म्हणून मी माझ्या शेवटच्या व्याख्यानात सशर्त संभाव्यतेवर आधीच चर्चा सुरू केली होती, अहो, जर मी फेअर डायच्या टॉसिंगचा विचार करत असेल आणि मी इव्हेंटला 1 म्हणून मानतो तर त्याची संभाव्यता काय आहे हे तुम्ही पाहू शकता. 1 बाय 6 आहे आता मी माझ्या विधानात बदल करतो की एखादी विषम संख्या आल्याने एखादे होण्याची संभाव्यता किती आहे आणि मी त्याला दिलेली संभाव्यता असे म्हणतो की ब आता आली आहे या सहा संभाव्य निकालांपैकी फेअर डायमध्ये तीन परिणाम आहेत जे एक तीन आणि पाच या विषम संख्या आहेत

त्यामुळे आता यापैकी एक घडण्याची संभाव्यता किती आहे असे मी म्हंटले तर ते तीन बाय तीन होईल

त्यामुळे हे प्रत्यक्षात सशर्त संभाव्यतेच्या संकल्पनेकडे नेत आहे म्हणजे मला काही विशिष्ट गोष्टींचे अतिरिक्त ज्ञान असल्यास प्रयोगात इव्हेंट असेल तर माझी मूळ संभाव्यता सुधारली जाऊ शकते म्हणून आपण a आणि b या दोन घटना असू द्याव्यात जेथे b ची संभाव्यता सकारात्मक आहे ठीक आहे तर दिलेल्या घटनेची सशर्त संभाव्यता b घडली आहे म्हणून t त्याची व्याख्या खालील पद्धतीने केली आहे आम्ही b वर कंडिशन केलेली ही नोटेशन संभाव्यता लिहितो म्हणून ती दिलेली b ची संभाव्यता म्हणून वाचली जाते ठीक आहे ती एका छेदनबिंदूची संभाव्यता आहे b च्या संभाव्यतेने भागल्यास मी हे सूत्र लागू केले तर विशिष्ट केस म्हणजे तुम्ही b ची संभाव्यता पाहू शकता म्हणजे a एक होतो आणि b एक तीन पाच होतो

त्यामुळे एक छेदनबिंदू b एक आहे म्हणून ते सहा ने एक होईल आणि b ची संभाव्यता अर्धी आहे म्हणून एक ने सहा भागिले एक दोन ते मला तीन बाय तीन देईल

त्यामुळे ही व्याख्या सशर्त संभाव्यता काय आहे या मूळ समजाशी सुसंगत आहे अह, म्हणून मी हा युक्तिवाद थोडासा वाढवू दे मला या संबंध क्रमांक एकवरून संबंध क्रमांक एक म्हणूया आपण प्रतिच्छेदनाची संभाव्यता b समान लिहू शकतो b च्या संभाव्यतेला दिलेल्या b च्या संभाव्यतेमध्ये त्याचप्रमाणे a ची संभाव्यता सकारात्मक असेल तर आपण b ची संभाव्यता a देखील परिभाषित करू शकतो जेणेकरुन b छेदनबिंदू a ची संभाव्यता होईल जी भागाकार b सारखी असेल a च्या संभाव्यतेनुसार हे विधान ब ची संभाव्यता a च्या संभाव्यते प्रमाणे b च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे असेल तर आपण ही विधाने दोन आणि विधाने तीन पाहू आणि संभाव्य व्याख्या विधान क्रमांक दोनच्या संदर्भात बोलूया डाव्या बाजूला माझ्याकडे a आणि b या दोन घटनांच्या एकाचवेळी घडण्याची संभाव्यता आहे, म्हणून मी म्हणत आहे की ती पहिल्या घटनेच्या दुसऱ्या घटनेच्या संभाव्यतेने गुणाकार केलेल्या एका घटनेच्या संभाव्यतेच्या समान आहे म्हणून एकाच वेळी घडण्याची संभाव्यता अशी मोजली जाऊ शकते दोन संभाव्यतेचे गुणाकार म्हणजे एक सशर्त आहे आणि दुसरी घटनांपैकी एकाची संभाव्यता आहे ज्याला सीमांत संभाव्यता देखील म्हणतात आणि या विधानात a आणि b च्या भूमिकांची अदलाबदल केली आहे हा नियम ah एक आणि हे दोन आणि तीन याला गुणाकार नियम म्हणतात

त्यामुळे गुणाकार नियमाची मूळ संकल्पना अशी आहे की दोन घटनांच्या एकाचवेळी घडण्याची संभाव्यता दोन संभाव्यतेचे गुणाकार म्हणून मोजली जाऊ शकते. ies

त्यामुळे गुणाकार आहे म्हणून त्याला गुणाकार नियम म्हणतात आता लगेच कल्पना येते की मी ते तीन घटनांपर्यंत वाढवू शकतो का उत्तर होय खरे तर मी हा गुणाकार नियम n घटनांसाठी लिहू शकतो आणि त्याचा पुरावा पुन्हा आहे . इंडक्शन द्वारे तुम्ही बेरीज नियमाच्या बाबतीत पाहिले आहे म्हणून मी आता सामान्य गुणाकार नियम देतो म्हणून आपण एक एक दोन घटनांचा विचार करू या आणि सशर्त संभाव्यता परिभाषित करण्यासाठी ah ही घटना जी भाजकात घडत आहे. जसे की मी भाजकात a ची संभाव्यता किंवा b ची संभाव्यता ठेवतो तर त्यांची संभाव्यता सकारात्मक असणे आवश्यक आहे अन्यथा गुणोत्तर परिभाषित केले जाणार नाही म्हणून मी एक अट ठेवू शकतो की ai च्या छेदनबिंदूची संभाव्यता एक ते n च्या बरोबर आहे सकारात्मक ah आहे आता ही वास्तविक स्थिती सांगण्यासाठी पुरेशी आहे की एकाची संभाव्यता सकारात्मक असेल दोनची संभाव्यता सकारात्मक असेल किंवा संभाव्यता सकारात्मक असेल कारण हा संच प्रत्यक्षात सर्वात लहान संच असतो जेव्हा मी अनेक घटनांचा विचार करतो आणि मी त्या सर्वांचे छेदनबिंदू घेतो मग तो सर्वात लहान संच आहे म्हणून जर मी सर्वात लहान संचाच्या छेदनबिंदूला सकारात्मक संभाव्यता ठेवली तर सर्व संबंधित घटना ज्याचा अर्थ व्यक्ती म्हणून घडत असेल किंवा जर ते एका वेळी दोन छेदत असतील जसे की एक छेदनबिंदू, दोन तीन छेदनबिंदू चार इत्यादि किंवा एका वेळी तीन छेदनबिंदू घेत असतील तर त्या सर्वांच्या सकारात्मक संभाव्यता असतील, म्हणून मी येथे फक्त टिप्पणी लिहू द्या हे सर्व सशर्त असल्याची खात्री करेल. संभाव्यता चांगल्या प्रकारे परिभाषित केल्या आहेत म्हणून सामान्य बेरीज नियम म्हणजे गुणाकार नियम म्हणजे छेदनबिंदूची संभाव्यता ai i समान 1 ते n ची संभाव्यता 1 च्या संभाव्यतेच्या 2 च्या संभाव्यतेच्या 1 मध्ये 1 च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीने एक छेदनबिंदू दिली जाते a दोन आणि याप्रमाणे दिलेल्या aii ची संभाव्यता एक ते n वजा एक इतकी आहे म्हणून हा सामान्य ah गुणाकार नियम आहे ah हा पुरावा पुन्हा गणिताच्या तत्त्वाचा वापर करून आहे इंडक्शन समजा मी या समीकरण क्रमांक चार म्हटले तर संबंध चार हे गणितीय इंडक्शनच्या तत्त्वाचा वापर करून सिद्ध केले जाऊ शकते म्हणून उदाहरणादाखल मी म्हणू शकतो की n साठी एक समान आहे विधान नेहमी सत्य असते कारण ते n समान साठी डावीकडे कमी होते एकाला ते मला फक्त एक पद देईल जे एकाची संभाव्यता आहे त्याचप्रमाणे उजव्या बाजूस देखील जेव्हा n समान असेल तेव्हा फक्त एक पद असेल म्हणून हे विधान एकाची संभाव्यता एकाच्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे आहे आता ते गृहीत धरा n साठी खरे असणे k च्या बरोबरीचे आहे तर n साठी k च्या बरोबरीचे आहे k अधिक एक हे विधान असे आहे की या छेदनबिंदूची संभाव्यता aii समान आहे एक ते k अधिक एक म्हणून प्रथम मी ते दोन भागांमध्ये विभाजित करण्यासाठी विचारात घेतो एक छेदनबिंदू आणि दोन छेदनबिंदू ajj समान तीन ते k अधिक एक आहे

त्यामुळे हे एक छेदनबिंदू एक दोन मध्ये एक j ची संभाव्यता होत आहे क्षमस्व छेदनबिंदू aj j समान आहे तीन दोन k अधिक एक दिलेला एक छेदनबिंदू दोन आता मी येथे पुन्हा अर्ज करू शकतो साठी n हे k च्या बरोबरीचे आहे हे आणखी विस्तारित केले जाऊ शकते आणि हे मी एकाची संभाव्यता आणि एक दिलेली दोनची संभाव्यता म्हणून लिहू शकतो आणि असेच मी येथे एक उदाहरण विचारात घेऊ या की एखादी व्यक्ती एखाद्या आजारातून बरी होते आणि ब ही घटना आहे. त्या व्यक्तीला काही उपचार मिळतात काही वैद्यकीय उपचार समजा मी गृहीत धरत आहे की बी ची संभाव्यता 0.9 आहे म्हणजे 90 टक्के लोकांना या आजाराने ग्रस्त असलेल्या वैद्यकीय उपचारांपर्यंत प्रवेश आहे आणि 80 टक्के लोक ज्यांना खरोखर उपचार मिळाले आहेत बरा झाला तर छेदनबिंदू b ची संभाव्यता किती आहे मग ती दिलेल्या b च्या संभाव्यतेत b च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे म्हणजे पॉइंट नऊ मध्ये पॉइंट आठ म्हणजे पॉइंट सात दोन म्हणजे तुम्ही असे विधान देऊ शकता की ज्यांना 72 टक्के लोक मिळाले आहेत हा आजार प्रत्यक्षात बरा होतो कारण 90 टक्के लोकांना वैद्यकीय उपचार मिळतात आणि प्रत्यक्षात उपचार घेतलेल्या लोकांपैकी 80 टक्के लोक बरे होतात त्यामुळे एकूण 72 टक्के लोक बरे होतात. येथे गुणाकार नियमाचा थेट वापर आहे आता हा गुणाकार नियम आणि सशर्त संभाव्यता संकल्पना संभाव्यतेच्या अह गणनाचा विचार करण्यासाठी उपयुक्त आहे जिथे एक विशिष्ट घटना अनेक गोष्टींमधून उद्भवू शकते म्हणून याला कारण परिणाम संबंध असे म्हणतात. परिणामाची अनेक कारणे असू शकतात, उदाहरणार्थ एखाद्या व्यक्तीचा मृत्यू

त्यामुळे मृत्यूचे कारण अपघातामुळे किंवा नैसर्गिक कारणांमुळे मृत्यूचे कारण असू शकते. विविध कारणे विचारात घ्या

त्यामुळे आता संभाव्यतेतील प्रत्येक कारण ही संकल्पना एकूण संभाव्यतेच्या संकल्पनेद्वारे औपचारिक केली गेली आहे, म्हणून मी येथे एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय देतो v एक b दोन मला एक मर्यादित संख्येने घटना लिहू द्या जोडीने विभक्त होऊ द्या आणि सर्वसमावेशक घटना जसे की bi ची संभाव्यता सर्वांसाठी सकारात्मक आहे i ओके हे प्रत्येक i साठी संकेतन आहे जी b 1 ची संभाव्यता pos आहे b 2 ची itive संभाव्यता bn ची सकारात्मक संभाव्यता असेल तर कोणत्याही घटनेसाठी a ची संभाव्यता दिलेल्या b 1 ची संभाव्यता b one ची संभाव्यता अधिक b दोन ची संभाव्यता b दोन ची संभाव्यता म्हणून लिहिता येईल. bn च्या संभाव्यतेमध्ये दिलेला bn आपण याचा पुरावा पाहू या म्हणजे आपल्या येथे विस्तृत घटना आहेत याचा अर्थ s बरोबर bii चे एकीकरण एक ते n आहे जेथे s नमुना जागा आहे म्हणून आपण नंतर a म्हणून लिहू शकतो एक छेदनबिंदू s का कारण कोणतीही घटना हा नमुना जागेचा उपसंच असेल म्हणून मी छेदनबिंदू घेतल्यास si ला फक्त एक आता मिळेल याचा फायदा असा आहे की

मी s लिहू शकतो कारण bii चे एकत्रीकरण 1 ते n आहे आता हे छेदनबिंदू आहे युनियन म्हणून मी वितरण कायदा लागू करू शकेन
त्यामुळे वितरण कायदा मला i is equal to one to na intersection चे संघ देईल bi आता तुम्ही पहा मी काय केले आहे अशी एक घटना आहे जी मी विशिष्ट संचांचे संघटन म्हणून व्यक्त केली आहे आणि कोणत्या प्रकारची आहे of sets म्हणून आपण हे देखील पाहू या मी येथे गृहीत धरले आहे की b one b tw o इत्यादी ते विभक्त संच आहेत म्हणून आपण येथे एका ढोबळ आकृतीचा विचार करूया समजा ही माझी नमुना जागा आहे ठीक आहे आणि माझ्याकडे इव्हेंट आहे असे म्हणणे आहे की हे माझे इव्हेंट बी एक आहे हे सांगा बी दोन हे इव्हेंट बी तीन म्हणा आणि असेच म्हणा समजा ही घटना bn आहे तर मी जाणूनबुजून अशा प्रकारे डिझाइन केले आहे की हे विघटन आहेत तसेच त्या सर्वांचे एकत्रीकरण प्रत्यक्षात s च्या समान आहे आता a येथे कोणतीही घटना आहे ठीक आहे तर a ही काही घटना आहे
त्यामुळे a चे काय होईल छेदनबिंदू b 1 a छेदनबिंदू b 1 हा एक छेदनबिंदू b 2 आहे का हा ठिपका असलेला भाग एक छेदनबिंदू b तीन आहे ah म्हणा मला या कुरळे रेषा येथे काढू द्या एक छेदनबिंदू bn म्हणजे समजा मी येथे गोलाकार आकृत्या ठेवल्या आहेत ठीक आहे तर हे छेदनबिंदू आहे अहो माफ करा हा भाग एक छेदनबिंदू असेल bn हा नाही आता तुम्ही पहा b 1 b 2 b 3 bn इत्यादि जर ते विघटित असतील तर एक छेदनबिंदू b 1 एक छेदनबिंदू b 2 एक छेदनबिंदू b 3 एक छेदनबिंदू bn देखील disjoint आहेत b एक b दोन पासून bn ते जोडीनुसार विभक्त आहेत संच एक छेदनबिंदू b 1 a in मध्ये घटना आहेत छेदनबिंदू b 2 आणि त्याचप्रमाणे छेदनबिंदू bn देखील जोडीने विभक्त होईल कारण ते प्रत्यक्षात एक छेदनबिंदू आहेत b 1 प्रत्यक्षात पहा हा b 1 चा उपसंच आहे एक छेदनबिंदू b 2 हा b 2 चा उपसंच आहे आणि त्याचप्रमाणे छेदनबिंदू आहे bn हा bn चा उपसंच आहे म्हणून जर हा b 1 b 2 bn इत्यादी विघटन असेल तर एक छेदनबिंदू b 1 एक छेदनबिंदू b 2 एक छेदनबिंदू bn देखील विघटित होईल आता आपण जे केले आहे ते विघटन घटनांचे संघटन म्हणून लिहिले आहे जर हे विघटित आहेत मग पहिल्या अहपर्यंत मी तुम्हाला additivity चे स्वयंसिद्ध दिले आहे जे कलमोगोरोव्हचे स्वयंसिद्ध आहे तिथे तिसरा स्वयंसिद्ध असा होता की जर तुमच्याकडे जोडीने विघटित घटना असतील तर युनियनची संभाव्यता काही संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे म्हणून मी ते लागू केले तर ॲडिटिव्हिटीच्या स्वयंसिद्धतेनुसार आपल्याला मिळते a ची संभाव्यता युनियनच्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची एक छेदनबिंदू bii समान एक ते n आहे की बेरीज i समान आहे i एक ते n ची संभाव्यता bi आता हे एक छेदनबिंदू bi पुन्हा मी करू शकतो r गुणाकार लागू करा यावर ule म्हणून मला ते बेरीज म्हणून मिळेल i दिलेल्या bi च्या संभाव्यतेमध्ये bi च्या संभाव्यतेच्या एक ते n च्या बरोबरीचे आहे जे प्रत्यक्षात एकूण संभाव्यतेच्या प्रमेयचे मूळ विधान होते जे a ची संभाव्यता दिलेल्या b ची संभाव्यता आहे 1 च्या संभाव्यतेमध्ये b एक अधिक संभाव्यता b दोन च्या संभाव्यतेमध्ये b दोन च्या संभाव्यतेमध्ये आणि दिलेल्या bn च्या संभाव्यतेमध्ये bn च्या संभाव्यतेमध्ये
त्यामुळे ते विधान आपण संदर्भामध्ये पाहण्यासाठी येथे सिद्ध केले आहे याचा अर्थ असा आहे की जर घटना n परस्पर अनन्य घटनांचे एकीकरण म्हणून विघटित केली जाऊ शकते नंतर अंतिम घटनेची संभाव्यता त्या प्रत्येकाच्या सशर्त संभाव्यता आणि त्या प्रत्येक घटनेच्या किरकोळ संभाव्यतेच्या संदर्भात असते म्हणून मी येथे एक उदाहरण देतो एक वाजवी नाणे जर डोके वर आले तर फेअर डाय एकदा फेकले जाते आणि शेपूट वर आले तर फेअर डाय दोनदा फेकले जाते आम्हाला कमीतकमी सिक्स पाळला गेला आहे याची संभाव्यता शोधायची आहे, म्हणून आपण एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय येथे लागू करूया. कारण तुमच्याकडे डोके असू शकते किंवा तुम्हाला शेपूट असू शकते अशा दोन शक्यता आहेत, म्हणून जर मी इव्हेंटचा विचार केला तर एच हे डोके वर आलेली घटना दर्शवते आणि म्हणा की शेपूट वर येते ही घटना दर्शवते म्हणजे जेव्हा एखादे नाणे फेकले जाते तेव्हा तुम्हाला मिळू शकते एक डोके किंवा शेपूट आणि मी हे संकेतन h आणि t हे दर्शविण्यासाठी वापरतो आणि a ही घटना आहे जी एक सहा पाहिली जाते म्हणून नंतर a ची संभाव्यता दिलेल्या h ची संभाव्यता आणि दिलेल्या t ची संभाव्यता म्हणून लिहिले जाऊ शकते t च्या संभाव्यतेमध्ये कारण h union t ही येथे संपूर्ण नमुना जागा आहे
त्यामुळे आपण येथे एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय h आणि t मध्ये विभाजित करून सांगू शकता, आता आपण येथे संभाव्यता पाहू या जर हेड पाहिले असेल तर मग डाय एकदा फेकल्यावर त्याचे परिणाम होतात तर डाय एकदा फेकले जाते, येथे हेडची संभाव्यता किती आहे येथे सिक्सची संभाव्यता किती आहे जी एक सिक्स होईल आणि येथे हेडची संभाव्यता काय आहे जी येथे अर्धी आहे कारण ते आहे एक गोरा नाणे दुसऱ्या भागात शेपूट येते नंतर a फेअर डाई दोनदा फेकली जाते किमान षटकाराची संभाव्यता किती आहे म्हणून मी हे वापरून मोजू शकतो की सिक्स नाही
त्यामुळे एका टॉसमध्ये सिक्स होऊ शकत नाही की आम्हाला सिक्स मिळणार नाही संभाव्यता आता दोन वेळा पाच बाय सहा होईल ते झाले आहे आणि दोन्ही वेळा मला षटकार मिळत नाही तेव्हा संभाव्यता पाच बाय सहा चौरस असेल, जर मी एक उणे घेतले तर याचा अर्थ असा होतो की आपल्याला किमान एक षटकार मिळेल आणि शेपटीची संभाव्यता आता अर्धी आहे सहज सोपे करू शकतो आणि आम्हाला सतरा बाय बहात्तर मिळतात म्हणून तुम्हाला मिळत आहे आणि चला संख्यात्मकदृष्ट्या याचा अर्थ सांगण्याचा प्रयत्न करूया सतरा बाय बहात्तर म्हणजे अह तुम्ही पॉइंट पाच पेक्षा थोडे जास्त म्हणू शकता आह माफ करा ते अह चौदा पेक्षा थोडे जास्त आहे सत्तर म्हणजे पॉइंट दोन म्हणजे जेव्हा तुम्ही डाय ऑफ टॉस कराल तेव्हा तुमच्याकडे एक सिक्स बाय सिक्स ची शक्यता आहे ठीक आहे, म्हणजे इथे साधारण १६ टक्के आहे पण इथे तुम्हाला त्या सतरा बाय बहात्तर पेक्षा खूप जास्त मिळत आहे म्हणून कारण आहे आम्ही निष्पक्ष मरण्याची शक्यता देखील परवानगी देत आहोत दोनदा फेकले जावे म्हणून सिक्स मिळण्याची शक्यता एक बाय सहा वरून सतरा बाय बहात्तर झाली आहे प्रत्यक्षात एक बाय सहा म्हणजे बारा बाय बहात्तर आणि इथे तुम्हाला सतरा बाय बहात्तर मिळत आहे
त्यामुळे तुम्ही फक्त अतिरिक्त डाय जोडून पाहू शकता. अंशतः आम्ही येथे संभाव्यता जोडली आहे, हा एकूण संभाव्यतेच्या प्रमेयचा एक अनुप्रयोग आहे आता एकूण संभाव्यतेच्या प्रमेयात आपण काय करत आहोत की जेव्हा एखादी घटना असते तेव्हा त्या घटनेच्या संभाव्यतेची गणना करण्यासाठी आपण कंडिशनिंग पहात असतो. अनेक कारणे मी तुम्हाला सांगितल्याप्रमाणे कारण परिणाम संबंध प्रकार आता आम्ही ही कल्पना पुढे वाढवू शकतो समजा प्रभाव तुमच्यासाठी उपलब्ध आहे म्हणजे तुम्ही आधीच काहीतरी निरीक्षण केले आहे आणि आम्हाला कारण काय आहे हे लक्षात आले नाही आणि आम्ही परत जातो आणि आपण मूळ कारणाची संभाव्यता मोजू शकतो का ते कारण काय असू शकते ते पहा, जर आपण असे केले तर आपण संभाव्यतेकडे उलट मार्गाने पाहत आहोत किंवा आपण असे म्हणू शकता रिव्हर्स कंडिशनिंगसह कंडिशनल संभाव्यता येथे आपण ही संकल्पना दिली आहे की दिलेल्या b ची संभाव्यता दिलेल्या b दोन ची संभाव्यता पण जर मला माहित असेल की a काय आहे तर b one ची संभाव्यता किती आहे याचा अर्थ मी b one ची संभाव्यता मोजत आहे. b दोन ची संभाव्यता दिली आहे इत्यादि म्हणून ही संकल्पना बायेस प्रमेयाच्या प्रसिद्ध विधानात औपचारिक केली गेली आहे अह हे थॉमस बेसच्या नावावर आहे आणि हे पुस्तक त्याच्या मृत्यूनंतर 1763 रोजी प्रकाशित झाले आहे परंतु विधान चालूच आहे आणि हा बायेसियन सिद्धांत खूप लोकप्रिय झाला आहे. आता निर्णय सिद्धांताच्या संदर्भात अंदाजाच्या विविध नियमांमध्ये बेस एस्टिमेटर वापरतात, बायेसियन चाचण्या वापरल्या जातात म्हणून बायेशियन निर्णयाचे नियम सरावात वापरले जातात म्हणून मी येथे विधान देतो म्हणून b 1 b 2 bn कोणत्याही घटना असू द्या म्हणून पुन्हा आम्ही आहोत विसंगत इव्हेंट घेणे जे सर्वसमावेशक आहेत आणि त्या प्रत्येकाची संभाव्यता सकारात्मक आहे सकारात्मक संभाव्यता असलेली कोणतीही घटना असू द्या नंतर br ची संभाव्यता दिली आहे जी दिलेल्या संभाव्यतेची आहे br च्या संभाव्यतेमध्ये br ला भागिले सिग्मा संभाव्यता bi च्या संभाव्यतेमध्ये bi च्या संभाव्यतेच्या बरोबर एक ते n हे विधान आहे बेयस प्रमेयाचे प्रसिद्ध विधान अह आपण पुरावा पाहू आणि आपण पुन्हा पाहू शकता कारण आपल्याकडे आहे खरे तर आपले लक्ष सेट सैद्धांतिक नोटेशन्सवर मर्यादित केले आहे आणि पुरावे प्रत्यक्षात अतिशय सोपे आहेत
त्यामुळे b ची संभाव्यता दिली आहे a हे विधान सत्य आहे r साठी 1 2 आणि n म्हणजे कोणत्याही घटनेसाठी मी त्याची गणना करू शकतो. आम्ही सशर्त संभाव्यतेची व्याख्या लागू करतो
त्यामुळे ती b r छेदनबिंदूची संभाव्यता a भागिले a च्या संभाव्यतेची बनते आणि यावर तुम्ही अंक पाहिल्यास मी गुणाकार नियम उलट पद्धतीने लागू

करू शकतो म्हणजे मी ते a ची संभाव्यता म्हणून लिहू शकतो . br च्या संभाव्यतेमध्ये दिलेला br हा गुणाकाराचा नियम वापरत आहे आणि भाजकात ai ची संभाव्यता एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय फक्त लागू करते कारण घटना disj आहेत त्याच परिस्थिती माझ्याकडे आहे oint आणि exhaustive नंतर डिझाईन केलेल्या आणि संपूर्ण घटनांसाठी a ची संभाव्यता bi च्या दिलेल्या bi संभाव्यतेच्या सिग्मा संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे म्हणून मी येथे एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय वापरून भाजकात असे लिहू शकेन

त्यामुळे प्रत्यक्षात विधान येथे फक्त दोन चरणांमध्ये सिद्ध झाले आहे एका पायरीवर मी नुकतीच सशर्त संभाव्यतेची व्याख्या लिहीली आहे दुसऱ्या चरणात मी गुणाकाराचा नियम लागू केला आहे आणि भाजकात मी एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय लागू केले आहे

त्यामुळे मूळ प्रमेय येथे स्थापित केला गेला आहे, म्हणून आपण फक्त एका साध्या अनुप्रयोगाचा विचार करूया येथे असे म्हणणे आहे की संगणक उत्पादक तीन पुरवठादारांकडून चिप्स खरेदी करतो म्हणे b एक b दोन b तीन प्रमाणात म्हणा दोन बाय पाच तीन बाय दहा आणि अनुक्रमे तीन बाय दहा म्हणा त्यामुळे त्याच्या एकूण चिप्सच्या खरेदीपैकी तो संगणकांमध्ये फिक्सिंगसाठी खरेदी करतो b वरून दोन बाय पाच गुणोत्तर एक वरून ब दोन आणि तीन बाय दहा वरून ब तीन ah हे अनुभवावरून कळते की b पासून चिप्सचा एक टक्का एक दोषपूर्ण आहे b मधून पाच टक्के दोषपूर्ण आहेत दोन सदोष आहेत आणि ब तीन मधील दहा टक्के दोषपूर्ण आहेत ठीक आहे म्हणून निर्मात्याच्या संग्रहातून एक चिप यादृच्छिकपणे निवडली जाते ती सदोष असल्याचे आढळून येते

त्यामुळे आता ती b एक द्वारे पुरवली गेली असण्याची शक्यता किती आहे? तुम्हाला येथे कारण परिणाम संबंध दिसत आहे कारण चिप सदोष आहे की नाही हे अंतिम परिणाम b1 b2 किंवा b3 च्या पुरवठ्याद्वारे टाकले जाऊ शकते, आता आम्हाला शेवटी परिणाम माहित आहे की तो खरोखर दोषपूर्ण आहे म्हणून आम्ही कारण काय होते ते पाहत आहोत म्हणजे हे कोणी घडवून आणले म्हणजे ते b1 होते की b2 किंवा b3 हे येथे संबंधित ah संभाव्यता काय आहेत, म्हणून आपण ते येथे मोजू या, म्हणून जर आपण बेज प्रमेय लागू केला तर आपल्याकडे ah ची संभाव्यता किती आहे, म्हणून मी सांगू. मी येथे इव्हेंट्स परिभाषित करतो समजा मी इव्हेंटची व्याख्या एक चिप सदोष आहे म्हणून केली तर a च्या संभाव्यतेची संभाव्यता किती आहे दिलेल्या bi ची बेरीज संभाव्यता bi च्या संभाव्यतेमध्ये i समान एक दोन तीन आहे जिथे bi घटना दर्शवते ट हॅट ही चिप bi निर्मात्याने पुरवली आहे म्हणून मला या सर्व गोष्टी माहित आहेत कारण b one ची संभाव्यता मला दोन बाय पाच संभाव्यता b दोन ची तीन बाय दहा संभाव्यता b तीनची तीन बाय दहा संभाव्यता आहे त्याचप्रमाणे दिलेल्या b एकची संभाव्यता दिलेल्या b ची शंभर बाय शंभर संभाव्यता दोन म्हणजे दिलेल्या b तीन ची संभाव्यता दहा बाय शंभर आहे कारण आम्हाला प्रत्येक पुरवठादाराकडून दोषपूर्ण चिप्सची संभाव्यता माहित आहे म्हणून आम्ही येथे ही मूल्ये बदलल्यास मला येथे 1 बाय 100 मिळेल 2 बाय 5 अधिक पाच बाय शंभर मध्ये ah तीन बाय दहा अधिक दहा बाय शंभर मध्ये तीन बाय दहा म्हणजे आपण हे सहज काढू शकतो म्हणजे बिंदू शून्य चार नऊ एह तुम्ही या संख्येचे कौतुक करण्याचा प्रयत्न देखील करू शकता याचा अर्थ मुळात आम्ही असे म्हणत आहोत की अंदाजे पाच टक्के चिप्स सदोष आहेत ज्याची खरेदी उत्पादकाने केली आहे ती तीनमधून खरेदी करत आहे त्यापैकी एकामध्ये एक टक्का दोषपूर्ण आहे दुसऱ्यामध्ये पाच टक्के दोषपूर्ण आहे आणि दुसरी दहा टक्के प्रभावी आहे. tive आता तो त्या प्रत्येकातून विविध प्रमाणात घेत आहे एकूण त्याच्या संग्रहात जवळपास 0.49 असतील म्हणजे तुम्ही जवळजवळ 5 टक्के प्रभावी चिप्स म्हणू शकता आता जर मला b 1 म्हणण्याची संभाव्यता मोजायची असेल तर बेस प्रमेयानुसार ते आहे दिलेल्या b 1 च्या संभाव्यतेत b 1 च्या संभाव्यतेला a च्या संभाव्यतेने भागले म्हणजे 1 च्या 100 च्या बरोबरीने 2 ने 5 भागिले 0.049 इतके असते

त्यामुळे सरलीकरणानंतर ते फक्त 4 बाय एकोणचाळीस होते त्याचप्रमाणे मी संभाव्यता मोजू शकतो पैकी b दोन दिलेले a च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे आहे b दोन च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीने b दोन च्या संभाव्यतेने a च्या संभाव्यतेने भागिले आहे जेणेकरुन समान असेल पाचने शंभराने तीनने दहा भागिले बिंदू शून्याने चार नऊ म्हणजे पंधरा बाय चाळीस नऊ आणि दिलेली b तीनची संभाव्यता a दिलेल्या b तीनच्या संभाव्यतेच्या बरोबरीने b तीन ची संभाव्यता भागिले a च्या संभाव्यतेने शंभराने शंभराने तीनने दहा भागिले बिंदू शून्याने चार नऊ म्हणजे तीसने चार एन इथे संख्यांचा परिणाम पाहू या b एक ची संभाव्यता काय होती ती b दोन ची संभाव्यता तीन बाय दहा होती तर b तीन ची संभाव्यता देखील तीन बाय दहा होती पण आता सशर्त संभाव्यता खूप वेगळ्या झाल्या आहेत. दोन बाय पाच वरून जे अंदाजे चाळीस टक्के आहे ते चार बाय एकोणचाळीसवर गेले आहे जे दहा टक्क्यांपेक्षा कमी आहे प्रत्यक्षात ते दहा टक्क्यांपेक्षा कमी झाले आहे तर ही संख्या तीन बाय दहा वरून पंधरा बाय एकोणचाळीस झाली आहे आणि हे तीन बाय दहा वरून संख्या तीस बाय एकोणचाळीस झाली आहे म्हणजे जवळपास साठ टक्के म्हणजे याचा अर्थ काय आहे कारण आम्ही प्रत्यक्षात अंतिम परिणाम पाहिला आहे याचा अर्थ चिप खरोखर सदोष आहे

त्यामुळे कोणत्या कंपनीला दोषपूर्ण चिप पुरवण्याची शक्यता जास्त आहे कारण आम्ही b 1 b 2 आणि b 3 वरून वस्तू खरेदी करत आहोत आणि b 3 मध्ये जास्तीत जास्त दोषपूर्ण आहेत म्हणजे 10 टक्के दोषपूर्ण चिप्स आहेत

त्यामुळे जर चिप सदोष असेल तर ते शक्य आहे s चा पुरवठा बी थ्री द्वारे केला आहे कारण जवळजवळ साठ टक्के शक्यता आहे की ब तीन मधून दोषपूर्ण चिप पुरवठा केला गेला होता आणि ब टू मधून काहीशी कमी शक्यता आहे जी पाच टक्के प्रभावी आहे

त्यामुळे ती आता येथे पाच टक्क्यांहून अधिक झाली आहे आणि बी वनचा वाटा आहे आपण ब वन मधून चाळीस टक्के उत्पादन घेत असलो तरी खूपच कमी होऊ शकतो परंतु ब वन मधील दोषांची संख्या खूपच कमी म्हणजे एक टक्का आहे म्हणूनच शेवटी चिप सदोष असेल तर ती ब वन मधून पुरवली गेली असण्याची शक्यता कमी आहे.

त्यामुळे मुळात हा आह बेस प्रमेयचा प्रभाव आहे किंवा तुम्ही म्हणू शकता कारण आम्ही कारण परिणाम संबंध दृष्टीकोनातून करू शकलो आहोत, यामुळे अनेक क्षेत्रांमध्ये विशेषत: गुन्हे शोधण्याच्या बाबतीत काही फॉरेन्सिक तपासणी इ. इथे आम्हाला माहित आहे अंतिम गोष्ट आणि नंतर आम्हाला कारणे शोधायची आहेत म्हणून हा विशिष्ट परिणाम विशेषतः खूप प्रसिद्ध झाला आणि सध्या तो विज्ञान आणि इंजिनच्या विविध क्षेत्रांमध्ये लागू केला जात आहे यानंतर आता आम्ही कंडिशनिंग या संकल्पनेचा विचार केला आहे म्हणजे कंडिशनिंग प्रत्यक्षात काही घटना घडण्याच्या संभाव्यतेवर परिणाम करते, जरी त्याचा परिणाम होत नसला तरीही आम्ही त्यास स्वतंत्र घटना म्हणतो

त्यामुळे कंडिशनिंगचे अनुसरण करत आहे . आपण एक नवीन संकल्पना देऊ शकतो ज्याला घटनांचे स्वातंत्र्य म्हणतात

त्यामुळे आता आपण असे म्हणू शकतो की घटना b चा घटना घडण्याच्या संभाव्यतेवर कोणताही परिणाम होत नसेल तर याचा अर्थ असा होईल की a ची संभाव्यता आणि दिलेल्या b ची संभाव्यता समान असली पाहिजे. b ची घटना a च्या संभाव्यतेवर परिणाम करत नाही तर हे विधान खरे असेल जरूर हे चांगले परिभाषित केले असेल याचा अर्थ मी असे गृहीत धरत आहे की b ची ah संभाव्यता सकारात्मक आहे म्हणून हे विधान आहे तुम्ही विभाजित b च्या संभाव्यतेप्रमाणे लिहू शकता b च्या संभाव्यतेनुसार ते a च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे आहे जे तुम्ही पुढे लिहू शकता की एक छेदनबिंदू b ची संभाव्यता a च्या संभाव्यते बरोबर b च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे जर तुम्ही हे पाहिले तर शेवटचे विधान हे एक सममितीय विधान आहे या विधानात मी b ला कंडिशनिंग इव्हेंट म्हणून ठेवत आहे परंतु येथे a आणि b मध्ये फरक नाही कारण मी फक्त असे म्हणत आहे की a आणि b च्या एकाचवेळी घडण्याची संभाव्यता ही गुणाकाराच्या समान आहे. a आणि b च्या वैयक्तिक संभाव्यता खरं तर मी दुसऱ्याचा विचार केला तर समजा a च्या घटनेचा b च्या संभाव्यतेवर परिणाम होत नसेल तर विधानाचे विधान काय असेल b ची संभाव्यता b च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे पुन्हा जर मी हे सोपे केले तर मी ते b छेदनबिंदूची संभाव्यता म्हणून लिहू शकतो a ची संभाव्यता भागिले a ची संभाव्यता b च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची आहे जी पुन्हा समान आहे मी ती या बाजूला घेतो म्हणजे ती b छेदनबिंदूची संभाव्यता होईल a च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीची b च्या संभाव्यतेमध्ये म्हणून जर तुम्ही घटना ah पाहिली तर हे विधान क्रमांक एक आणि विधान क्रमांक दोन आहे ही 2 विधाने प्रत्यक्षात समान आहेत आणि या विधानात आणि या विधानामध्ये फरक

आहे. ही विधाने सममितीय नाहीत येथे कंडिशनिंग येथे आहे कंडिशनिंग b वर आहे परंतु आपण हे अंतिम परिणाम पाहिल्यास हे विधान सममितीय आहे म्हणून आम्ही याला दोन घटनांच्या स्वातंत्र्याची व्याख्या मानतो म्हणजे आपण घटना a आणि b असे म्हणतो. स्वतंत्र जर ही स्थिती समाधानी असेल कारण याचा अर्थ असा होईल की a च्या घटनेचा b च्या घटनेवर परिणाम होत नाही
त्यामुळे b च्या घटनेवर परिणाम होत नाही मुळात स्वातंत्र्याच्या संकल्पनेची भौतिक समज असणे आवश्यक आहे म्हणून आम्ही अशी व्याख्या करतो जर छेदनबिंदू b ची संभाव्यता a च्या संभाव्यतेच्या b च्या संभाव्यतेइतकी असेल तर आम्ही घटना a आणि b स्वतंत्रपणे परिभाषित करतो म्हणून मी एक अगदी साधे उदाहरण देतो समजा दोन फासे दोन फेअर डाईज एकाच वेळी फेकले जातात आणि मी घटना मानतो पहिल्या डायवर सम संख्या असेल अशी घटना असेल आणि समजा मी b ला दुसऱ्या डायवर सम संख्या मानतो ठीक आहे मला a आणि b स्वतंत्र आहेत की नाही हे तपासायचे आहे तर p काय आहे आपण दोन भाडे फासे टाकल्यावर नमुना जागा पाहिली तर असे लिहिले आहे की माझ्याकडे 1 1 1 2 आणि 1 6 2 1 2 2 2 6 आणि असेच शेवटी 6 असतील. 1 6 2 आणि याप्रमाणे 6 6. तर यापैकी किती मध्ये पहिल्या डाईवर सम संख्या आहे , म्हणून जर तुम्ही दुसऱ्या रांगेत दोन येत असताना पहिला डाय पाहिला तर पहिल्यावर सम संख्या असेल म्हणजे तेथे आहेत अशी सहा प्रकरणे त्याचप्रमाणे चार एक चार दोन चार सहा सहा एक सहा दोन सहा सहा असतील म्हणजे एकूण छत्तीस प्रकरणांपैकी एकूण अठरा प्रकरणे आहेत जिथे पहिल्या मृत्यूवर सम संख्या आहे
त्यामुळे त्याची संभाव्यता अठरा बाय तीस होईल. सहा म्हणजे अर्धा समान आहे त्याचप्रमाणे जर मी विचार केला तर b ची संभाव्यता किती आहे ती दुसऱ्या डाईवर सम संख्या आहे म्हणून जर तुम्ही दुसरा डाई सेकंड बघितला तर आय संख्या बघितली तर तुम्ही येथे दुसरा कॉलम पाहिला तर एक दोन दोन दोन वर सहा ते दोन, तर इथे दुसऱ्या डोळ्यावर तुमची सम संख्या असेल त्याचप्रमाणे तुमच्याकडे एक चार दोन चार असेल तर सहा f पर्यंत आमची किंवा एक सहा दोन सहा सहा सहा वगैरे अठरा प्रकरणे आहेत जिथे तुमच्याकडे दुसऱ्या डायवर सम संख्या आहे
त्यामुळे त्याची संभाव्यता निम्मी होईल आता आपण आता एक छेदनबिंदू b ची संभाव्यता काय आहे ते पाहू या पहिल्या डायवर एक सम संख्या आहे आणि दुसऱ्या i वर सम संख्या आहे, तर प्रकरणे काय आहेत म्हणून दुसऱ्या रांगेत जर तुम्ही पाहिले तर तुमच्याकडे दोन चार आह दोन दोन दोन चार आणि दोन सहा आहेत तेथे तीन केस आहेत चौथ्या रांगेतील दुसऱ्या रांगेत तुमच्याकडे चार दोन चार चार आणि चार सहा असतील आणि तिसऱ्या सहाव्या ओळीत तुमच्याकडे सहा दोन सहा चार आणि सहा सहा असतील एकूण नऊ प्रकरणे आहेत जिथे तुमच्याकडे पहिल्या डायवर सम संख्या आहे आणि एक सम दुस-या डोळ्यावरील संख्या
त्यामुळे संभाव्यता नऊ बाय छत्तीस होईल जी एक बाय चारच्या बरोबरीची आहे
त्यामुळे येथे तुम्ही सहज लक्षात घेऊ शकता की छेदनबिंदूची संभाव्यता a च्या संभाव्यतेच्या b च्या संभाव्यतेइतकी आहे, म्हणून येथे तुम्ही घटना a आणि म्हणू शकता b स्वतंत्र घटना a आणि b त्या indep आहेत endent आता नैसर्गिकरित्या तुम्ही संकल्पना दोनपेक्षा जास्त घटनांपर्यंत विस्तारित करण्याचा विचार करू शकता आता स्वाभाविकपणे हे बाहेर येते की जर मी तीन घटनांचा विचार केला तर कोणत्या अटी असतील एक छेदनबिंदू b ची संभाव्यता a आणि संभाव्यता b च्या संभाव्यतेचे योग्य उत्पादन आहे . छेदनबिंदू c ची संभाव्यता c पण त्याच वेळी तुम्हाला तिन्ही देखील घ्याव्या लागतील म्हणून जर आपण परिभाषित केले तर आम्ही असे म्हणतो की घटना abc परस्पर स्वतंत्र आहेत जर छेदनबिंदू b ची संभाव्यता a च्या संभाव्यतेच्या बरोबर b च्या संभाव्यतेच्या बरोबर असेल. छेदनबिंदू c हे b च्या संभाव्यतेच्या c च्या संभाव्यतेच्या c च्या प्रतिच्छेदन a च्या संभाव्यतेच्या c च्या संभाव्यतेच्या बरोबर a च्या संभाव्यतेच्या c च्या संभाव्यतेच्या आणि b छेदनबिंदूच्या c च्या संभाव्यतेच्या b च्या संभाव्यतेच्या c च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे आहे. या तीन अटींना जोडीनुसार स्वतंत्रतेच्या अटी म्हणतात आणि जर तुम्ही सर्व चार घेतल्या तर याला परस्पर स्वतंत्र म्हटले जाते खरं तर अशी परिस्थिती असू शकते s जेथे या चार अटींपैकी तीन अटी पूर्ण झाल्या असतील किंवा दोन अटी पूर्ण झाल्या असतील
त्यामुळे सर्व अटी कदाचित समाधानी नसतील अशा परिस्थितीत आम्ही असे म्हणणार नाही की मागील उदाहरणामध्ये घटना स्वतंत्र आहेत . अगदी ठीक आहे जर आपण बेरीज सम आहे असे म्हंटले तर येथे शक्यता काय आहे सर्व प्रथम c ची संभाव्यता काय आहे
त्यामुळे बेरीज 1 1 1 3 1 5 2 2 2 4 2 6 3 1 3 तीन तीन पाच चार मध्ये आहे दोन चार चार चार सहा पाच एक पाच तीन पाच पाच सहा दोन सहा चार सहा सहा
त्यामुळे पुन्हा एकूण अठरा प्रकरणे आहेत
त्यामुळे तुम्हाला c ची संभाव्यता अर्ध्या बरोबर मिळेल . आणि बेरीज म्हणजे तुम्ही विचार केला तरी एकूण अठरा केसेसपैकी तुम्हाला फक्त नऊ केसेस मिळतील कारण तुम्हाला दोन दोन दोन चार दोन सहा वगैरे चार दोन चार चार सहा सहा दोन सहा चार सहा सहा मिळतील
त्यामुळे एकूण नऊ केसेस होतील तिथे तुम्हाला चार बाय चार मिळतील आह सॉरी एक छेदनबिंदू c कारण b ची आपण आधीच गणना केली आहे आणि जर आपण b छेदनबिंदू c च्या संभाव्यतेचा विचार केला तर तो दुसरा सम आहे आणि बेरीज सम आहे, तर याचा अर्थ पहिला सम असणे आवश्यक आहे, तर हे पुन्हा 9 बाय 36 होईल जी प्रकरणे i आत्ताच गणले आहे म्हणून abc जोडीनुसार स्वतंत्र आहेत परंतु मी छेदनबिंदू b छेदनबिंदू c ची संभाव्यता किती आहे हे पाहिल्यास याचा अर्थ तिन्ही सत्य आहेत तर तिन्ही पुन्हा सत्य आहेत फक्त नऊ प्रकरणांमध्ये
त्यामुळे ही संभाव्यता देखील चार बाय एक आहे हे a च्या संभाव्यतेच्या b च्या संभाव्यतेमध्ये c च्या संभाव्यतेच्या बरोबरीचे नाही
त्यामुळे ab c हे परस्पर स्वतंत्र नाहीत या विशिष्ट उदाहरणात मी तीन घटनांचा विचार केला आहे जेथे abc a आहेत आणि b स्वतंत्र b आणि c स्वतंत्र a आणि c आहेत स्वतंत्र पण मी तिन्ही एकत्र घेतल्यास ते स्वतंत्र नसतात याचे कारण असे की जर मी a आणि b घेतला तर c हे आपोआप प्रमाणित होईल कारण a सम b असेल तर c वर अवलंबून आहे म्हणूनच अह हे आहे पुढील वर्गात a आणि b ah पासून स्वतंत्र नाही. मी संभाव्यतेवरील विविध समस्यांवर विचार करेन, विविध प्रकारचे अर्ज जोडण्याचे नियम गुणाकार नियम एकूण संभाव्यतेचे प्रमेय बेज प्रमेय आणि स्वतंत्रतेची संकल्पना आपण