हणतो या प्रकरणात ते  $ah$  असे दिले आहे ब्लॉक दोन मीटर पुढे सरकल्यानंतर म्हणजे  $s$  बरोबर दोन मीटर आहे आम्ही म्हणतो ब्लॉक दोन मीटर पुढे गेल्यावर  $s$  बरोबर दोन मीटर आहे म्हणून हे समान होईल.  $eq \text{ } u_{a1}$  ते अर्धा  $ma$  चौरस म्हणून आता दोन अज्ञात आहेत  $v$  आणि  $t$  ही माहिती आहे जी आपल्याला ब्लॉक एक मधून मिळणार आहे मग आपण ब्लॉक दोन वर जाऊया याला समीकरण क्रमांक एक म्हणून कॉल करूया आता आपण ब्लॉक दोन वर जाऊया जर आपण फ्री काढले तर ब्लॉक दोनचे शरीर रेखाचित्र आपल्याकडे आहे त्याचे वजन  $mbg$  असे कार्य करत आहे आणि ताण टी अशा प्रकारे कार्य करत आहे आणि ब्लॉक खाली सरकत आहे म्हणून हा ब्लॉकचा मुक्त शरीर आकृती आहे आणि जरी तुम्ही अर्ज करता तेव्हा फ्री बॉडी डायग्राम काढला नाही तरीही कार्य उर्जेचे तत्व एक मानसिक नोंद बनवते तुम्हाला हा व्यायाम आता करायचा आहे कार्य उर्जा तत्व आम्हाला सांगते डेल्टा  $k$  अधिक डेल्टा  $v$  हे इतर शक्तींनी केलेल्या कामाच्या बरोबरीचे आहे आता डेल्टा  $k$  अर्धा  $mb$  मध्ये  $v$  चौरस वजा  $0$  डेल्टा  $v$  असेल

आता संभाव्य उर्जा गुरुत्वाकर्षणाने केलेल्या कार्याबद्दल बोलणार नाही गुरुत्वाकर्षणाने केलेल्या कार्याबद्दल बोलणार आहे कारण संभाव्य उर्जेमध्ये बदल म्हणून हे  $v^2$  वजा  $v$  च्या बरोबरीचे असेल प्रारंभिक अवस्था जिथे ब्लॉक होता ती प्रारंभिक अवस्था म्हणून घेऊ. datum राज्य म्हणून wh सुरुवातीची स्थिती जर  $v = 1$   $\theta$  च्या बरोबर असेल तर  $v = 2$  हे उणे बरोबर असेल mg मध्ये s बरोबर उणे 2 mg असेल

त्यामुळे संभाव्य ऊर्जेतील बदल उणे 2 पट mg असेल आणि इतर शक्तींद्वारे कार्य केले जाईल म्हणून आता आपण t वर कृती करत आहे हे खाली सरकत आहे म्हणून ब्लॉक b वर t ने केलेले कार्य हे अंतर हलवलेल्या अंतराच्या वजा t पट असेल जे उणे t गुणिले दोन आहे म्हणून आपण याचे समीकरण लिहूया

त्यामुळे आपल्याकडे अर्धा mb v आहे. स्केअर वजा mbg गुणिले दोन म्हणजे वजा t गुणिले दोन याला म्हणूया किंवा मी ते उणे दोन म्हणून लिहूया t हे समीकरण क्रमांक दोन आहे मग आता आपण समीकरण क्रमांक एक पाहिल्यास काय लक्षात येईल. समीकरण क्रमांक एक हा अर्धा mav होता स्केअर म्हणजे t वजा चार नव्वद गुणिले दोन समीकरण संख्या दोन आहे अर्धा mb vb स्केअर समान वजा mb g<sup>2</sup> समान वजा 2t आहे हे आपल्या लक्षात येते 2t आणि उणे 2t हे दोन समीकरण जोडल्यास रद्द होईल म्हणून आपण 1 अधिक करू 2 आणि आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे अर्धा mav चौरस अधिक अर्धा mbv चौरस वजा mbg गुणिले दोन समान उणे दोन गुणिले 490 हे दोन जोडून तणाव घटक रद्द होतो आणि आता आपल्याकडे बाकी सर्व आहे आपल्याकडे ma चे मूल्य आहे mb चे मूल्य आहे आणि आपण हे सर्व घालू शकतो आणि जेव्हा आपण हे बाहेर काढतो आम्हाला उत्तर मिळेल v हे 4.427 मीटर प्रति सेकंद इतके आहे किंवा आम्ही ते 4.43 मीटर प्रति सेकंद असे लिहू शकतो, तर आता हे तत्त्व काय ही समस्या देखील स्पष्ट करते ती म्हणजे जर आपण a आणि b एकत्रितपणे सिस्टीम म्हणून विचारात घेतले आणि तत्त्व लागू केले तर प्रणालीला गतीज उर्जेचा मग काय होतो तो तणाव जो या शरीरांवर स्वतंत्रपणे कार्य करतो परंतु कारण शरीरावर ताणामुळे होणारे कार्य हे शरीरावर ताणाने केलेल्या कामाच्या वजाएवढे असते b जेव्हा आपण हे एक प्रणाली म्हणून एकत्र लिहितो तेव्हा कार्य टी द्वारे केले जाते ते रद्द होते आणि आपल्याकडे फक्त गतीज उर्जेतील बदल तसेच दोन्ही शरीरांच्या संभाव्य उर्जेतील बदल हे बाह्य शक्तींनी केलेल्या कार्यासारखे असते आणि या प्रकरणात टी ही अंतर्गत शक्ती असते. कोणाचे केलेले कार्य रद्द होते म्हणून आपण फक्त ते घर्षणाने केलेल्या कामाच्या बरोबरीचे आहे असे लिहितो आणि मग आपल्याला आपले उत्तर मिळते परंतु काही वेळा काही वेळा अंतर्गत शक्तींनी केलेले कार्य रद्द होऊ शकत नाही आणि हे विशिष्ट असेल कारण कारण कार्य करणारी शक्ती समान आणि विरुद्ध असू शकतात परंतु काही प्रकरणांमध्ये शरीर समान अंतराने हलू शकत नाहीत जर ते समान अंतराने पुढे जात नाहीत तर केलेले कार्य रद्द होणार नाही आता आणखी एक गोष्ट आहे जी मी करू इच्छित आहे कामाच्या उर्जेच्या तत्त्वावर आमची चर्चा संपण्यापूर्वी तुम्हाला सांगायचे आहे की उर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व जे आपण मिळवले आहे आणि ज्याला गतीज उर्जेतील बदल तसेच संभाव्य उर्जेतील बदल हे इतरांनी केलेल्या कार्यासारखे आहे. शक्ती आणि कधी कधी याला यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व असेही संबोधले जाते कारण आपण बोलत आहोत की उर्जेच्या संवर्धनाचा सिद्धांत आपण जेव्हा वापरतो तेव्हा या अर्थाने वापरला जातो एकंदरीत थर्मोडायनामिक्सचा नियम आणि म्हणून आता याला यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व असे संबोधले जाते.

यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाचे हे तत्त्व आपण कोणत्या समीकरणातून मिळवले आहे हे न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमावरून प्राप्त झाले आहे. हे समीकरण वैध होण्यासाठी न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमावर आधारित सर्व निर्बंध वैध असायला हवेत आणि न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमावरील निर्बंध हे आहे की आपण वेग किंवा विस्थापन कितीही वेग मोजतो ते n जडत्वाच्या संदर्भात मोजले पाहिजेत. फ्रेमचा अर्थ आहे की यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व केवळ तेव्हाच वैध असेल जेव्हा आपण केलेले कार्य घेत आहोत आणि गतीज उर्जा किंवा गतिज उर्जा इत्यादी मध्ये बदल करत आहोत ज्याचे मोजमाप केले जात आहे ते जडत्व फ्रेमच्या संदर्भात मोजले जाते. म्हणजे फ्रेममध्ये शून्य प्रवेग ते एकतर विश्रांतीवर असले पाहिजे किंवा ते हलत असल्यास त्याला स्थिर गतीने हलवावे लागेल एका सरळ रेषेवर म्हणजे ती स्थिर गतीने फिरत असते

त्यामुळे यांत्रिक उर्जेचे तत्त्व तेव्हाच वैध असेल जेव्हा गतिज उर्जा आणि केलेले कार्य संदर्भाच्या जडत्वाच्या संदर्भात मोजले जात असेल आणि हे खूप महत्त्वाचे आहे म्हणून हे उर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व आहे आता आपण परिमाणांच्या संदर्भात परिमाण पाहूया किंवा संवेग म्हटल्या जाणाऱ्या न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमाकडे आपण आधीच चर्चा केली आहे ज्याला आपण रेखीय संवेगासाठी p चिन्ह वापरतो असे म्हटले आहे आता आपण परिभाषित करूया आपण एक संज्ञा परिभाषित करू आवेग आवेग परिभाषित करा हे आणखी एक वेक्टर आहे आणि आम्ही आवेग परिभाषित करतो अविभाज्य fdt t one to t 2 म्हणून आता आम्ही पाहतो की काही गोष्टी आवेगाच्या व्याख्येत गुंतलेल्या आहेत. सर्व प्रथम आपण शक्तीची आवेग परिभाषित करत आहोत म्हणून जर बल असेल तर f कणावर t1 ते t2 या कालावधीत क्रिया करत आहे म्हणून जेव्हा आपण आवेग बदल बोलतो तेव्हा तीन गोष्टी गुंतलेल्या असतात तेथे एक शक्ती असते जी कणावर कार्य करत असते आणि ती असते t1 ते t2 या विशिष्ट वेळेच्या अंतरावर कणावर क्रिया करणे जर तसे असेल तर बलाचा आवेग तर आपल्याजवळ जे आहे ते आपण त्याला t 1 ते t 2 दरम्यानच्या कालावधीत f बलाचा आवेग म्हणायला हवे. जर आपण या परिमाणाला आवेग म्हणतो आणि नंतर हा आवेग टी 1 ते टी 2 पर्यंतच्या वेळेच्या संदर्भात बलाचा अविभाज्य म्हणून परिभाषित केला जातो आणि जर f स्थिर असेल तर अनेक प्रकरणांमध्ये आपल्याकडे स्थिर बल असतील तर आवेग वेळ मध्यांतर t च्या f च्या बरोबरीचे असेल. दोन वजा टी एक म्हणजे काही समस्या सोडवण्यात आवेग आपल्याला कशी मदत करू शकते हे पाहण्यासाठी प्रेरणाची व्याख्या आहे जर आपण न्यूटनचा दुसरा नियम पाहिला तर न्यूटनचा दुसरा नियम आपल्याला कणावर क्रिया करणाऱ्या बाह्य बलांची बेरीज सांगतो बदलाच्या दराप्रमाणे कणावरील बलांच्या संवेगाची बेरीज आणि ही उजवीकडील बाजू आहे रेखीय संवेग p च्या बदलाचा दर, म्हणून येथे आपण dt दुसऱ्या बाजूला घेतो म्हणजे आपल्याला dt च्या dp च्या f गुणिले मिळतील आणि नंतर आपण दोन्ही बाजू एकत्र करू म्हणून आमच्याकडे अविभाज्य fdt आहे अविभाज्य dp च्या बरोबरीने आता t म्हणतो t एक वरून t दोन वर जातो आणि p आपण म्हणतो t 1 च्या वेळी t 1 पासून रेखीय संवेग t 2 च्या वेळी p 1 च्या बरोबर आहे रेखीय संवेग p 2 च्या बरोबर आहे. म्हणून उजवीकडे हँड साइड आता अविभाज्य dp आहे हे फक्त p2 वजा p1 होते किंवा हे आपण संवेगातील बदल म्हणून देखील लिहू शकतो आणि येथे डावी बाजू t1 ते t2 पर्यंतच्या कणावरील f बलाच्या आवेगशिवाय दुसरे

काहीही नाही म्हणून आपल्याला जे मिळते ते हे आहे ज्याला आपण आवेग संवेग तत्त्व असे म्हणू शकतो की शक्तीचा आवेग हा क्षणातील बदलासारखा असतो आणि जिथे आपल्याला माहित आहे की हा आवेग  $f$  वेळाचा अविभाज्य असेल त्यामुळे कणाच्या रेखीय संवेगातील बदल आवेग द्वारे दिला जातो कणावर क्रिया करणाऱ्या शक्तीचे आता आवेगाचे तत्त्व उपयुक्त ठरू शकते म्हणून हे तत्त्व तुम्हाला आढळेल की आवेगाचे तत्त्व उपयुक्त आहे जर बल हे वेळेचे कार्य असेल तर बल हे काळाचे कार्य असेल तर जर आपण हे संदर्भात एकत्रित केले तर वेळ म्हणजे आईमधील बदल आता जर आपण हे पाहण्याचा प्रयत्न केला तर आपल्याला काय जाणवते ते म्हणजे आपण काही ठळक वैशिष्ट्ये पाहू या पहिली गोष्ट जी आपण पाहतो ती म्हणजे आवेग एक सदिश प्रमाण आहे कारण हे एक वेक्टर समीकरण आहे जे आपण स्केलर घटक लिहू शकतो त्यामुळे कधी कधी आपल्याला फक्त गरज पडू शकते एक घटक म्हणून मग आपण त्या घटकासाठी लिहू आणि इथे आपल्याला जे मिळेल ते म्हणजे आवेगाचा  $x$  घटक कणाच्या  $x$  संवेगातील बदलासारखा असेल, आवेगाचा  $y$  घटक त्याच्या  $y$  घटकातील बदलासारखा असेल.

रेखीय संवेग म्हणजे आपण याला कणाच्या  $x$  संवेगाच्या  $m$  गुणाप्रमाणे लिहू शकतो  $2$  वजा  $x$  संवेग गती आपण  $m$  गुणा  $v$  म्हणून लिहू शकतो

त्यामुळे हे आपल्याला कणाच्या  $x$  वेगातील बदल  $m$  पट देईल आणि हे देईल  $us$   $m$  वेळा कणाच्या  $y$  वेगातील बदल हा  $y$  दिशेतील आवेग असेल दुसरी गोष्ट आपण आवेगांबद्दल लक्षात ठेवतो जर आपण आवेगांची एकके पाहिली तर आवेगाचे परिमाण बल बल आहे  $m$  गुणिले  $1$  बाय  $t$   $squ$  आहेत आणि आपण  $t$  ने गुणाकार केला म्हणून त्याची परिमाणे  $m1$  ने  $t$  आहे आणि आवेगाची  $si$  एकके ही न्यूनमध्ये बल असेल वेळ ने गुणाकार केला तर न्यून सेकंद आता जर आपण एका कणासाठी एका कणासाठी बोलत आहोत तर बल असेल तर आवेग पद्धती उपयुक्त आहेत वेळेचे कार्य मग आवेग आपल्याला फक्त गतीमध्ये बदल देते म्हणून आपण ते दुसऱ्या मार्गाने देखील लिहू शकतो चला  $v$   $2$  वजा  $v$   $1$  या एका कणासाठी आवेग  $m$  गुणा बरोबर आहे जेथे  $v$   $2$  ही दुसरी अवस्था  $v$   $1$  आहे पहिल्या अवस्थेतील  $v$   $2$  हा त्या अवस्थेतील वेग आहे म्हणून येथे आपण हे समीकरण  $m$  गुणिले  $v$   $2$  समान  $m$  गुणिले  $v$   $1$  अधिक  $i$  असे लिहू शकतो म्हणून आपण काय म्हणू शकतो हा प्रारंभिक संवेग आहे आणि त्यात तुम्ही जोडता आवेग आणि तो तुम्हाला अंतिम क्षण देईल म्हणून जर तुम्हाला अंतिम स्थितीत वेग शोधायचा असेल तर तुमच्याकडे सुरुवातीचा वेग फक्त आवेगावर असेल आणि तो तुम्हाला आता अंतिम क्षण देईल कधीकधी ग्राफिकदृष्ट्या हे उपयुक्त ठरू शकते जर यासाठी उदाहरणार्थ एखाद्या विशिष्ट मध्ये बल दिशा हे वेळेचे कार्य म्हणून दिले जाते असे म्हणू या तर फूट वक्राखालील क्षेत्र आवेग देते

त्यामुळे जर ग्राफिकली बल वेळेचे कार्य म्हणून दिले असेल तर तुम्ही उदाहरणार्थ या प्रकरणात या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ जर ही स्थिती असेल तर हे आहे राज्य दोन तुम्हाला  $m$  गुणिले  $v$  एक अधिक त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ  $m$  गुणिले  $v$  दोन देईल जेथे आपण असे गृहीत धरू की बल  $f$  कणावर क्रिया करत आहे आणि दुसरे कोणतेही बल कार्य करत नाही म्हणून मग तुम्ही यासारखे समीकरण लागू करू शकता म्हणून हे आहे ज्याला आपण आवेग संवेग तत्त्व म्हणतो ही संकल्पना आता इथून उद्भवते: संवेगाच्या संवर्धनाचे तत्त्व जे आपण पाहिले आहे ते आवेग हे संवेगातील बदलाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून जर आवेग  $0$  च्या बरोबरीचा असेल तर संवेगातील बदल  $0$  च्या बरोबरीचा असेल. म्हणजे  $m$  गुणा  $v$   $1$  हे  $m$  गुणा  $v$  दोन च्या बरोबरीचे असले पाहिजे आणि यालाच आपण संवेगाच्या रेखीय क्षणाचे संवर्धन म्हणतो किंवा आपण पाहणार आहोत की आणखी एक संवेग आपण परिभाषित करू म्हणून याला संवर्धन  $o$  असे संबोधले जाते.  $f$  रेखीय क्षण आता एका कणासाठी जर आपण हे बघितले तर संवेगाच्या संवर्धनाची ही आहे ही संकल्पना फारशी उपयुक्त नाही कारण हे अगदी स्पष्ट आहे की जर कोणतीही बाह्य शक्ती कार्य करत नसेल तर कणाचा संवेग बदलत नाही म्हणून जर फक्त एक असेल तर आवेग तत्त्वामध्ये सामील असलेला कण उपयुक्त ठरू शकतो जर बल हे वेळेचे कार्य म्हणून दिलेले असेल तर आम्ही एकत्रित करतो ज्याला अंतिम गती शोधण्यासाठी पण जर आवेग शून्य असेल तर संवेग तत्त्वाचे संरक्षण एका कणासाठी संवेगाच्या संवर्धनासाठी कायदा फारसा उपयुक्त नाही तत्त्व म्हणून जर आपण संवेगाची पृष्ठी करणारे तत्त्व लिहिल्यास हे उपयुक्त आहे जर आपल्यात एकापेक्षा जास्त कण गुंतलेले असतील तर आपण उर्जेचे उदाहरण पाहिले आहे जे आपण पाहिले आहे की दोन ब्लॉक होते आणि जर आपण त्या दोन्हींचा एक सिस्टम म्हणून विचार केला तर अशी प्रकरणे आहेत जिथे आपल्याकडे दोन कण आहेत जे तिथे आहेत आणि जर हे दोन कण परस्परसंवाद करत असतील तर संवेग संवर्धनाचे सिद्धांत उपयुक्त व्हा आणि ते कसे केले जाते ते आपण पाहू पण त्यासाठी उपयुक्त होण्यासाठी आपल्याला न्यूनचा तिसरा नियम आवश्यक आहे जो आपल्याला सांगतो की या कणांमधील बल समान आणि विरुद्ध आहेत. म्हणून जेव्हा आपण या दोन्ही कणांना एक प्रणाली म्हणून एकत्र मानतो तेव्हा अंतर्गत शक्ती त्यांच्यामध्ये काही फरक पडत नाही की ते रद्द होतील आणि आम्ही फक्त एकूण प्रणालीवर कार्य करणाऱ्या बाह्य शक्तींबद्दल बोलू परंतु आम्ही ते करण्यापूर्वी आम्ही दुसरी संकल्पना मांडतो आम्ही तात्काळ आवेग आणि तात्काळ आवेग म्हणजे एखाद्या मोठ्या शक्तीवर कार्य करत असल्यास अगदी थोड्या काळासाठी कण नंतर या शक्तीचा आवेग तात्कालिक आवेग असे म्हटले जाते आणि या तात्काळ या शक्तीला कधीकधी एक आवेगात्मक शक्ती म्हणून संबोधले जाते, तर आता याचा अर्थ काय आहे हे गणितीयदृष्ट्या पाहण्याचा प्रयत्न करूया मग आपण काय आहोत आता परिभाषित करत आहे की आम्ही या प्रमाण आवेग आधीच परिभाषित केले आहे असे सांगू या जे तात्काळ आवेग दर्शविते हे  $t$   $1$  ते  $t$   $1$  प्लस एप्सिलॉन पर्यंत अविभाज्य असेल अविभाज्य  $f dt$  चे जेथे आपण लिमिट घेतो तेव्हा एप्सिलॉन शून्याकडे झुकतो आणि  $f$  खूप मोठा असतो याचा अर्थ आपण ते अनंताकडे जात असल्याचे आदर्श समजू शकतो आणि जर सरासरी मूल्य या शक्तीचे असेल तर  $f$  सरासरी जे मोठे आहे आणि आपण आहोत त्याला  $t$   $1$  ने गुणाकार केला तर  $t$   $1$  अधिक एप्सिलॉन जे मुळात एप्सिलॉन आहे हा डेल्टा  $t$  म्हणजे एप्सिलॉन काही नसून ते फारच लहान आहे म्हणून हे उत्पादन असे आहे जसे अनंतता  $o$  ने गुणाकार केला तर हे एक मर्यादित उत्पादन होईल आणि यालाच आपण म्हणतो एक आवेगपूर्ण शक्ती आणि या शक्तीमुळे येणारा आवेग ज्याला आपण तात्कालिक आवेग म्हणतो ही केवळ एक सैद्धांतिक संकल्पना आहे की ती एक व्यावहारिक संकल्पना आहे आणि आपण दोन उदाहरणे देऊ या दोन्ही अगदी सारख्याच आहेत पहिले आपण घेऊया रॉजर फेडररचा टेनिस बॉल मारताना समजू की नदाल बॉल सर्व्ह करत आहे आणि फेडरर त्याच्या रॅकेटने बॉल मारतो आता बॉल आणि रॅकेट यांच्यातील संपर्काची वेळ खूपच कमी आहे आणि संपर्क शक्ती  $i$  खूप मोठे आहे म्हणून असे बल हे एका आवेगपूर्ण शक्तीचे उदाहरण आहे  $ah$  force जे खूप कमी वेळेसाठी कार्य करते परंतु हे बल खूप

मोठे आहे आणि या शक्तीचा काय परिणाम होतो ते पाहू या बॉल या बाजूने येतो तोपर्यंत तो आदळतो. रॅकेट आणि म्हणून जेव्हा चेंडू येत असतो तेव्हा तो काही गती घेऊन येतो आणि रॅकेट चेंडूवर एक बल लावते आणि त्याचा निव्वळ परिणाम काय होतो म्हणून हे बल आणि आवेग अंतिम गतीच्या बरोबरीचे असेल आणि अंतिम संवेग काहीही नाही परंतु चेंडूचा अंतिम वेग त्याच्या वस्तुमानाने गुणाकार केला जातो

त्यामुळे फेडरर या रॅकेटसह चेंडूवर जे काही बल लागू करतो तेच चेंडूला नवीन वेग देते आणि त्याचा दुहेरी परिणाम होतो पहिला परिणाम म्हणजे तो विरुद्ध दिशेने येताना आधी तो थांबतो ते आणि नंतर ते दुसऱ्या बाजूने खूप उच्च गतीने पुढे जाते आणि म्हणून हा संपर्क कालावधी आणि ही संपर्क शक्ती ज्याला आपण आवेगपूर्ण शक्ती म्हणत आहोत आणि आवेग म्हणजे ज्याला आपण तात्काळ म्हणत आहोत **impulse** आणि याचे दुसरे उदाहरण हे आणखी एक समान उदाहरण असू शकते जेव्हा विराट कोहली क्रिकेटच्या बॉलला त्याच्या पाठीमागे मारतो तेव्हा पुन्हा एकदा बॉल येतोय बॅट त्याची दिशा बदलते बॅट एक शक्ती लागू करते कारण बॉल आपली दिशा बदलतो म्हणून आम्ही काय करतो आवेगशील शक्तीचा प्रभाव पाहा, एक म्हणजे कणाची दिशा बदलली जाऊ शकते आणि दुसरे म्हणजे कणाची गती देखील बदलली जाते

त्यामुळे यापैकी एक किंवा दोन्ही परिणाम होऊ शकतात आणि हेच आहे आवेग शक्ती किंवा कोणतीही शक्ती कणावर आत्ताच करा जेव्हा एखादी आवेगपूर्ण शक्ती कणावर कार्य करते तेव्हा इतर मर्यादित शक्ती देखील या मध्यांतरादरम्यान कार्य करत असू शकतात जेव्हा आवेगपूर्ण शक्ती कृती करते तेव्हा त्याच्या संभाव्य इतर शक्ती देखील कार्य करत असतात उदा .

टेनिस बॉल येत असताना आणि रॅकेटने आदळत असताना या काळात गुरुत्वाकर्षण देखील कार्य करत असते परंतु आवेग शक्ती खूप मोठी असते आणि हे बल  $t_1$  ते  $t_2$  प्लस एप्सिलॉन या कालावधीत खूप कमी कालावधीत कार्य करत असते. या कालावधीत एप्सिलॉन कडे आपण इतर मर्यादित शक्तीच्या प्रभावाकडे दुर्लक्ष करतो. या इतर मर्यादित शक्तीच्या प्रभावाकडे केवळ दुर्लक्ष केले जात आहे त्या कालावधीत एप्सिलॉनच्या वेळेच्या  $t_1$  आधी बॉलचा प्रक्षेपण मर्यादित बलांद्वारे नियंत्रित केला जातो उदा. गुरुत्वाकर्षण क्रिया बॉलवर आणि टाईम पीरियड  $t_1$  प्लस एप्सिलॉन नंतर पुन्हा एकदा आवेगशील शक्ती कार्य करत नाही म्हणून चेंडूची हालचाल त्याच्या सुरुवातीच्या स्थितीवर आणि मर्यादित शक्तीद्वारे देखील नियंत्रित केली जाईल परंतु या मध्यांतरादरम्यान मर्यादित शक्ती कार्य करत असताना आम्ही क्रमवारी लावतो त्यांच्या प्रभावाकडे दुर्लक्ष करा आणि हे ग्राफिकदृष्ट्या आपण अगदी सहज दाखवू शकतो समजा जर आपण बल विरुद्ध वेळ काढले तर हे गुरुत्वाकर्षण बल आहे जे चेंडूवर कार्य करत आहे असे काही इतर मर्यादित बल आहे हे कदाचित दुसरे बल असू शकते जे त्याच क्रमाचे आहे आणि आवेगजन्य शक्ती जी क्रिया करत आहे ती वेळ एक पर्यंत शून्य असेल आणि त्या वेळी एक खूप मोठी शक्ती कार्य करते आणि ती थांबते म्हणून ही वेळ आहे  $t_1$  प्लस एप्सिलॉन म्हणून आपण म्हणत आहोत की  $t_1$  ते  $t_2$  प्लस एप्सिलॉन या कालावधीत फक्त आवेगपूर्ण शक्तीचा प्रभाव मोजला जातो आम्ही इतर प्रभाव मोजत नाही आणि हे अगदी स्पष्ट आहे की जर आपण गतीतील बदल पाहिला तर आवेगामुळे आहे म्हणून हे क्षेत्र या मध्यांतर एप्सिलॉन दरम्यान खूप मोठे असेल नंतर गुरुत्वाकर्षणाने क्षेत्रे आणि नेहमी आणि एप्सिलॉन शून्यावर जाईल हे इतर बल हे आवेग शून्यावर जातील म्हणून आम्ही फक्त हे वापरतो. सरासरी संपर्क बल  $f$  सरासरी शोधण्यास सांगितले जाते आणि जर संपर्काची वेळ डेल्टा  $t$  म्हणून दिली असेल तर आपल्याकडे जे आहे ते  $f$  सरासरी गुणा डेल्टा  $t$  आता जेव्हा आपण  $f \cdot t$  सरासरीबद्दल बोलतो तेव्हा याचा अर्थ आपण काय म्हणत आहोत हे सरासरी बल आहे संपूर्ण कालावधीत डेल्टा  $t$  म्हणून कार्य करत आहे म्हणून आपण  $f$  ला स्थिरांक मानतो आणि हे संवेगातील बदलासारखेच असले पाहिजे म्हणून जर आपल्याला  $p$  एक प्रारंभिक संवेग आणि अंतिम संवेग  $p$  दोन माहित असेल तर हा  $p$  एक फक्त  $mv$  एक आहे हे  $mv$  दोन तर  $w$  हे जाणून घ्या मग आम्ही सरासरी बल शोधू शकतो, म्हणून जर तुम्हाला कोलीच्या बॅटने चेंडूवर किती बल लावले आहे हे शोधायचे असेल तर तुम्हाला चेंडूचा प्रारंभिक संवेग माहित असणे आवश्यक आहे बॉलचा शेवटचा संवेग त्याने मारल्यानंतर लगेच शॉट आणि या दोघांमधील फरक तुम्हाला सांगेल की किती बल आहे आणि तुमच्या संपर्काच्या वेळेचा अंदाज असेल तर बॉल कोणत्या वेळेसाठी संपर्कात आला आहे, तर तुम्ही एकूण बल शोधू शकता. तर आता कसे ते पाहू. जेव्हा आपल्याकडे एकापेक्षा जास्त कण असतात तेव्हा संवेगाचे हे तत्त्व वापरले जाऊ शकते आणि हेच आपण म्हटले आहे की येथेच आपल्याजवळ आवेग तत्त्व नाही तर संवेग संवर्धनाचे तत्त्व आहे आता त्याचे प्रकार काय आहेत? समस्या जेथे आपल्याकडे एकापेक्षा जास्त कण असतील जेथे अशा गोष्टींमुळे एक अतिशय वैशिष्ट्यपूर्ण समस्या उद्भवू शकते ज्याला आपण टक्कर समस्या म्हणून संबोधतो याचा अर्थ असा आहे की आपल्याकडे वेग सह प्रवास करणारा एक वस्तुमान आहे.  $e$  आणि आमच्याकडे वस्तुमान  $m$  दोन आहे हे दोन  $v$  वेगाने प्रवास करत आहेत याला आपण टक्करपूर्व अवस्था म्हणू शकतो ते एकमेकांना स्पर्श करतात म्हणून हे वेगात आहे  $v$  एक हा वेग  $v$  दोन ते एकमेकांना आदळणे आणि यालाच आपण टक्कर अवस्था म्हणू आणि ते एकमेकांवर आदळल्यानंतर हे  $v$  दोन प्राइम बरोबर जाते आणि  $v$  वन प्राइम बरोबर जाते या अंतिम अवस्था आहेत आणि याला आपण टक्कर नंतर म्हणू शकतो. ही अशी एक अवस्था असू शकते जिथे आपल्याकडे एकापेक्षा जास्त कण गुंतलेले असतात दुसऱ्या प्रकारची समस्या असते जेव्हा आपल्याकडे एक शरीर असते जे हलत असते आणि ते अचानक दोन किंवा अधिक भागांमध्ये तुटते

त्यामुळे ते स्प्रिंटरसारखे काहीतरी असते जे हलते आणि नंतर ते तुटते दोन भागांमध्ये म्हणून हे  $ma$  आहे आणि हे दोन भागांमध्ये मोडते  $b$  आणि  $c$  आता हे विभाजन अंतर्गत शक्तींमुळे होईल आणि मग आपण आता या प्रत्येक उपचारांमध्ये गती संवर्धनाचे तत्त्व कसे लागू करू शकतो ते पाहू या. त्यापेक्षा जास्त आहे  $n$  जर आपण दोन्ही कणांवर एक कण मानतो तर आपण दोन कणांचा एक केस घेऊ आणि आपण दोन्ही कणांना एक प्रणाली मानू या आणि मला प्रथम तत्त्व सांगू द्या जर दोन कणांवर कोणतेही बाह्य बल कार्य करत नसेल तर दोन कणांचा वेग एक प्रणाली संरक्षित आहे म्हणून प्रथम मी हे तत्त्व सांगितले आहे की जर दोन कणांवर कोणतेही बाह्य बल आता बाह्य बलाने कार्य करत नसेल तर चौथा जो एक आणि दोन बाह्य आहे

त्यामुळे हे कसे कार्य करते ते आम्ही दाखवू पण तत्त्व असे सांगते की गती हे दोन्ही कण एक प्रणाली म्हणून एकत्रितपणे संरक्षित आहेत म्हणून आपण म्हणू या की आपल्याकडे एक कण आहे आणि ज्यावर  $f$   $a$  कार्य करत आहे आणि आपल्याकडे एक कण आहे ज्यावर  $f_b$  बल कार्य करत आहे आणि हे कण प्रत्येकाशी संवाद साधतात. इतर म्हणून मी त्यांना एकमेकांच्या जवळ दाखवतो आणि कदाचित ते या बाह्य शक्तीवर आदळत आहेत  $f_a$  कण  $b$  force  $f_b$  आता कार्य करत आहे जर मी कण  $a$  चा मुक्त शरीर आकृती काढला

तर कणाचा मुक्त शरीर आकृती  $ea$  मला दाखवेल  $fa$  आता मला कण  $a$  आता कण  $b$  साठी बाह्य सर्व बल दाखवावे लागतील असे समजा की हे एकमेकांना स्पर्श करत आहेत कण  $a$  वर बल लावतील आणि मी याला फॅब म्हणू दे हे कण  $a$  वर कणाने घातलेले बल आहे आता मी आता  $b$  चा फ्री बॉडी आकृती देखील काढू या  $b$  चा फ्री बॉडी डायग्राम  $f$  फोर्स दाखवतो आणि नंतर माझ्याकडे  $fba$  असेल हे  $b$  वर कण  $a$  द्वारे घातलेले बल आहे आता जेव्हा आपण या दोन प्रणाली जोडतो आणि काय करावे म्हणजे दोन सिस्टीम जोडून आपण दोन सिस्टीमवर कार्य करणाऱ्या शक्तींना जोडू या कारण या दोन्ही सिस्टीमचा आपण एकत्रितपणे विचार करत आहोत मग काय होईल हे लक्षात येते की आपल्याकडे न्यूटनचा तिसरा नियम आहे जो तिथे आहे आणि न्यूटनचा तिसरा नियम मला सांगतो. फॅब हे  $fba$  च्या वजाएवढे आहे

त्यामुळे या दोन कणांमध्ये अस्तित्वात असलेली अंतर्गत शक्ती ती रद्द करतील म्हणून आता आपण लिहूया आपण आवेग संवेग तत्त्व लिहू या म्हणजे कण  $a$  साठी आवेग संवेग तत्त्व आपल्याजवळ असेल. ते आम्हाला सांगेल  $ah$  integral  $fadt$  अधिक  $integral$   $fabdt$  हे कण  $a$  च्या संवेगातील बदलाच्या समान आहे आणि कण  $b$  साठी  $impulse$  संवेग तत्त्व मला अविभाज्य  $fbdt$  अधिक  $integral$   $fbadt$  हे कण  $b$  च्या संवेगातील बदलाच्या समान देते आणि जेव्हा आपण हे दोन जोडतो तेव्हा आपण काय करतो विल इज इंटिग्रल  $fa$  plus  $fb$  dt plus  $0$  हे कणाच्या संवेगातील बदलासारखे आहे  $a$  अधिक कण  $b$  च्या संवेगातील बदल आणि जर असेल तर हे प्रत्येक कणाला लागू केलेले एकूण आवेग संवेग तत्त्व आहे आणि जर  $fa$  आणि  $fb$  दोन्ही आहेत शून्याच्या बरोबरीने आपण संवेगाच्या संवर्धनाच्या नियमात असे म्हटले आहे की प्रणालीवर बाह्य बल आता आपल्याकडे कण  $a$  आणि  $b$  बाह्य शक्ती आहेत  $fa$  आणि  $fb$  आता हे कोणत्याही बाह्य गोष्टींमुळे असू शकतात जर हे समान असेल  $0$  ला तर जर  $fa$  अधिक  $fb$  हे  $0$  च्या बरोबरीचे असेल तर जर ही बल  $0$  च्या समान असतील तर कणाच्या संवेगातील बदल  $a$  प्लस कण  $b$  च्या संवेगातील बदल शून्य आहे आणि हे मी करू शकतो राज्य एक येथे मावा अधिक  $mb$   $vb$  म्हणून राइट करा राज्य दोन वर  $mava$  अधिक  $mb$   $vb$  बरोबर आहे आणि यालाच आपण क्षणाच्या संवर्धनाचा नियम म्हणतो आणि आपण म्हटल्याप्रमाणे हे वापरले जाऊ शकते जर आपल्याला परिणाम समस्या टक्कर समस्या असतील तर जर बाह्य बल शून्य असतील तर आपण हे वापरू शकतो आणि जसे आपण पाहिले आहे की काही प्रकरणांमध्ये बाह्य बल शून्य असू शकत नाहीत परंतु टक्करमध्ये जेव्हा आपण टक्कर कालावधी दरम्यान टक्कर समस्येबद्दल बोलतो तेव्हा टक्कर शक्ती पेक्षा खूप मोठी असते टक्कर कालावधीसाठी इतर मर्यादित बल, कारण जर दोन्ही कण एक प्रणाली म्हणून मानले तर या मध्यांतरादरम्यान दोन्ही कण एक प्रणाली म्हणून मानले गेले तर प्रणालीचा संवेग संरक्षित केला जातो म्हणजे आपल्याला प्रारंभिक गती समान असते अंतिम क्षण म्हणून हे रेखीय संवेगाच्या संरक्षणाचे तत्त्व होते आता आपण आणखी एक परिमाण देखील परिभाषित करूया ज्याला आपण कोनीय संवेग किंवा संवेगाचा क्षण म्हणू आणि आपल्याजवळ एपी असल्यास ते परिभाषित करूया  $oint$   $o$  म्हणून एक बिंदू  $o$  आहे जो स्थिर आहे आणि आमच्याकडे वेग  $v$  सह हलणारा कण आहे जो  $p$  या स्थितीत आहे, म्हणून आता येथे आपण  $o$  हे स्थिर बिंदू असे लिहिल्यास कण कोणत्यातरी मार्गाने पुढे जात आहे त्याची वर्तमान स्थिती दिली जाईल  $p$  द्वारे जर आपण ज्या कणाचे स्थान वेक्टर  $op$  म्हणून लिहितो आणि त्याला पसंत करतो तो त्याला  $r$  म्हणून लिहू देतो किंवा मी त्याला  $ro$  म्हणू शकतो म्हणजे  $o$  च्या संदर्भात त्याचा  $r$  जो एक स्थिर बिंदू आहे तर आपण कोनीय संवेग परिभाषित करतो किंवा आपण याला बिंदूच्या कणाच्या संवेगाचा क्षण असेही म्हणू  $o$  आता हे महत्वाचे आहे कोनीय संवेग हा नेहमी काही बिंदू बद्दल असतो आणि हे आपण त्याला  $mv$  सह व्हेक्टर  $r$  क्रॉस म्हणून परिभाषित करू हा रेखीय संवेग आहे किंवा संवेग आणि जेव्हा आपण  $r$  ने एक परिमाण पार करतो आपण त्याला त्या परिमाणाचा क्षण म्हणतो म्हणून  $r$  क्रॉस  $mv$  ला संवेगाचा क्षण किंवा रेखीय संवेग म्हणतात आणि आपण भांडवल  $h$  आणि  $o$  हे चिन्ह वापरतो तो बिंदू  $o$  बद्दल संवेगाचा क्षण आहे म्हणून आपण असे कोनीय गती परिभाषित करा एका कणाचा  $m$  म्हणून जर एखादा कण या मार्गावर जात असेल तर हे  $o$  आहे असे म्हणू या हे एक स्थान आहे म्हणून आपण या स्थानावर  $1$  वर एक पोजिशन वेक्टर काढू आणि त्याचा वेग असा आहे आता याला लंब असण्याची गरज नाही ते एकमेकांना लंब असू शकतात जर हा  $o$  बद्दलचा वर्तुळाकार मार्ग असेल तर जर हे  $v$  एक स्थानावर असेल तर  $o$  बद्दल  $o$  स्थानावर एक असेल तर मी याला  $r$  एक  $r$  एक क्रॉस  $m$  गुणा  $v$  एक असे म्हणू या ही स्थिती जर व्हेक्टर  $r$  दोन असेल तर येथे वेग  $v$   $2$  आहे आणि या स्थितीवर आपल्याकडे कोनीय संवेग  $2$  हा  $r$   $2$  क्रॉस मीटर गुणा  $v$   $2$  च्या बरोबरीचा असेल.

म्हणून ही कोनीय संवेगाची व्याख्या आहे जी आता आपल्याला समजते की कोनीय आहे संवेग पुन्हा एकदा हा एक सदिश आहे आणि आपण त्याला  $r$  क्रॉस  $mv$  म्हणून परिभाषित करतो म्हणजे तो  $r$  ला लंब आहे आणि तो  $v$  ला लंब आहे कारण तो क्रॉस उत्पादन आहे.

त्यामुळे कोनीय संवेग कसा जातो आता आपण हे प्रमाण पाहूया म्हणून आपण  $h$  zero is equal to  $r$  cross  $mv$  परिभाषित केले आहे जेथे  $r$  हा एका स्थिर बिंदूपासून बिंदूचा पोजिशन वेक्टर आहे आता आपण हे प्रमाण परिभाषित करू या दोन्ही बाजूंच्या वेळेच्या संदर्भात एक व्युत्पन्न घेऊया

त्यामुळे हे  $r$  क्रॉस  $mv$  च्या  $dt$  होईल आणि आपण ते  $dr$  by असे लिहू शकतो.  $dt$  cross  $mv$  plus  $r$  क्रॉस हे गृहीत धरून  $m$  हा स्थिर  $m$  गुणा  $dv$  द्वारे  $dt$  आहे जेव्हा आपण कणासाठी लिहित असतो तेव्हा वस्तुमान हे स्थिरांक म्हणून घेतले जाऊ शकते आता  $dr$  by  $dt$  हे दुसरे काहीही नसून स्थितीतील बदल वेग वेक्टर आहे व्हेक्टर वेळेच्या संदर्भात एक निश्चित उत्पत्ती पासून  $ah$  हा वेग आहे म्हणून ही पहिली संज्ञा  $v$  क्रॉस  $m$  वेळा  $v$  बनते म्हणून हे  $0$  च्या बरोबरीचे होते आणि हे दुसऱ्या पदाच्या बरोबर होते  $r$  क्रॉस  $m$  गुणा  $dv$  द्वारे  $dt$  हे दुसरे काहीही नाही. म्हणून हे  $a$  च्या बरोबरीचे होते

त्यामुळे आपल्याला  $dho$  द्वारे  $dt$  बरोबर  $r$  cross  $ma$  मिळतो आणि जर आपण संदर्भाच्या जडत्वाच्या चौकटीत गोष्टी मोजत असलो तर  $m$  वेळा  $a$  हे कणावरील बाह्य बल म्हणून लिहिले जाऊ शकते म्हणून लिहूया तो तेथे  $f$  म्हणून कोनीय संवेगाच्या बदलाचा  $dt$  दर  $dho$  च्या पुढे आपल्याला  $r$  क्रॉस  $f$  च्या बरोबरीने मिळतो, म्हणून जर  $f$  कणावर बल क्रिया करत असेल तर त्याचा कोणीय संवेग बदलण्याचा दर  $r$  क्रॉस  $f$  म्हणून दिला जाईल आणि हे आपल्याप्रमाणे आहे जेव्हा आपण रोटेशनल मेकॅनिक्स करतो तेव्हा हे दिसेल हे बिंदू  $o$  बद्दल बलाचा क्षण म्हणून देखील लिहिलेले आहे जसे आपण संवेगाचा लिखित क्षण  $r$  क्रॉस  $f$  याला बलाचा क्षण म्हणतात म्हणून आपल्याकडे बलाचा हा क्षण आहे आणि म्हणून हे म्हणून आपण लिहू शकतो जर एखाद्या शक्तीचा क्षण  $m$  sub  $o$

म्हणून लिहिता आला तर आपल्याला जे मिळाले आहे ते  $dh\theta$  आहे  $dt$  द्वारे कोनीय संवेग बदलण्याचा दर  $m \sin \theta$  च्या बरोबरीचा आहे आणि जर  $\theta$  बदलचा क्षण  $O$  च्या बरोबरीचा असेल तर यामुळे स्थिती येते  $dt$  द्वारे  $dh\theta$  हे  $O$  च्या बरोबरीचे आहे ज्याचा अर्थ  $h\theta$  हा स्थिरांकाच्या बरोबरीचा आहे आणि  $h$  हा कोनीय संवेग आहे म्हणून जर आपण दोन अवस्था एक आणि स्थिती दोन  $h$  बदल बोलत असाल तर एक स्थिती  $h$  सुमारे दोन वाजता राज्य दोन आणि यालाच आपण बाधक नियम म्हणू शकतो कोनीय संवेगाचे उद्दिष्ट म्हणून हा कोनीय संवेगाच्या संवर्धनाचा नियम आहे आणि हा कायदा वैध होण्यासाठी आपण जे म्हणत आहोत ते आहे जर  $\theta$  बदलचा क्षण शून्य बरोबर असेल तर  $h$  बदल  $\theta$  संरक्षित केले जाईल आणि ज्या ठिकाणी हे विशेषतः उपयुक्त ठरते ते म्हणजे जेव्हा आपण ग्रहांच्या गतीबद्दल बोलणे जेव्हा आपण एखाद्या ग्रहाविषयी उपग्रहाच्या हालचालीबद्दल किंवा सूर्याभोवती ग्रहाच्या हालचालीबद्दल बोलतो तेव्हा उपग्रहावर कार्य करणारे बल हे फक्त गुरुत्वाकर्षण बल असते जे  $r$  वर्गावर उणे  $g$  गुणा  $m_1 m_2$  वर दिले जाते जर हे असेल तर अंतर  $r$  आणि ते ग्रहाच्या मध्यभागी कार्य करते म्हणून जर आपण ग्रहाच्या केंद्राला  $O$  असे म्हटले तर आपल्याला काय समजेल की ग्रहाविषयी उपग्रहाच्या हालचालीसाठी त्याचा  $\theta$  बदलचा कोनीय संवेग स्थिर असेल त्यामुळे अशा समस्यांमध्ये जर आपल्याकडे एखादे बल असेल जे नेहमी  $\theta$  बिंदूच्या दिशेने कार्य करत असेल तर कण बलाच्या गतीखाली असेल तर कण एखाद्या बलाच्या गतीखाली असेल जो नेहमी एका स्थिर बिंदूकडे असतो आणि हे एकमेव बल  $\theta$  आहे  $n$  कण मग स्थान एक वर  $r \cos \theta$  कणासाठी दोन स्थानावरील  $r \cos \theta$  बरोबर असेल आणि  $r \sin \theta$  हा  $\theta$  च्या संदर्भात स्थान वेक्टर आहे म्हणून हा एक कणासाठी कोनीय संवेग संवर्धनाचा नियम आहे. आज आपण पुढच्या वर्गात रेखीय संवेगाचे संरक्षण आणि कोणीय संवेगाचे संरक्षण हे तत्त्व पाहिले आहे आम्ही विशेषतः टक्कर समस्येकडे लक्ष देऊ जेथे दोन कण येतात आणि एकमेकांवर आदळतात आणि नंतर ते दूर जातात आपण यासारख्या समस्येचे निराकरण कसे करू शकतो. आम्ही संवेग संवर्धन लागू करतो ते पुरेसे आहे किंवा आम्हाला आणखी काही हवे आहे