اس لیے میں نے اپنے آخری لیکچر میں مشروط امکان پر بحث شروع کر دی تھی، آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر میں فیئر ڈائی کو ٹاس کرنے پر غور
کر رہا ہوں اور میں واقعہ کو 1 کے طور پر سمجھتا ہوں تو اس کا کیا امکان ہے؟ 1 سے 6 ہے اب میں اپنے بیان میں ترمیم کرتا ہوں کہ ایک ہونے
اب ہوا ہے فیئر ڈائی میں ان چھ ممکنہ نتائج b کا امکان کیا ہے کہ ایک طاق عدد واقع ہوتا ہے اور میں اسے ایک دیے جانے کا امکان کہتا ہوں کہ
میں سے تین نتائج ہیں جو طاق نمبر ایک تین اور پانچ ہیں تو اب اس میں سے اگر میں کہوں کہ کیا امکان ہے کہ ایک واقع ہوا ہے تو یہ تین سے ایک
ہو جائے گا تو یہ حقیقت میں مشروط امکان کے تصور کی طرف لے جا رہا ہے جس کا مطلب ہے کہ اگر مجھے کچھ چیزوں کا اضافی علم ہے ایک
کوئی بھی دو واقعات ہیں b اور let a تجربے میں واقعہ پھر میرے اصل امکان میں ترمیم ہو سکتی ہے تو آئیے اس کی وضاحت کرتے ہیں
اس کی وضاحت مندرجہ ذیل انداز میں کی گئی ہے t کا مشروط امکان واقع ہوا ہے لہذا b کا امکان مثبت ہے ٹھیک ہے پھر اس واقعہ b جہاں
کے امکان کے طور پر پڑھا جاتا ہے ٹھیک ہے اس کی تعریف b پر کنڈیشنڈ کے اس اشارے کے امکان کو لکھتے ہیں لہذا اسے دیئے گئے b ہم
کے امکان سے تقسیم ہونے سے کیا جاتا ہے اگر میں اس فارمولے کو اس پر لاگو کرتا ہوں خاص صورت b

ایک ہوتا ہے تو یہ چھ b ایک تین پانچ ہوتا ہے تو ایک تقطیع b ایک واقع ہوتا ہے اور a کا امکان دیکھ سکتے ہیں تو b اس لیے آپ ایک انقطاع
کا امکان نصف ہوتا ہے لہذا ایک سے چھ کو ایک سے دو سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے مجھے ایک ایک کرکے تین b سے ایک ہو جاتا ہے اور
ملے گا لہذا یہ تعریف اس اصل سمجھ کے مطابق ہے کہ مشروط امکان کیا ہے ah

برابر لکھ سکتے b اس لیے میں اس دلیل کو تھوڑا سا بڑھاتا ہوں کہ میں اس تعلق کو نمبر ایک سے رشتہ نمبر ون کہوں گا ہم ایک تقطیع کا احتمال
بھی دے سکتے ہیں اس طرح a کے امکان کو b کا امکان مثبت ہے تو ہم a کے امکان میں اسی طرح اگر b کے امکان کو دیے ہوئے b ہیں
b کے احتمال سے تو یہ ایک انقطاع کے بیان کی طرف لے جائے گا a کے برابر ہے۔ b کا امکان بن جائے گا جو ایک تقطیع a انقطاع b یہ
کے امکان کے ساتھ، آئیے ہم ان بیانات دو اور بیانات تین کو دیکھیں اور آئیے احتمالی تشریح کے بیان نمبر b کا امکان ایک کے امکان کے برابر ہے
کے بیک وقت رونما ہونے کا امکان ہے لہذا میں کہہ رہا ہوں کہ یہ ایک b اور a دو کے لحاظ سے بات کریں بائیں طرف میرے پاس دو واقعات
واقعہ کے امکان کے برابر ہے جو پہلے واقعہ کو دیکھتے ہوئے دوسرے واقعہ کے امکان سے ضرب کیا جاتا ہے لہذا بیک وقت وقوع پذیر ہونے
کے امکان کو شمار کیا جا سکتا ہے۔ دو احتمالات کی مصنوع ایک مشروط ہے اور دوسری صورت حال میں سے ایک کا احتمال ہے جسے حاشیہ
اور یہ دو اور تین ان کو ضرب کے ah one کے کرداروں کو تبدیل کیا گیا ہے اس قاعدہ کو b اور a امکان بھی کہا جاتا ہے اور اس بیان میں
اصول کہتے ہیں۔ لہذا ضرب کے اصول کا بنیادی تصور یہ ہے کہ دو واقعات کے بیک وقت رونما ہونے کے امکان کو دو احتمالات کی پیداوار کے
تو ضرب ہوتی ہے ies طور پر شمار کیا جا سکتا ہے۔

اس لیے اسے ضرب کا قاعدہ کہا جاتا ہے اب فوراً خیال آتا ہے کہ کیا میں اسے تین واقعات تک بڑھا سکتا ہوں جواب ہے ہاں درحقیقت میں یہ ضرب
کا قاعدہ واقعات کی تعداد کے لیے لکھ سکتا ہوں اور ثبوت دوبارہ ہے۔ انڈکشن کے ذریعے جیسا کہ آپ نے ضابطے کے قاعدے کے معاملے میں
دیکھا ہے لہذا اب میں اسے عام ضرب کا قاعدہ دیتا ہوں تو آئیے ایک ایک دو انب واقعات پر غور کریں اور مشروط امکان کی وضاحت کرنے کے لیے
کا b کا احتمال رکھتا ہوں یا a اس واقعہ کی وضاحت کرنے کے لیے جو ڈینومینیٹر میں واقع ہو رہا ہے۔ جو کہ ڈینومینیٹر میں ہے جیسے میں
احتمال رکھتا ہوں تو ان کے امکانات مثبت ہونے چاہئیں ورنہ تناسب کی وضاحت نہیں کی جائے گی

ہے۔ اب یہ اصل شرط یہ کہنے کے ah کے برابر ہے مثبت n کا تقطیع ایک سے ai i اس لیے میں یہ کہنے کی شرط رکھ سکتا ہوں کہ
لیے کافی ہے کہ ایک کا امکان دو کا امکان مثبت ہوگا یا ایک کا امکان مثبت ہوگا کیونکہ یہ مجموعہ دراصل سب سے چھوٹا مجموعہ ہے جب میں
متعدد واقعات پر غور کرتا ہوں اور میں ان سب کا انقطاع لیتا ہوں تو وہ سب سے چھوٹا مجموعہ ہے لہذا اگر میں سب سے چھوٹے مجموعے کے
انقطاع کو مثبت امکان کے طور پر رکھوں تو تمام متعلقہ واقعات جس کا مطلب ہے کہ جو انفرادی طور پر رونما ہوں گے یا اگر وہ ایک وقت میں دو
کو ایک دوسرے کو کاٹتے ہوئے لے رہے ہیں جیسے ایک چوراہا ایک دو تین تقاطع ایک چار وغیرہ یا ایک وقت میں تین تقاطع لے رہے ہیں ان سب کے
مثبت امکانات ہوں گے تو مجھے یہاں صرف تبصرہ لکھنے دیں اس سے یہ یقینی ہو جائے گا کہ تمام مشروط امکانات کو اچھی طرح سے بیان کیا
کے برابر ہے جو کہ ایک 1 کے امکان کے برابر ہے 2 کے n کا امکان 1 سے ai i i گیا ہے لہذا عام اضافے کا اصول ضرب کا اصول ہے
n کا امکان ایک سے aii دو اور اسی طرح دیئے گئے a امکان کے ساتھ 1 کے ساتھ تین کے امکان کے ساتھ ایک کو ایک تقطیع دیا گیا ہے
ثبوت دوبارہ ریاضی کے اصول کو استعمال کر رہا ہے انڈکشن فرض کریں کہ ah ضرب کا اصول ہے ah مائنس ایک کے برابر ہے لہذا یہ عام
میں اس مساوات کو نمبر چار کہوں تو ریاضیاتی انڈکشن کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے رشتہ چار کو ثابت کیا جا سکتا ہے تو مثال کے طور پر
برابر کے لیے بائیں ہاتھ کی طرف گھٹتا ہے۔ ایک کو یہ n ایک کے برابر ہے بیان ہمیشہ درست ہوتا ہے کیونکہ یہ n میں کہہ سکتا ہوں کہ
کے برابر ہے صرف ایک اصطلاح ہوگی لہذا یہ n مجھے صرف ایک اصطلاح دے گا جو ایک کا امکان ہے اسی طرح دائیں ہاتھ کی طرف بھی جب
کے جمع ایک k کے لیے n کے برابر ہے پھر k کے لیے درست ہونا n بیان ایک کا امکان ایک کے امکان کے برابر ہے اب اسے فرض کریں
جمع ایک کے برابر ہے تو سب سے پہلے میں اسے دو حصوں میں تقسیم k ایک سے aii کے برابر ہے بیان اس طرح ہے کہ تقطیع کا امکان
جمع ایک کے k برابر ہے تین سے ajj کرنے پر غور کرتا ہوں ایک چوراہے اور دو چوراہا

جمع ایک کو دیا گیا k برابر ہے تین دو aj j کا امکان ہے معاف کیجیے j اس لیے یہ ایک چوراہے کا امکان بنتا جا رہا ہے ایک دو کا امکان ایک
کے برابر ہے۔ اس کو مزید وسعت دی جا سکتی ہے اور اسے k کے لیے n ایک چوراہے ایک دو اب یہاں میں دوبارہ درخواست دے سکتا ہوں
میں ایک کے امکان کے طور پر لکھ سکتا ہوں دو کے احتمال میں ایک دیا اور اسی طرح میں یہاں ایک مثال پر غور کرتا ہوں کہ ایک واقعہ یہ ہے کہ
ایک شخص کسی بیماری سے ٹھیک ہو جاتا ہے اور ب واقعہ ہے۔ وہ شخص کچھ علاج کرواتا ہے کچھ طبی علاج فرض کریں میں فرض کر رہا ہوں
کہ بی کا امکان 0.9 ہے یعنی 90 فیصد لوگوں کو علاج تک رسائی حاصل ہے جو اس بیماری میں مبتلا ہیں اور 80 فیصد لوگ جو حقیقت میں علاج
کے امکان کے برابر ہے جو پوائنٹ b کے امکان کے برابر ہے ایک دیے ہوئے b کا امکان کیا ہے تو یہ b کرواتے ہیں ٹھیک ہو گیا تو ایک تقطیع
نو میں پوائنٹ آٹھ ہے یعنی پوائنٹ سات دو تو آپ یہ بیان دے سکتے ہیں کہ 72 فیصد لوگ جو حاصل کرتے ہیں یہ بیماری درحقیقت ٹھیک ہو جاتی
ہے کیونکہ 90 فیصد لوگوں کو علاج کی سہولت میسر ہے اور جو لوگ اصل میں علاج کرواتے ہیں ان میں سے 80 فیصد ٹھیک ہو جاتے ہیں تو
مجموعی طور پر 72 فیصد لوگ صحت یاب ہو جاتے ہیں۔ یہاں ضرب کے اصول کا براہ راست اطلاق ہے اب یہ ضرب اصول اور مشروط امکانی
تصور احتمالات کے حساب پر غور کرنے کے لئے مفید ہے جہاں ایک خاص واقعہ متعدد چیزوں سے پیدا ہوسکتا ہے لہذا اسے ایک وجہ اثر رشتہ
کہا جاتا ہے لہذا کسی خاص کے لئے اثر کی کئی وجوہات ہو سکتی ہیں مثال کے طور پر ایک شخص کی موت

اس لیے موت کی وجہ موت کی وجہ حادثے کی وجہ سے بیماری یا قدرتی وجوہات وغیرہ کی وجہ سے ہو سکتی ہے

اس لیے جب ہم حتمی اثر کے امکان کا حساب لگا رہے ہیں تو ہمیں یہ کرنا پڑ سکتا ہے۔ مختلف وجوہات کو مدنظر رکھیں لہذا اب احتمال میں ہر ایک
دو مجھے واقعات کی b ایک v اسباب کو کل امکان کے تصور سے رسمی شکل دی گئی ہے لہذا میں یہاں کل امکان کا یہ تھیوریم پیش کرتا ہوں
کا مثبت itive probability bn کا b 2 کا امکان سب کے لیے مثبت ہے bi ایک محدود تعداد لکھنے دیں اور مکمل واقعات جیسے کہ
دو کے امکان کو b ایک کے امکان میں جمع b کے احتمال میں b 1 کے امکان کو ایک دیے ہوئے a امکان ہے پھر کسی بھی واقعہ کے لیے
b آئیے اس کے ثبوت کو دیکھیں تو آہ ہمارے یہاں مکمل واقعات ہیں یعنی bn کے احتمال میں دی گئی bn دو کے امکان میں لکھا جا سکتا ہے۔ s
نمونہ کی جگہ ہے لہذا ہم لکھ سکتے ہیں ایک چوراہا کیوں ہے کیونکہ کوئی بھی s جہاں n کے اتحاد کے برابر ہے ایک سے bii برابر ہے
لکھ سکتا s کو صرف ایک اب ملے گا اس کا فائدہ یہ ہے کہ میں si واقعہ نمونے کی جگہ کا ذیلی سیٹ ہوگا لہذا اگر میں ایک چوراہا لوں گا تو

کے برابر ہے اب یہ چوراہا ہے۔ یونین تاکہ میں تقسیمی قانون کو لاگو کر سکوں تو تقسیمی قانون مجھے n کا اتحاد 1 سے bii ہوں کیونکہ
اب آپ دیکھیں کہ میں نے کیا کیا ہے ایک واقعہ ہے جس کا اظہار i is equal to one to na intersection bi اتحاد دے گا
b میں نے مخصوص سیٹوں کے اتحاد کے طور پر کیا ہے اور کس قسم کا سیٹوں کا تو آئیے اس پر بھی نظر ڈالیں میں نے یہاں فرض کیا ہے کہ
وغیرہ وہ منقطع سیٹ ہیں تو آئیے یہاں ایک کھردرے خاکہ پر غور کریں فرض کریں کہ یہ میری نمونہ کی جگہ ہے ٹھیک ہے اور one b tw o
میرے پاس واقعہ ہے کہتا ہے کہ یہ میرا واقعہ بی ایک ہے یہ واقعہ بی ٹو ہے یہ واقعہ بی تھری ہے اور اسی طرح کہتے ہیں فرض کریں کہ یہ
a کے برابر ہے اب s ہے تو میں نے جان بوجھ کر اس طرح ڈیزائن کیا تھا کہ یہ منقطع ہیں اور ساتھ ہی ان سب کا ملاپ دراصل bn واقعہ
کیا یہ نقطے والا 2 b یہ ایک چوراہا ہے 1 b ایک چوراہا 1 b کوئی واقعہ ہے تو ایک کا کیا ہوگا؟ چوراہا a یہاں کوئی واقعہ ٹھیک ہے تو
کہتا ہوں فرض کریں کہ میں یہاں آہ گول bn تین ہے کہو آہ مجھے یہ گھوبگھرالی لکیریں یہاں کھینچنے دو ایک چوراہا b حصہ ایک چوراہا
b 1 b 2 b 3 یہ نہیں اب آپ دیکھیں گے کہ اگر bn اعداد یہاں رکھتا ہوں ٹھیک ہے تو یہ ایک چوراہا ہے آہ معذرت یہ حصہ ایک مقطع ہوگا
bn وغیرہ الگ الگ ہیں تو ایک intersection b 1 a intersection b 2 a intersection b 3 a intersection
b چوراہا b 1 a in وہ جوڑے کے لحاظ سے منقطع ہیں سیٹ واقعات ہیں ایک چوراہا bn دو b ایک b ہیں کیونکہ disjoint بھی bn
درحقیقت دیکھیں کا 1 b بھی جوڑے کے لحاظ سے منقطع ہو جائے گا کیونکہ وہ درحقیقت ایک چوراہا ہے bn اور اسی طرح ایک چوراہے پر 2
کا سب سیٹ ہے لہذا bn bn کا سب سیٹ ہے اور اسی طرح ایک چوراہے پر 2 b 2 b کا سب سیٹ ہے ایک چوراہا 1 b سب سیٹ ہے یہ
بھی intersection bn وغیرہ متضاد ہیں تو ایک intersection b 1 a intersection b 2 a bn b 1 b 2 bn اگر یہ
واقعات کے اتحاد کے طور پر لکھا گیا ہے اگر یہ ہیں منقطع ہیں تو پہلی ھ تک میں نے disjoint اسے a ہوگا اب ہم نے جو کیا disjoint
آپ کو اضافیت کا محور دیا ہے جو کہ کلموگوروف کا محور ہے وہاں تیسرا محور یہ تھا کہ اگر آپ کے جوڑے کے ساتھ غیر منقطع واقعات ہیں تو
کا امکان اتحاد کے a اتحاد کا امکان کچھ احتمالات کے برابر ہے لہذا اگر میں اس کا اطلاق کروں اضافیت کے محور سے ہم حاصل کرتے ہیں
bi کا امکان ایک تقطیع n برابر ہے ایک سے i کے برابر ہے جو کہ خلاصہ کے برابر ہے n ایک سے bii امکان کے برابر ہے ایک چوراہا
i اس پر تو میں اسے خلاصہ کے طور پر حاصل کروں گا ule کا اطلاق کریں۔ r دوبارہ میں کر سکتا ہوں ضرب bi کا اب یہ ایک چوراہا
کا امکان ہے a کے امکان میں جو کہ اصل میں کل امکان کے تھیوریم کا اصل بیان تھا جو کہ bi امکان کے برابر ہے n کے bi دیئے گئے
دو کے امکان میں اور اسی طرح دیئے گئے b دو کے امکان میں b ایک جمع ایک دیے ہوئے b کا امکان 1 کے احتمال میں b ایک دیئے گئے
کے احتمال میں اس بیان کو ہم نے یہاں ثابت کیا ہے کہ اسے سیاق و سباق میں دیکھنے کے لیے درحقیقت اس کا مطلب bn کے احتمال میں bn
باہمی خصوصی واقعات کے اتحاد کے طور پر تحلیل کیا جاسکتا ہے پھر حتمی واقعہ کا امکان ان میں سے ہر ایک n یہ ہے کہ اگر ایک واقعہ کو
کے دیے گئے مشروط احتمالات اور ان واقعات میں سے ہر ایک کے معمولی امکان کے لحاظ سے ہے لہذا میں یہاں ایک مثال دیتا ہوں ایک منصفانہ
سکے ایک بار پھینکا جاتا ہے اگر کوئی سر اوپر آتا ہے تو فیئر ڈائی ایک بار پھینکا جاتا ہے اور اگر دم اوپر آتا ہے تو فیئر ڈائی کو دو بار پھینکا جاتا
ہے ہم اس امکان کو تلاش کرنا چاہتے ہیں کہ کم از کم ایک چھ کا مشاہدہ ٹھیک ہے تو آئیے یہاں کل امکان کے تھیوریم کو لاگو کرتے ہیں۔ کیونکہ دو
اس واقعہ کی نشاندہی کرتا ہے h امکانات ہیں کہ آپ کے پاس سر ہو سکتا ہے یا آپ کی دم ہو سکتی ہے لہذا اگر میں واقعہ پر غور کرتا ہوں تو
اس واقعہ کی نشاندہی کرتا ہے کہ دم اوپر آتا ہے یعنی جب کوئی سکہ اچھالا جاتا ہے تو آپ کو مل سکتا t جو سر اوپر آتا ہے اور کہتے ہیں کہ
وہ واقعہ ہے جس میں ایک چھ کا a کو اس کی نشاندہی کرنے کے لیے استعمال کرتا ہوں اور t اور h ہے۔ ایک سر یا دم اور میں اس اشارے
کے امکان کے طور پر لکھا جا سکتا t کے علاوہ کسی دیئے گئے h کے امکان میں h کے امکان کو دیئے گئے a مشاہدہ کیا جاتا ہے تو پھر
اور h یہاں مکمل نمونہ کی جگہ ہے لہذا آپ حاصل کر سکتے ہیں کہ آپ کل امکان کا تھیوریم یہاں t یونین h کے امکان میں کیونکہ t ہے۔
میں تقسیم ہو کر کہہ سکتے ہیں اب آئیے یہاں امکان کو دیکھیں اگر کسی سر کا مشاہدہ کیا جاتا ہے۔ پھر اس کے نتائج یہ ہوں گے کہ ڈائی ایک t
بار پھینکی جائے تو ڈائی ایک بار پھینک دی جائے یہاں ہیڈ کا امکان کیا ہے یہاں چھکے کا امکان کیا ہے جو ایک چھ سے ہو جائے گا اور یہاں سر کا
فیئر ڈائی کو دو بار ٹاس کیا جاتا ہے کم از کم a کیا امکان ہے جو یہاں آدھا ہے کیونکہ یہ ہے ایک فیئر سکہ دوسرے حصے میں ایک دم آتا ہے پھر
ایک چھکا ہونے کا کیا امکان ہے
اس لیے میں اس کا حساب لگا سکتا ہوں کہ کوئی چھ نہیں ہے
اس لیے ایک ٹاس میں کوئی چھکا نہیں بنتا ہے کہ ہمیں چھکا نہیں ملے گا اس کا امکان پانچ سے چھ ہو جائے گا اب دو بار یہ ہو گیا ہے اور دونوں
بار جب مجھے چھکا نہیں ملتا ہے تو امکان پانچ ضرب چھ مربع ہوگا لہذا اگر میں ایک مائنس لیتا ہوں تو اس کا مطلب ہے کہ ہمیں کم از کم ایک چھکا
ملتا ہے اور دم کا امکان نصف ہے اب یہ ہم آسانی سے آسان کر سکتے ہیں اور ہمیں سترہ ضرب پچھتر ملتے ہیں تو آپ حاصل کر رہے ہیں اور
آئیے ہم بھی اس کی عددی تشریح کرنے کی کوشش کریں سترہ ضرب پچھتر ہے آہ آپ پوائنٹ پانچ سے تھوڑا سا اونچا کہہ سکتے ہیں افسوس آہ یہ
چودہ بائی سے تھوڑا زیادہ ہے ستر یعنی پوائنٹ ٹو ہے جب آپ کے پاس ڈائی کا ٹاس ہوتا ہے تو آپ کے پاس چھ کا امکان ہوتا ہے ون بائی سکس
اوکے آہ تو یہ یہاں تقریباً 16 فیصد ہے لیکن یہاں آپ سترہ باہتر سے بہت زیادہ ہو رہے ہیں تو وجہ یہ ہے کہ ہم منصفانہ مرنے کے امکان کو بھی
اجازت دے رہے ہیں۔ دو بار پھینکنا ہے
اس لیے چھکا لگنے کا امکان ایک سے چھ سے سترہ بہہتر ہو گیا ہے درحقیقت ایک بائے چھ کا بارہ ضرب اکہتر ہو گیا ہے اور یہاں آپ کو سترہ
ضرب پچھتر مل رہے ہیں تو عددی طور پر آپ صرف اضافی ڈائی کا اضافہ کر کے دیکھ سکتے ہیں۔ جزوی طور پر ہم نے یہاں امکان کو شامل کیا
ہے یہ کل امکان کے تھیوریم کا اطلاق ہے اب کل امکان کے نظریہ میں ہم کیا کر رہے ہیں کہ جب کوئی واقعہ ہوتا ہے تو اس واقعہ کے امکان کو
شمار کرنے کے لیے ہم کنڈیشنگ کر رہے ہوتے ہیں۔ کئی اسباب ہیں تو جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا کہ وجہ اثر رشتہ ہے اب ہم اس خیال کو مزید
بڑھا سکتے ہیں فرض کریں کہ اثر آپ کے لیے دستیاب ہے اس کا مطلب ہے کہ آپ پہلے ہی کسی چیز کا مشاہدہ کر رہے ہیں لیکن ہم نے یہ نہیں
دیکھا کہ وجہ کیا تھی اور پھر ہم واپس چلے جاتے ہیں۔ اور دیکھیں کہ کیا ہم اصل وجہ کے احتمال کا حساب لگا سکتے ہیں کہ اس کی وجہ کیا ہو
سکتی تھی تو اگر ہم ایسا کرتے ہیں تو ہم امکان کو الٹے انداز میں دیکھ رہے ہیں یا آپ کہہ سکتے ہیں مشروط امکان معکوس کنڈیشنگ کے ساتھ یہاں
کا b one کیا ہے تو a دو وغیرہ کا امکان ہے لیکن اگر میں جانتا ہوں کہ b کا امکان ایک دیا ہوا b ہم نے یہ تصور دیا ہے کہ دیے ہوئے
دو کا احتمال دیا گیا ایک وغیرہ b کے احتمال کا حساب لگا رہا ہوں۔ b one امکان کیا ہے تو اس کا مطلب ہے کہ میں
اس کا نام تھامس بیس کے نام پر رکھا گیا ہے اور یہ کتاب ان ah اس لیے اس تصور کو بائس تھیوریم کے مشہور بیان میں باضابطہ بنایا گیا ہے
کی موت کے بعد 1763 میں شائع ہوئی تھی لیکن بیان جاری ہے اور یہ بایشین نظریہ بہت مشہور ہوا ہے۔ اب فیصلے کے نظریہ کے تناظر میں
تخمینہ کے مختلف اصولوں میں بنیادی تخمینہ لگانے والے استعمال کیے جاتے ہیں بایسیئن ٹیسٹ استعمال کیے جاتے ہیں
کوئی بھی واقعہ ہو تو b 1 b 2 bn اس لیے بایشین فیصلے کے اصول عملی طور پر استعمال کیے جاتے ہیں تو میں یہاں بیان دیتا ہوں تاکہ
پھر ہم ہیں متضاد واقعات کو لینا جو مکمل ہیں اور ان میں سے ہر ایک کا امکان مثبت ہے کسی بھی واقعہ کو مثبت کے امکان کے ساتھ ہونے دیں پھر
کا bi کا امکان دیا گیا bi سے تقسیم کیا گیا sigma کو br کے امکان میں br کہنے کا امکان ایک دیا گیا ہے جو دیئے گئے کا امکان ہے
کے برابر ہے یہ بیان آہ ہے بائیز تھیوریم کا مشہور بیان آہ آئیے ثبوت کو دیکھیں اور جیسا کہ آپ دوبارہ دیکھ سکتے ہیں کیونکہ n امکان ایک سے
ہمارے پاس ہے اصل میں ہماری توجہ سیٹ تھیوریٹک اشارے تک محدود کر دی اور ثبوت بہت آسان ہیں
یعنی کسی بھی واقعہ کے لیے میں اس کا حساب لگا سکتا n کے برابر ہے 1 2 اور r یہ بیان درست ہے a کا احتمال دیا جاتا ہے b اس لیے

کے امکان سے تقسیم ہو جاتا ہے اور اس پر a کا امکان b r intersection a ہوں۔ ہم مشروط امکان کی تعریف کو لاگو کرتے ہیں تو یہ
کے احتمال کے طور پر a اگر آپ عدد کو دیکھیں تو میں ضرب کے اصول کو الٹے طریقے سے لاگو کر سکتا ہوں جس کا مطلب ہے کہ میں اسے
کا یہ امکان صرف کل امکان ai کے احتمال میں دیا جائے تو یہ ضرب کا اصول استعمال کر رہا ہے اور اعضاء میں br کو br لکھ سکتا ہوں۔
پھر ڈیزائن کیے گئے اور exhaustive اور oint ہیں۔ disj کے تھیوریم کو لاگو کرتا ہے کیونکہ میرے پاس وہی حالات ہیں جو واقعات
امکان کے سگما امکان کے برابر ہے bi کے دیے گئے bi کا امکان a مکمل واقعات کے لیے
اس لیے میں یہاں لکھ سکتا ہوں کہ کل امکان کے تھیوریم کا استعمال کرتے ہوئے ڈینومینیٹر میں
اس لیے حقیقت میں یہ بیان صرف دو مراحل میں ثابت ہوا ہے۔ ایک قدم میں نے صرف عدد کے دوسرے مرحلے میں مشروط امکان کی تعریف لکھی
ہے میں نے ضرب کے اصول کو لاگو کیا ہے اور ڈینومینیٹر میں میں نے کل امکان کے تھیوریم کو لاگو کیا ہے
اس لیے یہاں بنیادی تھیوری قائم کیا گیا ہے تو آئیے صرف ایک سادہ اطلاق پر غور کریں۔ یہاں تو ایک کمپیوٹر مینوفیکچرر تین سپلائرز سے چپس
تین تناسب سے کہے دو سے پانچ تین سے دس اور کہے بالترتیب تین سے دس اس طرح کمپیوٹر میں b دو b ایک b خریدتا ہے کہتا ہے کہ
سے تین b سے دو اور b ایک سے تین سے دس b فکسنگ کے لیے چپس کی کل خریداری میں سے وہ خریدتا ہے دو سے پانچ کے تناسب سے
سے چپس کا ایک فیصد ایک عیب دار ہے ب سے پانچ فیصد دو عیب دار ہیں b تجربے سے معلوم ہوا ہے کہ ah سے تین b سے دس کا تناسب
اور ب تین میں سے دس فیصد عیب دار ہیں ٹھیک ہے تو ایک چپ کو تصادفی طور پر مینوفیکچرر کے مجموعہ سے منتخب کیا جاتا ہے یہ خراب
ایک نے فراہم کیا تھا؟ آپ یہاں دیکھتے ہیں کہ یہ کاز ایفیکٹ ریلیشن شپ ہے کیونکہ b پائی جاتی ہے تو اس بات کا کیا امکان ہے کہ اب اسے
کی سپلائی سے کاسٹ کیا جا سکتا ہے اب ہمیں آخر کار اثر معلوم ہو گیا ہے کہ یہ اصل b3 یا b1 b2 حتمی اثر چاہے چپ ناقص ہے یا نہیں
b2 تھا یا b1 میں خراب ہے لہذا ہم دیکھ رہے ہیں کہ اس کی وجہ کیا تھی۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اس کی وجہ کس نے بنائی ہے، یہ ہے کہ یہ
ah تھیوریم کو لاگو کرتے ہیں تو ہمارے پاس Bayes امکانات کیا ہیں تو آئیے ہم اسے یہاں شمار کرتے ہیں لہذا اگر ہم ah یہاں متعلقہ b3 یا
کا امکان کیا ہے تو میں بتاتا ہوں میں یہاں واقعات کی وضاحت کرتا ہوں فرض کریں کہ میں واقعہ کی وضاحت کرتا ہوں کیونکہ ایک چپ خراب ہے
t واقعہ کو ظاہر کرتا ہے bi کے امکان میں ایک دو تین کے برابر ہے جہاں bi i کا bi کے امکان کا امکان کیا ہے ایک دیے گئے a تو
b ایک کا امکان مجھے معلوم ہے کہ b مینوفیکچرر کی طرف سے فراہم کی جاتی ہے تو یہاں میں یہ سب چیزیں جانتا ہوں کیونکہ bi ٹوپی چپ
کا ایک بہ سو امکان ہے دو b ایک کا امکان ہے دیا ہوا b دو کا امکان دو ضرب پانچ ہے بی تین کا تین ضرب دس کا امکان اسی طرح دیئے گئے
تین کا پانچ ضرب سو امکان ہے کیونکہ ہم ہر سپلائر سے خراب چپس کا امکان جانتے ہیں لہذا اگر ہم ان اقدار کو یہاں تبدیل کریں تو b دیے ہوئے
مجھے یہاں 1 ضرب 100 ملے گا ان میں 2 بائی 5 جمع پانچ بذریعہ سو میں تین بائے دس جمع دس بذریعہ سو تین بائے دس اس کے برابر ہے ہم
اس کا حساب آسانی سے کر سکتے ہیں جو پوائنٹ صفر چار نو اے ایچ کے برابر ہے آپ بھی اس نمبر کی تعریف کرنے کی کوشش کر سکتے ہیں
جس کا مطلب ہے بنیادی طور پر ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ تقریباً پانچ فیصد چپس ناقص ہیں جنہیں مینوفیکچرر خریدتا ہے وہ دیکھتا ہے کہ وہ تین سے
اب وہ ان tive خرید رہا ہے ان میں سے ایک میں ایک فیصد خراب ہے دوسرے میں پانچ فیصد خراب ہے اور دوسرے میں دس فیصد ناقص ہے۔
میں سے ہر ایک سے متفرق مقدار میں لے رہا ہے مجموعی طور پر اس کے مجموعے میں تقریباً 0.49 ہوں گے یعنی آپ تقریباً 5 فیصد موثر چپس
b کا احتمال بننا b 1 کہنے کے امکان کا حساب لگانا چاہتا ہوں تو بنیادی تھیوریم کے مطابق یہ ہے دیے ہوئے b 1 کہہ سکتے ہیں اب اگر میں
کے امکان سے تقسیم کرنا تاکہ 1 کے برابر ہو 100 سے 2 سے 5 کو 0.049 سے تقسیم کیا جائے تو آسان بنانے کے بعد a کے امکان کو 1
دو کے امکان کے برابر ہے b جو دیا گیا a دو کا دیا گیا b یہ صرف 4 ضرب انتالیس ہو جاتا ہے اسی طرح میں احتمال کا حساب لگا سکتا ہوں
کے امکان سے تقسیم اس طرح پانچ ضرب سو تین سے دس تقسیم پوائنٹ صفر چار نو جو کہ پندرہ ضرب چالیس کے برابر ہے a دو کا امکان b
نو اور دیا گیا بی تین کا امکان ایک دیے گئے بی تین کے امکان کے برابر ہے بی تین کے امکان سے تقسیم ایک کے امکان سے جو دس کے برابر ہے
ایک کے b سو تین سے دس میں تقسیم پوائنٹ صفر چار نو جو کہ تیس کے برابر ہے چار ن آئیے یہاں نمبروں کا اثر دیکھتے ہیں دیکھتے ہیں کہ
تھری کا احتمال بھی تین ضرب دس تھا لیکن مشروط احتمالات اب بالکل مختلف ہو b دو کا امکان تین ضرب دس تھا اور b امکانات کیا تھے جو کہ
چکے ہیں۔ دو بائی پانچ سے جو کہ تقریباً چالیس فیصد ہے وہ کم ہو کر چار بائی انتالیس پر آ گیا ہے جو کہ دس فیصد سے کم ہے دراصل دس فیصد
سے بھی کم ہو گیا ہے جبکہ یہ تعداد تین بائی دس سے بڑھ کر پندرہ بائی انتالیس ہو گئی ہے اور یہ نمبر تین سے دس سے یہ تیس بائی انتالیس ہو
گیا ہے جو کہ تقریباً ساٹھ فیصد ہے اس کا کیا مطلب ہے کیونکہ ہم نے اصل میں حتمی اثر دیکھا ہے یعنی چپ اصل میں خراب ہے تو کونسی کمپنی
میں زیادہ سے زیادہ تعداد b 3 سے چیزیں خرید رہے ہیں اور b 3 اور b 1 b 2 خراب چپ کی فراہمی کا زیادہ امکان رکھتی ہے کیونکہ ہم
کو بی تھری کے ذریعے فراہم کیا s میں خرابی ہے یعنی 10 فیصد خراب چپس موجود ہیں لہذا اگر چپ خراب ہے تو یہ بہت ممکن ہے کہ یہ ہو
گیا کیونکہ تقریباً ساٹھ فیصد امکان یہ ہے کہ بی تھری سے ناقص چپ فراہم کی گئی تھی اور بی ٹو سے کچھ کم موقع جو کہ پانچ فیصد موثر ہے
اس لیے اب یہاں پانچ فیصد سے زیادہ ہو گیا ہے اور بی ون کا حصہ ہے۔ بہت کم ہو جاتے ہیں حالانکہ ہم بی ون سے چالیس فیصد پروڈکٹ لے
رہے ہیں لیکن چونکہ بی ون سے خرابیوں کی تعداد بہت کم ہے جو کہ صرف ایک فیصد ہے
اس لیے اگر بالآخر چپ خراب ہو تو اس بات کے امکانات کم ہیں کہ اسے بی ون سے فراہم کیا گیا ہو گا۔ لہذا بنیادی طور پر یہ آہ بیس تھیوریم کا اثر
ہے یا آپ کہہ سکتے ہیں کیونکہ ہم نقطہ نظر میں وجہ اثر رشتہ کرنے کے قابل ہیں اس کی وجہ سے کئی شعبوں میں اس کی درخواستیں ہوسکتی
ہیں خاص طور پر جرائم کا پتہ لگانے میں کچھ فرانزک معائنہ وغیرہ کرتے ہوئے یہاں ہم حقیقت میں جانتے ہیں۔ حتمی بات اور پھر ہم اس کی
وجوہات کا پتہ لگانا چاہتے ہیں تو یہ خاص نتیجہ خاص طور پر بہت مشہور ہوا اور اس وقت سائنس اور انجن کے مختلف شعبوں میں اس کا اطلاق
ہو رہا ہے۔ اس کے بعد اب ہم نے کنڈیشنگ کے تصور پر غور کیا ہے جس کا مطلب ہے کہ کنڈیشنگ دراصل کچھ ہونے کے امکان کو متاثر کرتی ہے
یہاں تک کہ اگر یہ متاثر نہیں ہوتا ہے تو ہم اسے خود مختار واقعات کہتے ہیں لہذا اصل میں کنڈیشنگ کی پیروی کرتے ہیں۔ ہم ایک نیا تصور دے
کے وقوع پذیر ہونے کے امکان پر کوئی اثر a کا b سکتے ہیں جسے واقعات کی آزادی کہا جاتا ہے لہذا اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر واقعہ
کے امکان کو متاثر نہیں a کی موجودگی b کا امکان یکساں ہونا چاہیے۔ b کا امکان اور دیئے گئے a نہیں ہوتا ہے تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ
امکان مثبت ah کا b کرتی ہے پھر یہ بیان درست ہوگا بشرطیکہ یہ اچھی طرح سے بیان کیا گیا ہو اس کا مطلب ہے کہ میں فرض کر رہا ہوں کہ
کے امکان کے a کے امکان کے لحاظ سے جو کہ b تقطیع کے امکان b ہے لہذا یہ وہ بیان ہے جس طرح آپ اس طرح لکھ سکتے ہیں جیسے
کے امکان کے برابر ہے اگر آپ اسے دیکھتے ہیں۔ آخری b کے امکان کے a کا امکان b برابر ہے جسے آپ مزید لکھ سکتے ہیں بطور تقطیع
کے درمیان کوئی فرق b اور a کو کنڈیشنگ ایونٹ کے طور پر ڈال رہا ہوں لیکن یہاں b بیان یہ اس بیان میں ایک متوازی بیان ہے اصل میں میں
کے انفرادی b اور a کے بیک وقت ہونے کا امکان اس کی پیداوار کے برابر ہے۔ b اور a نہیں ہے کیونکہ میں صرف یہ کہہ رہا ہوں کہ
کے امکان کو متاثر نہیں کرتا ہے تو بیان کیا ہوگا جیسا b کا واقع ہونا a احتمالات درحقیقت اگر میں ایک اور پر غور کرتا ہوں فرض کریں کہ اگر
انقطاع کے امکان کے طور b کے امکان کے برابر ہے ایک بار پھر اگر میں اسے آسان بناتا ہوں تو میں اسے b کا یہ امکان b کہ دیا جائے گا
انقطاع b کے امکان کے برابر ہے جو کہ دوبارہ برابر ہے میں اسے اس طرف لے جاتا ہوں تو یہ a کے امکان سے تقسیم a پر لکھ سکتا ہوں
کو دیکھیں تو یہ بیان نمبر ایک ہے اور بیان نمبر دو یہ 2 بیانات ah کے احتمال میں اگر آپ واقعہ b کے امکان کے برابر a کا امکان بن جاتا ہے
پر b کہ یہ بیانات متوازی نہیں ہیں یہاں کنڈیشنگ ایک پر ہے یہاں کنڈیشنگ ays درحقیقت ایک جیسے ہیں اور اس بیان اور اس بیان میں فرق ہے۔
ہے لیکن اگر آپ اس حتمی نتیجے کو دیکھیں تو یہ بیان ہم آہنگ ہے لہذا ہم اسے دو واقعات کی آزادی کی تعریف کے طور پر سمجھتے ہیں جس کا

کے b کا واقع ہونا a ہیں آزاد اگر کوئی اس شرط سے مطمئن ہے کیونکہ اس کا مطلب یہ ہوگا کہ b اور a مطلب ہے کہ ہم کہتے ہیں واقعات
کے واقع ہونے پر اثر نہیں پڑتا ہے تو بنیادی طور پر یہ آزادی کے تصور کی جسمانی سمجھ ہونی چاہئے لہذا b واقع ہونے پر اثر انداز نہیں ہوتا
b کے امکان a کا امکان b کو آزاد ہونے کے لیے متعین کرتے ہیں اگر ایک چوراہے b اور a ہم اس طرح کی تعریف کرتے ہیں۔ ہم واقعات کو
کے امکان کے برابر ہے تو میں ایک بہت ہی سادہ سی مثال دیتا ہوں فرض کریں کہ دو ڈائس دو فیر ڈائی ایک ساتھ پھینکے جاتے ہیں اور میں واقعہ
کو اجازت دیتا ہوں ایسا واقعہ ہو کہ پہلی ڈائی پر جفت نمبر ہو اور فرض کریں کہ میں دوسری ڈائی پر بی کو ایونٹ کا جفت نمبر سمجھتا ہوں ٹھیک
کیا ہے؟ اگر ہم نمونے کی جگہ کو دیکھتے ہیں جب ہم دو کرایہ کے نرد کو ٹاس p آزاد ہیں تو b اور a ہے میں یہ دیکھنا چاہتا ہوں کہ آیا
کرتے ہیں تو اس طرح لکھا ہوتا ہے کہ میرے نمبر ہوں گے 1 1 1 2 اور اسی طرح 1 6 2 1 2 2 2 6 اور اسی طرح آخر میں آپ کے
پاس 6 ہوں گے۔ 1 6 2 اور اسی طرح 6 6۔ تو اس میں سے کتنے میں پہلی ڈائی پر ایک یکساں نمبر ہے تو اگر آپ یہاں دوسری قطار میں پہلی
ڈائی کو دیکھیں جب دو ہو رہا ہے تو پہلے پر یکساں نمبر ہے تو وہاں ہیں اس طرح کے چھ کیسز اسی طرح چار ایک چار دو چار چھ چھ ایک چھ دو
چھ چھ ہوں گے یعنی چھتیس کیسز میں سے کل اٹھارہ کیسز ہیں جہاں پہلی مرنے پر یکساں نمبر ہے تو اس کا امکان اٹھارہ ضرب تیس ہو جاتا ہے۔
کا امکان کیا ہے جو کہ سیکنڈ ڈائی پر ایک یکساں نمبر ہے تو اگر آپ سیکنڈ ڈائی b چھ جو نصف کے برابر ہے اسی طرح اگر میں غور کرتا ہوں کہ
سیکنڈ کو دیکھیں تو نمبرز اگر آپ یہاں دوسرے کالم کو دیکھیں ایک دو دو دو اوپر چھ دو تک تو یہاں دوسری آنکھ پر آپ کا ایک یکساں نمبر ہے اسی
طرح اگر آپ کے پاس ایک چار دو چار چھ تک ایف ہے۔ ہمارا یا ایک چھ دو چھ چھ چھ وغیرہ پھر اٹھارہ صورتیں ہیں جہاں آپ کے پاس دوسرے ڈائی
کا کیا امکان ہے اس کا مطلب ہے کہ پہلی b پر ایک یکساں نمبر ہے لہذا اس کا امکان نصف ہو جاتا ہے اب آئیے دیکھتے ہیں کہ اب ایک چوراہا
پر ایک یکسو نمبر ہے تو دوسری قطار میں کیا صورتیں ہیں اگر آپ دیکھیں تو آپ کے پاس دو چار آہ دو i ڈائی پر ایک یکسو نمبر ہے اور دوسری
دو دو چار اور دو چھ ہیں تین صورتیں ہیں چوتھی قطار میں دوسری قطار میں آپ کے پاس چار دو چار چار اور چار چھ ہوں گے اور تیسری چھٹی
قطار میں آپ کے پاس چھ دو چھ چار اور چھ چھ ہیں کل نو ایسے کیسز ہیں جہاں آپ کے پاس پہلی ڈائی پر یکسو نمبر ہے اور ایک بھی دوسری آنکھ
b پر نمبر ہے لہذا امکان نو سے چھتیس بن جاتا ہے جو ایک بائے چار کے برابر ہے لہذا یہاں آپ آسانی سے مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ ایک انقطاع
وہ آزاد ہیں۔ b اور a آزاد واقعات ہیں b اور کہہ سکتے ہیں۔ a کے امکان کے برابر ہے لہذا یہاں آپ واقعات b کے امکان کے a کا امکان
اب قدرتی طور پر آپ تصور کو دو سے زیادہ واقعات تک پھیلانے کے بارے میں سوچ سکتے ہیں اب قدرتی طور پر یہ نکلتا ہے کہ اگر endent
کی صحیح پیداوار ہے اور probability a کا امکان b میں تین واقعات پر غور کرتا ہوں تو کیا حالات ہوں گے ایک انحراف
لیکن ایک ہی وقت میں آپ کو تینوں کو بھی لینا ہوگا لہذا اگر ہم اس کی وضاحت c کا امکان c کا ایک تقطیع b کا امکان probability b
کے امکان b کے امکان کے b کے امکان کے a کا امکان b باہمی طور پر آزاد ہیں اگر ایک تقطیع abc کرتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ واقعات
کے امکان کے c کے a کے انقطاع c کے امکان کے c کے امکان کے c کے امکان کے برابر ہے b برابر ہے c کے برابر ہے۔ تقطیع
کے امکان کے اصل c کے امکان b کے امکان کے برابر ہے a کے برابر ہے c کا امکان b کے امکان کے اور ایک چوراہے a برابر ہے
میں ان تینوں شرطوں کو جوڑے کے لحاظ سے آزادی کی شرائط کہا جاتا ہے اور اگر آپ چاروں کو لے لیں تو اسے باہمی طور پر خود مختار کہا
جہاں ان چار شرائط میں سے تین شرطیں پوری ہو سکتی ہیں یا دو شرائط پوری ہو سکتی ہیں تو s جاتا ہے درحقیقت کوئی صورت ہو سکتی ہے۔
اس صورت میں تمام شرائط پوری نہیں ہو سکتیں اس صورت میں ہم یہ نہیں کہیں گے کہ واقعات خود مختار ہیں پچھلی مثال میں اس واقعہ کو ہونے
کا احتمال کیا ہے تو رقم 1 1 1 3 1 5 c دیں یہ بھی ٹھیک ہے اگر ہم کہتے ہیں کہ رقم بھی ہے تو پھر یہاں کیا امکانات ہیں سب سے پہلے
تین تین پانچ چار میں ہے دو چار چار چھ پانچ ایک پانچ تین پانچ پانچ چھ دو چھ چار چھ چھ 3 1 3 6 2 4 2 2 2 2
کے امکان پر غور کرتا ہوں جو کہ b کا امکان نصف کے برابر ملے گا اگر میں ایک چوراہے c اس لیے دوبارہ کل اٹھارہ صورتیں ہیں تو آپ کو
پہلا برابر ہے اور اگر آپ غور کریں کہ مجموعی طور پر اٹھارہ کیسز میں سے آپ کو صرف نو کیسز ملیں گے کیونکہ آپ کو دو دو چار دو چھ
وغیرہ چار دو چار چار چھ چھ دو چھ چار چھ چھ ملیں گے تو کل نو کیسز ہوں گے۔ وہاں تو آپ کو ایک ایک کرکے چار ملے گا آہ افسوس ایک
کے احتمال پر غور کریں جو کہ دوسرا برابر ہے اور جوڑ جوڑ c انقطاع b کیونکہ بی کا ہم پہلے ہی حساب لگا چکے ہیں اور اگر ہم c چوراہا
جوڑے abc ابھی شمار کیا گیا ہے تو i ہے تو اس کا مطلب ہے کہ پہلے والے کو بھی ہونا چاہئے تو یہ 9 سے 36 بنتا ہے پھر وہ صورتیں جو
کا کیا امکان ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ تینوں سچے ہیں تو تینوں c انقطاع b کے لحاظ سے آزاد ہیں لیکن اگر میں دیکھتا ہوں کہ ایک تقطیع
c کے امکان کے ساتھ b کے امکان کے برابر نہیں ہے اور a دوبارہ درست ہیں صرف نو صورتوں میں تو یہ امکان بھی چار سے ایک ہے یہ
a وہ abc اس خاص مثال میں باہمی طور پر آزاد نہیں ہیں میں نے تین واقعات پر غور کیا ہے جہاں abc کے امکان کے برابر نہیں ہے لہذا
ہیں۔ آزاد لیکن اگر میں تینوں کو ایک ساتھ لوں تو وہ خود مختار نہیں ہیں اس کی وجہ یہ ہے کہ c اور a آزاد c اور b آزاد ہیں b ہیں اور
اس پر منحصر ہے c بھی ہو تو b بھی ہو a خود بخود بھی ہونے کی تصدیق ہو جاتی ہے کیونکہ اگر c لیتا ہوں تو b اور a اگر میں
سے آزاد نہیں ہوں میں احتمال پر مختلف مسائل پر غور کروں گا مختلف قسم کے اضافی ah b اور a اس لیے آہ یہ ہے اگلی کلاس میں
ضابطے ضرب کے اصول کل امکان کے تھیوریم اور آزادی کے تصور کو