शुभ प्रभात आह
त्यामुळे आता संभाव्यतेसाठी मूलभूत शब्दावली सादर केल्यानंतर मी संभाव्यतेची मूलभूत व्याख्या देईन , म्हणून मी तुम्हाला आधी सांगितल्याप्रमाणे संभाव्यता सिद्धांत हा विषय 16 17 व्या शतकातील युरोपमध्ये उद्भवला होता आणि अह जुगार खेळाच्या माध्यमातून मी नमूद केले आहे . तुम्हाला असे वाटते की आह कार्डोनो या विषयाच्या बागेच्या जनकांपैकी एक तो खरोखर एक सक्तीचा जुगारी होता आणि खरेतर त्याने त्याच्या आत्मचरित्रात असे लिहिले आहे की मी रोज जुगार खेळायचो हे सांगायला मला लाज वाटते म्हणून आता त्या जुगार खेळाद्वारे त्यांनी विविध प्रकारच्या इव्हेंटच्या संभाव्यतेचा विचार करण्यास सुरुवात केली, उदाहरणार्थ, जर तुम्ही दोन फासे फेकले तर तुम्हाला ते चांगले मिळण्याची शक्यता किती आहे, 12 सारखे फेकण्यासाठी आवश्यक असलेल्या थ्रोची अपेक्षित संख्या किती आहे म्हणून त्यांनी विचार सुरू केला. विविध प्रकारच्या शक्यता आणि नंतर ते त्या काळातील इतर विविध गणितज्ञांशी संपर्कात आले, अह म्हणजे पास्कल जेम्स बर्नौली अह हे फॉर्मेट केले गेले. एक ऐतिहासिक संदर्भ ज्यामध्ये आयझॅक न्यूटनलाही काही समस्या निर्माण झाल्या होत्या आणि असे दिसते की त्याने त्या समस्येचे खरे उत्तर दिले होते
त्यामुळे त्यावेळेस यादृच्छिक प्रयोगांचे स्वरूप असे होते की आपल्याकडे मर्यादित संख्येने परिणाम आहेत कारण या सर्व नाणे फेकणे डाई फेकणे . पत्ते सुकवण्याचे खेळ इत्यादि त्या सर्वांमध्ये तुमच्याकडे मर्यादित संख्येने परिणाम आहेत आणि ते सर्व समानतेने निष्पक्षतेने गृहीत धरत आहेत असे गृहीत धरले जाऊ शकते म्हणून संभाव्यतेची पहिली व्याख्या ज्याला गणितीय व्याख्या म्हणतात किंवा संभाव्यतेची शास्त्रीय व्याख्या आधारित आहे या संकल्पनेवर फक्त शास्त्रीय आहे किंवा तुम्ही आता गणितीय व्याख्या म्हणू शकता ठीक आहे या व्याख्येचे स्वरूप जे मी येथे लिहित आहे ते खरेतर फ्रेंच गणितज्ञ लाप्लेस यांचे श्रेय आहे आणि हे त्यांच्या पुस्तकात 1813 मध्ये प्रकाशित झाले होते मृत्यू संभाव्यता या पुस्तकात ही व्याख्या. लाप्लेसच्या आधी जवळजवळ १०० 150 वर्षे व्याख्येचा फॉर्म वापरला जात असला तरी तो प्रकाशित झाला होता
त्यामुळे फॉर्म था t येथे दिलेला आहे आणि तो तुमच्या इयत्ता 11 आणि 12 च्या पाठ्यपुस्तकात देखील आहे, म्हणून समजा यादृच्छिक प्रयोगाचे संभाव्य परिणाम आहेत, म्हणून मी येथे फक्त ही संख्या n नमूद करत आहे आणि तुम्हाला या भागाबद्दल काळजी घ्यावी लागेल म्हणून जेव्हा मी म्हणेन तेव्हा याचा अर्थ असा आहे की हा एक आकडा आहे म्हणून जर तुम्ही नाणे फेकले असे म्हटले तर तुमचे दोन परिणाम आहेत म्हणजे n समान दोन आहे जर तुम्ही दोन नाणी फेकणे म्हटल्यास ते चार होते, जर तुम्ही दोन फासे फेकले असे म्हटल्यास ते छत्तीस होते इत्यादी म्हणजे तुम्ही येथे परिणामांची संख्या मोजू शकते म्हणून यादृच्छिक प्रयोगाचे संभाव्य परिणाम आहेत आणि त्याहूनही महत्त्वाचे म्हणजे जे तितकेच संभाव्य आहेत म्हणून हे पुन्हा म्हणत आहे की आम्ही निष्पक्षता गृहीत धरत आहोत म्हणून मी तुम्हाला नमूद केले आहे की या व्याख्येचे मूळ जुगार खेळांमध्ये आहे
त्यामुळे जेथे मूळतः असे गृहीत धरले जाते की नाणे गोरा आहे किंवा डाय गोरा आहे किंवा जेव्हा तुम्ही पत्त्यांच्या डेकमधून कार्ड काढले असेल तेव्हा सर्व कार्डे काढली जाण्याची शक्यता असते आणि त्यामुळेच या प्रकारावर बंधने घालण्यात आली होती. मूळ व्याख्या म्हणून हे परिणाम जे तितकेच संभाव्य आहेत आणि नंतर आम्ही ते थोडे अधिक अचूक बनवण्यासाठी आम्ही परस्पर अनन्य म्हणतो याचा अर्थ निकालांची मोजणी म्हणजे तुम्ही अचूक आणि अचूक म्हणू शकता याचा अर्थ असा की एक परिणाम दुसऱ्यासह गोंधळात टाकण्याची शक्यता नाही. परिणाम इत्यादि इतके परस्पर अनन्य आणि नंतर काहीही सोडले जात नाही इतके सर्वसमावेशक म्हणजे एकूण परिणामांची संख्या आपण असे निर्बंध घालण्यास सक्षम आहोत की ते तितकेच शक्य आहेत आणि आच्छादित होण्याची शक्यता नाही आणि त्या सर्वांचा आता अशा परिस्थितीत विचार केला जातो. परिस्थिती e ही घटना असू द्या जेणेकरुन या परिणामांपैकी m घटना घडण्यास अनुकूल असतील ae मग आम्ही घटना e ची संभाव्यता परिभाषित करतो म्हणून आम्ही e ची ही नोटेशन वापरतो जी m by n च्या बरोबर असते म्हणजे तेथे असल्यास एकूण n परिणामांची संख्या जी तितकीच शक्यता परस्पर अनन्य आणि त्या m पैकी सर्वसमावेशक आहे, घटना घडण्यास अनुकूल आहे e नंतर घटना e ची संभाव्यता m ने n अशी परिभाषित केली जाते आणि खरं तर हे आहे तुमच्या अह वर्गाच्या पाठ्यपुस्तकांमध्ये दिलेल्या विविध समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी तुम्ही जी व्याख्या वापरता ती आह, जिथे बॉल्स काढण्याशी संबंधित अनेक समस्या आहेत
त्यामुळे काही समस्या असतील जसे की चार काळे गोळे तीन लाल गोळे आणि दोन पांढरे. बॉल आणि समजा चार बॉल काढले तर या चार बॉलमध्ये दोन काळे एक लाल आणि एक पांढरा असण्याची शक्यता किती आहे अशा प्रकारच्या समस्या तुम्ही सोडवत असाल जेव्हा तुम्ही या समस्या सोडवत असाल तेव्हा तुम्ही ही व्याख्या वापरत आहात कारण तुम्ही आहात यादृच्छिकतेचा वापर करून आता या सर्वांसाठी समान संभाव्य परिणाम गृहीत धरले आहेत, म्हणून मी काही समस्यांचे समाधान पाहीन परंतु थोड्या वेळाने परंतु त्याआधी मी या व्याख्यांवर सर्वसमावेशकपणे चर्चा करू या जेव्हा मी असे म्हणत आहे की संभाव्य परिणाम आहेत. प्रत्यक्षात मी सर्व निकाल मोजू शकतो असे गृहीत धरून आणि नंतर हे सर्व निर्बंध टाकून आता हे पहा, मी एक साधा प्रश्न विचारतो की याची संभाव्यता काय आहे? उद्या पावसाळ्याचा दिवस असेल आता या प्रश्नाचे उत्तर येथून मिळू शकत नाही कारण उद्या हवामानाची काय शक्यता आहे
त्यामुळे तुम्ही म्हणू शकता की पाऊस पडू शकतो, सूर्यप्रकाश असू शकतो किंवा ढगाळ असू शकतो
त्यामुळे प्रत्येकी तीन संभाव्य परिणामांची समान शक्यता आहे.
त्यामुळे सूर्यप्रकाशित पाऊस आणि ढगाळ वातावरण असण्याची शक्यता सारखीच असण्याची ही वाजवी समजूत नाही कारण संपूर्ण वर्षात किती दिवस पाऊस पडतो आणि किती दिवस सूर्यप्रकाश असतो आणि किती दिवस ढगाळ असतो हे गेल्या 50 पेक्षा जास्त पाहिले तर किंवा 100 वर्षे नंतर तुम्हाला आढळणार नाही की ते समान आहेत आणि म्हणून या प्रकारची स्थिती योग्य नाही म्हणून जेव्हा मी म्हणतो तेव्हा मला येथे तोटे लिहू द्या किंवा तुम्ही या व्याख्येतील कमतरता म्हणू शकता म्हणून एक घटना आहे किंवा तुम्ही म्हणू शकता की परिणाम आवश्यक नाहीत तितक्याच शक्यता असू द्या आपण या तितक्याच संभाव्य गोष्टीच्या इतर वापराकडे पाहू या जरी मी फक्त एक नाणे ठीक आहे किंवा मी एक डाई मानत आहे, जर मी मरण्याचा विचार करत आहे आणि मी असे गृहीत धरत आहे की सर्व एक दोन तीन चार पाच सहा समान आहेत. जनसंपर्क घडण्याची सक्षमता याचा अर्थ आता मी प्रत्येकाला सहा एक करून संभाव्यता वाटप करत आहे हे वाजवी आहे की समजा मी विचार करत आहे की समजा मी खरे जुगार बद्दल बोलत आहे आणि वास्तविक जुगारात असे खेळाडू आहेत जे आता कोणीतरी डाय पुरवले आहे जर त्या व्यक्तीने तो अप्रामाणिक आहे मग तो कदाचित एखाद्या पक्षाशी किंवा खेळाडूंपैकी एकासह लीगमध्ये असेल आणि तो खरोखर पक्षपाती मृत्यू देऊ शकेल जेणेकरून ते योग्य असेल तर ते एखाद्या खेळाडूला अनुकूल असेल उदाहरणार्थ ते असू शकते 5 आणि 6 ला खूप पसंती आहे आणि त्या व्यक्तीला ते दुसऱ्या खेळाडूला माहित आहे आणि म्हणून तो अधिक वेळा पाच आणि सहा कॉल करेल आणि तो त्यावर पैज लावेल आणि तो विजेता होईल जर तुम्हाला महाभारतातील काही पौराणिक कथा आठवत असेल तर तिथे एक जुगार होता कावरवा आणि पांडव यांच्यातील खेळ आणि नंतर युधिष्ठिर हरत होता कारण शकुनी दुर्योधनाशी खेळत होता आणि असे म्हणतात की त्याने अह न मरणारा पक्षपाती संच वापरला त्या वेळी त्यांच्याकडे जी काही वस्तू होती ती त्यांनी वापरली. ते दिवस गेले म्हणून खेळाने पक्षांपैकी एकाला पसंती दिली आता अशा परिस्थितीत तुम्ही शास्त्रीय व्याख्येची व्याख्या लागू करू शकत नाही कारण तितक्याच संभाव्य स्थितीचे उल्लंघन केले जाते
त्यामुळे पहिली गोष्ट अशी आहे की परिणामांची तितकीच शक्यता नसणे हा दुसरा मुद्दा आहे. हे देखील तार्किकदृष्ट्या चुकीचे आहे की आपण संभाव्यतेची व्याख्या करत आहोत याचा अर्थ मी असे म्हणत आहे की या मार्गाने आपण संभाव्यता शोधत आहोत जेव्हा मी तितकीच शक्यता म्हणतो तेव्हा मी आधीच संभाव्यतेची व्याख्या परिभाषेतच ठेवत आहे जे वर्तुळाकार तर्क आहे
त्यामुळे तार्किक दृष्टिकोनातूनही ही व्याख्या या खात्यावर अयशस्वी ठरत आहे, आपण इलेक्ट्रॉनिक उपकरणाच्या आयुष्याबद्दल मी बोललो होतो अशा आणखी एका सामान्य समस्येचा विचार करू या ठीक आहे, समजा आपण इलेक्ट्रॉनिक उपकरणाच्या आयुष्याचा विचार करत आहोत, तर कदाचित आपल्याला कदाचित एक चांगली गुणवत्ता माहित असेल. लॅपटॉप म्हणून जर मी मोजत आहे की तुम्हाला माहित आहे की महिन्यांत आयुष्य आहे तर आम्ही

म्हणू की लॅपटॉपचे आयुष्य शून्याच्या दरम्यान आहे म्हणायचे साठ ठीक आहे t म्हणजे पाच वर्षांपर्यंत तुम्ही म्हणू शकता पण तुम्ही किती शक्यता पाहिल्या तर n इथे काय आहे n आता इथे n ची व्याख्या करता येणार नाही कारण हे प्रत्यक्षात मर्यादित आहे मी मध्यांतर घेत आहे
त्यामुळे 0 ते 60 मधील सर्व मूल्ये आहेत
त्यामुळे हे केवळ पूर्णांक महिनेच असायला हवेत असे नाही
त्यामुळे n आपण काहीतरी सांगू शकू ही पुढची धारणा देखील चुकीची आहे याचा अर्थ प्रत्येक परिस्थितीत हे भांडवल n शक्य होणार नाही ठीक आहे म्हणून या गोष्टींवर मात करण्यासाठी n आता मर्यादित नाही सांख्यिकीशास्त्रज्ञ आणि इतर विज्ञानातील लोक उदाहरणार्थ भौतिकशास्त्र किंवा अर्थशास्त्र इत्यादींमध्ये त्यांनी विचार करायला सुरुवात केली की आपल्याकडे एक व्याख्या असू शकते जी परिणामांचे निरीक्षण करण्यावर आधारित आहे म्हणजे दीर्घ कालावधीसाठी आपण निरीक्षण केले आणि नंतर आपण प्रमाण काय आहे ते पहा. घडणाऱ्या घटनांच्या संख्येचा आपण संभाव्यतेचा सूचक म्हणून विचार करतो म्हणून तिला अनुभवजन्य व्याख्या म्हणतात म्हणजे व्याख्या अनुभवावर आधारित आहे ठीक आहे म्हणून ही दुसरी व्याख्या आहे t ला सापेक्ष वारंवारता किंवा संभाव्यतेची प्रायोगिक व्याख्या म्हणतात ती प्रत्यक्षात फोन उंदरांना दिली जाते व्याख्या खालीलप्रमाणे आहे समजा यादृच्छिक प्रयोग मोठ्या संख्येने एकसारख्या परिस्थितीत स्वतंत्रपणे आयोजित केला गेला समजा प्रयोगाच्या n चाचण्यांमध्ये एखादी घटना घडते . म्हणून मी हे सबस्क्रिप्ट नोटेशन म्हणून इथे टाकत आहे फक्त हे सांगण्यासाठी की जर मी 10 चाचण्या घेत असाल तर घटना e किती वेळा घडत आहे मी त्याला 10 म्हणतो. समजा मी चाचणी 20 पैकी 20 वेळा चालवली तर e किती वेळा झाली. समजा मी त्या नंबरला 8 1 t असे कॉल केले तर संख्या काहीही असू शकते ते तीन सात अकरा किंवा काहीही असू शकते म्हणून ते नंबर एक म्हणून रेकॉर्ड केले जातात याचा अर्थ n चाचण्यांमध्ये तो किती वेळा येतो मी त्याला ओके म्हणतो मग मर्यादा an असल्यास n द्वारे n अनंताकडे झुकतो म्हणून अस्तित्वात आहे आम्ही e ची संभाव्यता एक बाय n ची मर्यादा असण्याची व्याख्या करतो कारण n अनंताकडे झुकतो म्हणून शारीरिकदृष्ट्या बोलायचे तर ते एकूण चाचण्यांपैकी काय दर्शवते की तुमची विशिष्ट घटना किती वेळा घडली आहे जर त्या गुणोत्तराची मर्यादा दीर्घकाळापर्यंत असेल तर ती त्या घटनेची संभाव्यता म्हणून परिभाषित केली जाते, उदाहरणार्थ जेव्हा नवीन मूल जन्माला येईल तेव्हा आम्ही अह म्हणतो, म्हणून आम्ही मुलासाठी किंवा एखाद्यासाठी समान संभाव्यता वाटप करतो. मुलगीच आहे तर आपण असे का करतो कारण हजारो वर्षांपासून असे आढळून आले आहे की बर्सच्या एकूण संख्येपैकी जवळपास 50 टक्के खरेदीदार आणि 50 टक्के मुली आहेत, म्हणून जर आपण मुलांच्या संख्येच्या गुणोत्तराचा विचार केला तर पक्ष्यांच्या एकूण संख्येचे प्रमाण जवळपास निम्मे आहे त्यामुळेच आपण संभाव्यता निम्म्याप्रमाणे वाटप करतो, जर मी असे म्हणतो की पुढच्या वर्षी मान्सून सामान्य राहण्याची शक्यता आहे याचा अर्थ ते निश्चितपणे परिभाषित करत आहेत की एवढा पाऊस आहे . संभाव्यता पॉइंट नऊ आहे मग आम्ही म्हणतो की आम्ही असे विधान म्हणतो कारण गेल्या शंभर किंवा दोनशे वर्षांमध्ये असे आढळून आले आहे की जर तुम्ही आह वीस वर्षे निरीक्षण केले तर वीस वर्षांपैकी दोन वेळा मान्सून सामान्य नसेल तर चाळीस वेळा निरीक्षण करा मग आपण असे निरीक्षण करतो की सुमारे चार वेळा मान्सून सामान्य नसतो जर आपण शंभर वर्षांचे निरीक्षण केले तर आपण पाहतो की गेल्या शंभर वर्षांत सुमारे नऊ ते दहा वेळा मान्सून सामान्य झाला नाही
त्यामुळे या विधानाला विश्वासार्हता मिळते. पुढील वर्षी मान्सून सामान्य असण्याची ९० टक्के शक्यता आहे कारण तो अनुभवावर आधारित आहे म्हणून आम्ही एकूण प्रयोगांची एकूण संख्या पाहत आहोत आणि त्यापैकी किती वेळा विशिष्ट घटना हा प्रकार व्यावहारिकदृष्ट्या कसा लागू होतो हे दाखवण्यात आम्हाला स्वारस्य आहे , मी एक सैद्धांतिक उदाहरण घेतो ठीक आहे सैद्धांतिक म्हणजे मुळात काल्पनिक प्रयोग ठीक आहे, समजा नाणे फेकण्याचा एक काल्पनिक क्रम पुढील परिणामांवर परिणाम करतो म्हणून मी मी फक्त काल्पनिक ठेवत आहे म्हणून समजा हेड हेड डोके शेपटी डोके डोके शेपूट डोके डोके हेड शेपूट इत्यादी म्हणून मी नमूद केले आहे की ते व्यवहारात काल्पनिक आहे ते li होईल थोडे थोडे बदलत आहे पण इथे मी खूप छान रचना मांडत आहे हेडची संभाव्यता काय आहे ते पाहू या, जर आपल्याला हेडची संभाव्यता मोजायची असेल तर मला गुणोत्तर an by विचारात घ्यावा लागेल n येथे गुणोत्तर काय आहे ते पाहू या पहिल्या ट्रायलमध्ये या विशिष्ट क्रमात लिहीन मी हेड पाहिलं
त्यामुळे गुणोत्तर एक-एक आहे जे एक बाय नी आहे मी लिहित आहे जेव्हा दुसरी चाचणी पुन्हा घेतली गेली तेव्हा आम्हाला हेड मिळाले म्हणजे गुणोत्तर दोन बाय दोन तिसरे आहे टाइम पुन्हा हेड आला म्हणजे गुणोत्तर तीन बाय तीन झाले की पुढच्या एका शेपटीत एक शेपटी आली म्हणजे एकूण चार चाचण्यांपैकी तीन हेड आले म्हणजे गुणोत्तर तीन बाय चार झाले तुम्ही एक एक दोन दोन तीन तीन तीन तीन असे निरीक्षण करा चार करून आपण पुढच्या एकाकडे जाऊ या, पाच चाचण्यांपैकी तुम्हाला चार डोके आहेत, तुमच्याकडे सहा चाचण्यांपैकी चार डोके आहेत सात चाचण्यांपैकी पाच डोके आहेत तुमच्याकडे सहा डोके आहेत नंतर पुन्हा एक शेपटी पाहिली आहे
त्यामुळे आठ पैकी चाचण्या तुम्हाला सहा डोके आहेत मला थोडे अधिक आह चालू द्या पुढील कालावधी सात बाय नऊ आहे तुमच्याकडे 8 बाय 10 आहे तुमच्याकडे 9 बाय 11 आहे आणि मग तुमच्याकडे 9 बाय 12 आहे आणि आता मला या an by n ची मर्यादा शोधायची आहे कारण मर्यादा अस्तित्वात असल्यास मग येथे हेडची संभाव्यता असेल ठीक आहे, म्हणून मी येथे थोडासा गणिती सूत्रीकरण विचारात घेईन
त्यामुळे तुम्ही क्रिटिकलपणे निरीक्षण कराल की क्रम कसा दिसतोय जर तुम्ही इथे चौथ्या टर्मकडे बघितले तर ते तीन बाय चार आहे. आठवी टर्म आठवी टर्म आह सहा बाय आठ आहे जी प्रत्यक्षात तीन बाय चार आहे तर पुन्हा बारावी टर्म पाहिली तर ती पुन्हा नऊ बाय बारा म्हणजे तीन बाय चार म्हणजे मी ते थोडे अधिक गणिती स्वरूपात मांडू शकतो. हे मी असे ठेवले आहे म्हणजे आपण an by n व्यक्त करू शकतो मी ते तीन k बाय चार k असे लिहू शकतो का पहा सुरुवातीला तीन बाय चार आहे मग ते तीन बाय चार आहे मग ते तीन बाय तीन आहे चार ने भागले आहे थ्री म्हणजे जर n चे स्वरूप चार k असेल तर 4 k चाचण्यांपैकी 3 k चाचण्या hea आहेत d ठीक आहे, म्हणून मी आता हे प्रतिनिधित्व करू शकतो, त्याआधी एक पाहू या म्हणजे 4 k वजा 1 आता तुम्ही येथे 4 k वजा 1 पाहिल्यास हेडची संख्या प्रत्यक्षात 3 k आहे येथे पहा ते येथे 8 आहे. 7 पण संख्या फक्त 6 आहे याचा अर्थ इथेही तुम्ही बारा चाचण्यांपैकी नऊ पैकी अकरा चाचण्या पाहिल्या तसेच तुम्ही नऊ जोडा म्हणजे हे गुणोत्तर आपण लिहू शकतो तीन k भागिले चार k वजा एक असेल तर चार k वजा एक फॉर्म आपण पुढील एक पाहू या समजा मी हे पाहतो तर येथे ते चार k वजा दोन आहे आणि येथे ते एक कमी म्हणजे तीन k वजा एक झाले आहे तुम्ही येथे देखील पाहू शकता आणि तुम्ही येथे देखील पाहू शकता. म्हणजे ते तीन k वजा एक भागाकार चार k वजा दोन जर n चे स्वरूप असेल तर चार k वजा दोन आणि पुढचे जर तुम्ही पाहिले तर ते प्रत्यक्षात तीन k वजा दोन भागले चार k वजा तीन असेल तर n फॉर्मचे चार k वजा तीन k साठी k समान एक दोन आणि असेच
त्यामुळे तुम्ही येथे हा पूर्ण क्रम a by n या गणिती स्वरूपात पाहू शकता मी wri करू शकतो te हे चार अनुवर्तींचे एकीकरण म्हणून आणि आता माझे उद्दिष्ट आहे की n जशी अनंताकडे झुकत असेल तर आता n अनंताकडे झुकत असेल तर k हा अनंताकडे झुकत असेल आणि आपण त्या प्रत्येकातील मर्यादेचा विचार करू या येथे प्रत्यक्षात ही संज्ञा आहे यात प्रश्नच नाही kk ची मर्यादा रद्द होते म्हणून प्रत्यक्षात ती तीन बाय चार आहे ही मर्यादा तीन म्हणजे काय याचा विचार केला तर k ने चार वजा एक k ने भागल्यास मी मर्यादा घेतली तर k अनंताकडे झुकत असेल तर ही मर्यादा तीन बाय चार असेल तर मी या पदाचा विचार करतो ही संज्ञा देखील तीन वजा एक ने भागी k ने चार वजा दोन ने k आहे
त्यामुळे मी मर्यादा घेतली तर ही शून्यावर जाते तर ही मर्यादा शून्यावर जाते
त्यामुळे मर्यादा तीन बाय चार आहे त्याचप्रमाणे मी येथे मर्यादा घेतली तर ती तीन वजा आहे दोन ने k ने भागले चार वजा तीन k ने
त्यामुळे जर मी येथे मर्यादा घेतली तर ही तीन बाय चार होईल परिणामी आम्ही येथे काय म्हणत आहोत ते असे आहे की सर्व अनुवर्ती तीन बाय चार वर एकत्रित होतात म्हणून n ची मर्यादा तीन बाय चार आहे म्हणून मर्यादा a by n बरोबर तीन बाय चार म्हणजे संभाव्यता या काल्पनिक प्रयोगात ज्यामध्ये माझ्याकडे तीन डोके होती आणि एक शेपूट वारंवार होते, आम्ही अपेक्षा करतो की डोके शेपटीच्या तुलनेत तिप्पट होण्याची शक्यता असते आणि मी

तुम्हाला प्रत्यक्षात मिळणारी सापेक्ष वारंवारता व्याख्या लागू करून दाखवली आहे. प्रत्यक्षात तेच उत्तर म्हणून या अभ्यासाचा उद्देश तुम्हाला दाखविण्याचा होता की ही सापेक्ष वारंवारता व्याख्या संभाव्यतेची वास्तविक व्यावहारिक व्याख्या आहे म्हणून जेव्हा आपण सैल विधाने करतो तेव्हा आपण म्हणतो की या वर्षी गव्हाचे सरासरी प्रति हेक्टर उत्पादन अधिक असेल. गतवर्षी मग प्रत्यक्षात मी वर्षानुवर्षे निरीक्षण करत आहे आणि गेल्या काही वर्षांत आम्ही असे निरीक्षण केले आहे की या विशिष्ट प्रकारच्या हवामानात किंवा या विशिष्ट प्रकारच्या परिस्थितीत जेथे सिंचनाची सुविधा चांगली असते किंवा बियाण्याची गुणवत्ता चांगली असते तेव्हा प्रति हेक्टर सरासरी उत्पादन होते. अधिक म्हणजे जास्त म्हणजे हे सैल विधान प्रत्यक्षात तुम्ही अनुभव आधारित व्याख्या किंवा अनुभवजन्य व्याख्या किंवा सापेक्ष वारंवारता व्याख्या म्हणू शकता संभाव्यतेबद्दल आणि वास्तविक जीवनातील परिस्थितींमध्ये पाठ्यपुस्तकातील परिस्थिती वगळता जिथे आपण नाणे फेकणे डाई फेकणे किंवा कोरडे करणे म्हणजे गोळे कोरडे करणे इत्यादि समस्या नेहमीच्या व्यवहारात आपण प्रत्यक्षात सापेक्ष वारंवारता व्याख्या लागू करतो जी नाही आहे. तुम्हाला सांगण्यासाठी आह म्हणा की तुम्ही वर्गात किंवा परीक्षेत एखादी समस्या कशी द्याल जेव्हा परीक्षेत समस्या दिली जाते तेव्हा आम्ही प्रत्यक्षात त्या प्रयोगाचे वर्णन करत आहोत

त्यामुळे तुम्ही अहाच्या अटी प्रत्यक्षात लागू करू शकता इत्यादि . त्यावर आधारित समस्या सोडवत आहात किंवा इतर काही समस्यांमध्ये काही मूलभूत संभाव्यता आधीच दिल्या आहेत याचा अर्थ असा की तुम्हाला त्यांची गणना करण्यास सांगितले जात नाही परंतु ज्यांच्या आधारावर तुम्हाला गणना करण्यास सांगितले जाते त्या आधारावर युनियन b ची संभाव्यता किंवा संभाव्यता a union b union c इत्यादि जर तुम्हाला मूलभूत संभाव्यता दिली गेली असेल तर ठीक आहे आता दुसरा प्रश्न असा आहे की ही व्याख्या प्रोबची सार्वत्रिक व्याख्या म्हणून स्वीकारली जाऊ शकते का? क्षमतेचे उत्तर पुन्हा नाही असे आहे कारण गणिती सार्वत्रिक व्याख्या असायची म्हणजे फ्रेमवर्क सर्वत्र उपयुक्त असायला हवे किंवा याचा अर्थ जो काही समस्या येत असेल त्या फ्रेमवर्कमध्ये सोडवता आल्या पाहिजेत . व्याख्या देखील

त्यामुळे एक किंवा दोन तुम्ही सहजपणे प्रशंसा करू शकता म्हणून पहिली गोष्ट अशी आहे की तुमच्याकडे पुरेसा प्रायोगिक डेटा असणे आवश्यक आहे याचा अर्थ मागील अनुभव आहे जिथून तुम्ही प्रत्यक्षात संभाव्यतेची गणना करू शकता जर ती उपलब्ध नसेल तर संबंधित वारंवारता व्याख्या लागू केली जाऊ शकत नाही म्हणून आम्ही पुरेशा प्रमाणात चाचण्या आणि त्यांचे परिणाम असावेत म्हणून जर तुमच्यासमोर अचानक एखादी समस्या उद्भवली तर ज्यासाठी चाचण्या काय होत्या आणि त्याचे परिणाम काय होते हे जाणून घेण्याची कोणतीही पद्धत तुमच्याकडे नसेल तर तुम्ही ही व्याख्या लागू करू शकणार नाही. उदाहरणार्थ, तुम्ही एका खोलीत बसला आहात जेथे खुर्च्या मोठ्या संख्येने आहेत तुम्ही खुर्चीवर बसता आणि प्रश्न विचारला की प्रोबा म्हणजे काय? तुम्ही खुर्चीवर बसता तेव्हा खुर्ची तुटते

त्यामुळे साहजिकच या प्रकारचा प्रश्न आपल्याला हसल्यासारखा वाटू शकतो पण तो वैध प्रश्न आहे पण उत्तर देता येत नाही कारण तुमच्याकडे डेटा नसतो याचा अर्थ पूर्वी इतके असताना विद्यार्थी खुर्च्यांवर बसले की किती खुर्च्या तुटल्या

त्यामुळे या प्रश्नाचे उत्तर या विशिष्ट प्रश्नात देता येत नाही

त्यामुळे अनेक वेळा लोक प्रश्न विचारतात आणि लोकांना त्या प्रश्नांवर हसल्यासारखे वाटू शकते परंतु ते पूर्णपणे वैध सांख्यिकीय प्रश्न आहेत कारण आम्ही नाही. तुमचा सिद्धांत लागू करण्यासाठी तुमच्याकडे पुरेसा डेटा आहे

त्यामुळे तुम्ही त्या प्रश्नांची उत्तरे देऊ शकत नाही याचा अर्थ असा नाही की संभाव्यतेचा सिद्धांत अवैध आहे किंवा तो अपूर्ण आहे किंवा अशी कोणतीही गोष्ट नाही आहे प्रत्यक्षात सिद्धांत योग्य आहे परंतु पुरेशी रक्कम असल्याशिवाय तुम्ही सर्व प्रश्नांची उत्तरे देऊ शकत नाही. पुराव्याचा किंवा तुम्ही म्हणू शकता की तुमच्याकडे डेटा उपलब्ध आहे, हा प्रश्न देखील अनेक वेळा विचारला जातो, उदाहरणार्थ ओपिनियन पोल आहेत का एक्झिट पोल आहेत जेव्हा तुम्ही अह सार्वत्रिक निवडणुका होत आहेत किंवा इतर प्रकारच्या निवडणुका आहेत आणि मग प्रश्न विचारले जातात की आता विशिष्ट राजकीय पक्ष जिंकण्याची शक्यता काय आहे, तुम्ही कदाचित पाहिले असेल की उत्तरे भिन्न असतील कारण तेथे असेल. अनेक एजन्सी ज्या समान देत असतील ज्या समान प्रश्नाचे उत्तर देत असतील परंतु त्यांची उत्तरे थोडी वेगळी असू शकतात ती मतांच्या टक्केवारीनुसार भिन्न असतील ती जागांच्या संख्येत भिन्न असेल एक गोष्ट म्हणजे प्रत्येकामध्ये या प्रकरणांमध्ये तुमची नमुना जागा स्वतःच बदलते उदाहरणार्थ तुम्ही जागांची संख्या बघत असाल तर नमुना जागा वेगळी आहे जर तुम्ही संख्याबळाची टक्केवारी पहात असाल तर तुमची नमुना जागा वेगळी आहे

त्यामुळे ज्या एजन्सींनी हे काम केले आहे त्यावर अवलंबून आहे. त्यावर आधारित सर्वेक्षण उत्तरे भिन्न असतील आणि म्हणूनच तुमच्याकडे बरीच भिन्न उत्तरे असतील याचा अर्थ प्रोबॅबचा सिद्धांत असा नाही. येथे क्षमता लागू नाही ते लागू आहे परंतु व्यावहारिक अनुप्रयोगासाठी मोठ्या संख्येने अटी पुरेसा डेटा आवश्यक आहे आणि ते योग्यरित्या लागू केले गेले आहे की नाही म्हणून जर ते तसे केले नाही तर समस्या येतील

त्यामुळे आमच्याकडे पुरेशा प्रमाणात चाचण्या असणे आवश्यक आहे. आणि त्यांचे परिणाम नोंदवलेले आहेत उदाहरणार्थ उद्योग सामान्यतः हे उत्पादन उद्योग म्हणून ते ही अनुभवजन्य व्याख्या नियमितपणे लागू करतील उदाहरणार्थ ते म्हणतात दोषांची संख्या किती आहे म्हणून प्रत्येक 100 उत्पादनांपैकी 100 उत्पादनाच्या युनिट्समध्ये ते 10 चा नमुना घेतील त्यापैकी ते किती ठीक आहेत किंवा नाही हे तपासतील म्हणून समजा 10 पैकी सर्व ठीक आहेत, म्हणून समजा ते एका तासाच्या कालावधीत दहा वेळा चाचणी घेतात म्हणजे एक तासाच्या कालावधीत उम पैकी त्यांनी दहा तयार केले असतील. हजार गोष्टी आणि प्रत्येक शंभरपैकी त्यांनी दहा घेतले आहेत आणि ते चांगल्या किंवा वाईटांची संख्या नोंदवत आहेत, म्हणून दहा हजारांपैकी समजा तुम्ही शंभर नमुने घेतले आहेत. शंभर नमुन्यांचा t म्हणजे एकूण एक हजार युनिट्स तुम्ही घेतले आहेत 1000 युनिटपैकी फक्त 3 खराब आहेत समजा, तर तुम्ही सांगू शकाल की 1003 पैकी खराब आहेत म्हणजे खराब होण्याची शक्यता शून्य तीन आहे तुम्ही असे म्हणणार नाही. दहा हजार पैकी तुम्ही आता फक्त हजार तपासले आहेत ते दहा हजारांवर सामान्यीकरण करण्यासाठी तुम्ही संभाव्यता पॉइंट शून्य तीन देत आहात

त्यामुळे आता मोठ्या प्रमाणात उत्पादनात कंपनीला माहित आहे की अंदाजे पॉइंट शून्य तीन टक्के आयटम अशाच प्रकारे सदोष असू शकतात ते आह आयटमचे आयुष्य पाहत आहेत जेणेकरून ते दुसरे गुणवत्तेचे मापदंड आहे उदाहरणार्थ त्यांना वॉरंटी कालावधी द्यायला आवडेल तर त्यांना हे माहित असणे आवश्यक आहे की सरासरी आयुष्य काय आहे आणि नव्वद टक्के वस्तूंच्या पलीकडे आयुष्य काय आहे कार्य करणे म्हणजे काय जीवन आहे ज्याच्या पलीकडे दहा टक्के वस्तू काम करत आहेत इत्यादि उत्पादित वस्तूंसाठी आह येथे वेगवेगळे टाइम पॉईंट आहेत म्हणून जर त्यांना आढळले की नव्वद टक्के वस्तू त्या तीनच्या पलीकडे काम करतात वर्षे उदाहरणार्थ तो एक इलेक्ट्रिक फॅन असेल तर ते दोन वर्षांची वॉरंटी किंवा एक वर्षाची वॉरंटी देण्यास अतिशय सुरक्षित असतात कारण तेव्हा त्यांना कळेल की जवळजवळ सर्व पंखे एका वर्षात एक तासाच्या पुढे काम करत असतील कारण सरासरी आयुष्य तीन वर्षे असते

त्यामुळे बहुतेक गोष्टी प्रत्यक्षात त्यापलीकडे काम करत असतील

त्यामुळे त्या विशिष्ट उत्पादनासाठी एक वर्षाचा वॉरंटी कालावधी देण्यासाठी ते अतिशय सुरक्षित असतात

त्यामुळे संभाव्यतेच्या अनुभवजन्य व्याख्येचे हे सर्व वास्तविक अनुप्रयोग आहेत जेव्हा एखादी कंपनी विमा कंपनी म्हणते तेव्हा तीच गोष्ट लागू केली जाते एखादे उत्पादन लाँच करत आहे म्हणून ते म्हणतील की ही विशिष्ट पॉलिसी सेवा वर्गासाठी आहे याचा अर्थ असा आहे की जे लोक सेवा वर्गात आहेत आणि नंतर ते म्हणतील की परिपक्वता रक्कम 60 वर्षांच्या वयात दिली जाईल असे काहीतरी ते देतील. विधान आता काही प्रीमियम निश्चित केले आहे जेणेकरून प्रीमियमची गणना त्या विशिष्ट वर्गाच्या लोकांच्या अपेक्षित आयुर्मानाच्या आधारावर केली जाते कारण जर त्यांना असे आढळले की 95 टक्के लोक म्हणतात ते वयाच्या ६० च्या पुढे जिवंत राहतील याचा अर्थ त्यांना मृत्यूच्या वेळी लाभ देण्याची गरज नाही, अपघाती मृत्यू इ . फक्त त्यामुळेच विमा कंपन्या बाजारात टिकून राहतील जर त्यांनी अवास्तव छोटा प्रीमियम ठेवला आणि त्यांनी भरपूर मॅच्युरिटी फायदे देण्याचा प्रयत्न केला तर कंपन्या तोट्यात जातील कारण नंतर जर जास्त लोक फायद्यांचा दावा करत असतील पॉलिसीची मॅच्युरिटी नंतर ते नुकसानीत होतील

त्यामुळे ही सापेक्ष वारंवारता व्याख्या लागू करण्यासाठी प्रथम गोष्ट म्हणजे आपल्याकडे पुरेसा डेटा असणे आवश्यक आहे आणि चाचण्या पूर्ण केल्या जाव्यात आणि नंतर त्यांचे परिणाम रेकॉर्ड केले जावे आणि दुसरे गोष्ट अशी आहे की ते विश्वासार्ह पद्धतीने केले पाहिजे याचा अर्थ असा की आपल्याकडे असे काहीतरी नसावे जे विश्वसनीय नाही म्हणजे डेटा रेकॉर्ड केला जातो आणि तो खोटा अहवाल दिला जातो r ते योग्यरित्या गोळा केले जात नाही याचा अर्थ जेव्हा प्रयोग पाहिल्या जात आहेत तेव्हा डेटा योग्यरित्या रेकॉर्ड केला जात नाही तर तुमचा परिणाम देखील चुकीचा असेल ah, ज्याचे श्रेय बहुतेक ओके असे दिले गेले आहे असे म्हणा की ओह संभाव्यता सिद्धांत योग्यरित्या लागू केला गेला नाही किंवा संभाव्यता सिद्धांत योग्यरित्या लागू केला गेला नाही. या समस्यांवर उपाय देत नाही ही गोष्ट ही नाही की लोक ते योग्यरित्या लागू करत नाहीत दुसरी गोष्ट म्हणजे काही प्रयोग निसर्गात विनाशकारी असतात त्यामुळे अशावेळी मालमत्तेचे नुकसान होते उदाहरणार्थ तुम्ही कसे विचार करत आहात. ५० स्टिक्सच्या मॅच बॉक्समध्ये अनेक मॅच स्टिक्स ठीक आहेत त्यामुळे जर प्रत्यक्ष प्रयोग केला गेला तर प्रत्येक 50 पैकी तुम्ही सर्व 50 पेटवण्याचा प्रयत्न कराल जर तुम्ही सर्व 50 पेटवल्या तर संपूर्ण बॉक्स नष्ट होतील त्यामुळे असे प्रयोग आहेत जे प्रत्यक्षात विनाशकारी आहेत . दुसरी गोष्ट अशी आहे की असे प्रयोग असू शकतात जे खूप महाग आहेत उदाहरणार्थ उपग्रहांचे प्रक्षेपण ठीक आहे

त्यामुळे तुम्ही प्रक्षेपण चालू ठेवू शकत नाही आणि यशाची संभाव्यता कशी आहे हे पाहू शकत नाही तुम्ही मागील डेटा रेकॉर्ड करता त्या वेळेनुसार हे प्रत्यक्षात केले जाते आणि त्या आधारावर तुम्ही संभाव्यता मोजता आणि काही काउंटर इंट्युटिव्ह देखील असू शकते उदाहरणार्थ, जर मी समजा की एक n च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा असेल तर ठीक आहे म्हणजे प्रत्येक n चाचण्यांपैकी n चा वर्गमूळ 1 वेळा ah घटना e ला अनुकूल आहे, म्हणून जर मी n ने n चा विचार केला तर ते n द्वारे मूळ आहे आणि मी आता शून्यावर जाणारी मर्यादा घेतली तर आपल्याला स्वाभाविकपणे समजते की जर संभाव्यता 0 आहे याचा अर्थ असा की संभाव्यता घटना घडत नाही ती अशक्य आहे पण प्रत्यक्षात घटना अशक्य नाही फक्त गोष्ट अशी आहे की जे घडत आहे ते म्हणजे n च्या तुलनेत चाचण्यांची संख्या खूपच कमी आहे जिथे घटना पाळली जाते ते पाहूया. या 4 चाचण्यांपैकी 2 वेळा तुम्हाला यश मिळते जर तुमच्याकडे 9 असेल तर तुमच्याकडे तीन वेळा असेल तर तुमच्याकडे सोळा असेल तर तुमच्याकडे चार वेळा असेल

त्यामुळे घटना प्रत्यक्षात घडत आहे परंतु घटना दुर्मिळ आणि दुर्मिळ होत चालली आहे कारण चाचण्यांची संख्या वाढत आहे. e संभाव्यता शून्याचा अर्थ अशक्य नाही याचा अर्थ घटना दुर्मिळ घटना आहे म्हणून ही थोडीशी विरोधाभासी आहे जर तुम्ही अतिशय कठोर गणितीय शब्दात बोलत असाल तर आम्ही म्हणतो की घटना अशक्य आहे तर आम्ही संभाव्यता शून्य वाटप करतो परंतु येथे आपल्याकडे संभाव्यता शून्य घटना असू शकते अशक्य नाही म्हणून येथे याचा अर्थ दुर्मिळ घटनेची संभाव्यता 0 आहे ठीक आहे पण याचा अर्थ असा नाही की घटना घडत नाही अह याच्या उलट देखील सत्य आहे आपण म्हणू शकतो की n बरोबर n वजा n ची पॉवर एक आहे तीन ठीक आहे तर इथे एक बाय n बरोबर n वजा n ची पॉवर एक ने तीन भागिले n म्हणजे एक वजा एक n ची पॉवर दोन बाय तीन जी एकात बदलते म्हणून आपण येथे पुन्हा पाहू शकता की घटना निश्चित नाही जरी काहीवेळा घटना घडत नाही म्हणून पण पुन्हा याचा अर्थ असा आहे की जेव्हा ती घडत नाही त्या वेळा दुर्मिळ असतात याचा अर्थ असा की आपण जवळजवळ निश्चितपणे असे म्हणू शकता की घटना घडते ती जवळजवळ निश्चिततेने नाही म्हणून आपण संभाव्यता म्हणू शकता. घटना ज्या मा y कधी कधी घडत नाही हे देखील एक आहे म्हणून हे पुन्हा थोडेसे प्रति-अंतर्ज्ञानी आहे परंतु तरीही ते संभाव्यतेची व्याख्या थोडी अधिक वाढवत आहे आता मी तुम्हाला संभाव्यतेच्या दोन व्याख्या दिल्या आहेत ज्या खूप पूर्वी विकसित केल्या गेल्या होत्या आणि मग काय झाले जेव्हा आम्ही जेव्हा इतर गणितज्ञांना हे समजले की व्याख्यांमध्ये समस्या आहेत म्हणजे सैद्धांतिक चौकटीत या व्याख्या सार्वत्रिक नाहीत तेव्हा त्यांना वाटले की बहुधा हा विषय पायामध्ये फारसा भक्कम नाही , त्याच वेळी डेव्हिड हिलपर्टने गणितात आणले. संपूर्ण गणिताचे औपचारिकीकरण करण्यासाठी एक चौकट तयार केली आणि

त्यामुळे संभाव्यतेची व्याख्या देखील औपचारिक करणे आवश्यक होते, म्हणून 1933 मध्ये रशियन गणितज्ञ कलमोगोरोव्हमध्ये संभाव्यतेसाठी एक एक्सोमॅटिक पाया प्रदान करण्यात यशस्वी झाले , म्हणून मी ही व्याख्या येथे स्वयंसिद्ध व्याख्या देतो. हे फक्त एक फ्रेमवर्क आहे की संभाव्यता b ची गणना कशी करायची ते तुम्हाला सांगत नाही ut जर संभाव्यता असेल तर त्या संभाव्यतेची वैधता आणि संभाव्यतेच्या मोजणीसाठी काही नियम देखील दिले जाऊ शकतात, म्हणून समजा आपण s हा नमुना जागा मानू आणि घटना प्रत्यक्षात याचे उपसंच आहेत म्हणून आपण विचार करूया. एक वर्ग म्हणजे s ok ah च्या उपसंचांचा संच आहे, चला त्याला काही नाव देऊ या, मी ci वापरणार आहे. मी इव्हेंट्सच्या संचाचा विचार करत आहे म्हणून मी थोडी वेगळी नोटेशन देत आहे म्हणून मी ही स्क्रिप्ट नोटेशन स्क्रिप्ट वापरत आहे c कधी कधी ती स्क्रिप्ट b इत्यादि म्हणून लिहिली जाते

त्यामुळे तुम्ही वापरू शकता अशी कोणतीही नोटेशन मला येथे ठेवू द्या c आता या वर्गाला खालील दोन गोष्टींचे समाधान करू द्या अटी एक जर e c च्या मालकीचे असेल तर e complement c च्या मालकीचे आहे याचा अर्थ असा होतो की याचा अर्थ असा होतो की मी हे नोटेशन वापरू शकतो मी हे नोटेशन वापरू शकतो मी हे नोटेशन वापरू शकतो म्हणून हे सर्व समान आहेत म्हणजे वर्ग संच आहेत

त्यामुळे हे लिहिण्याचे विविध मार्ग आहेत याचा अर्थ असा की जर e ही घटना विचारात घ्यायची असेल तर त्याची पूरकता देखील एक वैध घटना आहे दुसरे म्हणजे जर मी e1 e2 म्हणण्याचा विचार करत आहे आणि या सर्व वैध घटना आहेत तर याचा अर्थ असा होतो की ei ची युनियन ही देखील एक वैध घटना आहे आता तुम्हाला आश्चर्य वाटेल की मी असा विचार का करत आहे याचे कारण हे आहे की मी आधी चर्चा केली होती जेव्हा मी सेट इव्हेंट्स सेट बद्दल बोलतो तेव्हा मला त्यांच्या युनियन इंटरसेक्शन कॉम्प्लिमेंटेशन फरकांबद्दल बोलता आले पाहिजे कारण ते आहेत सर्व विविध प्रकारच्या घटना दर्शवितात म्हणून मग जेव्हा मी संभाव्यतेची रचना परिभाषित करत आहे तेव्हा या सर्व वैध असाव्यात म्हणून मी नमूद केल्याप्रमाणे ही व्याख्या संभाव्यतेच्या सिद्धांताला औपचारिक करण्यासाठी आहे म्हणून ती अशा संचाचा वर्ग मानली जाते जसे की जेव्हा एखादी घटना घडते. विचार केला तर अशा सर्व गोष्टी सम असायला हव्यात म्हणजे युनियन इंटरसेक्शन्स कॉम्प्लिमेंटेशन्स फरक जे इव्हेंट असतील

त्यामुळे ही रचना खरं तर गणितात हे समाधानकारक आहे. याला सिग्मा फील्ड म्हणतात पण तुमच्या स्तरावर मला सिग्मा फील्डच्या त्या औपचारिक व्याख्येबद्दल बोलण्याची गरज नाही परंतु या मूलभूत अटी आहेत ज्या येथे पूर्ण केल्या आहेत म्हणून आता आपण विचार करूया s एक नमुना जागा आहे आणि नंतर एक वर्ग आहे याच्या उपसंचांची नंतर संभाव्यता ही फंक्शन म्हणून परिभाषित केली जाते म्हणून आपण त्याला नोटेशन म्हणतो नेहमी नकारात्मक नसलेला असतो दुसरा म्हणजे पूर्ण नमुना जागेची संभाव्यता एक बरोबर असते आणि तिसरा स्वयंसिद्ध असा आहे की ई एक ई दोन आणि असेच जोडीने वियोग होऊ द्या, मी तुम्हाला आधी परिभाषित केले आहे की जोडीनुसार विघटनचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ जर मी त्यापैकी कोणतेही दोन घेतले तर ते विघटन झाले तर युनियनची संभाव्यता ei i ची संभाव्यता एक ते अनंताच्या बरोबरीची आहे जी ei च्या सिग्मा संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे याचा अर्थ जर घटना विघटित असतील तर त्यांच्यापैकी किमान एक होण्याची संभाव्यता नाही हिंग पण संभाव्यतेची बेरीज ही नोटेशन्स तुम्हाला फारशी परिचित नसतील तर मला ते असे लिहू द्या प्रत्यक्षात याचा अर्थ असा असेल की समजा मी दोन विचार करत आहे तर एक युनियन b ची संभाव्यता b च्या अधिक संभाव्यतेची संभाव्यता होईल. जर मी युनियन b युनियन c च्या संभाव्यतेचा विचार करत असेल तर ती b च्या अधिक संभाव्यतेची शक्यता c च्या b अधिक संभाव्यतेची होईल म्हणून येथे abc इत्यादी ते disjoint disjoint घटना आहेत ठीक आहे आता तुम्हाला वाटेल की ही व्याख्या का दिली गेली म्हणून पहिली गोष्ट म्हणजे ते नॉन -नगेटिव्ह आहे सेकंद म्हणजे पूर्ण जागेची संभाव्यता एक असेल याचा अर्थ जेव्हा तुम्ही एखाद्या घटनेची संभाव्यता मोजत असाल तेव्हा ते शून्य आणि एक मधील प्रमाण असेल आणि तिसरे म्हणजे संभाव्यता हे एक ॲडिटीव्ह फंक्शन आहे म्हणजे जर मी मी विचार करत आहे काही घटना नंतर दुसरी घटना नंतर दुसरी घटना जर मला वैयक्तिक संभाव्यता माहित असेल आणि मला माहित असेल की ते विभक्त आहेत तर युनियनची संभाव्यता काही संभाव्यता असेल ow इथून तर याला प्रत्यक्षात संभाव्यतेची स्वयंसिद्ध व्याख्या म्हणतात, या कालमोगोरोव्ह गोष्टीला संभाव्यतेची एक्सोमॅटिक व्याख्या म्हणतात आता याच्या आधारे संभाव्यतेचे इतर अनेक नियम सहजपणे स्थापित केले जाऊ शकतात म्हणून उदाहरणार्थ आपण स्वयंसिद्ध परिणाम स्थापित करू शकतो. अशक्यप्राय घटनेची व्याख्या संभाव्यता नेहमी शून्य असते

त्यामुळे स्वयंसिद्ध तीन मध्ये ही एक सिद्ध करणे खूप सोपे आहे, चला घटना e एक s आणि e 2 e 3 असे मानू या आणि असेच phi च्या बरोबरीचे आहे तर मला येथे विधान काय आहे? ei च्या या युनियनमध्ये डाव्या हाताची बाजू ei चा युनियन आहे पहिला संच s आहे आणि इतर संच phi आहेत नंतर युनियन s स्वतःच होईल उजवी बाजू e ची संभाव्यता आहे जी s अधिक संभाव्यता आहे e दोनची संभाव्यता phi ची संभाव्यता अधिक e 3 ची संभाव्यता म्हणजे phi ची संभाव्यता आहे आणि असेच पुढे तुम्ही हे विधान काळजीपूर्वक पहा जे मी लिहिले आहे ते ps एक आहे म्हणून मी लिहित आहे एक म्हणजे एक अधिक p phi अधिक p phi आणि असेच आता कधी हे दोन्ही बाजूंनी रद्द होणे शक्य आहे का, तर तुम्ही काय म्हणत आहात जर मी p पाच p पाच p पाच चा बेरीज करत आहे आणि असे शून्य आहे म्हणजे p पाच शून्य असणे आवश्यक आहे तर दुसरा परिणाम असा आहे की मी विचार करत असल्यास e हा f चा उपसंच आहे असे म्हणा मग ते कसे समजा मी शिरा आकृती वापरतो तर हा माझा संच e आहे आणि ही एक घटना f आहे मग हा भाग काय आहे हा भाग e उणे f होतो माफ करा मी चुकीचे लिहिले आहे हे ah आहे म्हणून येथे आहे प्रत्यक्षात तो f आहे e चा उपसंच आहे
त्यामुळे हा e आहे तो बाह्य संच आहे आणि हा आत f आहे
त्यामुळे मी येथे हा संच e f union e उणे f म्हणून लिहू शकतो
त्यामुळे हा e f union e उणे f पूर्ण आहे सेट e हे दोन विघटन संचाचे एकत्रीकरण म्हणून लिहिले आहे
त्यामुळे e ची संभाव्यता f ची संभाव्यता अधिक e उणे f ची संभाव्यता बनेल कारण f आणि e उणे f हे विघटन आहेत
त्यामुळे आता प्रत्येक संचासाठी आम्ही लिहिले आहे की संभाव्यता ही नकारात्मक संभाव्यता नसलेली आहे. e चे शून्यापेक्षा मोठे किंवा समान आहे म्हणून जर आपण हे वापरले तर ही संज्ञा गैर-ऋणात्मक आहे म्हणजे संभाव्यता f चे प्रमाण नेहमी e च्या संभाव्यतेपेक्षा कमी किंवा समान असते म्हणून सर्वप्रथम आपल्याला अनेक विधाने मिळू शकतात येथून आपण e ची संभाव्यता लिहू शकतो f ची संभाव्यता e उणे f च्या संभाव्यतेच्या बरोबरी आहे त्यामुळे हे विधान आपल्याला मिळत आहे की f हा e चा उपसंच असेल तर e वजा f ची संभाव्यता f ची संभाव्यता e वजा संभाव्यता म्हणून लिहिली जाऊ शकते आणि हे शून्यापेक्षा मोठे किंवा समान आहे याचा अर्थ e ची संभाव्यता नेहमी f च्या संभाव्यतेपेक्षा मोठी किंवा समान असते. हे एक महत्त्वाचे विधान आहे जे आपण केले आहे जर f हा e चा उपसंच असेल तर त्याचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ इव्हेंट f पेक्षा घटना घडण्याची अधिक शक्यता आहे आणि नंतर e ची संभाव्यता f च्या संभाव्यतेपेक्षा मोठी किंवा समान असेल
त्यामुळे हे मुलभूत समाधानकारक आहे तुम्ही म्हणू शकता की संभाव्यतेची मोनोटोनिसिटी गुणधर्म म्हणजे जर एखाद्या घटनेची अधिक शक्यता असेल तर त्याचे अधिक अनुकूल परिणाम असतील तर त्यामध्ये घडण्याची उच्च संभाव्यता असली पाहिजे जी संभाव्यता एक मोनोटोन फंक्शन संभाव्यता आहे एक मोनोटोन फंक्शन आहे आम्ही आणखी एक उपयुक्त गुणधर्म देखील सिद्ध करू शकतो जर मी ई युनियन ई कॉम्प्लिमेंट म्हणण्याचा विचार केला तर ते पूर्ण जागेच्या बरोबरीचे आहे म्हणून जर मी अर्ज केला तर ते ps च्या बरोबरीचे आहे म्हणजे e compliment ची संभाव्यता आहे e ची नेहमी एक वजा संभाव्यता म्हणजे पूरक घटनेची संभाव्यता ही मूळ घटनेच्या संभाव्यतेपेक्षा एक वजा आहे जी येथे आपण हे आता वापरून सिद्ध करण्यास सक्षम आहोत अहो हे काही प्राथमिक नियम आहेत जे लगेच पाळतात
त्यामुळे आपण काय करू शकतो संभाव्यता सिद्ध करणे हे एक सेट फंक्शन आहे ज्याचा अर्थ ते परिभाषित करत असलेल्या प्रत्येक इव्हेंटसाठी शून्य आणि एक दरम्यान संख्या वाटप करत आहे हे मोनोटोनिक फंक्शन आहे पूर्ण सॅम्पल स्पेसची संभाव्यता ही खात्री आहे की घटना म्हणजे अशक्य घटनेची संभाव्यता जी phi आहे शून्य आहे
त्यामुळे इतर सर्व संभाव्यता या दोन टोकांच्या दरम्यान आहेत संभाव्यता ही जोड आहे याचा अर्थ जर माझ्याकडे विसंगत घटना असतील आणि युनियनची संभाव्यता काही संभाव्य संभाव्यतेच्या बरोबरीची असेल तर मोनोटोन म्हणजे जर एखादी घटना घडण्याची शक्यता जास्त असेल तर त्याची संभाव्यता जास्त असेल हे असे काही आहेत जे तुम्ही मूलभूत फ्रेमवर्क म्हणू शकता ज्या अंतर्गत ही एक्सोमॅटिक व्याख्या दिली गेली होती आणि त्यावर आधारित काही इतर नियम असतील जे व्युत्पन्न केले जाऊ शकतात
त्यामुळे पुढील व्याख्यान मी हे सर्व नियम देईन आणि नंतर आपण हे विविध व्यावहारिक समस्या सोडवण्यासाठी कसे लागू करू शकतो ते पाहू . धन्यवाद