پچھلے لیکچر میں میں نے امکان کے کئی مسائل بتائے ہیں ان مسائل کا مقصد مختلف اصولوں کے اطلاق کو دکھانا تھا مثال کے طور پر اضافی اصول مشروط امکان کا تصور کل امکان کا نظریہ اور آج کا بائیس تھیوریم۔ میں مسائل کو حل کرنے میں کچھ اور وقت صرف کروں گا ان میں سے بہت سے مسائل کچھ مسابقتی امتحانات جیسے مشترکہ داخلہ امتحان اور کچھ دوسرے امتحانات کے سوالیہ پرچے سے بھی لیے گئے ہیں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان میں سے زیادہ تر مسائل ان تمام تصورات کو بروئے کار لائیں گے جن پر ہم نے بحث کی ہے۔ اب میں یہ بھی مشورہ دوں گا کہ برائے مہربانی ترتیب اور امتزاج کے باب کو دیکھیں کیونکہ امکانی مسائل میں سے کچھ میں ترتیب اور امتزاج کے تصورات شامل ہوتے ہیں اس لیے بہتر ہو گا کہ اگر طلبہ اس کے لیے اچھی طرح سے تیار ہوں

تو مجھے کچھ مسائل سے شروع کرنے دیں امکانات ایک چھ کا مشاہدہ کرنے پر جب تین نرد ہوتے ہیں

اس کا مطلب ہے کہ اگر ah 4 x 1 5 x 1 6 x رکھتا ہوں۔ آزادانہ طور پر پھینکے گئے ہیں بالترتیب 1 d3 d2 d1 تو میں ان کا نام ڈائی ڈی 1 کو ٹاس کیا جائے

تو چھ کے مشاہدہ کا امکان ایک بائے چھ ہے اگر ڈائی ڈی 2 کو ٹاس کیا جائے

کو پھینکا جائے d3 تو چھ کا مشاہدہ کرنے کا امکان ایک ہے پانچ سے اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ ایک متعصبانہ ڈائی ہے اسی طرح اگر سکس کا مشاہدہ کرنے کا امکان ایک بار پھر چار ہے یہ ایک جانبدار ڈائی ہے اور اس ڈائس کو آزادانہ طور پر پھینکا جاتا ہے اب مسئلہ اس s تو کو منتخب کرنے کا امکان 1 di کا انتخاب تصادفی طور پر کیا جاتا ہے تاکہ d3 d2 d1 طرح ہے کہ ڈائی اس طرح ہے کہ اس کا مطلب ہے کا مشاہدہ کیا جاتا ہے a6 برابر ہے 1 2 3 اس ڈائی کو ٹاس کیا جاتا ہے اگر i کے متناسب ہو کیونکہ i بذریعہ

کا انتخاب کیا گیا تھا لہذا میں دوبارہ اس مسئلے کو دہراتا ہوں کہ تین ڈائس ہیں اگر ڈائس d2 di کا مشاہدہ کرنے کا کیا امکان ہے کہ a6 تو d1 کو پھینکا جائے

کو ٹاس کیا جائے d2 ہے اگر ڈائی 6 x تو ہیڈ کا امکان 1

ہے۔ اگر ڈائی ڈی 3 کو پھینک دیا جائے 5 x تو 6 کا امکان 1 نہیں 1 سر سے نہیں 1

تو ٹی چھ کا امکان ایک سے چار ہے اب ایک مرنے کا انتخاب ہے ترتیب طور پر کیا جاتا ہے لیکن ہر ایک کے مرنے کا امکان تین سے ایک نہیں ہوتا کا انتخاب کیا جاتا ہے di اصل میں امکان ایک کے متناسب ہوتا ہے یعنی اگر

سے 3 کے برابر ہے 1 i کے لیے کچھ الفا ہو جائے گا۔ i تو امکان

تو اس مخصوص ڈائی کو ٹاسک دیا جاتا ہے جس کا انتخاب کیا گیا ہے اور پھر کچھ سوال پوچھا جاتا ہے کہ 6 کا کیا امکان ہے اگر 6 کا مشاہدہ کیا جائے

کا انتخاب کیا گیا تھا ۔ آئیے ہم یہاں حل کو دیکھتے ہیں آئیے اس واقعہ کی نشاندہی کرتے ہیں کہ ایک 6 کا d2 تو اس کا کیا امکان ہے کہ ڈائی کے لیے منتخب کیا گیا ہے 1 سے 3 کے i کو di di یہ واقعہ ہونے دیں کہ ai ایک 6 کا مشاہدہ کیا جاتا ہے اور ok مشاہدہ کیا جاتا ہے برابر ہے

کے امکان پر غور کریں ai تو پھر اگر ہم

برابر ہے 1 2 3 اب ہم ان تین نرد میں سے انتخاب کر رہے ہیں صرف اس لیے ایک کے i ہے کیونکہ i کا امکان کچھ الفا بذریعہ ai تو مکمل ہیں لہذا آپ کے پاس 1 a 3 a 2 امکان کا مجموعہ جمع ایک کے دو جمع امکان کے تین کے برابر ہوگا اس کا مطلب ہے کہ یہ واقعات 1 کا امکان 3 الفا بذریعہ 3 ہے a جمع کا امکان 2 جمع 3 کا امکان 1 کے برابر ہے لہذا 1 کا امکان الفا بذریعہ 1 2 کا امکان الفا بذریعہ 2 ہے اور لہذا یہ 1 کے برابر ہے لہذا اگر آپ اس کو آسان بناتے ہیں

تو یہ 11 ضرب 6 بنتا ہے

کے امکان میں واپس جائیں aii تو آپ کو الفا 6 ضرب 11 کے برابر ملتا ہے لہذا اگر ہم

کا امکان 6 کے برابر ہے از 11 افسوس ایک 2 کے 1 امکان کا امکان 3 ضرب 11 ہے اور ایک 3 کا امکان 2 ضرب 11 کے برابر ہے ۔ ai تو

تو اب ای کا امکان کیا ہے جو ایک چھ سے ایک ہے مشاہدہ کا امکان چھ ہے؟ جب دوسرا سکہ منتخب کیا جاتا ہے

تو ایک سے پانچ ہوتا ہے اور جب تیسرا نرد منتخب کیا جاتا ہے

کے سگما امکان کے برابر ہوتا e تو چھ کا مشاہدہ کرنے کا امکان اب چار سے ایک ہوتا ہے ای کے کل امکانی امکان کے تھیوریم کے برابر ہوتا ہے ہے۔ ای کا امکان 1 دیا گیا جو 1 ضرب 6 ہے ایک 1 کا امکان جو 6 ضرب 11 b ہے۔ 1 سے 3 تک۔ لہذا تمام اقدار ہمارے لئے دستیاب ہیں لہذا یہ کا امکان 2 جو 1 ضرب 5 ہے دو کا امکان جو تین ضرب گیارہ ہے اور ای کا امکان تین سے گیارہ ہے یہ تین کے امکان میں ایک سے چار e ہے ہے جو کہ دو ضرب گیارہ ہے لہذا اگر ہم ان اصطلاحات کو جوڑتے ہیں

تو ہمیں 21 ضرب 110 ملتا ہے لہذا 6 کے مشاہدہ کا امکان 21 ضرب 110 ہے ظاہر ہے کیونکہ کم از کم دو ڈائس غیر جانبدار نہیں تھے۔ وہ منصفانہ ڈائس نہیں تھے لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ چھ کا امکان ایک سے چھ نہیں ہے بلکہ 21 بہ 110 ہے

تو اب ہم اس کے دوسرے حصے کو دیکھتے ہیں اگر 6 کا مشاہدہ کیا جائے

تو اس بات کا کیا امکان ہے کہ ڈائی ڈی 2 کا انتخاب کیا گیا تھا۔ اس کا مطلب ہے کہ ہم چاہتے ہیں کہ 2 کا امکان کیا ہے جب کہ ایک 6 کا مشاہدہ کیا کے امکان کے برابر ہے 2 کو 2 کے امکان میں تقسیم کیا جائے e جاتا ہے لہذا یہ بائیز تھیوریم کا براہ راست اطلاق ہے لہذا یہ اس کو آسانی سے آسان بنایا جا سکتا ہے اور آپ اسے دو o کے امکان سے 1 ضرب 5 میں 3 بذریعہ 11 تقسیم اکیس ایک صفر کے برابر e تو ضرب سات کے برابر حاصل کرتے ہیں

تو یہ بائیز تھیوریم کا اطلاق ہے

تو آئیے اسی نوعیت کا ایک اور مسئلہ لیتے ہیں

کہتے ہیں۔ انہوں نے متعلقہ امکانات کے ساتھ ایک ہدف کو کامیابی کے ساتھ نشانہ بنایا دو ضرب پانچ s3 اور s2 s1 تو تین شوٹر ہیں ان کو ایک سے تین اور تین ضرب سات اس لیے اس بات کا امکان کہ شوٹر کے ایک ہدف کو نشانہ بنائے گا اس کا امکان دو ضرب پانچ ہے اور یہ امکان 7۔ اس لیے وہ بیک وقت اور by ہدف کو نشانہ بنائے گا 3 3 s ہے کہ شوٹر کے 2 کے ہدف کو نشانہ بنایا جائے گا اس بات کا امکان کہ شوٹر ہدف سے محروم ہو گیا ہے بشرطیکہ وہاں بالکل دو ہٹ s2 آزادانہ طور پر ایک دوسرے سے گولی چلاتے ہیں اس بات کا مشروط امکان کیا ہے کہ ہوں

کے برابر ہوتا ہے 3 2 1 i ہدف کو نشانہ بناتا ہے si جو bi تو آئیے ان واقعات کی وضاحت کریں جو ہم واقعہ کی وضاحت کرتے ہیں۔ بھی آزاد ہیں b3 b2 b1 آزاد ہیں کیونکہ یہ دیا جاتا ہے کہ شوٹر ایک دوسرے سے آزادانہ طور پر سوٹ کرتے ہیں b3 b2 b1 تو واقعات تین کا امکان کیا ہے جو کہ دو بہ پانچ ایک کا تین اور تین کا سات کا امکان ہے ہم b دو کا امکان کیا ہے b ایک کا امکان کیا ہے b دیا گیا ہے e اسے یہاں لکھ سکتے ہیں

کے برابر ہے 7 x کا امکان 3 b 3 3 ہے اور 3 by کا 5 امکان 1 2 B کا امکان 2 کے برابر ہے 1 b تو

تو آئیے ایک کو واقعہ مانتے ہیں کہ دو ہٹ ہیں

کے لحاظ سے کریں b3 اور b2 b1 ٹھیک ہے ہمیں کرنا ہے اس کا اظہار a کیا ہے پھر واقعہ a تو واقعہ

تو اگر دو ہٹ ہوں
اسی طرح نہیں مارتے ہیں اسی b3 نہیں ٹکراتے ہیں اور b2 اور b1 تو اس کا مطلب ہے کہ ہمارے پاس یہ صورت حال ہو سکتی ہے کہ
b1 ہے a سیکنڈ اور تھرڈ ہٹ نہیں ہوتی ہے۔ اور پہلا نہیں ہٹتا ہے لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ R طرح ہمارے پاس پہلی اور تیسری ہٹ دوسری
تکمیلی b3 انٹرسیکشن b2 انٹرسیکشن ah
تو اس کا مطلب ہے کہ شوٹر 1 اور 2 کو مارا اور تیسرا چھوٹ گیا
b3 کمپلیمنٹ ہو سکتا ہے اور b2 اور b1 تھری کمپلیمنٹ یونین ہمارے پاس b تو میں نے لکھا ہے
b3 انٹرسیکشن b2 تکمیلی انٹرسیکشن b1 تو اس کا مطلب ہے کہ پہلا اور تیسرا شوٹر کامیاب ہے جبکہ ٹی وہ دوسرا شوٹر ناکام ہے یونین
اس کا مطلب ہے کہ دوسرا شوٹر اور تیسرا شوٹر وہ کامیاب ہیں جبکہ پہلا شوٹر کامیاب نہیں ہے لہذا ہم نے کیا کیا ہم نے ایونٹ کی نمائندگی کی
ہے ایک یونین کے طور پر
تو یہ ہے ایک واقعہ یہ ایک واقعہ ہے اور یہ ایک واقعہ ہے یہ تینوں متضاد واقعات ہیں کیوں کہ وہ منقطع ہیں کیونکہ اس ایک میں مثال کے طور پر
ہے b3 تکمیل ہے اور یہاں b3
تکمیلی کیونکہ یہ واقعات کے تقاطع ہیں لہذا ان دونوں میں کوئی عنصر یکساں طور پر b3 کا سب سیٹ ہے یہ ایک سب سیٹ ہے b3 تو یقیناً یہ
ہے b1 complement ہے اور یہاں b1 تکمیلی ہے یہاں b1 نہیں ہو سکتا اگر میں دوسرا لیتا ہوں اور تیسرا یہاں
تو وہ دوبارہ اسی طرح سے الگ ہو جائیں گے اگر میں پہلے اور تیسرے کو دیکھتا ہوں
کے امکان پر غور کرتا ہوں a ہے لہذا وہ خود مختار ہوں گے لہذا اگر میں b3 تکمیل ہے یہاں b3 تو یہاں
تو میں اسے حاصل کروں گا۔ qual to probability of b 1 intersection b 2 intersection b3 complement
plus probability of b1 intersection b2 complement intersection b3 پلس b1 complement
intersection b2 intersection b3 کا امکان دوبارہ ah پہلے کے مسائل میں سے ایک میں میں نے دکھایا ہے کہ اگر دو واقعات
آزاد ہیں
آزاد ہیں b1 b2 b3 تو ان کی تکمیلات ایک تکمیلی ہیں یا دوسرا وہ سب آزاد ہیں لہذا اگر
آزاد ہوں گے لہذا ان تقاطع کے b3 اور b2 تکمیل b1 آزاد اور b3 تکمیلی اور b1 b2 تکمیلی آزاد b3 اور b1 b2 تو میرے پاس
امکانات امکانات کی پیداوار بن جاتے ہیں
تین تکمیل کے امکان میں اسی طرح اگر میں اگلے کو دیکھتا ہوں b کا امکان b 2 کا احتمال بن جاتا ہے b 1 تو مثال کے طور پر پہلا امکان
ah تین b دو کے امکان میں b کے امکان میں b کی ایک تکمیل b تین جمع امکان میں B دو کے امکان میں b ایک کا احتمال ہے b تو یہ
وہ بی ایک بی دو اور بی تھری کے اس احتمال کی قدریں دستیاب ہیں لہذا ہم انہیں یہاں بدل سکتے ہیں بی تھری کا امکان تین ضرب t اب تمام
سات ہے
تو بی تھری کا امکان چار ضرب سات ہو جائے گا لہذا اس اصطلاح کو آسانی سے آسان بنایا جا سکتا ہے اور ہم حاصل کر سکتے ہیں۔ یہ 29 ضرب
پانچ کے برابر ہوگا لہذا اس بات کا امکان کہ بالکل دو ہٹ ہوں انتیس ضرب ایک صفر پانچ کے برابر ہے اب اگر میں اس سوال کو دیکھوں جو 1 0
s 2 کا ہدف چھوٹ جانے کا مشروط امکان کیا ہے؟ یہ بتاتے ہوئے کہ بالکل 2 ہٹ تھے لہذا اگر میں کہوں کہ s 2 یہاں پوچھا جاتا ہے کہ
ہدف بناتا ہے
ہدف سے ٹکراتا ہے s 2 وہ واقعہ ہے جو b 2 تو
b جو کہ a کے امکان کے برابر ہے۔ 2 تکمیلی دی گئی b تکمیل کرتا ہے لہذا ہمیں پھر مطلوبہ امکان کے امکان کا حساب لگانا ہوگا b 2 تو
کیا ہے a دو تکمیلی تقاطع b کے امکان سے تقسیم اب a دو تکمیلی تقاطع کے امکان کے برابر ہے
کو دیکھتا ہوں a تو اگر میں واقعہ
رکھتا ہوں a تکمیلی تقطیع b2 تو اگر میں
تو یہ w ill become b2 complement intersection with first term union b2 complement
intersection with second one union b2 complement intersection with third one اب آپ یہاں دیکھ
لوں intersection کے ساتھ b2 complement ہے لہذا اگر میں b2 سکتے ہیں کہ پہلی ٹرم میں یہ
تکمیل کے ساتھ تقطیع لوں گا b2 ہے لہذا اگر میں b2 ملے گا۔ تیسرے میں بھی یہ phi تو مجھے
ملے گا phi تو مجھے
کے امکان a کا امکان اس طرح کی اصطلاح جسے ہم نے پہلے ہی آسان بنا دیا ہے تقسیم a کی اصطلاح ملے گی b1 تو مجھے یہاں صرف
سے
تو یہ اصطلاح برابر ہے 2 سے 5 میں 2 سے 3 میں 3 میں 7 تقسیم 29 سے 1 0 5
یہ ہے 12 کو 29 سے تقسیم کیا جائے گا کیونکہ یہ ایک صفر پانچ اور ایک صفر پانچ منسوخ ہو جائیں گے اور یہاں ہمیں ah تو یہ قدر نکلتی ہے
بذریعہ 29 ملتا ہے لہذا اس واقعہ کا مشروط امکان کہ شوٹر کے 2 کا ہدف چھوٹ جائے یہ دیکھتے ہوئے کہ بالکل دو شوٹر گولی مارنے کے 12
قابل تھے جو 12 بائی 29 کے برابر ہے
تو یہاں یہ مشروط امکان کی ایک مثال ہے اور ساتھ ہی یہاں میں نے غیر منسلک واقعات کے اتحاد اور واقعات کی آزادی کا تصور استعمال کیا ہے۔
ایک اضافی چیز جو آپ استعمال کی گئی ہے برائے مہربانی یہاں نوٹ کریں کہ اگر واقعات کا کوئی مجموعہ آزاد ہے
تو اگر میں کچھ واقعات کی تکمیلات کو شامل کروں
b1 b2 کی تکمیل b3 اور b1 b2 آزاد ہیں لیکن یہاں میں b 1 b 2 b 3 تو وہ بھی آزاد ہیں جیسا کہ میں نے شروع میں ذکر کیا ہے
کی آزادی استعمال کر رہا ہوں لہذا آپ یہاں نوٹ کریں کہ اگرچہ یہ چیزیں انتہائی آسان b3 اور b2 کی تکمیل b1 اور b3 کی تکمیل اور
نظر آتی ہیں کیونکہ ہم سیٹ تھیوریٹک اشارے استعمال کرنے کے قابل ہیں لیکن ہر ایک میں موجود ہیں۔ مسئلہ متعدد تصورات جن کا ہم بیک وقت
t2 اور p1 اطلاق کر رہے ہیں آہ میں مشروط امکان کی ایک اور مثال دیتا ہوں تاکہ کمپیوٹر بنانے والی فیکٹری میں صرف دو پودے ہوتے ہیں۔
پلانٹ T1 20 فیصد پیدا کرتا ہے اور پلانٹ T2 کل کمپیوٹرز کا 80 فیصد پیدا کرتا ہے آہ فیکٹری کے تیار کردہ کمپیوٹرز میں سے سات فیصد
ناقص نکلتے ہیں مزید یہ معلوم ہوتا ہے کہ کمپیوٹر کے خراب ہونے کا امکان اس وجہ سے ہے کہ یہ کمپیوٹر میں تیار ہوتا ہے ۔ پلانٹ پی 1
کمپیوٹر کے خراب ہونے کا 10 گنا امکان ہے کیونکہ یہ پلانٹ ٹی 2 میں تیار ہوتا ہے اب فیکٹری میں تیار ہونے والا کمپیوٹر تصادفی طور پر منتخب
کیا جاتا ہے اور یہ خراب نہیں ہے اس بات کا کیا امکان ہے کہ یہ پلانٹ ٹی 2 میں پیدا ہوا ہے لہذا زبان ہے طویل
تو میں ایک بار پھر مسئلہ پڑھتا ہوں
T1 رکھا گیا ہے کل پروڈکٹس 20 فیصد پلانٹ t1 t2 تو ایک فیکٹری ہے جو کمپیوٹر بناتی ہے اور فیکٹری میں دو پلانٹ ہیں اس لیے ان کا نام
تیار کرتی ہے۔ یہ بھی پتہ چلا ہے کہ 7 فیصد پراڈکٹ ناقص ہے اور اضافی معلومات بھی دی گئی ہیں کہ پلانٹ ٹی T2 اور باقی 80 فیصد پلانٹ
میں پیدا ہوتا ہے لہذا اب اگر فیکٹری T2 کے ذریعے تیار کردہ کمپیوٹرز کسی میں خرابی کا امکان 10 گنا زیادہ ہے اس کے مقابلے میں یہ پلانٹ

میں کمپیوٹر تیار کیا جاتا ہے
تو تصادفی طور پر منتخب کیا جاتا ہے اور اسے غیر پایا جاتا ہے
میں پیدا ہونے کا کیا امکان ہے؟ t2 تو اس کے
میں ti استعمال کرتا ہوں کہ یہ پلانٹ bi تو آئیے اب واقعات کی وضاحت کرتے ہیں ایک واقعہ یہ ہے کہ کمپیوٹر خراب ہے اور میں نوٹیشن
ایک کا امکان پانچ سے ایک ہے۔ اور بی ٹو کا امکان چار ضرب پانچ کے برابر ہے b برابر ایک دو ہے پھر یہ دیا جاتا ہے کہ i پیدا ہوتا ہے کیونکہ
کیونکہ یہ دیا جاتا ہے کہ پودا ٹی ون بیس فیصد پیدا کرتا ہے یعنی ایک بذریعہ پانچ اور پلانٹ ٹی ٹو اسّی فیصد سپلائی کا امکان پیدا کرتا ہے بی دو کا
چار ضرب پانچ ہے
کے b 1 کے فارمولے کے امکان کو لاگو کرتے ہیں جو دیئے گئے a تو یہ بھی دیا جاتا ہے کہ خرابی کا امکان سات ضرب سو ہے لہذا اگر ہم
کے تھیوریم کے مطابق p کے امکان میں جو کہ کل b2 کے امکان کو b 2 کے امکان کے ساتھ ساتھ دیئے گئے b 1 امکان کے برابر ہے
ہے۔ روبیبلٹی آپ یہاں نوٹ کر سکتے ہیں کہ کل امکان کے تھیوریم کی شرط یہاں پوری ہو جاتی ہے کیونکہ آپ کے پاس دو باہمی خصوصی اور
دو وغیرہ یہاں استعمال کیا b کے امکانات ایک دیئے گئے b ہیں اور پھر ایک اضافی واقعہ ہے اور ایک دیے ہوئے b2 اور b1 مکمل واقعات
کا 10 گنا امکان ہے b2 دیئے گئے b1 دیا گیا ہے aa جا سکتا ہے اب آپ کو یہ بتایا گیا ہے کہ یہ شرط ہے کہ کمپیوٹر میں خرابی ہے اب یہ

کا امکان ہے الفا کہنے کے برابر ہے b 2 تو آئیے ہم یہاں کچھ اشارے بناتے ہیں آہ ہم یہ کہتے ہیں کہ دیئے گئے
دو کے دس گنا امکان کے برابر ہے b ایک کا امکان دیا ہوا b کا امکان یہ اس شرط سے 10 الفا بن جائے گا ایک دیے ہوئے b 1 تو دیے گئے
دو کے امکان کو منتخب کرتا ہوں b لہذا اگر میں الفا ہونے کے لیے دیے ہوئے
تو دیے ہوئے کا امکان ن الفا بن جاتا ہے
تو اب آہ میں اسے ایک کہوں
ہے ایک دینے کے امکان کے برابر ہے by 100 کا امکان جو کہ a 7 بائیں ہاتھ کی طرف ہے ah تو مساوات نمبر ایک میں اس کا متبادل دیں
دو کا امکان b دو کا امکان ہے جو الفا ہے b کے امکان میں ایک جو کہ ایک بذریعہ پانچ ہے جمع ایک دیے ہوئے b جو کہ 10 الفا ہے nb 1
ہے جو کہ چار بذریعہ پانچ ہے
تو یہ 14 الفا بذریعہ 5 کے برابر ہے لہذا ہم آسانی سے آسان بنا سکتے ہیں۔ یہ جو مجھے الفا دے گا وہ 1 ضرب 40 کے برابر ہے اس لیے میں
کے امکان کے by 4 کے امکان کو b 1 1 کے طور پر جانچا ہے اور دیے ہوئے by 40 کے امکان کو b 2 1 نے درحقیقت دیے ہوئے
کا امکان ایک سے چار ہو جاتا ہے جو کہ دس گنا ہے ٹھیک ہے b دو کا ایک ہو جاتا ہے اور دیے ہوئے b طور پر ایک دیا ہوا
میں پیدا ہونے کا امکان کیا ہے کیونکہ یہ عیب دار نہیں ہے یعنی واقعات کے لحاظ سے اگر میں t2 تو اب سوال کیا ہے کہ یہ کیا ہے کہ یہ
کو تعریف دی جائے b 2 میں پیدا ہوتا ہے بشرطیکہ یہ عیب دار نہیں ہے جو کہ t 2 کا امکان ہے یہ پلانٹ b 2 لکھوں مطلوبہ امکان
کے compl دو تقاطع کا احتمال ہے ایک تعریف تقسیم شدہ احتمال سے ایک b تو یہاں میں دوبارہ مشروط امکان کا اطلاق کر سکتا ہوں تاکہ یہ
کے امکان سے تقسیم کرکے تکمیل کے امکان سے آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ b 2 کے امکان کو b 2 اور یہ کچھ بھی نہیں ہے لیکن ement
دیے گئے تکمیلی کے امکان کا آپ یہاں سے حساب لگا سکتے ہیں۔ کیونکہ دیے b 2 ہے یا یہ ضرب کا قاعدہ ہے لہذا bayes theorem
کے امکان میں 1 مائنس 1 ضرب 40 بنتا جا رہا ہے جو کہ تعریف کے امکان سے 4 سے b 2 5 کا امکان موجود ہے اس لیے یہ b 2 گئے
تقسیم ہوتا ہے
کا امکان 7 ضرب 100 ہے a تو
ملتا ہے ah تو یہ 93 ضرب 100 کے سوا کچھ نہیں ہے۔ لہذا اس اصطلاح کو ہم آسانی سے آسان بنا سکتے ہیں اور ہمیں 78 بہ 93
ہے لیکن اگر میں واقعہ کو x 5 کا امکان b 2 4 ہے اور x 5 کا امکان دراصل b1 1 تو ایک چیز جس کا آپ یہاں مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ
دیکھ رہا ہوں۔ کہ یہ عیب دار نہیں ہے
ہے by 93 کا احتمال b 2 78 تو
تو یہ تین ضرب چار سے زیادہ ہو گیا ہے وجہ یہ ہے کہ دوسرے پودے سے ناقص اشیاء کی تعداد بہت کم ہے اس لیے اس مسئلہ میں یہ احتمال
زیادہ ہو گیا ہے۔ آپ کر سکتے ہیں نوٹس میں نے کئی تصورات استعمال کیے ہیں جن میں سے ایک کل امکان کا تصور ہے پھر ہم نے ایک خاص
مساوات کے ساتھ شروع ہونے کے لیے کل امکان کا نظریہ استعمال کیا ہے جو مجھے اصل مشروط احتمالات دیتا ہے پھر میں نے مشروط امکان
کے تصور کا اطلاق کیا ہے یا آپ بنیادی تھیوریم کہہ سکتے ہیں۔ حتمی امکانات کا اندازہ کرنے کے لیے آہ اب میں شماری امکانات کی ایک مثال دیتا
ہوں جس کا مطلب ہے کہ ہمیں کیسز کی تعداد گننی ہے
کال کرنے دیں اور وہ ایک دوسرے کے خلاف دو گیمز کھیلیں t2 اور d1 تو فرض کریں کہ وہاں موجود ہیں مجھے انہیں دوبارہ
ایک گیم جیتا ہے جو ایک دو سے ہے امکان ہے کہ گیم ڈرا ہو جائے گی چھ کے مقابلے میں ایک ہو اور امکان یہ T1 تو ٹھیک ہے۔ امکان یہ ہے کہ
گیم جیتتا ہے ایک گیم جیتتا ہے کہنے کہ ایک سے تین ٹھیک ہے لہذا وہ ایک دوسرے کے خلاف کھیل رہے ہیں لہذا یہ ایونٹ بھی جیت T2 ہے کہ
ہارنے کہنے کے مترادف بھی ہے اور اگر گیم ڈرا ہو جاتی ہے T2 جاتا ہے۔
اصل میں t1 جیتنے کا مطلب ہے T2 تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں نہیں جیت رہے ہیں یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ دونوں نہیں ہارے اسی طرح
جیتنے والی ٹیم کو ہارنے والی ٹیم کو صفر پوائنٹس ملتے ہیں اور uh گیم ہارتا ہے کیونکہ وہ دراصل ایک دوسرے کے خلاف کھیل رہے ہوتے ہیں
ڈرا کے لیے دونوں ٹیموں کو ایک ایک پوائنٹ ملتا ہے
کے کل پوائنٹس ہو جائیں پھر معلوم T2 دو گیمز کے بعد ٹیم y کے کل پوائنٹس ہوں۔ اور p1 ٹیم x تو آئیے کچھ اشارے استعمال کریں کہ
سے کم کیا ہے جیسا کہ میں نے بتایا کہ یہ ah y کا امکان x سے زیادہ کیا ہے y کا امکان x کے برابر کیا ہے y کا امکان x کریں کہ
ایک معاملہ ہے گنتی کے امکان کے لحاظ سے ہمیں اصل میں ان صور
توں کو گننا پڑتا ہے جن میں ہمیں یہ واقعات حاصل ہوتے ہیں
کے کل T1 ایک جیسے ہوں گے یعنی ٹیم y اور x کے کیوں کہ دو گیمز ہیں کس طرح i برابر ہے x تو مثال کے طور پر اگر میں کہوں کہ
کے ذریعہ کل پوائنٹس ایک جیسے ہیں لہذا یہ ممکن ہے کہ اگر دونوں گیمز ڈرا ہوں یا پہلا گیم یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ ایک گیم T2 پوائنٹس اور
کے ذریعے ایک ہے T2 کے ذریعے اور دوسرا گیم T1 ایک ہے
نے ایک جیتا کھیل T2 نے ایک گیم جیتا اور T1 تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ
تو اس معاملے میں دونوں کو پہلی صورت میں تین پوائنٹس ملیں گے اگر دونوں گیمز ڈرا ہو جائیں
تو دونوں ٹیموں کو دو دو پوائنٹس ملیں گے
دونوں 3 ہیں۔ y اور x دونوں 2 ہیں اور یہاں y اور x تو یہاں
کے برابر ہو ایک بار پھر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ میں نے یہاں باہمی طور پر خصوصی اور مکمل ایونٹس کا x y تو یہ ایسی صورت ہے جب
نے ایک گیم جیتی یہ دونوں ایک دوسرے T2 نے ایک گیم جیتی اور T1 استعمال کیا ہے وہ واقعہ کہ دونوں گیمز ڈرا ہو جائیں یا ایونٹ جس میں

کے لیے خصوصی اور مکمل ہیں اس لیے اتحاد کا امکان برابر ہے۔ اب امکانات کے مجموعے پر یہ اندازہ لگانے کے لیے کہ دونوں گیمز ڈرا ہوئے
ہیں ہمیں درحقیقت اس امکان کو دیکھنا ہوگا کہ ایک گیم ڈرا ہو رہی ہے اور دوسرا گرین اب ڈرا ہو رہا ہے اس کا اندازہ صرف اس صورت میں لگایا
جا سکتا ہے جب میں یہ قیاس کروں کہ گیمز آزادانہ طور پر کھیلے جاتے ہیں اس لیے ہمیں یہ مفروضہ لکھنا ہوگا کہ گیمز آزادانہ طور پر کھیلے
جاتے ہیں
تو اس صورت میں آئیے اس امکان کا حساب لگاتے ہیں کہ دونوں گیمز ڈرا ہوئے ہیں اس لیے ڈرا ہونے کا امکان چھ سے ایک ہے
ایک سے چھ کا نتیجہ نکلتا ہے اور دوسرے گیم میں بھی ایک ہی نتیجہ ہوتا ہے b تو یہ
تو ایک چھ سے ایک
ایک گیم جیتتا ہے T1 تو یہاں میں نے آزادی کا استعمال کیا ہے دوسرے کیس میں
ٹو جیتنے کا امکان ایک گیم ہے تین لیکن یہاں آپ اس ترتیب کا انتخاب کر سکتے ہیں جس میں کھیل کھیلے جاتے ہیں مثال t تو امکان نصف ہے اور
کے طور پر پہلا گیم ایک سے ایک ہو سکتا ہے اور دوسرا ٹی ٹو سے ہو سکتا ہے یا اس کے برعکس ہو سکتا ہے اس طرح کی دو صورتیں ہیں اس
لیے مجھے دو سے ضرب کرنا ہو گی۔ اس سے ہم آسانی سے اندازہ لگا سکتے ہیں کہ یہ تیرہ ضرب چھتیس کے برابر ہے اسی طرح آئیے
سے بڑا ہے y کا امکان x دیکھتے ہیں کہ
نے ایک گیم جیتی اور ایک گیم ڈرا ہوا اب وہاں ہے کوئی دوسرا امکان نہیں کیونکہ اگر t1 جیت گیا دونوں گیمز t1 سے بڑا ہے یعنی x y تو
جیت جاتا ہے T2
کے برابر ہو جائیں گے یا یہ زیادہ ہو جائیں گے t1 تو اس کے پوائنٹس
دونوں گیمز جیتتا ہے T1 تو آئیے دیکھتے ہیں کہ اگر
تو اس کے جیتنے کا امکان 1 سے 2 ایک سے دو میں ہے وہ ایک گیم جیتنے کا امکان نصف ہے اور ڈرائنگ ایک سے چھ لیکن آغا ہے۔ یہاں آپ اس
جیتے گا اور گیم ڈرا ہو گی t1 ترتیب کا انتخاب کر سکتے ہیں جس میں
تو اس طرح کے دو امکانات ہیں لہذا اگر آپ ان دونوں کو شامل کرتے ہیں
سے کم y کا x تو آپ کو 5 ضرب 12 ملتے ہیں آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ 15 ضرب 36 ہے لہذا اگر آپ حساب کریں کہ امکان کیا ہے
سے بڑا ہے جو 2 ضرب 9 کے برابر ہے یعنی آپ 8 ضرب 36 y کا امکان x کے برابر ہے اور y کا مائنس امکان x تو یہ 1 کے برابر ہے
کہہ سکتے ہیں لہذا ہم نے تمام اختیارات کے امکانات کا حساب لگایا ہے۔ اس مسئلہ میں میں نے آزادی کے تصور سے استفادہ کیا ہے باہمی طور پر
خصوصی اور مکمل واقعات کا تصور آئیے ایک اور مسئلہ کو دیکھتے ہیں جس میں مجھے دوبارہ مقدمات کی تعداد گننی ہے
تو خانہ 1
تو یہ پھر ایک مسئلہ ہے جو ایک سے ہے۔ مشترکہ داخلہ امتحان کے سوالیہ پرچوں میں اگر آپ پرانے سوالیہ پرچے دیکھیں
تو یہ مسئلہ ہے میں آپ کو دکھاؤں گا کہ اس کا حل کیسے بیان کیا گیا ہے اس طرح باکس ایک میں تین کارڈز ہیں جن کے نمبر ایک دو تین باکس 2 پر
مشتمل ہے 5 کارڈ والے نمبر ایک دو تھری ای چار پانچ اور باکس تھری میں سات کارڈز ہوتے ہیں جن کے نمبر ایک دو تین چار پانچ چھ اور سات
ویں باکس سے نکالے گئے کارڈ کے نمبر کو ظاہر کریں xi i ہوتے ہیں ایک کارڈ ہر ایک باکس سے بے ترتیب طور پر تیار کیا جاتا ہے، آئیے
x1 x2 x3 تین عجیب ہے اس امکان کو تلاش کریں کہ x دو جمع x ایک جمع x برابر ہے 3 میں اس امکان کو تلاش کریں کہ i کیونکہ
کی اصطلاح استعمال کرتے ہیں لہذا باکس ون میں باکس ٹو میں تین کارڈ ہیں وہاں پانچ کارڈز ہیں ap Okay ریاضی کی ترقی میں ہے جسے ہم
اور باکس تھری میں سات کارڈز ہیں اس لیے ہر باکس سے جب ہم کارڈ کا انتخاب کر رہے ہیں
تو باکس ایک سے باکس ٹو سے تین ممکنہ طریقے ہیں پانچ ممکنہ طریقے ہیں اور باکس تھری میں سات ممکنہ طریقے ہیں
جو کہ 3 میں 5 سے 7 ہے جو کہ ایک سو پانچ کے برابر ہے x 1 x 2 x 3 تو کل نمبر کارڈز کے انتخاب یا ڈرائنگ کے طریقوں کی کل تعداد

تو اب حصہ ایک میں ہمیں ان صور
dd ہے۔ o تین x دو جمع x ایک جمع x توں کی تعداد کو دیکھنا ہے جس میں
تو اب دیکھیں ایک چیز یہ ہے کہ ہم ایک سے لکھنا شروع کرتے ہیں آپ کے پاس ایک ہوسکتا ہے پھر دوسرا آپ کے پاس ہے پھر تیسرے سے آپ
کے پاس ایک ہے
تو آپ گننا شروع کر سکتے ہیں لیکن اس میں بہت وقت لگے گا لہذا آئیے ایک منظم طریقہ تیار کریں۔ نمبر تھیوریٹک اپروچ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں
ایک 3 قدریں لے سکتا ہے لہذا x ایک ہو سکتا ہے کیونکہ x میں آپ کے پاس صرف تین امکانات ہیں لہذا میرے پاس x one مثال کے طور پر
ایک طاق ہے x چاہتے ہیں یکساں ہونا چاہئے کیونکہ اگر 3 x جمع 2 x برابر ہے 1 یا 3 اور پھر آپ x 1 اگر
تو اگر آپ ایک عدد جوڑیں گے
تو آپ کو ایک طاق عدد ملے گا
ایک دو کے برابر ہے x تین کو بھی اسی طرح ہونا چاہئے اگر x دو جمع x تو پھر
طاق ہونا چاہئے۔ 3 x جمع 2 x تو
تو آئیے دیکھتے ہیں اس کو دیکھنا بہت آسان ہے اس لیے یا
برابر ہیں 3 x اور 2 x تو
تین کے لیے آپ کے پاس دو چار اور بھی x ٹو کے لیے آپ کے پاس دو اور چار کے امکانات ہیں اور x تو یہ کتنے طریقوں سے ممکن ہے
امکانات ہیں چھ
تین ہو سکتے ہیں۔ دونوں طاق ہیں کیونکہ دو طاقوں کا مجموعہ برابر ہے x دو اور x تو کل دو میں تین ہیں یعنی چھ صورتیں یا آپ کے پاس
تین کے لیے ایک تین پانچ اور سات جو کہ چار x کے کتنے امکانات ہیں ایک تین پانچ جو کہ تین امکانات ہیں اور r دو x تو اب آپ کے پاس
امکانات ہیں
تو کل تین سے چار ہیں بارہ صورتیں
دو قدریں لے سکتا ہے x1 تو کل صورتیں 6 جمع 12 کے برابر ہیں جو کہ 18 کے برابر ہے اور پھر
تو یہ اس میں 2 بن جائے گا
تو یہ 2 میں 18 ہے جو کہ 36 صور
برابر ہے 1 3 1 x توں کے برابر ہے یعنی اگر
ایک دو کے برابر ہے x تو کیسز کی کل تعداد 36 ہے۔ اب دوسرا حصہ ہو سکتا ہے اگر
تین یہاں x دو آپ کے پاس طاق ہو سکتے ہیں۔ اور x تین کو طاق ہونا چاہیے اب طاق کے لیے کتنے کیسز ہوں گے اس طرح x دو جمع x تو
دو طاق آپ کے پاس ایک تین پانچ ہو سکتے ہیں x جمع کا مجموعہ طاق ہے اب r تک کہ
تین ہیں یہاں تک کہ دو چار چھ تین صورتیں ہیں x تو تین صورتیں

Prutor@IITK

ہو سکتے ہیں تین عجیب x دو برابر اور x تو کل نو صورتیں اسی طرح آپ کے پاس
تین ایک تین پانچ اور سات چار کیسز ہیں x دو یہاں تک کہ دو چار ہیں جو کہ دو صورتیں ہیں اور x تو
تو کل آٹھ کیسز ہیں
تو اس کیس میں آپ کو کیسز کی کل تعداد برابر ہے
تو اس کیس میں کیسز کی کل تعداد 9 جمع 8 کے برابر ہے جو کہ 17 کے برابر ہے۔ صور
طاق ہے 36 جمع 17 کے برابر ہے جو کہ 53 کے برابر ہے 3 x جمع 2 x جمع 1 x توں کی کل تعداد جس میں
ایک ریاضی کی ترقی میں x1 x2 x3 تو امکان 53 کو 1 0 5 سے تقسیم کیا جاتا ہے ۔ آئیے ہم دوسری صورت دیکھتے ہیں کہ امکان کیا ہے؟
مائنس x2 اور x2 مائنس x1 کا انتخاب اس طرح کیا گیا ہے کہ x1 x2 x3 ہیں لہذا ریاضی کی ترقی کے لئے آپ کو یہ دیکھنا ہوگا کہ
وہ ایک جیسے ہیں جو کہ مشترک فرق ہے اب اس کے کیا امکانات ہیں؟ عام فرق x3
کو عام فرق رہنے دو آئیے دیکھتے ہیں کہ کون سے طریقے ہیں جن سے ایسا کیا جا سکتا ہے مثال کے طور پر اگر میں منتخب کرتا ہوں کہ d تو
برابر 1 ہے x 1
ہر ایک 1 1 ہو سکتا ہے تاکہ 0 ہو عام فرق یا آپ کے پاس 1 2 3 ہو سکتا ہے 3 x اور 2 x تو
ہے۔ آپ کے پاس 2 2 2 2 3 ہو سکتے ہیں لیکن پھر 4 ممکن نہیں ہے y تو یہ ایک عام فرق
تو آپ کے پاس 3 ہو سکتے ہیں لیکن پھر 3 3 3 ممکن ہے 3 4 اور اسی طرح ممکن نہیں ہے آپ کے پاس 3 2 1 ہو سکتا ہے جو کہ فرق کے
طور پر مائنس 1 ہے یا آپ 1 3 5 ہو سکتا ہے جو ممکن ہے یا آپ کے پاس 2 4 6 ہو سکتا ہے یا آپ کے پاس 3 5 سات ہو سکتے ہیں
مائنس ایک صفر ایک دو اور تین کی قدریں لے سکے d تو آئیے ہم ان تمام امتزاجات کو دیکھتے ہیں تاکہ
تین x دو دو اور x ایک تین ہونا چاہئے x کی تعداد کیا ہے میں نے آپ کو مائنس ون کے لیے بتایا تھا کہ صرف ایک امکان یہ ہے کہ ah تو
ایک ہونا چاہئے لہذا کیسوں کی کل تعداد صرف ایک ہے 0 کا کیا امکان ہے
برابر ہیں اس کا مطلب ہے کہ آپ کے پاس 1 1 1 2 2 2 یا 3 3 3 ہو سکتے ہیں 3 x 2 x 1 x تو 0 ممکن ہے جب
تو اس طرح کے تین معاملات مشترک ہیں ایک یہ ممکن ہے اگر آپ کے پاس ایک دو تین دو تین چار اور تین چار پانچ ہوں
تو کل تعداد ہیں۔ تین صور
تین x ہے۔ دو x ایک x توں میں سے ایک بار پھر ہم مشترکہ فرق دو کو دیکھتے ہیں لہذا مشترکہ فرق دو ممکن ہو سکتا ہے اگر آپ کے پاس
بطور ایک تین پانچ دو چار چھ آر تین پانچ سات
تو مقدمات کی کل تعداد تین ہے
تو مشترکہ فرق 3 ممکن ہے اگر میرے پاس 1 4 7 ہے
تو صرف ایک امکان ہے کیونکہ 2 5 اور پھر 8 نہیں ہے
ہے 3 x 2 x 1 x جو 3 x جمع 2 x جمع 1 x تو یہ کیسز کی کل تعداد ہے کیسز کی کل تعداد گیارہ ہے لہذا مطلوبہ امکان کہ
ہے 5 0 1 x ریاضی کی ترقی میں 11
قسم کے سوالات کو حل کرنے میں j تو اس طرح مسابقتی امتحانات میں عام طور پر طرح طرح کے مسائل پوچھے جاتے ہیں میں اگلی کلاس میں
کچھ اور وقت صرف کروں گا اور مجرد تقسیم پر کچھ لیکچرز صرف کروں گا اس لیے براہ کرم اگلے چند لیکچرز کو بھی فالو کریں کیونکہ میں بہت
سے سوالات حل کروں گا۔ دلچسپ مسائل جو عام طور پر داخلہ کے امتحانات میں پوچھے جاتے ہیں آپ کا شکریہ

Prutor@IITK