

अनुक्रम और श्रृंखला के इस व्याख्यान में आपका स्वागत है हम अपने विकास के एक त्वरित पुनर्कथन के साथ शुरू करेंगे अब तक पिछले व्याख्याओं में हमने अनुक्रम की धारणा को एक अनुक्रम द्वारा अनौपचारिक रूप से पेश किया था, हमारा मतलब है कि संख्याओं की एक क्रमबद्ध सूची अधिक औपचारिक होने के लिए एक अनुक्रम परिभाषित किया गया है एक फ़ंक्शन के रूप में  $s$  से  $r$  तक जहां  $s$  गैर-ऋणात्मक पूर्णांकों के सेट का एक उपसमुच्चय है, हमने देखा कि एक अनुक्रम के लिए उपयोग किए जाने वाले संकेतन को संकेतन का उपयोग करके दर्शाया जा सकता है  $a_n$  बराबर है 1 से अनंत तक  $a$  की शर्त कहलाती है अनुक्रम और  $n$ th टर्म  $a_n$  को  $n$  पर मूल्यांकन किए गए फ़ंक्शन  $f$  के आउटपुट के रूप में देखा जा सकता है, जो कि वास्तव में  $n$  पर मूल्यांकन किया जाता है, जहां  $f$  अनुक्रम के साथ जुड़ा अंतर्निहित फ़ंक्शन है, अनंत के लिए 1 के बराबर है अनुक्रम के लिए अन्य संभावित संकेतन है या हम एक अनुक्रम को इस प्रकार सूचीबद्ध कर सकते हैं कि अनुक्रम के  $n$ वें पद का वर्णन करना उचित है अर्थात्  $a_n$  मुझे यह भी टिप्पणी करनी चाहिए कि यद्यपि हमने लिखा है कि  $a_n = 1$  से अनंत के बराबर है क्योंकि अनुक्रम की औपचारिक परिभाषा में  $n \geq 0$  से भिन्न हो सकता है अनंत तक या यह सेट एन यूनियन 0 के कुछ सबसेट पर भिन्न हो सकता है। उदाहरण के लिए एक अनुक्रम  $f_n$  से शुरू हो सकता है, हमने यह भी देखा कि एक अनुक्रम को दो तरीकों से वर्णित किया जा सकता है एक को बंद रूप अभिव्यक्ति कहा जाता है अनुक्रम एक वर्णित है उदाहरण के लिए  $n$ वें पद  $a_n$  के लिए एक सूत्र देकर प्रत्येक  $n$  से अधिक या बराबर  $n$  के लिए 1 बटा  $n$  वर्ग के बराबर है अनुक्रम का वर्णन करने का एक और तरीका पुनरावृत्ति संबंध है या एक पुनरावृत्ति सूत्र का उपयोग करना है जहां  $n$ th शब्द को लिखने के बजाय  $n$  के पदों में हम  $n$  वें पद को इसके पिछले कुछ पदों के संदर्भ में लिखते हैं, हमने एक प्रसिद्ध उदाहरण देखा, जिसका नाम फाइबोनैचि अनुक्रम है, हालांकि हम संकेतन का उपयोग करते हैं  $a_n$  एक अनुक्रम के लिए अनंत के लिए 1 के बराबर है एक अनुक्रम और एक सेट के बीच का अंतर तनाव का फैसला करता है ध्यान दें कि तत्वों का एक सेट क्रम महत्वपूर्ण नहीं है जबकि एक अनुक्रम क्रम में बहुत मायने रखता है दूसरा तत्वों के एक सेट दोहराव से बचा जाता है जबकि एक क्रम में तत्व दोहरा सकते हैं हमने  $i$  को बहुत सारे उदाहरण दिए हैं इन सभी चीजों को स्पष्ट करें, हालांकि ध्यान रखें कि एक अनुक्रम एक सेट से अलग है, हालांकि कड़ाई से नहीं हम अभिसरण में अभिसरण की अवधारणा का परिचय देते हैं हम एक अनुक्रम के व्यवहार की जांच करते हैं जैसे कि शब्द आगे बढ़ता है दूसरे शब्दों में हम देखते हैं कि शर्तों का क्या होता है अनुक्रम के रूप में  $n$  बड़ा और बड़ा हो जाता है याद करें कि संकेतन सीमा  $n$  द्वारा अनंत की ओर झुकाव 1 के बराबर हमारा मतलब यह है कि अनुक्रम की शर्त अर्थात्  $n_s$  निश्चित मान 1 के करीब और करीब पहुंचती है क्योंकि  $n$  उदाहरण के लिए पर्याप्त बड़ा हो जाता है हमने देखा है कि अनुक्रम 1 बटा  $n$  वर्ग  $n$  बराबर 1 से अनंत तक स्पष्ट 1 1 बटा 4 1 बटा 9 1 बटा 16 वगैरह 1 बटा  $n$  वर्ग आदि में हम देख सकते हैं कि जैसे-जैसे हम टेल एंड की ओर बढ़ते हैं अनुक्रम शब्द शून्य के करीब होते जा रहे हैं

इसलिए हम सीमा  $n$  लिखते हैं जो अनंत 1 बटा  $n$  वर्ग 0 के बराबर है हम अनुक्रम 1 बटा  $n$  वर्ग को अभिसरण कहते हैं और 0 को अनुक्रम 1 बटा  $n$  वर्ग की सीमा कहा जाता है जबकि के लिए कुछ अन्य  $\text{seq}$  मान लीजिए माइन्स 1 पावर एन एन बराबर 2 टू इनफिनिटी है, आइए हम स्पष्ट करें कि 1 माइन्स 1 1 माइन्स 1 है और इसी तरह हम एक नंबर एन नहीं खोज सकते हैं ताकि जैसे-जैसे हम अनुक्रम के अंत की ओर बढ़ते हैं, की शर्त अनुक्रम इस संख्या के करीब हो जाता है 1 ऐसी कोई संख्या 1 मौजूद नहीं है, अनुक्रम के मामले में  $n$  वर्ग  $n$  अनंत के बराबर है, ऐसे अनुक्रमों को इन विचारों को ध्यान में रखते हुए विचलन कहा जाता है, आइए हम आगे बढ़ें मैं याद करना चाहूंगा पिछले व्याख्याओं की शुरुआत में मैंने जो टिप्पणी की थी, अर्थात् दैनिक जीवन में निम्नलिखित शब्द अनुक्रम और श्रृंखला का परस्पर उपयोग किया जा सकता है, दोनों का उपयोग घटनाओं या वस्तुओं के उत्तराधिकार को दर्शाने के लिए किया जाता है, हालांकि गणित में इन दोनों शब्दों का अलग अर्थ है और हमने देखा कि अनुक्रम का उपयोग संख्याओं की एक क्रमबद्ध सूची के लिए किया जाता है, आइए देखें कि इस व्याख्यान के गणितज्ञ के लिए एक श्रृंखला का क्या अर्थ है, यदि आपको याद है कि वास्तविक संख्याओं की परिमित संख्या का योग व्यापक रूप से गणित में उपयोग किया जाता है, तो एक श्रृंखला को परिभाषित करना होगा। उदाहरण के लिए किराने की दुकान से लेकर एक प्रयोगशाला तक जहां परिष्कृत प्रयोग किए जा रहे हैं, वास्तव में दैनिक जीवन में इमेटिक्स हमें याद दिलाते हैं कि अंतिम रूप से कई वास्तविक मूल्यों का योग खोजने के दौरान, उदाहरण के लिए  $a_1, a_2, a_3$  वे वास्तविक संख्याएं हैं और हम 1 जमा 2 जमा 3 खोजना चाहते हैं। ध्यान दें कि जिस क्रम में हम इन पदों को जोड़ते हैं, वह है 1 और 2 और 3 कोई फर्क नहीं पड़ता कि 1 जमा 2 जमा 3 वही 2 है प्लस ए 1 प्लस ए 3 जो ए 3 प्लस ए 2 प्लस ए 1 के समान है और इसी तरह यदि आप क्रमपरिवर्तन और संयोजन को याद करते हैं तो तीन तथ्यात्मक तरीके हैं जिनसे हम तीन वास्तविक संख्याओं का योग प्राप्त कर सकते हैं छह अलग-अलग क्रम संभव हैं हालांकि ये सभी आदेश अंततः परिणाम देते हैं उसी योग में वास्तविक संख्याओं की परिमित संख्या का योग ज्ञात करने के लिए हम पहले दो वास्तविक संख्याओं का योग ज्ञात कर सकते हैं और इस योग में हम एक तीसरी वास्तविक संख्या जोड़ सकते हैं देखें कि अंत में क्या निकलता है, अंतिम रूप से कई का योग ज्ञात करने की प्रक्रिया में वास्तविक मान जिस क्रम में शब्द प्रकट होते हैं वह मायने नहीं रखता कम से कम गणितीय रूप से निश्चित रूप से कुछ आंकड़ों के साथ व्यवहार करते समय हम देख सकते हैं कि कुछ अन्य आदेशों की तुलना में कुछ आदेश काम करने के लिए अधिक सुविधाजनक है, उदाहरण के लिए यदि हमें 247 198 और 2 का योग खोजने के लिए कहा जाता है। जैसा कि हमने पहले देखा था, हम जोड़ सकते हैं उन्हें 6 अलग-अलग क्रमों में हालांकि 198 जमा 2 200 के बराबर है जो 247 से 447 प्राप्त करने के लिए सबसे सुविधाजनक क्रम देता है

इसलिए हम हमेशा ऐसे शॉर्टकट का सहारा ले सकते हैं जो वास्तविक संख्याओं की कुछ सीमित संख्या को खोजने के लिए अब योग का योग खोजने के प्रश्न पर विचार करें। उदाहरण के लिए जब हम कहते हैं कि 10 बटा 3 का दशमलव प्रसार 3.333 आदि है, तो हम आपको एक वास्तविक संख्या के दशमलव प्रसार को याद करते हैं, उदाहरण के लिए, जब हम कहते हैं कि दशमलव विस्तार 3.333 है, तो हम वास्तव में क्या कहते हैं, इसका क्या मतलब है? कि 3 जमा 3 बटा 10 जमा 3 बटा 10 वर्ग जमा 3 बटा 10 घन जमा आदि बराबर 10 बटा 3 है। दशमलव विस्तार में जाने या अनजाने में हमारा यही मतलब है कि हम वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग से निपटते हैं और यहां एक स्वाभाविक प्रश्न निम्नलिखित है यदि हम 3 जमा 3 बटा 10 के साथ व्यवहार करने के बजाय सम्मन की संख्या बढ़ाते हैं यदि हम 3 जमा 3 बटा 10 जमा 3 के बजाय 3 जमा 3 बटा 10 जमा 3 गुणा 10 वर्ग के साथ व्यवहार करते हैं 10 वर्ग मान लीजिए कि हम 3 जमा 3 बटा 10 जमा 3 बटा 10 वर्ग जमा 3 बटा 10 घन के पदों के लिए सौदा करते हैं और इसी तरह यह संख्या 10 बटा 3 के लिए बेहतर और बेहतर सन्निकटन देता है नोट करें कि ठीक 10 बटा 3 प्राप्त करने के लिए हमें करना होगा 3 को 3 बटा 10 के साथ 3 बटा 10 वर्ग से जोड़ना जारी रखें और इसी तरह वास्तव में हमें असीम रूप से कई वास्तविक संख्याओं से निपटना होगा, बेहतर सन्निकटन प्राप्त करने की यह लागत वास्तव में असीम रूप से कई वास्तविक संख्याओं के योग की अवधारणा की ओर ले जाती है, हालांकि आइए हम टिप्पणी करें जब हम कुछ अपरिमित रूप से वास्तविक संख्याओं से निपटते हैं तो कुछ मुद्दे या परेशानी होती है, ये मुद्दे क्या हैं, मैं कुछ उदाहरणों की मदद से इन परेशानियों का वर्णन करना चाहूंगा, सबसे पहले ध्यान दें कि योग खोजने के प्रश्न से निपटते समय असीम रूप से कई वास्तविक संख्याएँ जो हम नहीं कर सकते यह देखने के लिए जोड़ना जारी रखें कि क्या निकलता है क्योंकि जब हम वास्तविक संख्याओं की परिमित संख्या के साथ सौदा करते हैं तो अनंत संख्या में वास्तविक संख्याएँ होती हैं, जैसे कि 1 ए 2 ए 3 आदि और जब हम इसका योग पहले खोजना चाहते हैं तो हम 1 प्लस पा सकते हैं उदाहरण के लिए  $a = 2$  इस योग में हम जोड़ सकते हैं  $a_3$  और इसी तरह यह प्रक्रिया समाप्त हो जाएगी जबकि असीम रूप से कई वास्तविक संख्याओं के योग से निपटने के दौरान हम जोड़ना जारी नहीं रख सकते हैं और देखते हैं कि क्या निकलता है, यह एक बात है जिसे हमें ध्यान में रखना चाहिए असीम रूप से कई वास्तविक संख्याओं में से कुछ को खोजने का प्रश्न अब हम कुछ विशिष्ट उदाहरण से निपटते हैं यह देखने के लिए कि अन्य सभी मुद्दे क्या हैं मान लीजिए कि हम इस अनंत योग को 1 बटा 2 जमा 1 बटा 4 जमा 1 बटा 8 जमा 1 गुणा 16 जमा आदि खोजना चाहते हैं। मुझे आशा है कि आप अनुमान लगा सकते हैं कि यहां शर्तों के बाद क्या पैटर्न है वास्तव में यहां  $n$ th शिखर 1 बटा 2 शक्ति  $n$  होगा इस योग में पहला नंबर 1 बटा 2 है दूसरा नंबर 1 बटा 2 वर्ग है तीसरा 1 बटा 2 घन है और तो चलिए देखते हैं कि क्या हम इस अनंत राशि को पा सकते हैं जैसा कि मैंने टिप्पणी की थी कि आप नहीं कर सकते हैं पहले 1 बटा 2 और 1

बटा 4 का योग ज्ञात करें फिर इस योग में 1 बटा 8 जोड़ें और इसी तरह आगे भी क्योंकि यह एक अनंत प्रक्रिया है लेकिन फिर आइए हम इस समस्या को ज्यामिति की मदद से थोड़ा अलग तरीके से देखें, जिसे आप एक इकाई वर्ग मानते हैं जिसका भुजा की लंबाई 1 है हम सभी जानते हैं कि इसका क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई है आइए हम इस वर्ग को आधा करें तो पहले आधे का क्षेत्रफल आधा वर्ग इकाई होगा आइए हम फिर से आधे दूसरे भाग का क्षेत्रफल एक बटा चार होगा आइए हम इस आधे को जारी रखें इस आंकड़े का प्रक्रिया क्षेत्र 1 बटा 8 होगा और इसी तरह हम देख सकते हैं कि छोटे आंकड़ों के क्षेत्र इकाई वर्ग के क्षेत्र को भरते हैं, इस प्रकार हम ज्यामितीय रूप से देख सकते हैं कि क्षेत्रों का योग अर्थात् 1 बटा 2 जमा 1 द्वारा 4 जमा 1 बटा 8 जमा 1 बटा 16 जमा आदि इकाई वर्ग के कुल क्षेत्रफल के बराबर है जिसे हमने 1 से शुरू किया था। वास्तविक संख्याओं की संख्या 1 के बराबर है। आइए हम एक अन्य उदाहरण के साथ आगे बढ़ते हैं, क्या हम जानने में रुचि रखते हैं  $d$  यह अनंत योग 1 जमा 2 जमा 3 जमा 4 जमा आदि यह बहुत स्पष्ट है कि जब हम अधिक से अधिक पदों को जोड़ते हैं तो परिणाम बढ़ता है 1 जमा 2 3 होता है जब हम इस योग के साथ 3 जोड़ते हैं तो हमें 6 मिलेगा जब हम पिछली राशि के साथ 4 जोड़ें अर्थात् 6 हमें 10 मिलते हैं और इसी तरह जैसे-जैसे हम अधिक से अधिक पदों को जोड़ते हैं, योग बढ़ता है, हम देख सकते हैं कि अधिक से अधिक शर्तों को लेकर योग को किसी भी पूर्व-चुने गए मूल्य से बड़ा बनाया जा सकता है,

इसलिए सहज रूप से हम देखते हैं कि योग 1 जमा 2 जमा 3 जमा 4 जमा आदि एक परिमित मूल्य नहीं हो सकता है, यह पिछले उदाहरण के विपरीत है, अनंत रूप से कई वास्तविक मूल्यों का योग एक परिमित संख्या प्राप्त करता है अर्थात् 1। वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या में से कुछ के साथ व्यवहार करते समय हम हमेशा यह दावा नहीं कर सकते हैं कि अंततः यह राशि कुछ मामलों में एक सीमित मूल्य के रूप में सामने आती है, कुछ मामलों में यह न्याय भी नहीं कर सकता है कि क्या कुछ असीमित वास्तविक मूल्य सीमित होंगे या अनंत उदाहरण के लिए मुश्किल है यदि हम चिंतित हैं यह योग 1 जमा 1 बटा 2 जमा 1 बटा 3 जमा 1 बटा 4  $p1$  हमें आदि यह बहुत स्पष्ट नहीं है कि अंततः यह अनंत राशि एक सीमित मूल्य के बराबर है या नहीं, इसलिए हम जो देखते हैं वह अनंत वास्तविक वास्तविक मूल्यों के योग के विपरीत निम्नलिखित है, जब हम असीमित वास्तविक मूल्यों के योग से निपटते हैं कि क्या हम एक के साथ आ सकते हैं परिमित मान या नहीं बहुत स्पष्ट नहीं है यह वास्तविक संख्याओं की परिमित संख्या के योग और वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग के बीच एक बात या एक अंतर है, हमें इस निष्कर्ष पर नहीं पहुंचना चाहिए कि वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या का योग हमेशा अनंत होगा। हम कभी-कभी परिमित मूल्य भी प्राप्त कर सकते हैं

इसलिए एक स्वाभाविक प्रश्न यह है कि हम एक अनंत राशि को एक निश्चित अर्थ कैसे प्रदान करते हैं हम कैसे देखते हैं कि एक अनंत राशि एक सीमित मूल्य के रूप में आती है या हम इसे नहीं ढूँढ सकते हैं ये ऐसे प्रश्न हैं जिन्हें हमने दिया है मैं अन्य समस्याओं को देखने के लिए कुछ और उदाहरणों के साथ आगे बढ़ता हूँ जो वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग से निपटने के दौरान हमारे सामने आ सकती हैं आइए हम इस उदाहरण पर विचार करें जैसा कि आप यहां देखते हैं कि हम अनंत संख्या के योग के साथ काम कर रहे हैं वास्तविक संख्याओं का जो वैकल्पिक रूप से धनात्मक और ऋणात्मक है 1 घटा आधा 1 बटा 3 घटा 1 बटा 4 और इसी तरह एक पल के लिए मान लें कि यह अनंत योग उस धारणा के साथ एक परिमित मूल्य के रूप में सामने आता है आइए हम यह पता लगाने के लिए आगे बढ़ें कि मान क्या है हम इस अनंत योग को एक समूह के साथ खोजने का प्रयास करते हैं, इस विशेष समूह के साथ कोई यह देख सकता है कि कोष्ठक में प्रत्येक योग सकारात्मक है,

इसलिए सहज रूप से हमें लगता है कि दी गई अनंत राशि एक सकारात्मक मूल्य के बराबर है, दूसरी ओर हम उसी से निपटते हैं योग को थोड़ा अलग तरीके से याद करें कि हम जिस अनंत राशि के साथ काम कर रहे हैं, वह है 1 जमा घटा आधा जोड़ 1 बटा 3 जमा घटा 1 बटा 4 आदि मान लीजिए कि हम दी गई श्रृंखला की शर्तों को इस प्रकार पुनर्व्यवस्थित करते हैं ऋणात्मक एक बटा दो घटा एक चार घटा एक करके 6 घटा 1 बटा 8 जमा 1 घटा 1 बटा 10 घटा 1 बटा 12 घटा 1 बटा 14 घटा 1 बटा 16 घटा 1 बटा 18 जमा 1 बटा 3 और इसी तरह ध्यान दें कि यहां दी गई श्रृंखला के प्रत्येक सकारात्मक पद से पहले हम एक ब्लॉक की आपूर्ति करते हैं देने की पर्याप्त रूप से कई नकारात्मक शर्तें  $n$  श्रृंखला अब हम एक समय में इन कोष्ठकों में संख्याओं का योग ज्ञात करते हैं, तो यह स्पष्ट होना चाहिए कि दी गई श्रृंखला का योग कभी भी धनात्मक नहीं हो सकता है,

इसलिए इस उदाहरण में हम जो देखते हैं वह अनंत योग में आने वाले पदों का क्रम है एक विशेष आदेश के संबंध में बहुत कुछ अनंत राशि एक वास्तविक संख्या की राशि हो सकती है और दूसरे आदेश के संबंध में एक ही अनंत राशि एक अलग वास्तविक संख्या की राशि हो सकती है यह परिमित मामले के विपरीत है, कई वास्तविक मूल्यों का योग होगा अनंत रूप से कई वास्तविक मूल्यों के योग के साथ व्यवहार करते समय हमने इसे अंतिम रूप से कई वास्तविक मूल्यों के योग के विपरीत जोड़ने के क्रम में हमेशा समान किया है, यह सवाल है कि क्या यह अंततः एक परिमित वास्तविक संख्या का प्रतिनिधित्व करता है या एक अनंत वास्तविक संख्या नहीं है बहुत स्पष्ट दूसरी बात यह है कि जिस क्रम में हम अनंत संख्या में वास्तविक संख्याओं को जोड़ते हैं वह बहुत मायने रखता है

इसलिए इस उदाहरण के साथ किसी को यह समझना चाहिए कि वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या और उसके योग के साथ व्यवहार करते समय किसी को हमेशा पहले उस योग में दिखाई देने वाली वास्तविक संख्याओं को दूसरे शब्दों में आदेश देना चाहिए, क्रम महत्वपूर्ण है, एक विशेष क्रम एक अनुक्रम से मेल खाता है, इस प्रकार वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग से निपटने के दौरान किसी को केवल अनंत संख्या के सेट से शुरू नहीं करना चाहिए वास्तविक संख्याएं लेकिन वास्तव में वास्तविक संख्याओं के अनुक्रम के साथ शुरू करना चाहिए एक बार जब आप एक अनुक्रम के साथ शुरू करते हैं तो एक विशेष क्रम एक प्राथमिकता है इन सभी उदाहरणों और टिप्पणियों को ध्यान में रखते हुए हम कुछ औपचारिक परिभाषाएं बनाने जा रहे हैं, आइए हम कुछ अंकन को ठीक करें मान लीजिए कि हमें वास्तविक संख्याओं की सीमित संख्या की आपूर्ति की जाती है, आइए हम कहते हैं कि 1 ए 2 आदि और हम योग के साथ 1 प्लस ए 2 प्लस वगैरह प्लस इस परिमित राशि से निपटना चाहते हैं जो हमेशा सामान्य जोड़ द्वारा पाया जा सकता है और जो हमेशा एक परिमित मूल्य के बराबर होता है, सिग्मा नोटेशन का उपयोग करके एक कॉम्पैक्ट फैशन में दर्शाया जा सकता है जो कि अपरकेस ग्रीक अक्षर सिग्मा का उपयोग करके हम 1 प्लस ए 2 प्लस वगैरह प्लस को अधिक कॉम्पैक्ट में दर्शाते हैं फैशन इस प्रकार है सिग्मा  $a_i$  बराबर 1 से  $n$  के बजाय विस्तारित फॉर्म  $a_1$  प्लस  $a_2$  प्लस वगैरह प्लस  $a_n$  लिखने के बजाय हम इसे योग या सिग्मा  $\sum_{i=1}^n a_i$  से  $n$  के बराबर का उपयोग करके प्रस्तुत कर सकते हैं इस चर  $i$  को योग का सूचकांक कहा जाता है। योग का सूचकांक निम्नलिखित अर्थों में डमी है, योग ए 1 प्लस ए 2 प्लस वगैरह प्लस ए को सिग्मा नोटेशन  $\sum_{i=1}^n a_i$  के बराबर 1 से  $n$  का उपयोग करके या सिग्मा नोटेशन का उपयोग योग के रूप में 1 से  $n$  के बराबर लिखा जा सकता है। या योग के रूप में 1 से  $n$  के बराबर सूचकांक का मान जो उस योग में पहले पद को इंगित करता है मैं 1 के बराबर है जिसे निचली सीमा कहा जाता है और सूचकांक का मूल्य जो उस योग में अंतिम शब्द का प्रतिनिधित्व करता है उसे ऊपरी सीमा कहा जाता है यह सिग्मा नोटेशन एक निचली सीमा है और  $n$  ऊपरी सीमा थोड़ी अधिक आम तौर पर होती है यदि हमें एक अनुक्रम  $a_1, a_2, a_3, a_4$  और इसी तरह आपको दिया जाता है मान लीजिए कि हम शब्दों का योग ज्ञात करना चाहते हैं  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$  एम प्लस 1 और इसी तरह हम इन शर्तों को जोड़ना चाहते हैं कि हम एम प्लस एम प्लस 1 प्लस वगैरह प्लस ढूँढना चाहते हैं, वास्तव में हम वास्तविक संख्याओं की सीमित संख्या से निपट रहे हैं,

इसलिए सामान्य जोड़ से हम यह राशि पा सकते हैं संक्षेप में प्रस्तुत किया जा सकता है क्योंकि योग  $\sum_{i=1}^m a_i$  से  $n$  के बराबर निचली सीमा उस राशि के पहले पद के अनुरूप होनी चाहिए और ऊपरी सीमा उस योग में अंतिम पद के अनुरूप होनी चाहिए, यह सिर्फ एक अंकन को ठीक करने के लिए है जो सुविधा प्रदान करेगा समय और स्थान की बचत करें आइए हम इस संकेतन को उदाहरण के साथ स्पष्ट करते हैं 1 से 5 के बराबर  $\sum_{j=1}^5 j$  वर्ग  $j$  का योग ज्ञात करें याद रखें कि यह ग्रीक अक्षर सिग्मा का उपयोग करके एक संक्षिप्त रूप में व्यक्त किया गया योग है और इसका अर्थ है 1 वर्ग जमा 2 वर्ग जमा 3 वर्ग प्लस 4 स्क्वायर प्लस 5 स्क्वायर क्या आप इसे देखते हैं 1 निचली सीमा है फाई ऊपरी सीमा सूचकांक जे है और आप पा रहे हैं जे स्क्वायर जे का योग 1 से

5 तक है और यह 1 प्लस 4 प्लस 9 प्लस 16 प्लस 25 है जो 55 है फिर से अपने दिमाग में इस संकेतन को ठीक करने के लिए आइए आगे बढ़ते हैं d एक और उदाहरण के साथ योग घटाएं 1 शक्ति  $r$  1 से 8 के बराबर याद रखें इस संकेतन का उपयोग वास्तविक संख्याओं की परिमित संख्या के योग के लिए किया जाता है इस उदाहरण में सूचकांक है  $r$  निचली सीमा है 1 ऊपरी सीमा 8 है और योग को निरूपित करने के लिए उपयोग किया जाता है माइनस 1 पावर 1 वह पहला टर्म है जो माइनस 1 प्लस माइनस 1 पावर 2 है जो कि 1 प्लस माइनस 1 पावर 3 है जो माइनस 1 प्लस माइनस 1 पावर 4 है जो 1 है और

इसलिए ऊपरी सीमा पर आठ निचली सीमा एक है तो आप आठ पदों के साथ काम कर रहे हैं, अंतिम शब्द माइनस वन पावर आठ है, जो एक है क्योंकि हम वास्तविक संख्याओं की सीमित संख्या के साथ काम कर रहे हैं, यह योग किसी भी क्रम में पाया जा सकता है जो भी हमारे लिए सुविधाजनक हो तो आइए हम इस तरह से समूह करें अंत में हमें 0 मिलता है अब हम एक परिभाषा के साथ आगे बढ़ते हैं, यह परिभाषा उन उदाहरणों से प्रेरित है जो हमने पहले ही देखे हैं और जो टिप्पणी हमने की है वह यह है कि असीम रूप से कई वास्तविक संख्याओं के योग के साथ व्यवहार करते समय एक क्रम होना चाहिए जिसमें हम वास्तविक संख्याओं को जोड़ते हैं यानी हमें इसके साथ शुरुआत करनी चाहिए एक अनुक्रम केवल एक अनंत सेट के बजाय दूसरा हम जोड़ना जारी नहीं रख सकते हैं और देख सकते हैं कि जब हम इन सभी को ध्यान में रखते हुए एक अनंत राशि के साथ काम कर रहे हैं तो आइए हम कुछ परिभाषाएं बनाते हैं एक अनुक्रम दिया गया अभिव्यक्ति  $a_1$  प्लस  $a_2$  प्लस  $a_3$  प्लस इत्यादि। अनुक्रम से जुड़ी एक श्रृंखला कहा जाता है, यहां एक श्रृंखला याद करने की परिभाषा है जिसे हमने अनुक्रम और श्रृंखला को दिन-प्रतिदिन के जीवन में परस्पर उपयोग किया जाता है, इन दोनों का अर्थ क्रमिक घटनाओं या वस्तुओं से है जबकि गणित में अनुक्रम का उपयोग क्रमबद्ध सूची के लिए किया जाता है। यह नहीं देखा कि यहां एक श्रृंखला क्या है, एक अनुक्रम दी गई परिभाषा है जिसे आप अभिव्यक्ति पर विचार करते हैं  $a_1$  प्लस  $a_2$  प्लस  $a_3$  प्लस इत्यादि संख्याओं की सूची का आदेश दिया गया है जबकि श्रृंखला एक योग है, यहां बहुत सारे प्रश्न शेष हैं क्योंकि हम अनंत राशि से निपट सकते हैं यह स्पष्ट नहीं है कि इस अभिव्यक्ति का अर्थ है या नहीं इस अर्थ में मी अंततः एक परिमित मूल्य देगा या नहीं उन प्रश्नों का उत्तर बाद में दिया जा सकता है, लेकिन फिलहाल मैं चाहूंगा कि आप एक श्रृंखला की परिभाषा को एक अनुक्रम के साथ समझें, इसकी शर्तों का योग है जिसे हम एक श्रृंखला के रूप में संदर्भित करते हैं जिसके साथ हम आगे बढ़ेंगे अगली कुछ कक्षाओं में श्रृंखला की अवधारणा आपका बहुत-बहुत धन्यवाद