

इसलिए मैंने अपने पिछले व्याख्यान में सशर्त संभाव्यता पर पहले ही चर्चा शुरू कर दी थी, आप देख सकते हैं कि  $i i$  क्या पुनर्पूजीकरण करेगा यदि मैं एक निष्पक्ष पासे को उछालने पर विचार कर रहा हूँ और मैं घटना को 1 मानता हूँ तो इसकी संभावना क्या है 1 बटा 6 है अब मैं अपने कथन को संशोधित करता हूँ, क्या संभावना है कि एक के होने की संभावना है कि एक विषम संख्या होती है और मैं इसे किसी दिए गए की संभावना कहता हूँ कि अब इन छह संभावित परिणामों में से निष्पक्ष पास में तीन परिणाम हैं जो विषम संख्याएँ एक तीन और पाँच हैं इसलिए अब इसमें से यदि मैं कहूँ कि एक होने की प्रायिकता क्या है तो यह एक बटा तीन होगा , इसलिए यह वास्तव में सशर्त संभाव्यता की अवधारणा की ओर ले जा रहा है जिसका अर्थ है कि यदि मुझे कुछ का अतिरिक्त ज्ञान है एक प्रयोग में घटना तो मेरी मूल संभावना संशोधित हो सकती है तो आइए हम परिभाषित करते हैं कि ए और बी कोई दो घटनाएँ हैं जहाँ बी की संभावना सकारात्मक है तो किसी दिए गए घटना बी की सशर्त संभावना टी हुई है उसे निम्नलिखित फैशन में परिभाषित किया गया है, हम बी पर एक सशर्त की इस नोटेशन संभावना को लिखते हैं,

इसलिए इसे किसी दिए गए बी की संभावना के रूप में पढ़ा जाता है, इसे बी की संभावना से विभाजित एक चौराहे बी की संभावना के रूप में परिभाषित किया जाता है यदि मैं इस सूत्र को इस पर लागू करता हूँ विशेष मामला तो आप एक चौराहे बी की संभावना देख सकते हैं तो ए एक होता है और बी एक तीन पांच है

इसलिए एक चौराहे बी एक है

इसलिए यह छह से एक हो जाएगा और बी की संभावना आधा है

इसलिए एक से छह को एक से दो से विभाजित किया जाता है यह मुझे एक से तीन देगा,

इसलिए यह परिभाषा इस मूल समझ के अनुरूप है कि सशर्त संभाव्यता क्या है, तो मुझे इस तर्क को थोड़ा आगे बढ़ाने दें, मुझे इस संबंध नंबर एक को संबंध एक से कॉल करने दें, हम एक चौराहे की संभावना लिख सकते हैं बी बराबर है किसी दिए गए बी की संभावना में बी की संभावना के लिए इसी तरह अगर ए की संभावना सकारात्मक है तो हम बी की संभावना को भी परिभाषित कर सकते हैं ताकि बी चौराहे की संभावना बन जाए जो एक चौराहे बी के समान है की प्रायिकता से यह कथन की ओर ले जाएगा एक प्रतिच्छेदन की प्रायिकता  $b$ ,  $a$  की प्रायिकता में  $b$  की प्रायिकता के बराबर है, आइए हम इन कथनों दो और कथनों को देखें और आइए हम संभाव्य व्याख्या कथन संख्या दो के संदर्भ में बात करें। बाईं ओर मेरे पास दो घटनाओं ए और बी के एक साथ होने की संभावना है,

इसलिए मैं कह रहा हूँ कि यह पहली घटना को देखते हुए दूसरी घटना की संभावना से गुणा की गई घटनाओं में से एक की संभावना के बराबर है ,

इसलिए एक साथ होने की संभावना की गणना की जा सकती है दो संभावनाओं का एक उत्पाद एक सशर्त है और दूसरा घटनाओं में से एक की संभावना है जिसे सीमांत संभावना भी कहा जाता है और इस कथन में ए और बी की भूमिकाओं को आपस में बदल दिया गया है, यह नियम एक और यह दो और तीन ये गुणन नियम कहलाते हैं

इसलिए गुणन नियम की मूल अवधारणा यह है कि दो घटनाओं के एक साथ घटित होने की प्रायिकता की गणना दो प्रायिकता के गुणनफल के रूप में की जा सकती है यानी गुणन इतना है

इसलिए इसे गुणन नियम कहा जाता है, अब तुरंत विचार आता है कि क्या मैं इसे तीन घटनाओं तक बढ़ा सकता हूँ इसका उत्तर हाँ है वास्तव में मैं इस गुणन नियम को  $n$  घटनाओं की संख्या के लिए लिख सकता हूँ और प्रमाण फिर से है प्रेरण द्वारा जैसा कि आपने जोड़ नियम के मामले में देखा है, तो मैं अब सामान्य गुणन नियम देता हूँ, तो आइए हम एक और दो घटनाओं पर विचार करें और सशर्त संभाव्यता को परिभाषित करने के लिए हर में होने वाली घटना को परिभाषित करें। यह ऐसा है जैसे हर में मैंने ए या बी की संभावना की संभावना रखी है, तो उनकी संभावनाएं सकारात्मक होनी चाहिए अन्यथा अनुपात परिभाषित नहीं किया जाएगा

इसलिए मैं एक शर्त रख सकता हूँ कि एआई के चौराहे की संभावना एक के बराबर है  $n$  सकारात्मक है आह अब यह वास्तव में स्थिति यह कहने के लिए पर्याप्त है कि एक की संभावना सकारात्मक होगी दो की संभावना सकारात्मक होगी या एक की संभावना सकारात्मक होगी क्योंकि यह सेट वास्तव में सबसे छोटा सेट है जब मैं कई आह घटनाओं पर विचार करता हूँ और मैं उन सभी का प्रतिच्छेदन लेता हूँ, तो वह सबसे छोटा सेट है,

इसलिए यदि मैं सबसे छोटे सेट के प्रतिच्छेदन को सकारात्मक संभावना रखता हूँ तो सभी संबंधित घटनाओं का अर्थ है जो व्यक्तियों के रूप में घटित होगा या यदि वे एक समय में दो को एक चौराहे की तरह एक चौराहे एक दो तीन चौराहे एक चार वगैरह या एक समय में तीन चौराहे लेने के रूप में हो रहे हैं, तो उन सभी में सकारात्मक संभावनाएं होंगी

इसलिए मुझे यहाँ केवल टिप्पणी लिखने दें, यह सुनिश्चित करेगा कि सभी सशर्त संभावनाओं को अच्छी तरह से परिभाषित किया गया है

इसलिए सामान्य जोड़ नियम गुणन नियम है चौराहे की संभावना है एआई मैं 1 से  $n$  के बराबर है जो 1 की संभावना के बराबर है 2 की संभावना में 1 दिया गया है एक तीन की संभावना में एक चौराहा दिया गया है एक दो और इसी तरह किसी दिए गए  $a_{ii}$  की संभावना एक से  $n$  घटा एक के बराबर है,

इसलिए यह सामान्य एएच गुणन नियम है, प्रमाण फिर से गणितीय के सिद्धांत का उपयोग कर रहा है प्रेरण मान लीजिए कि मैं इस समीकरण को संख्या चार कहता हूँ, गणितीय प्रेरण के सिद्धांत का उपयोग करके संबंध चार को सिद्ध किया जा सकता है, उदाहरण के लिए मैं कह सकता हूँ कि  $n$  के लिए एक बराबर है कथन हमेशा सत्य है क्योंकि यह  $n$  के लिए बाईं ओर कम हो जाता है बराबर है एक के लिए यह मुझे केवल एक शब्द देगा जो कि एक समान रूप से दाहिने हाथ की ओर की संभावना है, जब  $n$  एक के बराबर होता है, तो केवल एक ही शब्द होगा,

इसलिए यह कथन एक की संभावना के बराबर है, अब इसे मान लें  $n$  के लिए सत्य होना  $k$  के बराबर है, तो  $n$  के लिए  $k$  प्लस वन के बराबर है, कथन इस तरह है कि चौराहे की संभावना  $a_{ii}$  एक से  $k$  जमा एक के बराबर है,

इसलिए सबसे पहले मैं इसे दो भागों में विभाजित करने के लिए मानता हूँ एक एक चौराहा एक दो चौराहा  $a_{jj}$  तीन से  $k$  जमा एक के बराबर है,

इसलिए यह एक चौराहे की प्रायिकता बन रहा है  $a$  दो एक  $j$  की संभावना में क्षमा करें चौराहा  $a_{j j}$  बराबर है तीन दो  $k$  प्लस एक दिया गया एक चौराहा एक दो अब मैं फिर से आवेदन कर सकता हूँ  $n$  के लिए  $k$  के बराबर है तो इसे और विस्तारित किया जा सकता है और इसे मैं एक की प्रायिकता के रूप में लिख सकता हूँ और दो दिए गए एक की संभावना के रूप में लिख सकता हूँ और

इसलिए मुझे यहाँ एक उदाहरण पर विचार करने दें कि एक व्यक्ति एक बीमारी से ठीक हो जाता है और बी घटना है उस व्यक्ति को कुछ इलाज मिलता है कुछ चिकित्सा उपचार मान लीजिए मैं मान रहा हूँ कि बी की संभावना 0.9 है यानी 90 प्रतिशत लोगों के पास चिकित्सा उपचार तक पहुंच है जो इस बीमारी से पीड़ित हैं और 80 प्रतिशत लोग जो वास्तव में उपचार प्राप्त करते हैं ठीक हो गया तो एक चौराहे बी की संभावना क्या है तो यह बी की संभावना के बराबर है बी की संभावना बिंदु नौ से बिंदु आठ है यानी बिंदु सात दो ताकि आप बयान दे सकें कि 72 प्रतिशत व्यक्ति जो प्राप्त करते हैं रोग वास्तव में ठीक हो जाता है क्योंकि 90 प्रतिशत लोगों के पास चिकित्सा उपचार तक पहुंच होती है और वास्तव में उपचार प्राप्त करने वाले लोगों में से 80 प्रतिशत ठीक हो जाते हैं

इसलिए कुल मिलाकर 72 प्रतिशत लोग वास्तव में ठीक हो जाते हैं

इसलिए यह गुणन नियम का प्रत्यक्ष अनुप्रयोग है, अब यह गुणन नियम और सशर्त संभाव्यता अवधारणा संभावनाओं की गणना पर विचार करने के लिए उपयोगी है जहाँ एक निश्चित घटना कई चीजों से उत्पन्न हो सकती है,

इसलिए इसे एक कारण प्रभाव संबंध जैसा कुछ कहा जाता है, इसलिए किसी विशेष के लिए प्रभाव के कई कारण हो सकते हैं, उदाहरण के लिए एक व्यक्ति की मृत्यु इसलिए मृत्यु का कारण मृत्यु का कारण दुर्घटना या प्राकृतिक कारणों से बीमारी के कारण हो सकता है, इसलिए जब हम अंतिम प्रभाव की संभावना की गणना कर रहे हैं तो हमें यह करना पड़ सकता है विभिन्न कारणों को ध्यान में रखें, इसलिए प्रत्येक कारण अब संभाव्यता में इस अवधारणा को कुल संभाव्यता की अवधारणा द्वारा औपचारिक रूप दिया गया है, इसलिए मुझे इसे यहां कुल संभाव्यता का प्रमेय दें, चलो वी एक बी दो मुझे घटनाओं की एक सीमित संख्या लिखने दें जो जोड़ीदार असंबद्ध हो और संपूर्ण घटनाएँ जैसे कि द्वि की प्रायिकता सभी के लिए धनात्मक है  $I$  बी 2 की सकारात्मक संभावना बीएन की सकारात्मक संभावना है, तो किसी भी घटना के लिए किसी भी घटना के लिए किसी दिए गए बी 1 की संभावना बी की संभावना के रूप में लिखी जा सकती है बी की संभावना प्लस बी दो की संभावना बी दो की संभावना में और इसी तरह आगे बीएन की प्रायिकता में दिए गए बीएन आइए हम इसके प्रमाण को देखें, इसलिए हमारे पास यहां संपूर्ण घटनाएँ हैं, जिसका अर्थ है कि  $s$  द्वि के मिलन के बराबर है एक से  $n$  के बराबर है जहां  $s$  नमूना स्थान है इसलिए हम लिख सकते हैं  $a$   $a_s$  एक चौराहा क्यों है क्योंकि कोई भी घटना नमूना स्थान का एक सबसेट होगा, इसलिए यदि मैं एक चौराहा लेता हूँ तो मुझे केवल एक ही मिलेगा इसका लाभ यह है कि मैं  $s$  लिख सकता हूँ क्योंकि द्वि का संघ 1 से  $n$  के बराबर है अब यह चौराहा है संघ

इसलिए मैं वितरण कानून लागू कर सकता हूँ

इसलिए वितरण कानून मुझे संघ देगा मैं एक से ना चौराहे के बराबर है अब आप देखते हैं कि मैंने क्या किया है एक घटना है जिससे मैंने कुछ सेटों के संघ के रूप में व्यक्त किया है और किस प्रकार सेटों की तो आइए इसे भी देखें, मैंने यहां मान लिया है कि बी एक बी दो ओ वगैरह वे सेट से जुड़े हुए हैं तो आइए हम यहां एक मोटे आरेख पर विचार करें मान लीजिए कि यह मेरा नमूना स्थान है ठीक है और मेरे पास घटना है, यह कहना है कि मेरी घटना बी एक है यह घटना है बी दो यह घटना है बी तीन और इसी तरह और कहते हैं मान लीजिए कि यह घटना बीएन है, इसलिए मैंने जानबूझकर इस तरह से डिजाइन किया था कि ये असंबद्ध हैं और साथ ही उन सभी का संघ वास्तव में एस के बराबर है, यहां कोई भी घटना है ठीक है तो कुछ घटना है तो ए का क्या होगा चौराहा बी 1 एक चौराहा बी 1 यह एक चौराहा है बी 2 यह बिंदीदार हिस्सा है एक चौराहा बी तीन कहता है आह मुझे इस घुंघराले रेखाएं यहां एक चौराहे बीएन कहते हैं मान लीजिए कि मैं यहां आह गोल आंकड़े यहां रखता हूँ ठीक है तो यह एक चौराहा है आह क्षमा करें, यह हिस्सा एक चौराहा होगा बीएन अब आप देखते हैं कि अगर बी 1 बी 2 बी 3 बीएन वगैरह वे असंबद्ध हैं तो एक चौराहा बी 1 एक चौराहा बी 2 एक चौराहा बी 3 एक चौराहा बीएन भी बी एक बी दो के बाद से असंबद्ध हैं बीएन वे जोड़ी के अनुसार हैं असंबद्ध सेट घटनाएँ हैं एक प्रतिच्छेदन  $b$  1  $a$  in प्रतिच्छेदन बी 2 और इसी तरह एक चौराहे पर बीएन भी जोड़ीदार असंबद्ध होगा क्योंकि वे वास्तव में एक चौराहे हैं बी 1 वास्तव में यह देखने का एक सबसेट है कि यह बी 1 का सबसेट है एक चौराहे बी 2 बी 2 का सबसेट है और इसी तरह एक चौराहे पर बीएन बीएन का एक सबसेट है, इसलिए यदि यह बी 1 बी 2 बीएन वगैरह असंबद्ध हैं तो एक चौराहे बी 1 एक चौराहे बी 2 एक चौराहे बीएन भी असंबद्ध हो जाएगा अब हमने जो किया है उसे असंबद्ध घटनाओं के संघ के रूप में लिखा गया है यदि ये असंबद्ध हैं तो पहले आह से मैंने आपको एडिटिविटी का स्वयंसिद्ध दिया है जो कि कलमोगोरोव का स्वयंसिद्ध है, तीसरा स्वयंसिद्ध यह था कि यदि आपके पास जोड़ीदार असंबद्ध घटनाएँ हैं तो संघ की संभावना कुछ संभावनाओं के बराबर है,

इसलिए यदि मैं इसे लागू करता हूँ योगात्मकता के स्वयंसिद्ध द्वारा हमें एक की संभावना मिलती है जो संघ की संभावना के बराबर है एक प्रतिच्छेदन द्वि एक से  $n$  के बराबर है जो योग के बराबर है मैं एक के बराबर है  $n$  एक चौराहे की संभावना द्वि अब यह एक चौराहा द्वि फिर से मैं कर सकता हूँ गुणन  $n$  लागू करें इस पर उल तो मैं इसे योग के रूप में प्राप्त करूंगा मैं किसी दिए गए द्वि की संभावना के बराबर है द्वि की संभावना में जो वास्तव में कुल संभाव्यता के प्रमेय का मूल कथन था जो कि किसी दिए गए बी की संभावना है 1 में बी की प्रायिकता में बी 2 की प्रायिकता बी 2 की प्रायिकता में और इसी तरह किसी दिए गए बीएन की प्रायिकता में बीएन की प्रायिकता में ताकि उस कथन को हमने यहां साबित कर दिया है कि इसे संदर्भ में देखने के लिए वास्तव में इसका मतलब है कि यदि एक घटना को  $n$  परस्पर अनन्य घटनाओं के संघ के रूप में विघटित किया जा सकता है, फिर अंतिम घटना की संभावना उनमें से प्रत्येक की सशर्त संभावनाओं और उन घटनाओं में से प्रत्येक की सीमांत संभावना के संदर्भ में है, इसलिए मैं यहां एक उदाहरण देता हूँ एक उचित सिक्का एक बार उछाला जाता है यदि एक सिर ऊपर आता है तो एक निष्पक्ष पासा एक बार उछाला जाता है और यदि एक पूंछ आती है तो एक निष्पक्ष पासा दो बार उछाला जाता है, हम इस संभावना को खोजना चाहते हैं कि कम से कम एक छक्का ठीक है तो आइए हम यहां कुल संभावना के प्रमेय को लागू करते हैं इसलिये दो संभावनाएँ हैं कि आपके पास एक सिर हो सकता है या आपके पास पूंछ हो सकती है,

इसलिए यदि मैं घटना पर विचार करता हूँ तो एच घटना को इंगित करता है कि सिर आता है और कहें कि टी उस घटना को दर्शाता है जो पूंछ आती है इसका मतलब है कि जब एक सिक्का उछाला जाता है तो आप प्राप्त कर सकते हैं एक सिर या एक पूंछ और मैं इस संकेतन एच और टी का उपयोग यह दर्शाने के लिए करता हूँ और एक घटना है कि एक छक्का मनाया जाता है, तो एक की संभावना को किसी दिए गए एच की संभावना के रूप में लिखा जा सकता है एच प्लस किसी दिए गए टी की संभावना टी की संभावना में क्योंकि एच यूनियन टी यहां पूर्ण नमूना स्थान है,

इसलिए आप प्राप्त करने में सक्षम हैं, आप कह सकते हैं कि यहां कुल संभावना का प्रमेय घटनाओं में विभाजित है एच और टी अब हम यहां संभावना को देखते हैं यदि कोई सिर देखा जाता है तो परिणाम यह है कि एक पासे को एक बार उछाला जाता है तो पासे को एक बार उछाला जाता है यहाँ चित आने की प्रायिकता क्या है छक्के की प्रायिकता क्या है जो एक बटा छह हो जाएगा और यहाँ एक चित आने की प्रायिकता क्या है जो यहाँ आधा है क्योंकि यह है एक निष्पक्ष सिक्का दूसरे भाग में एक पूंछ आती है तो  $a$  फेयर डार्ड को दो बार उछाला जाता है, कम से कम एक छक्के की प्रायिकता क्या है,

इसलिए मैं इसका उपयोग करके गणना कर सकता हूँ कि कोई छक्का नहीं है

इसलिए एक टॉस में कोई छक्का नहीं बनता है कि हमें एक छक्का नहीं मिलता है, संभावना पांच गुणा छह होगी अब दो बार यह हो गया है और दोनों बार मुझे छक्का नहीं मिलता है तो संभावना पांच गुणा छह वर्ग होगी

इसलिए यदि मैं एक ऋण लेता हूँ तो इसका मतलब है कि हमें कम से कम एक छक्का मिलता है और एक पूंछ की संभावना आधी है अब हम आसानी से सरल हो सकता है और हमें सत्रह बटा बहत्तर मिलता है

इसलिए आप प्राप्त कर रहे हैं और आइए हम इसे संख्यात्मक रूप से व्याख्या करने का प्रयास करें सत्रह बटा बहत्तर है आह आप बिंदु पांच से थोड़ा अधिक कह सकते हैं आह क्षमा करें आह यह चौदह से थोड़ा अधिक है सत्तर यानी बिंदु दो जब आपके पास पासे का टॉस होता है तो आपके पास एक छक्के की संभावना एक बटा छह ओके आह होती है,

इसलिए यहां लगभग 16 प्रतिशत है लेकिन यहां आप उस सत्रह बटा बहत्तर की तुलना में बहुत अधिक हो रहे हैं, इसका कारण यह है कि हम फेयर डार्ड की संभावना को भी अनुमति दे रहे हैं दो बार उछालने के लिए

इसलिए एक छक्का प्राप्त करने की संभावना एक से छह से सत्रह तक बहत्तर हो गई है वास्तव में एक बटा छह बारह बटा बहत्तर है और यहां आपको सत्रह बटा बहत्तर मिल रहा है

इसलिए संख्यात्मक रूप से आप केवल अतिरिक्त पासे जोड़कर देख सकते हैं भाग में हमने यहां प्रायिकता जोड़ दी है यह कुल संभाव्यता के प्रमेय का

एक अनुप्रयोग है अब कुल संभाव्यता के प्रमेय में हम जो कर रहे हैं वह यह है कि जब कोई घटना होती है तो उस घटना की संभावना की गणना करने के लिए हम कंडीशनिंग देख रहे होते हैं कई कारण हैं, जैसा कि मैंने आपको बताया कि प्रभाव संबंध का कारण बनता है अब हम इस विचार को आगे बढ़ा सकते हैं मान लीजिए कि प्रभाव आपके लिए उपलब्ध है, जिसका अर्थ है कि आप पहले से ही कुछ देख रहे हैं और लेकिन हमने यह नहीं देखा कि कारण क्या था और फिर हम वापस जाते हैं और देखें कि क्या हम मूल कारण की प्रायिकता की गणना कर सकते हैं कि क्या कारण हो सकता है इसलिए यदि हम ऐसा करते हैं तो हम प्रायिकता को उल्टे तरीके से देख रहे हैं या आप कह सकते हैं रिवर्स कंडीशनिंग के साथ सशर्त संभाव्यता यहां हमने अवधारणा दी है कि किसी दिए गए बी की संभावना किसी दिए गए बी दो वगैरह की संभावना है, लेकिन अगर मुझे पता है कि ए क्या है तो बी की संभावना क्या है इसका मतलब है कि मैं बी की संभावना की गणना कर रहा हूं बी दो की संभावना को देखते हुए एक वगैरह दिया गया है, इसलिए इस अवधारणा को बेयस प्रमेय के प्रसिद्ध कथन में औपचारिक रूप दिया गया है, इसका नाम थॉमस बेस के नाम पर रखा गया है और यह पुस्तक उनकी मृत्यु के बाद 1763 को प्रकाशित हुई थी, लेकिन बयान जारी है और यह बायेसियन सिद्धांत बहुत लोकप्रिय हो गया है। अब अनुमान के विभिन्न नियमों में निर्णय सिद्धांत के संदर्भ में आधार अनुमानकों का उपयोग किया जाता है, बायेसियन परीक्षणों का उपयोग किया जाता है, इसलिए बायेसियन निर्णय नियमों का उपयोग व्यवहार में किया जाता है,

इसलिए मैं यहां बयान देता हूं,

इसलिए बी 1 बी 2 बीएन को कोई भी घटना होने दें, तो हम फिर से हैं असंबद्ध घटनाओं को लेना जो संपूर्ण हैं और उनमें से प्रत्येक की संभावना सकारात्मक है, एक सकारात्मक की संभावना के साथ किसी भी घटना को होने दें, फिर  $br$  दिए जाने की संभावना  $br$  दी गई है जो किसी दिए गए की संभावना है बीआर की प्रायिकता में बीआर को सिग्मा से विभाजित करके बीआइ की प्रायिकता में द्वि की प्रायिकता एक से एन के बराबर होती है। वास्तव में सेट थ्योरेटिक नोटेशन और एक्सोमेटिक दृष्टिकोण पर हमारा ध्यान प्रतिबंधित है, सबूत वास्तव में बहुत सरल हैं

इसलिए बी की संभावना दी जाती है, यह कथन सही है क्योंकि आर 1 2 के बराबर है और एन इसका मतलब है कि किसी भी घटना के लिए मैं इसकी गणना कर सकता हूं

इसलिए हम सशर्त संभाव्यता की परिभाषा को लागू करते हैं,

इसलिए यह बी आर चौराहे की संभावना बन जाती है जो ए की संभावना से विभाजित होती है और इस पर यदि आप अंश को देखते हैं तो मैं गुणा नियम को विपरीत तरीके से लागू कर सकता हूं जिसका अर्थ है कि मैं इसे संभावना के रूप में लिख सकता हूं  $br$  की प्रायिकता में  $br$  दिया गया है, यह गुणन नियम का उपयोग कर रहा है और हर में  $ai$  की यह प्रायिकता केवल कुल प्रायिकता के प्रमेय को लागू करती है क्योंकि मेरे पास वही स्थितियाँ हैं जो घटनाएँ हैं आईट और एक्सक्लूसिव तो डिज़ाइन और संपूर्ण घटनाओं के लिए ए की संभावना द्वि की दी गई द्वि प्रायिकता की सिग्मा संभावना के बराबर है, इसलिए मैं लिख सकता हूं कि यहां कुल संभाव्यता के प्रमेय का उपयोग करते हुए हर में वास्तव में बयान सिर्फ दो चरणों में साबित हुआ है। एक कदम मैंने अंश में दूसरे चरण में सशर्त संभाव्यता की परिभाषा लिखी है मैंने गुणन नियम लागू किया है और हर में मैंने कुल संभावना के प्रमेय को लागू किया है इसलिए आधार प्रमेय यहां स्थापित किया गया है तो आइए हम केवल एक साधारण आवेदन पर विचार करें यहाँ तो एक कंप्यूटर निर्माता तीन आपूर्तिकर्ताओं से चिप्स खरीदता है, जैसे बी एक बी दो बी तीन अनुपात में दो बटा पांच तीन बटा दस और कहेँ तीन बटा दस क्रमशः

इसलिए चिप्स की अपनी कुल खरीद में से वह कंप्यूटर में फिक्सिंग के लिए खरीदता है बी से दो बटा पांच अनुपात बी से एक तीन बटा दस बी दो से और तीन बटा दस बी तीन आह से यह अनुभव से ज्ञात है कि बी से एक प्रतिशत चिप्स एक दोषपूर्ण है बी दो में से पांच प्रतिशत दोषपूर्ण हैं और बी तीन से दस प्रतिशत दोषपूर्ण हैं ठीक है

इसलिए निर्माता के संग्रह से एक चिप को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है, यह दोषपूर्ण पाया जाता है, तो संभावना क्या है कि इसे अब बी द्वारा आपूर्ति की गई थी आप यहाँ देखते हैं कि यह कारण प्रभाव संबंध है क्योंकि अंतिम प्रभाव चाहे चिप खराब हो या नहीं,  $b1$   $b2$  या  $b3$  की आपूर्ति से डाला जा सकता है अब हम अंत में प्रभाव जानते हैं कि यह वास्तव में दोषपूर्ण है

इसलिए हम देख रहे हैं कि क्या कारण था इसका मतलब है कि इसका कारण कौन है, यह है कि क्या यह बी 1 या बी 2 या बी 3 था, यहां संबंधित एएच संभावनाएं क्या हैं तो आइए हम इसकी गणना यहां करें ताकि अगर हम बेयस प्रमेय लागू करते हैं तो हमारे पास आह की संभावना क्या होगी तो मुझे जाने दो मैं यहां घटनाओं को परिभाषित करता हूं मान लीजिए कि मैं घटना को परिभाषित करता हूं क्योंकि चिप खराब है, तो किसी की संभावना की संभावना क्या है, किसी दिए गए द्वि की संभावना की संभावना द्वि की संभावना है मैं एक दो तीन के बराबर है जहां द्वि घटना को दर्शाता है टी हैट चिप की आपूर्ति द्वि निर्माता द्वारा की जाती है,

इसलिए यहां मैं इन सभी चीजों को जानता हूं क्योंकि बी की संभावना मुझे दो से पांच तक ज्ञात है बी दो की संभावना तीन बटा दस है बी तीन की संभावना तीन बटा दस है इसी तरह किसी दिए गए बी की संभावना किसी दिए गए बी की सौ से एक संभावना है दो दिए गए बी की संभावना सौ से पांच है तीन सौ सौ है क्योंकि हम प्रत्येक आपूर्तिकर्ता से दोषपूर्ण चिप्स की संभावना जानते हैं,

इसलिए यदि हम इन मूल्यों को यहां प्रतिस्थापित करते हैं तो मुझे यहां 1 बटा 100 मिलता है 2 बटा 5 जमा पांच बटा सौ में आह तीन बटा दस जमा दस सौ गुणा तीन बटा दस ताकि हम इसे आसानी से गणना कर सकें जो कि बिंदु शून्य चार नौ आह के बराबर है आप भी इस संख्या की सराहना करने का प्रयास कर सकते हैं जिसका अर्थ है मूल रूप से हम कह रहे हैं कि लगभग पांच प्रतिशत चिप्स खराब हैं जो व्यक्ति निर्माता खरीदता है देखता है कि वह तीन से खरीद रहा है उनमें से एक में एक प्रतिशत दोषपूर्ण है दूसरे में पांच प्रतिशत दोषपूर्ण है और दूसरा दस प्रतिशत प्रभावकारी है अब वह उनमें से प्रत्येक से विविध मात्रा में ले रहा है, कुल मिलाकर उसके संग्रह में लगभग 0.49 होगा, यानी आप अब लगभग 5 प्रतिशत प्रभावी चिप्स कह सकते हैं यदि मैं बी 1 की संभावना की गणना करना चाहता हूं तो आधार प्रमेय द्वारा यह है किसी दिए गए  $b$  1 की प्रायिकता में  $b$  1 की प्रायिकता को  $a$  की प्रायिकता से विभाजित किया जाता है, जो कि 1 बटा 100 में 2 बटा 5 के बराबर 0.049 से विभाजित होता है,

इसलिए सरलीकरण के बाद यह केवल 4 गुणा उन्तालीस हो जाता है इसी तरह मैं प्रायिकता की गणना कर सकता हूं बी दो में से एक दिया गया है जो किसी दिए गए बी की संभावना के बराबर है बी दो की संभावना के बराबर है बी दो की संभावना से विभाजित है ताकि पांच गुणा सौ में तीन बटा दस के बराबर है जो बिंदु शून्य चार नौ से विभाजित है जो पंद्रह बटा चालीस के बराबर है नौ और  $b$  तीन की प्रायिकता दी गई  $a$  किसी दिए गए  $b$  तीन की प्रायिकता के बराबर  $b$  तीन की प्रायिकता से विभाजित होती है  $a$  की प्रायिकता से विभाजित होती है जो कि दस बटा सौ में तीन बटा दस के बराबर होती है, जो बिंदु शून्य चार नौ से विभाजित होती है जो तीस बटा के बराबर होती है. चार नहीं आइए हम यहां संख्याओं के प्रभाव को देखें, देखें कि बी एक की संभावनाएं क्या थीं जो कि दो बटा पांच थीं बी दो की संभावना तीन बटा दस थीं बी तीन की संभावना भी तीन बटा दस थीं लेकिन सशर्त संभावनाएं अब काफी भिन्न हो गई हैं दो बटा पांच से जो लगभग चालीस प्रतिशत है, यह घटकर चार गुणा उन्तालीस हो गया है जो कि दस प्रतिशत से कम है वास्तव में यह दस प्रतिशत से कम हो गया है जबकि यह संख्या तीन बटा दस से बढ़ी है यह पन्द्रह गुणा उन्तालीस हो गई है और यह संख्या तीन से दस तक यह तीस बटा नौ हो गया है जो लगभग साठ प्रतिशत है इसका क्या मतलब है क्योंकि हम वास्तव में हमने अंतिम प्रभाव देखा है जिसका अर्थ है कि चिप वास्तव में दोषपूर्ण है,

इसलिए कौन सी कंपनी दोषपूर्ण चिप की आपूर्ति करने की अधिक संभावना है क्योंकि हम बी 1 बी 2 और बी 3 से चीजें खरीद रहे हैं और बी 3 में अधिकतम संख्या में दोषपूर्ण है यानि कि 10 प्रतिशत दोषपूर्ण चिप्स हैं,

इसलिए यदि चिप खराब है तो यह बहुत संभव है कि यह बी थ्री द्वारा आपूर्ति की जाती है क्योंकि लगभग साठ प्रतिशत संभावना यह है कि बी थ्री से

दोषपूर्ण चिप की आपूर्ति की गई थी और बी दो से कुछ हद तक कम संभावना है जो कि पांच प्रतिशत प्रभावी है, इसलिए अब यहां पांच प्रतिशत से अधिक हो गया है और बी एक का हिस्सा है बहुत कम हो जाते हैं हालांकि हम बी एक से चालीस प्रतिशत उत्पाद ले रहे हैं, लेकिन चूंकि बी एक से दोषों की संख्या बहुत कम है, जो केवल एक प्रतिशत है

इसलिए यदि अंततः चिप खराब है तो संभावना कम है कि इसे बी एक से आपूर्ति की गई होगी। तो मूल रूप से यह एच बेस प्रमेय का प्रभाव है या आप कह सकते हैं क्योंकि हम परिप्रेक्ष्य में कारण प्रभाव संबंध करने में सक्षम हैं, इसमें कई क्षेत्रों में विशेष रूप से अपराध का पता लगाने में कुछ फोरेंसिक परीक्षा इत्यादि में आवेदन हो सकते हैं, हम वास्तव में जानते हैं अंतिम बात और फिर हम कारणों का पता लगाना चाहते हैं

इसलिए यह विशेष परिणाम विशेष रूप से बहुत प्रसिद्ध हो गया और वर्तमान में इसे विज्ञान और इंजन के विभिन्न क्षेत्रों में लागू किया जा रहा है इसके बाद अब हमने कंडीशनिंग की अवधारणा पर विचार किया है जिसका अर्थ है कि कंडीशनिंग वास्तव में कुछ के होने की संभावना की घटना को प्रभावित करती है, भले ही यह प्रभावित न हो तो अगर यह प्रभावित नहीं करती है तो हम इसे स्वतंत्र घटना कहते हैं,

इसलिए वास्तव में कंडीशनिंग से निम्नलिखित हम एक नई अवधारणा दे सकते हैं जिसे घटनाओं की स्वतंत्रता कहा जाता है, इसलिए अब हम कह सकते हैं कि यदि घटना बी के होने की संभावना पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है तो इसका मतलब यह होगा कि ए की संभावना और किसी दिए गए बी की संभावना समान होनी चाहिए। बी की घटना ए की संभावना को प्रभावित नहीं करती है, तो यह कथन सत्य होगा बशर्ते कि यह अच्छी तरह से परिभाषित हो जिसका अर्थ है कि मैं मान रहा हूँ कि बी की संभावना सकारात्मक है

इसलिए यह कथन है जिसे आप एक चौराहे की संभावना की तरह लिख सकते हैं बी विभाजित  $b$  की प्रायिकता से, जो  $a$  की प्रायिकता के बराबर है, जिसे आप आगे लिख सकते हैं, एक प्रतिच्छेदन की प्रायिकता  $b$ ,  $a$  की प्रायिकता के बराबर  $b$  की प्रायिकता के बराबर है यदि आप इसे देखते हैं अंतिम कथन यह इस कथन में एक सममित कथन है वास्तव में मैं  $b$  को कंडीशनिंग घटना के रूप में रख रहा हूँ लेकिन यहाँ  $a$  और  $b$  के बीच कोई अंतर नहीं है क्योंकि मैं केवल यह कह रहा हूँ कि  $a$  और  $b$  के एक साथ होने की संभावना उत्पाद के बराबर है ए और बी की व्यक्तिगत संभावनाएं वास्तव में अगर मैं दूसरे पर विचार करता हूँ मान लीजिए कि मैं मानता हूँ कि अगर ए की घटना बी की संभावना को प्रभावित नहीं करती है तो बयान क्या होगा जैसे कि बी की संभावना बी की संभावना के बराबर है फिर से अगर मैं इसे सरल करता हूँ तो मैं इसे बी चौराहे की संभावना के रूप में लिख सकता हूँ, ए की संभावना से विभाजित बी की संभावना के बराबर है जो फिर से बराबर है मैं इसे इस तरह ले जाता हूँ,

इसलिए यह बी चौराहे की संभावना बन जाता है ए की संभावना के बराबर है बी की संभावना में, यदि आप घटना को देखते हैं तो यह कथन संख्या एक और कथन संख्या दो है, ये 2 कथन वास्तव में समान हैं और इस कथन और इस कथन के बीच का अंतर है  $ays$  कि ये कथन सममित नहीं हैं यहाँ कंडीशनिंग यहाँ पर है कंडीशनिंग  $b$  पर है, लेकिन यदि आप इस अंतिम परिणाम को देखें तो यह कथन सममित है

इसलिए हम इसे दो घटनाओं की स्वतंत्रता की परिभाषा मानते हैं जिसका अर्थ है कि हम कहते हैं कि घटनाएँ  $a$  और  $b$  हैं स्वतंत्र अगर यह स्थिति संतुष्ट है क्योंकि इसका मतलब यह होगा कि ए की घटना बी की घटना को प्रभावित नहीं करती है, बी की घटना को प्रभावित नहीं करती है, इसलिए मूल रूप से स्वतंत्रता की अवधारणा की भौतिक समझ होनी चाहिए,

इसलिए हम इसे इस तरह परिभाषित करते हैं हम घटनाओं ए और बी को स्वतंत्र होने के लिए परिभाषित करते हैं यदि एक चौराहे बी की संभावना बी की संभावना में ए की संभावना के बराबर है, तो मुझे एक बहुत ही सरल उदाहरण देना चाहिए मान लीजिए कि दो पासा दो किराया ड्राई एक साथ फेंक दिए जाते हैं और मैं घटना पर विचार करता हूँ ए ऐसी घटना हो कि पहले पासे पर सम संख्या हो और मान लीजिए कि मैं  $b$  को दूसरे पासे पर घटना सम संख्या मानता हूँ, ठीक है, मैं यह जांचना चाहता हूँ कि क्या  $a$  और  $b$  स्वतंत्र हैं तो  $p$  क्या है जब हम दो पासों को उछालते हैं तो हम नमूना स्थान को देखते हैं तो यह इस तरह लिखा जाता है कि मेरे पास संख्या 1 1 1 2 होगी और इसी तरह 1 6 2 1 2 2 2 6 और इसी तरह अंत में आपके पास 6 होंगे 1 6 2 और इसी तरह 6 6 पर। तो इनमें से कितने में पहले पासे पर एक सम संख्या है,

इसलिए यदि आप पहली पंक्ति को दूसरी पंक्ति में देखते हैं जब दो हो रहे हैं तो पहले पर भी संख्या है तो वहाँ हैं छह ऐसे मामले इसी तरह चार एक चार दो चार छह छह एक छह दो छह छह होंगे यानी कि छत्तीस मामलों में से कुल अठारह मामले हैं जहाँ पहले पासे पर एक सम संख्या है

इसलिए इसकी संभावना अठारह बटा तीस हो जाती है छह जो आधे के बराबर है, इसी तरह अगर मैं विचार करता हूँ कि बी की संभावना क्या है जो दूसरे पासे पर एक सम संख्या है, तो यदि आप दूसरे पासे को देखते हैं तो दूसरे नंबर पर यदि आप दूसरे कॉलम को देखते हैं तो संख्याएँ यहां एक दो दो दो ऊपर छह दो तो यहाँ दूसरी आँख पर आपके पास एक सम संख्या है यदि आपके पास एक चार दो चार से छह  $f$  है हमारे या एक छह दो छह छह छह वगैरह फिर से अठारह मामले हैं जहाँ आपके पास दूसरे पासे पर एक सम संख्या है,

इसलिए इसकी संभावना आधी हो जाती है अब देखते हैं कि एक चौराहे की संभावना क्या है बी अब एक चौराहे बी का मतलब है कि पहले पासे पर एक सम संख्या है और दूसरे पर एक सम संख्या है, तो दूसरी पंक्ति में क्या मामले हैं यदि आप देखते हैं कि आपके पास दो चार आह दो दो दो चार और दो छह हैं तो इसमें तीन मामले हैं चौथी पंक्ति में दूसरी पंक्ति में आपके पास चार दो चार चार और चार छक्के होंगे और तीसरी छठी पंक्ति में आपके पास छह दो छह चार और छह छह हैं, कुल नौ मामले हैं जहाँ आपके पास पहले पासे पर एक सम संख्या है और एक सम है दूसरी आँख पर संख्या

इसलिए संभावना नौ बटा छत्तीस हो जाती है जो कि एक बटा चार के बराबर है

इसलिए यहाँ आप आसानी से देख सकते हैं कि एक चौराहे बी की संभावना बी की संभावना में ए की संभावना के बराबर है,

इसलिए यहाँ आप घटनाओं को कह सकते हैं और  $b$  स्वतंत्र घटनाएँ हैं  $a$  और  $b$  वे स्वतंत्र हैं एंडेंट अब स्वाभाविक रूप से आप अवधारणा को दो से अधिक घटनाओं तक विस्तारित करने के बारे में सोच सकते हैं अब स्वाभाविक रूप से यह पता चला है कि अगर मैं तीन घटनाओं पर विचार करता हूँ तो स्थितियाँ क्या होंगी एक चौराहे की संभावना बी संभावना का उचित उत्पाद है और संभावना बी बी की संभावना है चौराहे सी एक चौराहे की संभावना सी लेकिन एक ही समय में आपको तीनों को भी लेना होगा,

इसलिए यदि हम परिभाषित करते हैं तो हम कहते हैं कि घटनाएँ एबीसी परस्पर स्वतंत्र हैं यदि एक चौराहे की संभावना बी की संभावना के बराबर है बी की संभावना बी की संभावना में प्रतिच्छेदन  $c$ ,  $b$  की प्रायिकता के बराबर है  $c$  की प्रायिकता में  $c$  की प्रायिकता प्रतिच्छेदन  $a$ ,  $c$  की प्रायिकता में  $a$  की प्रायिकता के बराबर है और किसी प्रतिच्छेदन की प्रायिकता  $b$  प्रतिच्छेदन  $c$ ,  $a$  की प्रायिकता में  $b$  की प्रायिकता में  $c$  की प्रायिकता के बराबर है इन तीन स्थितियों को जोड़ीदार स्वतंत्रता की शर्तें कहा जाता है और यदि आप चारों को लेते हैं तो इसे पारस्परिक रूप से स्वतंत्र कहा जाता है, वास्तव में मामला हो सकता है  $s$  जहाँ इन चार शर्तों में से तीन शर्तें संतुष्ट हो सकती हैं या दो शर्तें संतुष्ट हो सकती हैं,

इसलिए सभी शर्तें संतुष्ट नहीं हो सकती हैं, उस स्थिति में हम यह नहीं कहेंगे कि पिछले उदाहरण में घटनाएँ स्वतंत्र हैं, माना कि घटना  $c$  है कि योग यहाँ तक कि ठीक है अगर हम कहते हैं कि योग सम है तो यहाँ क्या संभावनाएँ हैं सी की संभावना क्या है सबसे पहले तो योग 1 1 1 3 1 5 2 2 2 2 4 2 6 3 1 3 तीन तीन पांच चार में भी है दो चार चार चार छह पांच एक पांच पांच पांच छह दो छह चार छह छह तो फिर से कुल अठारह मामले हैं

इसलिए आपको सी की संभावना आधे के बराबर होगी यदि मैं एक चौराहे बी की संभावना पर विचार करता हूँ तो पहला भी है और योग इतना भी है कि अगर आप विचार करें तो कुल अठारह मामलों में से आपको केवल नौ मामले मिलेंगे क्योंकि आपको दो दो दो चार दो छह वगैरह चार दो चार चार छह छह दो छह चार छह छह मिलेंगे तो कुल नौ मामले होंगे वहाँ तो आपको एक-एक करके चार आह मिलेगी क्षमा करें एक चौराहा  $c$  क्योंकि चौराहे बी हम पहले ही गणना कर चुके हैं और अगर हम बी चौराहे सी की संभावना पर विचार करते हैं जो कि दूसरा है और योग भी है तो इसका मतलब है कि पहले वाला भी होना चाहिए, फिर यह 9 बटा 36 हो जाता है जो कि मैं अभी गणना की गई है

इसलिए एबीसी जोड़ीदार स्वतंत्र हैं , लेकिन अगर मैं देखता हूं कि एक चौराहे बी चौराहे सी की संभावना क्या है जिसका मतलब है कि तीनों सत्य हैं तो तीनों नौ मामलों में फिर से सच हैं,  
इसलिए यह संभावना भी एक से चार है  
इसलिए यह ए की संभावना के बराबर नहीं है बी की संभावना में सी की संभावना है  
इसलिए एबी सी परस्पर स्वतंत्र नहीं हैं इस विशेष उदाहरण में मैंने तीन घटनाओं पर विचार किया है जहां एबीसी वे ए और बी स्वतंत्र हैं बी और सी स्वतंत्र हैं ए और सी हैं स्वतंत्र लेकिन अगर मैं तीनों को एक साथ लेता हूं तो वे स्वतंत्र नहीं हैं इसका कारण यह है कि अगर मैं ए और बी लेता हूं तो सी स्वचालित रूप से प्रमाणित हो जाता है क्योंकि अगर ए सम बी भी है तो सी उस पर निर्भर है  
इसलिए आह यह है अगली कक्षा में ए और बी ए से स्वतंत्र नहीं, मैं संभाव्यता पर विभिन्न समस्याओं पर विचार करूंगा, विभिन्न प्रकार के जोड़ नियम गुणन नियम, कुल संभाव्यता का प्रमेय बेज़ प्रमेय और स्वतंत्रता की अवधारणा आप

Prutor@iitk