پچھلے لیکچرز میں میں نے امکان کے تصورات پر تفصیل سے بات کی ہے امکانات کی تشخیص کے لیے مختلف قواعد اور so [Music]
آزادی کے تصور کے بے ترتیب متغیرات کی مجرد تقسیم اور دو نامی تقسیم اس لیکچر میں میں مختلف مسائل کو حل کروں گا۔ جو مختلف داخلہ
امتحانات میں اکثر پوچھے جاتے ہیں مثال کے طور پر انجینئرنگ کے داخلے کے امتحانات کچھ دوسری یونیورسٹیوں کے امتحانات ہیں وغیرہ اس
میں تقریباً تمام موضوعات کا احاطہ کیا جائے گا جو ہم نے اب تک کئے ہیں میں طلباء کو دوبارہ مشورہ دوں گا کہ برائے مہربانی ترتیب اور امتزاج
کے اپنے تصورات پر نظر ثانی کریں کیونکہ گنتی میں امکانات کے مسائل میں کئی بار ہم ان تصورات کو استعمال کرتے ہیں ایک چار ہندسوں کا نمبر
بے ترتیب طور پر منتخب کیا جاتا ہے اس امکان کو تلاش کریں کہ اس نمبر میں بالکل دو صفر ہیں آہ کوئی سوچ سکتا ہے کہ آیا یہ مسائل صرف
علمی مفاد کے لیے ہیں یا اس کا کوئی عملی نتیجہ ہوگا؟ اس کا بھی استعمال کریں تاکہ آپ میں سے کچھ کو ایچ کوڈز یا کرپٹوگرافی وغیرہ کا نام
سنیں تاکہ کوڈز کو ڈیزائن کرنے یا کوڈ کو
توڑنے کے لیے اس قسم کے مسائل کا سامنا کرنا پڑتا ہے اور اس لیے مختلف امکانات کے امکانات کا حساب لگانا یقیناً وہاں کے مسائل میں سے ایک
ہے ٹھیک ہے لہذا اگر ہمیں چار ہندسوں کا انتخاب کرنا ہے۔ نمبر ایسے نمبروں کی کل تعداد کیا ہے
تو چار ہندسوں کی کل تعداد پہلے نمبر پر ہمارے پاس ایک سے نو کے درمیان کوئی بھی نمبر ہو سکتا ہے
تو کل نو امکانات ہیں اور دوسرے تیسرے اور چوتھے نمبر پر صفر بھی ہو سکتا ہے۔ ہر جگہ پر کل دس امکانات ہیں یعنی کل نو ہزار ایسے کیسز
اب موجود ہیں اگر اس نمبر میں دو صفر ہونے ہیں اگر ہمیں دو صفر حاصل کرنے ہیں
تو آئیے پہلے نمبر والے نمبر ایک سے نو کا انتخاب کریں تاکہ آپ حاصل کر سکیں اس طرح کے نو امکانات اور دوسری جگہ آپ کے پاس نمبر 1
سے 9 ہو سکتے ہیں
تو ایسے نو معاملات ہیں دو جگہوں کو ہم صفر کے طور پر طے کر رہے ہیں لہذا وہاں کوئی چارہ نہیں ہے تاہم فائی پہلی جگہ باقی دو جگہوں
میں سے صفر نہیں ہو سکتی باقی تین جگہیں دو جگہیں صفر ہیں اس لیے ان جگہوں کا تعین تین سی دو طریقوں سے کیا جا سکتا ہے دو جگہوں پر
جہاں صفر رکھا جا سکتا ہے تین سی ٹو میں منتخب کیا جا سکتا ہے جو تین طریقے سے ٹھیک ہے ہم نے چار ہندسوں کے نمبر ہونے کے امکان کو
شمار کیا ہے جس میں دو صفر ہیں لہذا طریقوں کی کل تعداد موافق صور
توں کی کل تعداد ہے آئیے ہم اسے یہاں لکھتے ہیں یہ 9 سے 9 میں 3 ہوگا لہذا اس نمبر کے دو صفر ہونے کا امکان مقدمات کی سازگار تعداد 9
سے 9 میں 3 ہے اور مقدمات کی کل تعداد 9000 ہے لہذا آسان بنانے کے بعد یہ صرف 27 بذریعہ 1000 ہو جاتا ہے یا آپ کہہ سکتے ہیں
کا امکان e آزاد ہو اور f اور let e ٹھیک ہے آئیے ایک اور مسئلہ لیتے ہیں جس میں سیٹ نظریاتی اشارے استعمال کیے جاتے ہیں 0.027
f کا امکان امکان سے زیادہ ہے e کے برابر ہے اور یہ دیا جاتا ہے کہ 9 x کا امکان 2 f کا امکان e کا امکان ایک کے برابر ہے اور f
کا امکان تلاش کرنا ہے e کا پھر آپ کو
کا امکان ایک کے برابر ہے f جمع e کہنے کے لیے اب یہ دیا جاتا ہے کہ p کا امکان برابر ہے e تو آئیے فرض کریں
اور اگر آزاد ہیں e کا امکان ہے کیونکہ f انٹرسیکشن e اب p کا احتمال ایک کے برابر ہو جائے گا۔ مائنس f تو اس کا مطلب ہے کہ
ہے جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں by 9 کے برابر ہے جو کہ 2 p کے 1 مائنس p کے امکان میں بدل جاتا ہے لہذا یہ f کا امکان e تو یہ
ہو سکتا ہے کیونکہ ان دو قدروں کے لیے صرف یہ مساوات مطمئن ہو جائے r 2 3 بذریعہ p 1 3 کہ یہ صرف ایک چوکور مساوات ہے لہذا
منتخب کرتا ہوں by 3 کو p 1 گی اب اگر میں
کا امکان f کا امکان اس سے زیادہ ہے۔ e ہو جائے گا لیکن یہ دیا جاتا ہے کہ by 3 کا امکان 2 f تو
کا امکان 1 سے 3 ہو جائے گا۔ اس مسئلے میں میں نے واقعات f کے امکان کو 2 سے 3 کا انتخاب کریں گے کیونکہ اس صورت میں e تو ہم
جس میں سیٹ نظریاتی e کی آزادی کے تصور اور غیر کے نظام کا براہ راست حل استعمال کیا ہے۔ لکیری مساوات میں ایک اور مثال دیتا ہوں۔
کے امکان سے f کے 1 سے کم امکان اور 1 سے کم e کو کوئی بھی دو واقعات ہونے دیں جن میں f اور e امکانات کا استعمال کیا جاتا ہے
کے امکان سے e کا مشروط امکان f دی گئی e یعنی f کی دی گئی e کا امکان امکان سے کم ہے۔ e کم ہوں اور یہ بھی دیا جائے کہ 0
e کا امکان دیا گیا e کے امکان سے کم ہے اور f کا امکان f زیادہ ہے اور ان شرائط کے تحت ہم بعض بیانات کو ثابت کرنا چاہتے ہیں کہ
دیا e کا امکان e کی تکمیل کے امکان سے زیادہ ہے اب یہ دیا جاتا ہے کہ e دیے گئے f کی تکمیل کا امکان f کے امکان سے زیادہ ہے۔
کے امکان سے کم ہے اگر ہم اس شرط کو آسان بناتے ہیں اور مشروط امکانی امکان کی تعریف کو لاگو کرتے ہیں f گیا
کا f تقاطع e کے امکان سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا اس کا مطلب ہے f کا امکان ہے f تقاطع e f دیا ہوا e تو وہاں دی گئی شرط ہے۔
کے e کے امکان سے f کے امکان کو e intersection f یہ آپ e کے ty کے f کے امکان سے زیادہ ہے احتمال میں اب e امکان
کے امکان سے کم ہے جو یہاں قائم ہے اب آئیے e دی گئی f کا امکان f امکان سے تقسیم کرکے لکھ سکتے ہیں۔ ایک ہمیں ثابت کرنا تھا کہ
دوسرے کو لیتے ہیں اگر ہم اس مساوات کو استعمال کرتے ہیں
کے مائنس e کے امکان میں f کے امکان سے کم ہو جائے گا f کے امکان پر غور کر سکتے ہیں۔ یہ f تو مجھے اسے ایک کہتے ہیں ہم
امکان
مائنس 1 f کا امکان بن جاتا ہے اور دائیں ہاتھ کی طرف f intersection e compliment تو اس کا مطلب ہے کہ بائیں ہاتھ کی طرف
کے امکان سے کم ہے لہذا f تکمیل کے امکان میں e تکمیل کا امکان e تقطیع f کا امکان بن جاتا ہے لہذا یہ بیان کے برابر ہے کہ e امکان
اگر آپ لکھتے ہیں
کے امکان کے f کے امکان سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا یہ بیان e کے امکان سے کم f کی تکمیل کو e تقاطع کا امکان بن جاتا ہے f تو یہ
کے امکان سے زیادہ ہے لہذا ہم نے جو کیا ہے ہم f کا امکان f کے امکان سے کم ہے لہذا یہ بیان نمبر 3 ہے f تکمیل e برابر ہے دیا گیا
e کے امکان سے زیادہ f دیا گیا ہے جس کو ہم آسان بناتے ہیں e کا امکان امکان سے کم ہے e نے دی گئی شرط کا استعمال کیا ہے جو کہ
امکان سے زیادہ ہے اس میں میں نے دونوں پر تھوڑا سا ہیرا پھیری کی۔ سائیڈز میں نے پی ایف مائنس کیا f کا امکان
تو اس کو آسان بنانے کے بعد عدم مساوات الٹ جاتی ہے ہمیں مطلوبہ نتیجہ ملتا ہے
تو درحقیقت ہم نے یہاں تیسرا ثابت کر دیا ہے آئیے دوسرے کو ثابت کرنے کے لیے دوسرے کو دوبارہ دیکھتے ہیں اگر میں اسے ایک سے دوبارہ
کے امکان پر غور کرتے ہیں f انٹرسیکشن e کے مائنس امکان کو e استعمال کروں گا ہم
کے امکان میں f کے امکان e کے امکان سے کم ہے e تو یہ
f تقاطع e کے 1 مائنس امکان میں اس کا مطلب یہ ہے کہ f کے امکان سے کم e تکمیل کا امکان f تقاطع e s تو اس کا مطلب ہے
کے امکان e کی تکمیل کا امکان f تکمیل کا امکان بذریعہ تقسیم f تقاطع e تکمیل کے امکان سے کم ہے یعنی f کے امکان e تکمیل کا امکان
دی e کے امکان سے کم ہے جو کہ 2 میں ثابت ہونے والا بیان تھا جو e کی تکمیل f کا احتمال کہنے کے مترادف ہے e سے کم ہے جو کہ
کا امکان ہے لہذا ہم نے اس بیان کو یہاں ایک بار پھر قائم کیا ہے اس مثال میں ہم نے مشروط امکان کا تصور e تکمیل کے امکان سے زیادہ f گئی
استعمال کیا ہے لہذا ہم نے حقیقت میں مشروط امکان کی تعریف کو لاگو کیا ہے پھر ہم نے اصل میں دو جگہوں پر اضافی اصول استعمال کیا ہے
کے امکان کے برابر ہے جو یہاں f تکمیل e تقطیع f کا امکان e intersection f plus probability مثال کے طور پر
اسی طرح استعمال ہوتا ہے۔ ly اس میں میں نے e intersection f کا امکان استعمال کیا ہے plus e intersection f

Prutor@IITK

کے امکان کے برابر ہے لہذا یہ اضافی اصول ہے اگر آپ خاکہ کو اس طرح بناتے ہیں e کا امکان complement
یہ ہوگا f تقاطع e تکمیل یہ ہوگا اور f انٹرسیکشن e کے دو سیٹ ہیں پھر f اور e تو یہاں
تقطیع اور تکمیل کو سمجھتا ہوں f ہے اسی طرح اگر میں e تو اس کا ملاپ
تقطیع یہ ہے لہذا اگر میں دونوں کا ملاپ لوں گا f تو وہ یہ حصہ ہے
ملے گا مجھے دینے دو ایک مثال جس میں کسی قسم کی ہندسی دلیل کا استعمال کیا جاتا ہے لہذا 9 سینٹی میٹر کی لمبائی کے لائن f تو مجھے
سیگمنٹ پر بے ترتیب طور پر دو پوائنٹس کا انتخاب کیا جاتا ہے لہذا ایک لائن سیگمنٹ ہے اس امکان کو تلاش کریں کہ ان دو پوائنٹس کے درمیان
فاصلہ 3 سینٹی میٹر سے کم ہے اب آئیے اس کو ہندسی طور پر دیکھیں
یہاں ہو سکتا x کا انتخاب کرتے ہیں ٹھیک ہے اور یہ یہاں بھی ہو سکتا ہے جیسے y اور x تو 9 سینٹی میٹر کا ایک لائن سیگمنٹ ہے ہم یہاں
سے زیادہ ہو سکتا ہے لیکن ہم چاہتے ہیں کہ یہ فاصلہ y سے کم ہو سکتا ہے x yx یعنی y یہاں ہو سکتا ہے x یہاں ہو سکتا ہے y ہے
سینٹی میٹر سے کم ہو اس لیے اسے دیکھنے کا ایک بہتر طریقہ یہ ہو سکتا ہے کہ ہم اسے دو جہتی جہاز میں پلاٹ کر سکیں اور فرض کریں 3
محور ہے اور ہم ایک مربع پر غور کرتے ہیں۔ نو کے سائز کا مطلب ہے کہ اس طرف آپ کے پاس 9 9 ہے اس طرف y محور ہے یہ x کہ یہ
سے کم ہو۔ لہذا اگر ہم یہاں ان دو لائنوں پر غور کریں 3 x سے کم ہو مائنس y 3 ry مائنس x بھی اور یہ لائن ہے لہذا ہم چاہتے ہیں کہ
برابر y مائنس x برابر ہے تین کے اور ہم سمجھتے ہیں ایک اور لائن y مائنس x برابر ہے تین کے برابر ہے یہ لائن y مائنس x کہ کیا
کے اگر آپ چاہیں ah ہے مائنس تین
کو صفر کے برابر سمجھتے ہیں x کے برابر ہے تین کے برابر اگر آپ x صفر y چیک کر سکتے ہیں اگر ah تو صرف
مائنس تین کے برابر ہے لہذا اگر آپ پوائنٹس کو جوڑتے ہیں اور آپ اسے کھینچتے ہیں y تو
کے برابر ہے x 0 y تو آپ کو اس طرف بھی اسی طرح ملے گا اگر آپ کہتے ہیں کہ اگر
مائنس 3 کے برابر۔ x برابر ہے 0 y تو 3 کے برابر ہے اگر
تو یہ وہ لائن ہے جو آپ کو یہاں ملتی ہے
پر غور کر سکتے ہیں لہذا یہ xy دو جہتی جہاز میں یہاں ہم دو جہتی جہاز میں ایک مربع میں نقطہ y پر غور کر رہے ہیں۔ x تو اصل میں ہم
پورا رقبہ 9 سے 9 ہے جو 81 مربع سینٹی میٹر ہے اور سایہ دار علاقہ مطلوبہ رقبہ ہے جس کا مطلوبہ امکان رقبہ کے برابر ہے۔ سایہ دار خطہ
یہ آسان طریقے سے بھی کیا جا سکتا ہے جیسا کہ آپ کے پاس یہ صحیح زاویہ مثلث ہو سکتا ہے ah کو کل رقبہ سے تقسیم کیا جاتا ہے
تو اس کا رقبہ 6 سے 6 بذریعہ 2 ہو گا جو کہ 18 ہے اور یہاں وہی چیز 18 جمع 18 36 لہذا 18 1 مائنس 36 کو 81 سے تقسیم کیا گیا جو کہ
سے 9 کے برابر ہے۔ 5
تو یہ ایک ایسی ایپلی کیشن ہے جہاں ہم براہ راست جیومیٹرک آرگومنٹ استعمال کر رہے ہیں حالانکہ کوئی ایک مخصوص دو قسم کی تقسیم کا
استعمال کر سکتا ہے اور تھوڑا سا پیشگی امکانی نظریہ استعمال کر سکتا ہے لیکن میں یہاں ہوں یہ دکھاتے ہوئے کہ ایک سادہ ہندسی دلیل سے ہم
میں صرف u2 میں تین سفید اور دو سرخ گیندیں ہیں اور u1 کو 2 آن ہونے دیں کہ u 2 اور u 1 مطلوبہ امکان حاصل کر سکتے ہیں یہاں
ایک سفید گیند ہے اگر سر ظاہر ہوتا ہے
ظاہر 1 میں ڈالی جاتی ہے تاہم اگر u2 سے بے ترتیب طور پر ایک گیند کھینچی جاتی ہے اور u1 پھر s تو ایک اچھا سکہ اچھالا جاتا ہے۔
ہوتا ہے
سے بے ترتیب طور پر کھینچی جاتی u2 میں ڈال دی جاتی ہیں اب ایک گیند u2 سے بے ترتیب طور پر دو گیندیں کھینچی جاتی ہیں اور u1 تو
میں یا u2 ہے جس کا مطلب ہے کہ
تو دو گیندیں ہوسکتی ہیں یا اس میں تین گیندیں ہو سکتی ہیں جن میں سے ہم ایک گیند کو بے ترتیب طور پر منتخب کر رہے ہیں اس بات کا کیا امکان
سے کھینچی گئی گیند سفید ہے اس بات کا کیا امکان ہے کہ سکے پر سر ظاہر ہوا ہو یہ ان u2 سے کھینچی گئی گیند سفید ہو، کیونکہ u2 ہے کہ
میں سے ایک ہے انجینئرنگ کے پہلے داخلے کے امتحانات میں سے کسی ایک میں جو مسائل پوچھے گئے ہیں آئیے ہم اس کے حل کو مکمل طور
پر دیکھتے ہیں لہذا میں یہاں سیٹ تھیوریٹک امکان کا استعمال کر رہا ہوں ہر واقعہ کے مطابق ہم ایک سیٹ کی وضاحت کریں گے لہذا اس واقعہ کی
واقعہ ہو کہ سکے پر دم ہے لہذا سکے کو ہم b2 یہ واقعہ ہو کہ سکے پر سر ہے اور b1 سے گیند ہے سفید ہونے دیں u2 نشاندہی کریں کہ
کہنے کا کیا امکان ہے b1 ٹو کے امکانات آدھے کے برابر ہو جائے گا اب دی گئی b ایک کے امکانات اور b مناسب سمجھ رہے ہیں لہذا
کا مطلب ہے کہ اگر ہیڈ آتا ہے b1 تو دیا ہوا
ہو سکتی ہے سرخ گیند اس پر منحصر a میں ڈال رہے ہیں اب وہ گیند سفید گیند ہو سکتی ہے یا وہ گیند u2 سے ایک گیند کھینچ کر u1 تو ہم
سے سفید گیند کے کھینچنے کا کیا امکان ہے u2 ہے کہ ہم پوچھ رہے ہیں کہ لوہے کے
سے کھینچی گئی ہو اس u1 سے کھینچی گئی ہے بشرطیکہ سفید گیند u2 تو آئیے اس واقعہ کو صحیح طریقے سے لکھتے ہیں کہ سفید گیند
سے u1 سے کھینچی گئی ہے بشرطیکہ سرخ گیند u2 پلس امکان ہے کہ سفید گیند u1 امکان میں کہ سفید گیند اس سے کھینچی گئی ہو۔
سے کھینچی گئی ہے u1 کھینچی گئی ہو اس امکان میں کہ سرخ گیند
سے ایک گیند کھینچ رہے ہیں تین سفید اور دو سرخ گیندوں پر مشتمل ہے u1 تو ہم نے کیا کیا ہم نے کل امکان کے تھیوری کو لاگو کیا ہے جب ہم
لہٰذا گنجا سفید ہو سکتا ہے یا سرخ ہو سکتا ہے اگر گنج سفید ہے
پر دونوں سفید گیندیں ہوں گی اس لیے سفید گیند کھینچنے کا امکان ہو گا۔ صرف ایک بن جائیں لیکن اس بات کا کیا امکان ہے u2 تو یو پر ایک ہو گا
کہ یو ون سے ایک سفید گیند کھینچی جائے
تو یہ صرف تین بائے پانچ ہو جائے گی کیونکہ یو ون میں کل پانچ گیندیں ہیں جن میں سے تین سفید ہیں لہٰذا سرخ گیند کی صورت میں یہ امکان تین
میں ڈالا جاتا ہے u2 بائی پانچ ہو جائے گا۔ کھینچ کر
تو سفید گیند کے ڈرانے کا امکان نصف ہو جائے گا کیونکہ دو پر ہمارے پاس ایک سفید اور ایک سرخ گیند ہوگی اور یہ امکان ہے کہ یو سے سرخ
گیند کی جائے گی
کے امکان کا حساب لگاتے ہیں جو کہ سفید گیند b 2 تو یہ دو سے پانچ ہو جائے گا۔ چار سے پانچ کے علاوہ کچھ نہیں اسی طرح ہم دیے ہوئے
سے کھینچا جاتا ہے کیونکہ اب جب ایک دم ہے u2 کا امکان ہے
تو یو سے دو گیندیں کھینچی جاتی ہیں اور ڈالیں اسے یو ٹو میں بدل دیا جائے
تو دونوں سفید ہو سکتے ہیں ایک سفید ہو سکتا ہے ایک سرخ ہو سکتا ہے یا دونوں سرخ ہو سکتے ہیں
سے اس امکان میں کھینچیں کہ دو سفید u1 تو آئیے کل امکان کے تھیوریم کو لاگو کر کے تمام امکانات کو دوبارہ دیکھتے ہیں تاکہ دو سفید گیندیں
سے u1 سے کھینچی گئی ہے بشرطیکہ ایک سفید اور ایک سرخ گیند u2 پلس سے کھینچی گئی ہیں اس امکان کے کہ سفید گیند u1 گیندیں
سے کھینچی گئی ہے۔ دو سرخ u2 سے کھینچی گئی ہے اور امکان ہے کہ سفید گیند u1 کھینچی گئی ہے اس امکان میں کہ ایک سفید اور ایک گیند
سے کھینچی گئی ہیں ایک مجھے یہاں جملہ دہرانے دو ہم نے کل امکان کے u سے کھینچی گئی ہیں ایک امکان میں کہ دو سرخ گیندیں u گیندیں
سے u1 کا مطلب ہے کہ ایک دم حاصل کیا گیا تھا جب ایک سکہ پھینکا گیا تھا اگر ایک دم حاصل کیا جاتا ہے پھر ہم b2 تھیوریم کا اطلاق کیا ہے

سے ایک سفید ہو سکتی ہے ایک گیند u میں ڈال رہے ہیں لہذا ہم تین امکانات دیکھ رہے ہیں کہ دونوں گیندیں u2 دو گیندیں کھینچ رہے ہیں اور
سفید ہو سکتی ہے یا ایک سرخ ہو سکتی ہے یا دونوں گیندیں سرخ ہو سکتی ہیں لہذا ہم نے ابھی درخواست دی ہے۔ سفید گیند کے امکان کو بیان کرنے
سے تیار کیا گیا ہے اس لیے کہ ایک دم حاصل کیا گیا ہے لہذا اب ہم ان امکانات کو دیکھ کر مکمل طور پر اس کی u2 کے لیے کل امکان کا نظریہ
گیندوں کو یو سے کھینچا جاتا ہے پھر یو ٹو پر تمام سفید گیندیں ہوں گی لہذا ایک سفید گیند کے ڈرا کرنے کا whi te وضاحت کرتے ہیں اگر دو
امکان صرف ایک ہوگا تاہم یو سے دو اونچائی والی گیندوں کے ڈرانے کا امکان کیا ہے کیونکہ تین سفید گیندیں ہیں لہذا تین سی دو کو کل پانچ سے
تقسیم کیا جائے
میں ڈال دیا جائے u2 سے ایک سفید اور ایک سرخ نکالا جائے اور اسے u1 تو پانچ سی دو جمع ہیں اس صورت میں
کو c 1 2 c 1 کی دو اونچائی ہوگی اور ایک سرخ اس لیے ایک سفید گیند کھینچنے سے امکان دو ہو جائے گا۔ اور اس امکان کا امکان 3 u2 تو
میں ایک سفید اور دو u2 میں ڈالی جائیں گی پھر u2 سے کھینچ کر u one سے تقسیم کیا جائے گا اور اگلی ہے دو سرخ گیندیں 2 c 5
سرخ گیندیں ہیں
سے تقسیم کیا جائے گا اب یہ تاثرات 2 c کو 5 2 c تو ایک سفید گیند کے ڈرائنگ کا امکان ایک سے تین ہو جائے گا اور اس انتخاب کا امکان 2
ہے 2 2 c ہے 1 2 2 c 1 2 1 c 2 3 is 1 c 3 10 is 2 c 5 3 is 2 c آسانی سے آسان کر سکتے ہیں 3
سے کھینچی گئی گیند سفید ہے یہ u2 اب آپ دیکھتے ہیں کہ ہم سے امکان کا حساب لگانے کو کہا جاتا ہے کہ b تو آسان بنانے کے بعد یہ قدر
کے امکان کا حساب لگایا ہے لہذا ہم کل کے تھیوریم کو دوبارہ لاگو کرتے ہیں۔ b2 کے امکان اور دیے ہوئے b1 واقعہ ہے اب ہم نے دیے گئے
کے امکان کے برابر ہے جو کہ 4 b2 کا امکان b2 کے امکان میں اور دیے ہوئے v1 کے امکان کے برابر ہے b کا امکان ایک دیے ہوئے a
ضرب 5 کا نصف جمع 11 ضرب 15 کا نصف ہے
ہے۔ اب ہم سے اس امکان کا حساب لگانے کو کہا جاتا 30 x سے سفید گیند کھینچنے کا 23 u2 تو یہ 23 ضرب 30 کے برابر ہے لہذا امکان
سے کھینچی گئی گیند سفید ہے u2 ہے کہ اگر
کا امکان تلاش کرنے کے لیے 1 b کا امکان ہے۔ ہمیں بنیادی تھیوریم کو یہاں 1 b تو سکے پر سر کے ظاہر ہونے کا کیا امکان ہے جو کہ
b کے امکان کے برابر ہے 1 b کا امکان ایک دیا ہوا 1 b استعمال کرنا ہے ایک دیا ہوا ہم بنیادی تھیوریم کا استعمال کرتے ہیں اس لیے دیا ہوا
کے امکان میں۔ لہذا اگر 2 v کا امکان 2 b کے علاوہ دیے ہوئے 1 b کے امکان سے تقسیم امکان میں 1 b کے امکان کو دیئے گئے 1
کے برابر ہے پھر میں آپ کو بتاتا ہوں 23 by جو کہ 12 30 by تقسیم 23 2 by میں 1 5 by ہم یہاں تمام قدروں کو بدل دیں جو کہ 4
پر سے سفید گیند کھینچنے کے امکان کو u2 ہم نے اس مسئلے میں کل امکان کے تھیوریم کے تصور کو تین بار استعمال کیا ہے سب سے پہلے
شمار کرنے کے لیے جب کسی سر کو دیکھا جاتا ہے
u2 سے ایک سرخ گیند ہو سکتی ہے جسے u1 میں ڈالا جاتا ہے یا u2 سے سفید گیند ہو سکتی ہے۔ جسے u1 تو یہاں دو امکانات تھے کہ
سے کھینچی جاتی ہے جب ایک دم کا مشاہدہ کیا u2 میں دوسری صورت میں ڈالا جاتا ہے اس کے امکان کا حساب لگانے کے لیے کہ سفید گیند
جاتا ہے
سفید ہو سکتے ہیں ایک r1 سے دو گیندیں کھینچ رہے ہیں لہذا دونوں سفید ہو سکتے ہیں u1 تو تین صورتیں ہوتی ہیں کیونکہ اس صورت میں ہم
سرخ ہو سکتے ہیں دونوں سرخ ہو سکتے ہیں اس پر منحصر ہے ہم نے اس کے دوسرے حصے میں مختلف امکانات کا حساب لگایا ہے ہم نے یہاں
جو اسی قسم کا ہوتا ہے داخلے کے امتحان میں حاضر ہوتا ہے oblem تھیوریم استعمال کیا ہے۔ آہ مجھے ایک اور پی آر حل کرنے دو bayes
i جمع 1 مائنس n جمع ایک گیند لوہے کی آنکھ میں سفید گیند ہوتی ہے اور n ہر ایک پر مشتمل ہوتا ہے n بازو نمبر ہوتے ہیں 1 2 n وہاں
اس واقعہ کی ui کے برابر ہوتی ہیں اور کمانے کا انتخاب کیا جاتا ہے۔ اور اس سے ایک گیند کھینچی جاتی ہے n سے 1 i سرخ گیندیں
e وہ واقعہ ہے کہ منتخب بازو سے ایک سفید گیند کھینچی گئی ہے مزید فرض کریں کہ w پر منتخب کیا گیا ہے اور i نشاندہی کرتی ہے کہ
کے برابر ہے n سے 1 i کے لیے i کے متناسب ہو ui اس واقعہ کی نشاندہی کرتا ہے اور اس پر بھی نمبر دیا گیا ہے اس کا امکان ہے
کے لیے 1 i کا امکان مستقل ہے ui دوسری صورت میں لامحدود ہوتا ہے اگر n کے امکان کی حد تلاش کرنی ہوگی کیونکہ w تو آپ کو
کے برابر ہے n by کا امکان 1 UI تیسرے کا امکان تلاش کریں اگر w ایک مستقل ہے غیر دیے گئے c کے برابر ہے جہاں n سے
دیا گیا ہے e کا امکان تلاش کریں w ایک بھی مثبت عدد ہے n کے برابر ہے اور n سے 1 i کیونکہ
کے طور پر شناخت کریں لہذا وہاں کچھ نمبرنگ کی جاتی ہے ان n ہیں آئنوں جو ہم 1 سے n تو میں صرف ایک بار پھر مسئلہ کو دہراتا ہوں
سرخ دیواریں ہیں اب ایک لوہے کو ہے ترتیب طور پر i پلس 1 مائنس n سفید اور i پلس 1 گیندیں ہیں n ایتھن میں i میں سے ہر ایک میں
i وہ واقعہ ہے جس میں کما ui منتخب کیا گیا ہے اور اب اس سے ایک گیند کھینچی گئی ہے۔ ہم کچھ واقعات کی نشاندہی کر رہے ہیں لہذا
وہ واقعہ ہے جس کی بنیاد پر ہم کچھ مسائل e وہ واقعہ ہے جب منتخب بازو سے ایک سفید گیند کھینچی جاتی ہے اور w منتخب کیا جاتا ہے اور
کے متناسب ہے i کا امکان ui پوچھ رہے ہیں مثال کے طور پر اگر
کا امکان مستقل ہے ui لامحدودیت کی طرف جاتا ہے اسی طرح اگر n کا امکان کیا ہے حد تلاش کریں جیسا کہ w تو
i کا امکان ui کا امکان تلاش کریں۔ ہم اس کا حل دیکھتے ہیں اگر e دیا ہوا w کا امکان تلاش کریں اور دوسرے میں w تو غیر دیئے گئے
کے متناسب ہے
کا مجموعہ تمام امکانات ایک کے برابر ہونا uh کے برابر ہے اب n سے 1 i کے برابر ہے کیونکہ ki کا امکان ui تو ہم لکھ سکتے ہیں
ہے۔ sen چاہئے کیونکہ ان میں سے ایک والوں کو چو ہونا پڑتا ہے۔
جمع 1 سے 2 جو کہ 1 کے برابر ہے n میں n بار k کے برابر ہے اب جو کہ برابر ہے n ایک سے ii سگما k تو یہ آپ کو دیتا ہے
جمع 1 میں تقسیم کیا جاتا ہے n سے n بن جاتا ہے 2 کو k تو
u1 کے برابر ہے اس کا مطلب ہے کہ n سے 1 i جمع 1 میں تقسیم کرنے کے لیے n سے n کو i کا امکان برابر ہے 2 میں ui تو
کا انتخاب n the on جمع 1 n میں منتخب کیا جاتا ہے۔ n جمع 1 میں تقسیم کرکے آن 2 کو احتمال 4 سے n سے n پر پہلا امکان 2 کو
کا امکان کیا w جمع 1 سے تقسیم کیا جاتا ہے لہذا یہاں جو سوال پیش کیا جاتا ہے وہ یہ ہے کہ n کے امکان کے ساتھ کیا جاتا ہے جس کو 2
w ہے جو کہ سفید گیند ہے منتخب کردہ سے اخذ کیا گیا ہے اور اس طرح ہم اس کے تھیوریم کو لاگو کر سکتے ہیں ۔ کل امکان کا تھیوریم جو کہ
سفید گیندیں i لوہے میں i-th کے برابر ہے لہذا n کا امکان 1 سے uii میں ui کا امکان دیا گیا w کا امکان دے گا سگما کے برابر ہے
کا امکان ہمارے پاس ہے اب حساب کیا UI پلس 1 سے تقسیم کیا جاتا ہے اور n کو i سے ایک سفید گیند ia-thon ہیں لہذا انتخاب کا امکان
کے n برابر ہے 1 سے i جمع 1 n میں تقسیم کیا گیا ہے n سے n کو i کو گیا ہے کہ یہ 2
مثبت انٹیجرز کے مربعوں کا فارمولہ معلوم ہوتا ہے جو کہ n جمع 1 میں تقسیم کیا گیا ہے پہلے n سے n تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ 2 کو
n جمع 1 میں 2 n میں n جمع 1 مربع میں n میں n ہے۔ لہذا اگر ہم لاگو کریں کہ ہمیں 2 6 by جمع 1 n جمع 1 میں 2 n میں n
جمع 1 میں تقسیم کرنے کے برابر ہے n جمع 1 کو 6 سے n جمع ملتا ہے 1 بذریعہ 6. لہذا ہم اسے آسانی سے آسان بنا سکتے ہیں یہ دو بار 2
جمع 1 منسوخ ہو جاتی ہیں لہذا ہمیں یہ ملتا ہے لہذا اگر میں حد کو لوں اس میں n جمع 1 n منسوخ ہو جاتی ہیں nm کیونکہ یہ اصطلاحات
لامحدود 1 n لامحدودیت کی طرف جاتا ہے آپ کو صرف 2 میں 2 ضرب 6 ملے گا جو کہ 2 ضرب 3 کے برابر ہے جیسا کہ n سے جیسا کہ

Prutor@IITK

سے تقسیم کرتے ہیں n بذریعہ 0 جاتا ہے لہذا اگر آپ یہاں
ملتا ہے n ملے گا اور یہاں آپ کو 1 جمع 1 بذریعہ n تو آپ کو 2 جمع 1 بذریعہ
کا امکان مستقل کے برابر ہے لہذا اگر امکان مستقل ہے ui تو حد 2 میں 2 بذریعہ 6 ہے جو کہ 2 ضرب 3 ہے۔ دوسرے حصے میں
کا امکان 1 ui کے برابر ہونا ضروری ہے اس لیے دوسرے حصے میں by n ایک کے برابر ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ 1 n بار c تو
کے امکان کا حساب لگائیں تاکہ ہم بائیس تھیوریم w اب آپ سے کہا جاتا ہے کہ غیر دیے گئے n برابر 1 سے i کے برابر ہوگا کیونکہ by n
کے n میں ایک سے uii کا امکان ui دیا گیا unw کے امکان میں un دیا گیا un کا امکان بن جاتا ہے w کو لاگو کر سکیں۔ یہاں پھر یہ
کو سگما سے n ایتھن میں i جمع 1 ہوگا اور یہ سب ایک بائے ہیں n سے n سفید گیندیں ہیں اس لئے امکان n ویں آئرن میں n برابر ہے
تقسیم کیا جائے
سفید گیند ہے i تو آپ کے پاس
کے برابر ہے n سے 1 ni کا امکان 1 بذریعہ ui جمع 1 سے اور n ہو جائے گا i تو امکان
جمع 1 سے 2 میں تقسیم کیا گیا n سے n کو n جو کہ n کے برابر ہے 1 سے ii سے تقسیم ہونے پر سگما n تو یہ ہو جاتا ہے صرف
جمع 1 سے n ہے جو کہ 2 کے برابر ہے تقسیم
جمع 1 سے تقسیم کیا گیا ہے۔ تیسرے حصے میں n ویں آئرن کا انتخاب کیا گیا تھا کہ ایک سفید گیند ہے 2 کوn تو اس امکان کو دیکھتے ہوئے کہ
کے سگما امکان کے u 2 ii کو منتخب کیا جاتا ہے تاکہ یہ on ہے۔ ir کیا ہے جو کہ ایک برابر نمبر والا e کا امکان کیا ہے واقعہ e
کے برابر ہے n 2 n کے برابر ہے اگر میں فرض کرتا ہوں کہ m برابر ہو جائے 1 سے
سے تقسیم کیا جا رہا ہے جو کہ نصف ہے m بن رہا ہے 2 m تو یہ
کے سگما امکان کے برابر ہے 1 سے w intersection u 2 ii پھر یہ e کے امکان پر غور کریں w intersection تو اگر ہم
n کے امکان پر لاگو کرسکتے ہیں دو میں ایک سے ii دو u کے ضرب کے اصول کا امکان i دو u دیا w کے برابر ہے لہذا ہم دوبارہ m
سفید گیندیں ہیں i پر دو ith کے برابر ہے
کے برابر ہے m ہونے کا امکان ایک سے mi ایک سے دو i دو u سے تقسیم کرکے ایک سے m کو دو i تو یہ بن جاتا ہے دو
نمبر کا مجموعہ ہے m تو یہ صرف پہلے
ہے 2 by جمع 1 m میں m جو i جمع 1 سگما m 2 m بذریعہ m تو یہ 1 بنتا ہے۔ بذریعہ
کے امکان کا حساب لگاتا ہوں w جمع 1 میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ لہذا اگر میں m جمع 1 کو 2 سے 2 m تو یہ آسانی سے آسان ہے یہ
کے امکان سے تقسیم کیا گیا e کا امکان e تقطع w دیا جاتا ہے جو کہ برابر ہے e تو
کے برابر n جمع 1 سے تقسیم کیا گیا ہے میں نے n جمع 2 کو دو بار n جمع 1 ویں پر برابر ہے m جمع 1 کے برابر ہے تقسیم 2 m تو وہ
let a تجربے کے دو غیر خالی واقعات ہیں b اور a رکھا ہے یہاں ایک اور مسئلہ ہے ایک تجربے کے 10 یکساں امکانی نتائج ہوتے ہیں 2m
آزاد b اور a کے موافق ہیں اگر a سے ہے وہ a کو چار عناصر جس کا مطلب ہے کہ ان 10 میں سے یکساں طور پر ممکنہ نتائج 4 کا تعلق
ہیں
میں عناصر کی تعداد کے لیے استعمال کرتا ہوں e کو ne میں کتنے عناصر ہوسکتے ہیں لہذا اگر میں اشارے b تو
آزاد ہیں لہذا ایک انحطاط b اور a کو اب چار بتایا گیا ہے na کا ہونا جو کہ نمونے کی جگہ میں عناصر کی تعداد 10 ہے اور ns تو ہم ہیں
کی b کے امکان کے برابر ہوگا کیونکہ اشیاء برابر ہیں۔ ممکنہ طور پر نتائج اس لیے ہم ایک تقطیع b ah کے امکان کے a کا امکان b
b کے sn کے n کے برابر ہے تقسیم شدہ n سے تقسیم کیا گیا ہے جو کہ s کے n کا اطلاق کر سکتے ہیں جس کو n کلاسیکی تعریف
b اقدار کو بدل سکتے ہیں۔ n سے تقسیم کیا گیا ہے ہم یہاں ایک چوراہے کی s کے n کو
n ہے یہ 4 ہے۔ لہذا اگر میں ایک چوراہے کے 10 s کا n کے اب n کے b میں n کے a برابر ہے n کا s ہیں۔ وہاں ns تو یہ 2
سمجھوں 5 b کا n کو 2 اور b کو
کے برابر لیتا ہوں جس کا مطلب ہے کہ تمام عناصر وہاں موجود ہیں 10 n کا b تو دونوں اطراف برابر ہیں اسی طرح اگر میں
میں 4 عناصر ہیں a ہو جائے گا کیونکہ 4 n کا b تو
تو یہ 40 ہو جائے گا اور یہ سائیڈ 40 ہو جائے گی۔
ہے 5 b کا n ہو اگر 10 r کی ممکنہ قدریں ہو سکتی ہیں۔ 5 nb تو صرف
کے برابر ہے 10 b کا n کے برابر ہونا چاہیے اور اگر 2 n کا b تو
مسئلہ جو آپ یہاں نوٹ کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم نے اصل میں l کے برابر ہے جو 4 کے برابر ہے۔ اس میں n کے a n کا b تو
اصطلاحات کی تعداد کا استعمال کیا ہے یا آپ یہاں کسی واقعہ کے نتائج کی موافق تعداد کہہ سکتے ہیں جو یہاں واضح طور پر استعمال کیا گیا ہے
حالانکہ بہت سے مسائل میں ہم نے یہ کیا ہے کہ ہم نے حساب کیا ہے۔ مقدمات کی سازگار تعداد لیکن اس خاص مسئلے میں ہم نے اس کے لیے ایک
یا مسائل کو حل کرنے کے لیے اس خاص کورس میں میں نے امکان کے بنیادی f واضح اشارہ استعمال کیا ہے اور وہ استعمال کیا جاتا ہے
تصورات کی وضاحت کے لیے کافی وقت صرف کیا ہے جس میں مشروط امکان کی بنیاد تھیوریم کل امکان کا تھیوریم آزادی کا تصور بھی شامل ہے
اور ساتھ ہی ہم نے بے ترتیب کے تصور کو بھی مختصراً چھوا ہے۔ متغیرات میں سے ہم نے مجرد بے ترتیب متغیرات کے لیے کچھ وقت مختص
اور ہم نے وسط یا اوسط قدر کے تصور یا binomial distribution کیا ہے خاص طور پر
توقع کو بھی دیکھا ہے کہ تغیر کے لحاظ سے تقسیم کی تغیر پذیری اور معیاری انحراف اس حصے کے ساتھ صحیح طریقے سے انصاف کرنے
کے لیے بہتر ہو گا اگر آپ بھی ترتیب اور امتزاج کر لیں کیونکہ بعض مسائل میں وہ آپ کو استعمال کر چکے ہیں۔