

তাই [সঙ্গীত] পূর্ববর্তী বক্তৃতাগুলিতে আমি সম্ভাব্যতার ধারণা সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করেছি সম্ভাব্যতার মূল্যায়নের জন্য বিভিন্ন নিয়ম এবং স্বাধীনতার ধারণা র্যালুম ভেরিয়েবল বিষুক্ত ডিস্ট্রিবিউশন এবং দ্বিপদী বন্টন এই লেকচারে আমি বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করব।

যা প্রায়শই বিভিন্ন প্রবেশিকা পরীক্ষায় জিজ্ঞাসা করা হয় যেমন ইঞ্জিনিয়ারিং এন্ট্রান্স পরীক্ষা হল অন্য কিছু বিশ্ববিদ্যালয়ের পরীক্ষা ইত্যাদি ইত্যাদি এতে আমরা এখন পর্যন্ত যে সমস্ত বিষয় করেছি তা কভার করবে আমি আবার ছাত্রদের পরামর্শ দেব অনুগ্রহ করে আপনার পারমুটেশন এবং কম্বিনেশনের ধারণাগুলি সংশোধন করুন কারণ গণনার সময় অনেক সময় সম্ভাব্যতার সমস্যায় আমরা এই ধারণাগুলি ব্যবহার করি একটি চার অঙ্কের সংখ্যা এলোমেলোভাবে বেছে নেওয়া হয় যে এই সংখ্যাটিতে ঠিক দুটি শূন্য রয়েছে এমন সম্ভাবনা খুঁজে বের করুন আহ কেউ ভাবতে পারেন যে এই সমস্যাগুলি শুধুমাত্র একাডেমিক স্বার্থের জন্য নাকি এর কোনো ব্যবহারিক হবে কিনা।

এছাড়াও আপনি কিছু h থাকতে পারে

তাই ব্যবহার করুন কোড বা ক্রিপ্টোগ্রাফি ইত্যাদির নাম শুনুন যাতে কোডগুলি ডিজাইন করতে বা কোড ভাঙতে এই ধরনের সমস্যার সম্মুখীন হতে হয় এবং

তাই বিভিন্ন সম্ভাবনার সম্ভাব্যতা গণনা করা অবশ্যই সমস্যাগুলির মধ্যে একটি ঠিক

তাই যদি আমাদের একটি চার অঙ্ক বেছে নিতে হয় সংখ্যা এই ধরনের সংখ্যার মোট সংখ্যা কত

তাই মোট চার অঙ্কের সংখ্যা প্রথম স্থানে আমাদের এক থেকে নয়টির মধ্যে যে কোনও সংখ্যা থাকতে পারে

তাই মোট নয়টি সম্ভাবনা রয়েছে এবং দ্বিতীয় তৃতীয় এবং চতুর্থ স্থানে শূন্যও থাকতে পারে

তাই প্রতিটি জায়গায় মোট দশটি সম্ভাবনা

তাই মোট নয় হাজার এই ধরনের কেস এখন আছে যদি সেই সংখ্যাটিতে দুটি শূন্য থাকতে হয় যদি আমাদের দুটি শূন্য পেতে হয় তবে আসুন প্রথম স্থানের স্থানগুলি

এক থেকে নয় নম্বর নির্বাচন করি যাতে আপনি পেতে পারেন এমন নয়টি সম্ভাবনা এবং অন্য জায়গায় আপনার 1 থেকে 9 নম্বর থাকতে পারে

তাই নয়টি ক্ষেত্রে এমন দুটি জায়গা আছে যেখানে আমরা শূন্য হিসাবে ঠিক করছি

তাই সেখানে কোন বিকল্প নেই তবে ফাই বাকি দুটি স্থানের মধ্যে প্রথম স্থানটি শূন্য হতে পারে না বাকি তিনটি স্থান দুটি স্থান শূন্য

তাই সেই স্থানগুলিকে তিন গ দুই উপায়ে নির্ধারণ করা যেতে পারে

যেখানে শূন্য স্থাপন করা যেতে পারে এমন দুটি স্থানকে তিন গ দুটিতে বেছে নেওয়া যেতে পারে যা তিনটি উপায়ে ঠিক আছে

তাই আমরা একটি চার অঙ্কের সংখ্যার সম্ভাবনা গণনা করেছি যেখানে দুটি শূন্য রয়েছে

তাই উপায়ের মোট সংখ্যা হল অনুকূল ক্ষেত্রের মোট সংখ্যা, আসুন আমরা এখানে লিখি এটি 9 থেকে 9 থেকে 3 হবে

তাই সংখ্যাটির দুটি শূন্য থাকার সম্ভাবনা মামলার অনুকূল সংখ্যা হল 9 থেকে 9 থেকে 3 এবং মোট মামলার সংখ্যা হল 9000

তাই সরলীকরণের পরে এটি 27 দ্বারা 1000 হয়ে যায় অথবা আপনি বলতে পারেন 0.

027 ঠিক আছে আসুন আমরা আরেকটি সমস্যা নিয়ে নিই যেখানে সেট থিওরেটিক নোটেশন ব্যবহার করা হয়েছে।

f স্বাধীন হতে হবে এবং e -এর সম্ভাব্যতা f -এর সম্ভাব্যতা একের সমান এবং e -এর সম্ভাব্যতা f^2 দ্বারা 9 এর সমান হতে দিন এবং এটি দেওয়া হয় যে e -এর সম্ভাব্যতা সম্ভাব্যতার চেয়ে বেশি f এর তাহলে আপনাকে e এর সম্ভাব্যতা খুঁজে বের করতে হবে

তাই ধরা যাক e এর সম্ভাব্যতা সমান p বলতে এখন এটা দেওয়া হয়েছে যে e এর সম্ভাব্যতা f এর সম্ভাব্যতা এক এর সমান তাহলে এর অর্থ হল f এর সম্ভাব্যতা একের সমান হবে বিয়োগ p এখন e ইন্টারসেকশন f এর সম্ভাব্যতা কারণ e এবং যদি স্বাধীন হয় তবে এটি e এর সম্ভাব্যতা f এর সম্ভাব্যতায় পরিণত হয় যাতে p এর সমান হয় 1 বিয়োগ p যা 2 by 9 হয় আপনি দেখতে পাচ্ছেন এটি কেবল একটি দ্বিঘাত সমীকরণ

তাই $p^2 - 2p + 1 = 0$ দ্বারা 3 দ্বারা 3 হতে পারে কারণ এই দুটি মানের জন্য শুধুমাত্র এই সমীকরণটি এখন সন্তুষ্ট হবে যদি আমি $p = 1$ দ্বারা 3 বেছে নিই তাহলে f এর সম্ভাব্যতা 2 দ্বারা 3 হয়ে যাবে কিন্তু এটি দেওয়া হয় যে e এর সম্ভাব্যতা এর চেয়ে বেশি f এর সম্ভাব্যতা

তাই আমরা $e = 2$ এর সম্ভাব্যতা বেছে নেব 3 দ্বারা 3 কারণ সেক্ষেত্রে $f = 1$ দ্বারা 3 হয়ে যাবে।

এই সমস্যায় আমি ঘটনাগুলির স্বাধীনতার ধারণা এবং একটি অ-এর সিস্টেমের সরাসরি সমাধান ব্যবহার করেছি।

-রৈখিক সমীকরণ আমাদের আরেকটি উদাহরণ দিতে দিন e যেখানে সেট তাত্ত্বিক সম্ভাব্যতা ব্যবহার করা হয় e এবং f যে কোনো দুটি ইভেন্ট হতে দিন যার 0 কম e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে 1 কম এবং f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে 0 কম 1 এর চেয়ে কম এবং এটিও দেওয়া হয় যে e এর সম্ভাব্যতা সম্ভাব্যতার চেয়ে কম।

e প্রদত্ত f এর শর্তসাপেক্ষ সম্ভাব্যতা হল e প্রদত্ত f এর সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে বেশি এবং এই শর্তে আমরা প্রমাণ করতে চাই কিছু বিবৃতি f এর সম্ভাব্যতা f প্রদত্ত f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম এবং e এর সম্ভাব্যতা প্রদত্ত e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে বেশি f এর

সম্পূর্ণ সম্ভাবনা f প্রদত্ত e পরিপূর্ণের সম্ভাবনার চেয়ে বেশি এখন এটি দেওয়া হয়েছে যে e এর সম্ভাব্যতা f প্রদত্ত e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম

যদি আমরা এই শর্তটিকে সরলীকরণ করি এবং শর্তযুক্ত সম্ভাব্যতার সম্ভাব্যতার সংজ্ঞা প্রয়োগ করি e প্রদত্ত f হল e ছেদ f এর সম্ভাব্যতা f এর সম্ভাব্যতা দ্বারা বিভক্ত

তাই এর মানে f এর সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে f এর সম্ভাবনা বেশি f এর ty এখন এটিকে আপনি e ছেদকে f এর সম্ভাব্যতা হিসাবে লিখতে পারেন f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে e এর সম্ভাব্যতা দিয়ে ভাগ করে এখন এটি f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে বড় দেওয়া f এর সম্ভাবনা ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই এটি বিবৃতি 1 কে প্রমাণ করছে।

একটি আমাদের প্রমাণ করার কথা ছিল f এর সম্ভাব্যতা f প্রদত্ত e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম যা এখানে প্রতিষ্ঠিত হয়েছে এখন আসুন আমরা দ্বিতীয়টি নিই যদি আমরা এই সমীকরণটি ব্যবহার করি তবে আমাকে এটিকে একটি বলতে দিন আমরা f এর সম্ভাব্যতা বিবেচনা করতে পারি e ছেদ f এর বিয়োগ সম্ভাবনা এটি f এর সম্ভাব্যতা থেকে e এর বিয়োগ সম্ভাবনা f এর সম্ভাব্যতা থেকে কম হয়ে যাবে

তাই এর অর্থ হল বাম দিকটি f ছেদ ই কমপ্লিমেন্টের সম্ভাবনা হয়ে যাবে এবং ডান দিকের f 1 বিয়োগ সম্ভাবনা e এর সম্ভাব্যতা হবে

তাই এটি বিবৃতির সমতুল্য f ছেদ ই পরিপূরকের সম্ভাব্যতা f এর সম্ভাব্যতা e পরিপূরকের সম্ভাব্যতার চেয়ে কম তাই আপনি যদি লেখেন তাহলে এটি f ছেদ হওয়ার সম্ভাবনা হয়ে যাবে e পরিপূরক f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম e পরিপূরকের সম্ভাবনা দ্বারা বিভক্ত

তাই এই বিবৃতিটি f এর সম্ভাব্যতার সমতুল্য e পরিপূরক f এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম

তাই এটি হল বিবৃতি নম্বর 3 f এর সম্ভাব্যতা f প্রদত্ত ই কমপ্লিমেন্টের সম্ভাবনার চেয়ে বেশি

তাই আমরা যা করেছি আমরা প্রদত্ত শর্তটি ব্যবহার করেছি যেটি হল e এর সম্ভাব্যতা হল সম্ভাবনার চেয়ে কম e প্রদত্ত f যা আমরা e ছেদ করার সম্ভাব্যতাকে সহজ করি f সম্ভাব্যতার চেয়ে f সম্ভাবনার f এর মধ্যে আমি উভয়ের উপর কিছুটা হেরফের করেছি সাইডগুলো আমি পিএফ মাইনাস করেছি

তাই এর সরলীকরণের পর অসমতা বিপরীত হয়ে যায় আমরা প্রয়োজনীয় ফলাফল পাই

তাই আসলে আমরা তৃতীয়টি প্রমাণ করেছি এখানে দ্বিতীয়টি প্রমাণ করতে দ্বিতীয়টির দিকে আবার দেখা যাক যদি আমি এটি একটি থেকে আবার ব্যবহার করব আমরা e -এর সম্ভাব্যতা বিবেচনা করি e -এর বিয়োগ সম্ভাবনা f -এর বিয়োগ সম্ভাবনা, তাহলে সেটা e -এর সম্ভাবনার থেকে কম e -এর সম্ভাবনা f -এর সম্ভাবনার মধ্যে,

তাই মানে s e ছেদ f সম্পূরকের সম্ভাবনা e -এর সম্ভাবনার চেয়ে কম f -এর 1 বিয়োগ সম্ভাবনা যাতে বোঝায় যে e ছেদ f কমপ্লিমেন্টের সম্ভাবনা f কমপ্লিমেন্টের সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাবনার চেয়ে কম যার মানে e ছেদ f পরিপূরকের সম্ভাব্যতা দ্বারা ভাগ f পরিপূরকের সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম যা ই প্রদত্ত f পরিপূরকের সম্ভাব্যতা বলার সমতুল্য e এর সম্ভাব্যতার চেয়ে কম যা 2 তে প্রমাণিত হবে যে বিবৃতিটি f প্রদত্ত f পরিপূরকের সম্ভাবনার চেয়ে e এর সম্ভাবনা বেশি

তাই আমরা এই উদাহরণে আবারও সেই বিবৃতিটি প্রতিষ্ঠা করেছি এই উদাহরণে আমরা শর্তসাপেক্ষ সম্ভাব্যতার ধারণা ব্যবহার করেছি

তাই আমরা আসলে শর্তসাপেক্ষ সম্ভাব্যতার সংজ্ঞা প্রয়োগ করেছি তারপর আমরা প্রকৃতপক্ষে দুটি স্থানে সংযোজন নিয়মটি ব্যবহার করেছি উদাহরণ স্বরূপ e intersection f প্লাস সম্ভাব্যতার সম্ভাব্যতা f ছেদ ই পরিপূরক f এর সম্ভাব্যতার সমান যা এখানে একইভাবে ব্যবহৃত হয়েছে ly এতে আমি e ছেদ f এর সম্ভাব্যতা ব্যবহার করেছি প্লাস e ছেদ f সম্পূরকের সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাব্যতার সমান

তাই এটি হল সংযোজন নিয়ম যদি আপনি চিত্রটি এভাবে তৈরি করেন আমার এখানে দুটি সেট e এবং f আছে তারপর e ছেদ f পরিপূরক এই হবে এবং e ছেদ f এই হবে

তাই এর মিলন হবে e একইভাবে যদি আমি f ছেদকে e পরিপূরক বিবেচনা করি তাহলে এই অংশটি f ছেদ হল এটি তাই যদি আমি দুটির মিলন

নিই তাহলে আমি f পাব আমাকে দিতে দিন একটি উদাহরণ যেখানে কিছু ধরণের জ্যামিতিক যুক্তি ব্যবহার করা হয়েছে

তাই 9 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যের একটি লাইন সেগমেন্টে দুটি বিন্দু এলোমেলোভাবে বেছে নেওয়া হয়েছে

তাই একটি লাইন সেগমেন্ট আছে এই দুটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব 3 সেন্টিমিটারের কম হওয়ার সম্ভাবনা খুঁজে বের করা যাক এটিকে জ্যামিতিকভাবে দেখুন

তাই এখানে 9 সেন্টিমিটারের একটি লাইন সেগমেন্ট আছে আমরা এখানে x এবং y বেছে নিই ঠিক আছে এবং এটি এখানেও হতে পারে যেমন x এখানে হতে পারে y এখানে হতে পারে x এখানে হতে পারে y এর মানে x yx থেকে কম হতে পারে y এর থেকে বেশি হতে পারে কিন্তু আমরা চাই এই দূরত্বটি 3 সেন্টিমিটারের কম হোক

তাই এটি দেখার একটি ভাল উপায় হতে পারে আমরা এটিকে একটি দ্বিমাত্রিক সমতলে প্লট করতে পারি এবং ধরুন এটি x অক্ষ এটি y অক্ষ এবং আমরা একটি বর্গক্ষেত্র বিবেচনা করি সাইজ নাইন এর মানে এই দিকে আপনার 9 9 আছে এই পাশেও এবং এই লাইন

তাই আমরা চাই x বিয়োগ y 3 ry এর থেকে কম হোক x বিয়োগ x 3 এর কম।

তাই আমরা যদি এখানে এই দুটি লাইন বিবেচনা করি যে হল x বিয়োগ y সমান তিনটি এই লাইনটি x বিয়োগ y সমান তিনটি এবং আমরা বিবেচনা করি আরেকটি লাইন x বিয়োগ y সমান বিয়োগ তিন আহ আপনি যদি চান তবে আপনি কেবল ah পরীক্ষা করতে পারেন যদি y শূন্য x এর সমান হয় তিনের সমান যদি আপনি x কে শূন্যের সমান বিবেচনা করেন তাহলে y হলো বিয়োগ তিনের সমান

তাই আপনি যদি পয়েন্ট যোগ করেন এবং আপনি এটি আঁকেন তাহলে আপনি এই দিকে একইভাবে এটি পাবেন যদি আপনি

বলেন $x \neq y$ সমান 3 এর সমান যদি $y \neq x$ সমান হয় বিয়োগ 3 এর সমান।

তাই এই লাইনটি আপনি এখানে পাবেন

তাই আসলে আমরা x বিবেচনা করছি দ্বিমাত্রিক সমতলে y এখানে আমরা একটি দ্বিমাত্রিক সমতলে একটি বর্গক্ষেত্রে xy বিন্দুকে বিবেচনা করতে পারি

তাই এই পুরো ক্ষেত্রফলটি 9 থেকে 9 যা 81 বর্গ সেন্টিমিটার এবং ছায়াযুক্ত এলাকাটি হল প্রয়োজনীয় ক্ষেত্রটি প্রয়োজনীয় সম্ভাব্যতা ক্ষেত্রফলের সমান।

ছায়াযুক্ত অঞ্চলটি মোট ক্ষেত্রফল দ্বারা বিভক্ত আহ এটি আরও সহজ উপায়ে করা যেতে পারে যেমন আপনার এই সমকোণ ত্রিভুজ থাকতে পারে

তাই এর ক্ষেত্রফল হবে 6 থেকে 6 বাই 2 যা 18 এবং এখানে একই জিনিস

তাই 18 যোগ 18 36

তাই 18 1 বিয়োগ 36 ভাগ 81 যা 5 দ্বারা 9 এর সমান।

সুতরাং এটি এমন একটি অ্যাপ্লিকেশন যেখানে আমরা সরাসরি জ্যামিতিক যুক্তি ব্যবহার করছি যদিও কেউ একটি নির্দিষ্ট দ্বিভঙ্গি বন্টন ব্যবহার করতে পারে এবং কিছুটা অগ্রিম সম্ভাব্যতা তত্ত্ব ব্যবহার করতে পারে তবে আমি এখানে দেখাচ্ছি যে একটি সাধারণ জ্যামিতিক যুক্তি দ্বারা আমরা এখানে প্রয়োজনীয় সম্ভাব্যতা পেতে পারি u_1 এবং u_2 2 অন হতে দিন যাতে u_1 তে তিনটি সাদা এবং দুটি লাল বল থাকে এবং u_2 তে শুধুমাত্র একটি সাদা বল থাকে যদি মাথা প্রদর্শিত হয় একটি ন্যায্য মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ করা হয় s তারপর u_1 থেকে এলোমেলোভাবে একটি বল টানা হয় এবং u_2 তে রাখা হয় তবে 1

উপস্থিত হলে দুটি বল এলোমেলোভাবে u_1 থেকে আঁকা হয় এবং u_2 তে রাখা হয় এখন একটি বল u_2 থেকে এলোমেলোভাবে আঁকা হয়েছে যার মানে আসলে u_2 তে দুটি বল থাকতে পারে বা এটিতে তিনটি বল থাকতে পারে যেটি থেকে আমরা এলোমেলোভাবে একটি বল নির্বাচন করছি u_2 থেকে আঁকা বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কতটা এই যে u_2 থেকে টানা বলটি সাদা, মুদ্রার উপর মাথাটি উপস্থিত হওয়ার সম্ভাবনা কতটি আহ এটি একটি আগের ইঞ্জিনিয়ারিং এন্ট্রান্স পরীক্ষাগুলির একটিতে যে সমস্যাগুলি জিজ্ঞাসা করা হয়েছিল, আসুন আমরা সম্পূর্ণ সমাধানটি দেখি

তাই আমি এখানে প্রতিটি ইভেন্টের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ সেট তাত্ত্বিক সম্ভাব্যতা ব্যবহার করছি আমরা একটি সেটকে সংজ্ঞায়িত করব

তাই একটি ইভেন্টটি বোঝাতে দিন যে

u_2 থেকে বল সাদা যাক b_1 হল সেই ঘটনা যে মুদ্রার মাথা আছে এবং b_2 হল সেই ঘটনা যে মুদ্রার উপর লেজ আছে

তাই মুদ্রা আমরা ন্যায্য ধরে নিচ্ছি

তাই b_1 এর সম্ভাব্যতা এবং b_2 দুই w_i এর সম্ভাব্যতা এখন অর্ধেকের সমান হবে একটি প্রদত্ত b এক বলার সম্ভাবনা কত

তাই একটি প্রদত্ত b_1 মানে যদি মাথা আসে তাহলে আমরা u_1 থেকে একটি বল আঁকছি এবং u_2 এ রাখছি এখন সেই বলটি একটি সাদা বল হতে পারে বা সেই বলটি একটি হতে পারে লাল বল এর উপর নির্ভর করে আমরা জিজ্ঞাসা করছি লোহা u_2 থেকে একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাবনা কি

তাই আসুন আমরা এই ঘটনাটি সঠিকভাবে লিখি সাদা বলটি u_2 থেকে আঁকা হয়েছে কারণ সাদা বলটি u_1 থেকে আঁকা হয়েছে এমন সম্ভাবনা যে সাদা বল থেকে আঁকা হয়েছে u_1 প্লাস সম্ভাব্যতা যে সাদা বলটি u_2 থেকে আঁকা হয়েছে, লাল বলটি u_1 থেকে আঁকা হয়েছে এমন সম্ভাবনার মধ্যে যে লাল বলটি

u_1 থেকে আঁকা হয়েছে

তাই আমরা যা করেছি আমরা যখন u_1 থেকে একটি বল আঁকছি তখন আমরা মোট সম্ভাব্যতার উপপাদ্য প্রয়োগ করেছি।

তিনটি সাদা এবং দুটি লাল বল রয়েছে

তাই বালড্রন সাদা হতে পারে বা টাকটি সাদা হলে তা লাল হতে পারে তাহলে u_1 -এর উপর একটি থাকবে u_2 -তে দুটি সাদা বল থাকবে

তাই একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাবনা থাকবে সহজভাবে একটি হয়ে যান কিন্তু একটি সাদা বল ইউ ওয়ান থেকে টানা হলে তা তিন বাই পাঁচ হয়ে যাবে কারণ u_1 তে মোট পাঁচটি বল রয়েছে যার মধ্যে তিনটি সাদা

তাই একটি লাল বল হলে সম্ভাবনা তিন বাই পাঁচ হয়ে যাবে অঙ্কন করা হয় এবং u_2 তে রাখা হয় তাহলে একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাবনা অর্ধেক হয়ে যাবে কারণ দুটিতে আমাদের কাছে একটি সাদা এবং একটি লাল বল থাকবে এবং u_1 থেকে একটি লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা দুই দ্বারা পাঁচ হবে

তাই এটি হল চার দ্বারা পাঁচ ছাড়া কিছুই নয় একইভাবে আসুন আমরা একটি প্রদত্ত b_2 সম্ভাব্যতা গণনা করি একটি প্রদত্ত b_2 এর সম্ভাব্যতা হল সাদা বলের সম্ভাব্যতা u_2 থেকে আঁকা হয়েছে প্রদত্ত যে এখন যখন একটি লেজ থাকে তখন u_1 থেকে দুটি বল টানা হয় এবং রাখি এটাকে ইউ টু তে পরিণত করা যায়

তাই উভয়ই সাদা হতে পারে একটি সাদা হতে পারে একটি লাল হতে পারে বা উভয়ই লাল হতে পারে

তাই আসুন আমরা মোট সম্ভাব্যতার উপপাদ্য প্রয়োগ করে আবার সব সম্ভাবনার দিকে তাকাই যাতে দুটি সাদা বল

u_1 থেকে সম্ভাব্যতার মধ্যে টানা হয় সাদা বল

u_1 প্লাস থেকে আঁকা হয়েছে যে সাদা বল u_2 থেকে আঁকা হয়েছে, একটি সাদা এবং একটি লাল বল u_1 থেকে আঁকা হয়েছে এমন সম্ভাবনার মধ্যে যে একটি সাদা এবং একটি লাল

u_1 থেকে আঁকা হয়েছে প্লাস সম্ভাব্যতা যে সাদা বলটি u_2 থেকে আঁকা হয়েছে দুটি লাল বল

u থেকে একটি সম্ভাবনায় টানা হয়েছে যে দুটি লাল বল u থেকে টানা হয়েছে একটি আমি এখানে বাক্যটি পুনরাবৃত্তি করি আমরা মোট সম্ভাব্যতার উপপাদ্য প্রয়োগ করেছি b^2 এর অর্থ হল একটি টেইল পাওয়া গেলে একটি মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ করার সময় একটি লেজ পাওয়া গিয়েছিল তারপর আমরা u_1 থেকে দুটি বল আঁকছি এবং u_2 তে রাখছি তাই আমরা তিনটি সম্ভাবনা দেখছি U থেকে দুটি বল একটি সাদা হতে পারে একটি সাদা হতে পারে বা একটি লাল হতে পারে বা দুটি বলই লাল হতে পারে তাই আমরা প্রয়োগ করেছি সাদা বলের সম্ভাব্যতা বর্ণনা করার জন্য মোট সম্ভাব্যতার উপপাদ্যটি u_2 থেকে আঁকা হয়েছে যে একটি লেজ পাওয়া গেছে তাই এখন আমরা এই সম্ভাবনাগুলি দেখে এটিকে সম্পূর্ণরূপে বর্ণনা করি যদি দুইটি টি বল ইউ ওয়ান থেকে টানা হয় তারপর ইউ টু-তে সমস্ত সাদা বল থাকবে তাই একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাবনা কেবল একটি হবে তবে আপনার থেকে দুটি উচ্চতার বল আঁকার সম্ভাবনা কী কারণ তিনটি সাদা বল রয়েছে তাই তিন c দুই কে মোট পাঁচ দিয়ে ভাগ করলে পাঁচটি c দুই প্লাস হলে u_1 থেকে একটি সাদা এবং একটি লাল টেনে u_2 এ রাখলে u_2 এর দুটি উচ্চতা এবং একটি লাল হবে তাই একটি সাদা বল আঁকলে সম্ভাবনা দুই দ্বারা হবে এবং এই সম্ভাবনার সম্ভাবনা হবে $3c \ 1 \ 2 \ c \ 1$ কে $5c \ 2$ দিয়ে ভাগ করলে পরেরটি হল দুটি লাল বল u one থেকে টানা হয় এবং u_2 তে রাখা হয় তারপর u_2 তে একটি সাদা এবং দুটি লাল বল থাকে তাই একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাবনা তিন দ্বারা এক হয়ে যাবে এবং এই পছন্দের সম্ভাব্যতা হবে $2c \ 2$ ভাগ করলে $5c \ 2$ এখন এই অভিব্যক্তিগুলিকে সহজে $3c \ 2 \ is \ 3 \ 5 \ c \ 2 \ is \ 10 \ 3 \ c \ 1 \ is \ 3 \ 2 \ c \ 1$ হল $12c \ 2$ হল $12c \ 2$ হল 2 তাই সরলীকরণের পর এই মান $b \ 11$ বাই 15 ইকম হয়। এখন আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে u_2 থেকে আঁকা বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা গণনা করতে বলা হয়েছে এই ঘটনাটি এখন আমরা একটি প্রদত্ত b_1 এর সম্ভাব্যতা এবং একটি প্রদত্ত b_2 এর সম্ভাব্যতা গণনা করেছি তাই আমরা আবার মোটের উপপাদ্য প্রয়োগ করি a এর সম্ভাব্যতা একটি প্রদত্ত b এর সম্ভাব্যতার সমান v_1 এর সম্ভাব্যতার সাথে একটি প্রদত্ত b_2 এর সম্ভাব্যতা b_2 এর সম্ভাব্যতার সাথে যা 4 দ্বারা 5 এর অর্ধেক প্লাস 11 দ্বারা 15 এর অর্ধেক যাতে 23 দ্বারা 30 এর সমান তাই সম্ভাব্যতা u_2 থেকে একটি সাদা বলের অঙ্কন হল $23 \ by \ 30$ । এখন আমাদেরকে সম্ভাব্যতা গণনা করতে বলা হয়েছে যে যদি u_2 থেকে আঁকা বলটি সাদা হয় তাহলে মুদ্রার উপর মাথাটি প্রদর্শিত হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে যা $b \ 1$ এর সম্ভাবনা $b \ 1$ এর সম্ভাব্যতা খুঁজে বের করার জন্য আমাদের এখানে বেস থিওরেম ব্যবহার করতে হবে a প্রদত্ত আমরা বেস থিওরেম ব্যবহার করি তাই a দেওয়া $b \ 1$ এর সম্ভাব্যতা যা একটি প্রদত্ত $b \ 1$ এর সম্ভাব্যতাকে $b \ 1$ এর সম্ভাব্যতা দ্বারা বিভক্ত $b \ 1$ এর সম্ভাবনার সমান। সম্ভাবনার মধ্যে প্রদত্ত $b \ 2$ -এর সম্ভাব্যতা $v \ 2$ -এর সম্ভাবনায়। তাই যদি আমরা এখানে সমস্ত মান প্রতিস্থাপন করি যা 4 দ্বারা 5 দ্বারা 1 দ্বারা 2 ভাগ 23 দ্বারা 30 যা 12 দ্বারা 23 এর সমান আবার আমি আপনাকে বলি। আমরা এই সমস্যায় মোট সম্ভাবনার উপপাদ্যের ধারণাটি তিনবার ব্যবহার করেছি প্রথমত u_2 থেকে একটি সাদা বল আঁকার সম্ভাব্যতা গণনা করার জন্য যখন একটি মাথা পর্যবেক্ষণ করা হয় তাই এখানে দুটি সম্ভাবনা ছিল যে u_1 থেকে একটি সাদা বল হতে পারে। যাকে u_2 -তে রাখা হয় বা u_1 থেকে একটি লাল বল থাকতে পারে যাকে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে u_2 -তে রাখা হয় তার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করার জন্য u_2 থেকে সাদা বল আঁকা হয় যখন একটি লেজ পর্যবেক্ষণ করা হয় তখন তিনটি ক্ষেত্রে কারণ সেক্ষেত্রে আমরা u_1 থেকে দুটি বল আঁকছি তাই উভয়টি সাদা হতে পারে r_1 সাদা হতে পারে একটি লাল হতে পারে r উভয়ই লাল হতে পারে তাই এর উপর নির্ভর করে আমরা এর দ্বিতীয় অংশে বিভিন্ন সম্ভাব্যতা গণনা করেছি আমরা এখানে বেইস উপপাদ্য ব্যবহার করেছি আহ আমাদের অন্য জনসংযোগ সমাধান করা যাক একটি প্রবেশিকা পরীক্ষায় উপস্থিত হওয়া অনুরূপ ধরনের oblem আছে n বাহু নম্বর $1 \ 2 \ n$ প্রতিটিতে n প্লাস এক বল রয়েছে আয়রন আইতে রয়েছে চোখের সাদা বল এবং n প্লাস 1 বিয়োগ i লাল বল i সমান 1 থেকে n এবং উপার্জন নির্বাচন করা হয়েছে এবং এটি থেকে একটি বল টানা হয় u_i ইভেন্টটিকে বোঝায় যেটি i-তে নির্বাচন করা হয়েছে এবং w ঘটনাটিকে চিহ্নিত করা যাক যেটি নির্বাচিত বাহু থেকে একটি সাদা বল টানা হয়েছে আরও ধরুন যে ই সেই ইভেন্টটিকে বোঝায় যেটি এবং এমনকি সংখ্যায় নির্বাচন করা হয়েছে তার সম্ভাবনা যাক u_i এর সমানুপাতিক হবে i এর জন্য i 1 থেকে n এর সমান তাহলে আপনাকে w এর সম্ভাব্যতার সীমা খুঁজে বের করতে হবে কারণ n দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অসীম হতে থাকে যদি u_i এর সম্ভাব্যতা ধ্রুবক হয় i 1 থেকে n এর সমান যেখানে c একটি ধ্রুবক অপ্রদত্ত w এর সম্ভাব্যতা খুঁজুন তৃতীয় যদি UI এর সম্ভাব্যতা 1 দ্বারা n এর সমান হয় i এর জন্য i 1 থেকে n এর সমান এবং n একটি এমনকি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হল প্রদত্ত w এর সম্ভাব্যতা খুঁজে বের করুন

তাই আমাকে আবার সমস্যাটি পুনরাবৃত্তি করতে দিন n আছে আয়ন যা আমরা 1 থেকে n হিসাবে চিহ্নিত করুন
তাই সেখানে কিছু সংখ্যায়ন করা হয়েছে তাদের প্রত্যেকের i ইথানে n প্লাস 1 বল আছে i সাদা এবং n প্লাস 1 বিয়োগ i
লাল দেয়াল এখন একটি লোহা এলোমেলোভাবে নির্বাচন করা হয়েছে এবং এখন এটি থেকে একটি বল আঁকা হয়েছে আমরা
কিছু ইভেন্ট সনাক্ত করছি

তাই ui হল ইভেন্ট যা আয় i সিলেক্ট করা হয় এবং w হল ইভেন্ট যেটি নির্বাচিত বাহু থেকে একটি সাদা বল টানা হয় এবং
 e হল একটি ইভেন্ট যে একটি সমান সংখ্যায়ুক্ত লোহা নির্বাচন করা হয় এর উপর ভিত্তি করে আমরা কিছু সমস্যা জিজ্ঞাসা
করছি উদাহরণস্বরূপ, যদি ui -এর সম্ভাব্যতা i -এর সমানুপাতিক হয়, তাহলে w -এর সম্ভাব্যতা কী সীমা খুঁজে বের করার
সম্ভাবনা n যেমন অনন্তের দিকে থাকে একইভাবে যদি ui -এর সম্ভাব্যতা ধ্রুবক হয়, তাহলে অ-প্রদত্ত w -এর সম্ভাব্যতা
খুঁজুন এবং অন্য একটিতে প্রদত্ত w -এর সম্ভাব্যতা খুঁজে বের করুন আমরা এর সমাধান দেখি যদি ui -এর সম্ভাব্যতা i -এর
সমানুপাতিক হয় তাহলে আমরা লিখতে পারি ui -এর সম্ভাব্যতা ki -এর সমান কারণ i 1 থেকে n -এর সমান এখন
উহ-এর সমষ্টি সব সম্ভাবনার সমান হতে হবে কারণ একটি বেশী চো হতে হবে সেন

তাই এটি আপনাকে দেয় k সিগমা ii সমান এক থেকে n এখন যা k গুণ n এর সমান n যোগ 1 দ্বারা 2 যা 1 এর সমান
তাই k হয় 2 ভাগ করে n যোগ 1

তাই ui এর সম্ভাবনা সমান থেকে 2 i কে n দ্বারা n যোগ 1 এর জন্য i সমান 1 থেকে n এর মানে হল $u1$ এর
প্রথমটি সম্ভাব্যতা 2 দিয়ে n যোগ করে 1 দিয়ে n যোগ 1 দিয়ে on 2টি সম্ভাব্যতা 4 দ্বারা n দিয়ে নির্বাচিত হয়েছে n যোগ
1 on n -কে সম্ভাব্যতা 2 দ্বারা n যোগ 1 দ্বারা ভাগ করে নির্বাচন করা হয়েছে

তাই এখানে যে প্রশ্নটি করা হয়েছে তা হল w এর সম্ভাব্যতা যা একটি সাদা বল নির্বাচিত থেকে আঁকা হয়েছে এবং
তাই আমরা এর উপপাদ্যটি প্রয়োগ করতে পারি মোট সম্ভাব্যতার উপপাদ্য যেটি w এর সম্ভাব্যতা দেবে w এর সিগমা
সম্ভাবনার সমান ui এর সম্ভাব্যতা ui এর সম্ভাব্যতা 1 থেকে n এর সমান যাতে i -th লোহাতে i সাদা বল রয়েছে
তাই বেছে নেওয়ার সম্ভাবনা ia -th থেকে একটি সাদা বলকে i n যোগ 1 দিয়ে ভাগ করা হয় এবং আমাদের কাছে ui
এর সম্ভাবনা মাত্র এখন গণনা করা হয়েছে এটি 2 i কে n দ্বারা বিভক্ত n যোগ 1 i সমান 1 থেকে n

তাই আপনি দেখতে পাচ্ছেন এটি 2 কে n দ্বারা n যোগ 1 বর্গাকার যোগফল i বর্গ i সমান 1 থেকে n এর সমষ্টি প্রথম n

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গক্ষেত্রের সূত্রটি জানা যায় যেটি n এর মধ্যে n যোগ 1 এর মধ্যে 2 n যোগ 1 বাই 6।

তাই আমরা যদি প্রয়োগ করি যে আমরা 2 n এর মধ্যে n যোগ 1 বর্গক্ষেত্রে n যোগ 1 থেকে 2 n যোগ 1 দ্বারা 6.

তাই আমরা সহজেই এটিকে সরলীকরণ করতে পারি এটি দ্বিগুণ 2 n যোগ 1 কে 6 দ্বারা বিভক্ত n যোগ 1 এর সমান কারণ
এই পদগুলি nm বাতিল করে n প্লাস 1 n প্লাস 1 বাতিল করে

তাই আমরা এটি পেয়েছি

তাই যদি আমি সীমা গ্রহণ করি এর মধ্যে n অসীমতার দিকে ঝাঁক হিসাবে আপনি পাবেন 2 এর সাথে 2 বাই 6 যা 2 বাই 3
এর সমান যেমন n অসীম 1 দ্বারা n 0 এ যায়

তাই আপনি এখানে n দ্বারা ভাগ করলে আপনি 2 যোগ 1 পাবেন এবং এখানে আপনি 1 প্লাস 1 বাই n পাবেন

তাই সীমা হল 2 থেকে 2 বাই 6 অর্থাৎ 2 বাই 3।

দ্বিতীয় অংশে ui এর সম্ভাব্যতা ধ্রুবকের সমান

তাই যদি সম্ভাবনা ধ্রুবক হয় তাহলে c গুণ n একের সমান এর মানে এটি অবশ্যই 1 দ্বারা n এর সমান হতে হবে

তাই দ্বিতীয় অংশে UI এর সম্ভাব্যতা 1 দ্বারা n এর সমান হবে কারণ i 1 থেকে n এর সমান এখন আপনাকে un দেওয়া
 w এর সম্ভাব্যতা গণনা করতে বলা হয়েছে যাতে আমরা বেইস উপপাদ্য প্রয়োগ করতে পারি এখানে তাহলে এটা হয় w
দেওয়া un এর সম্ভাব্যতা

unw দেওয়া ui এর সম্ভাব্যতা ui এর সম্ভাব্যতার সমান এক থেকে n n লোহাতে n সাদা বল আছে

তাই সম্ভাবনা হবে n দ্বারা n যোগ 1 এবং এগুলো সব এক দ্বারা n ইথানে সিগমা দ্বারা ভাগ করলে আপনার কাছে i সাদা
বল আছে

তাই সম্ভাব্যতা i হবে n যোগ 1 দ্বারা এবং ui এর সম্ভাব্যতা 1 দ্বারা ni সমান 1 থেকে n

তাই এটি সহজভাবে n হয় সিগমা দ্বারা ভাগ করলে ii সমান হয় 1 থেকে n যে n কে n দ্বারা n যোগ 1 দ্বারা 2 ভাগ
করা হয়েছে যা 2 ভাগ n যোগ 1 দ্বারা সমান

তাই

n ম লোহাটি বেছে নেওয়া হয়েছিল এই সম্ভাবনা যে একটি সাদা বল আছে 2 ভাগ n যোগ 1।

এখন তৃতীয় অংশে e এর সম্ভাব্যতা কি ইভেন্ট e যা একটি জোড় সংখ্যায়ুক্ত IR on নির্বাচন করা হয়েছে যাতে u 2
এর সিগমা সম্ভাবনার সমান হয়ে যায় ii সমান 1 থেকে m যদি আমি ধরে নিই n 2 n এর সমান

তাই এটি m হচ্ছে 2 m দ্বারা বিভক্ত যা অর্ধেক

তাই যদি আমরা w ছেদ করার সম্ভাবনা বিবেচনা করি e তাহলে তা w ছেদ করার সিগমা সম্ভাবনার সমান u 2 ii সমান
1 থেকে m

তাই আবার আমরা w এর গুণন নিয়ম প্রয়োগ করতে পারি u প্রদত্ত u দুই i এর সম্ভাব্যতার সাথে u দুই ii এর
সম্ভাব্যতা দুইটিতে এক থেকে n এর সমান ith এর উপর দুটি i সাদা বল আছে যাতে এটি হয় দুই i ভাগ করে দুই m

যোগ করে একটি u দুই i এর সম্ভাব্যতা এক দ্বারা দুই mi সমান এক থেকে m
তাই এটি কেবল প্রথম m সংখ্যার যোগফল
তাই এটি 1 হয় m দ্বারা 2 মি যোগ 1 সিগমা i যা m তে m যোগ 1 বাই 2
তাই এটি সহজে সরলীকৃত হয় এটি m প্লাস 1 কে 2 দ্বারা 2 মি যোগ 1 এ ভাগ করা হয়।

তাই আমি যদি w এর সম্ভাব্যতা গণনা করি তাহলে ই এর সমান w ছেদ-এর সম্ভাব্যতা e এর সম্ভাব্যতা দ্বারা ভাগ করা হলে সেটি সমান m যোগ 1 ভাগ করলে $2m$ যোগ 1 তম at সমান n যোগ 2 ভাগ করে দ্বিগুণ n যোগ 1 দিয়েছি আমি n এর সমান $2m$ রাখছি এখানে আরেকটি সমস্যা আছে একটি পরীক্ষায় 10টি সমানভাবে সম্ভাব্য ফলাফল আছে a এবং b পরীক্ষার দুটি অ-খালি ঘটনা হতে দিন উপাদান যার অর্থ এই 10টি সমানভাবে সম্ভাব্য ফলাফলের মধ্যে 4টি a এর সাথে সম্পর্কিত তারা a এর পক্ষে অনুকূল যদি a এবং b স্বাধীন হয় তাহলে b তে কতগুলি উপাদান থাকতে পারে তাই যদি আমি স্বরলিপি ne ব্যবহার করি e তে উপাদানগুলির সংখ্যা হতে তাহলে আমরা হব ns থাকলে নমুনা স্থানের উপাদানের সংখ্যা হল 10 এবং na দেওয়া হল এখন চারটি হবে a এবং b স্বাধীন

তাই একটি ছেদ বি এর সম্ভাব্যতা হবে a এর সম্ভাব্যতা b ah এর সম্ভাবনার সমান যেহেতু আইটেমগুলি সমান। সম্ভবত ফলাফল
তাই আমরা একটি ছেদ বি এর শাস্ত্রীয় সংজ্ঞা n প্রয়োগ করতে পারি n এর s দ্বারা বিভক্ত যা একটি n এর n এর sn এর s দ্বারা বি ভাগ করে s এর n এর সমান আমরা এখানে একটি ছেদটির n মান প্রতিস্থাপন করতে পারি b
তাই এই $2ns$ হয় সেখানে s -এর n -এর সমান a -এর n -এর b -এর n এখন s -এর 10 হল এই হল 4।

তাই আমি যদি একটি ছেদ-বিষয়ক n -এর b -কে 2 এবং n -এর b -কে 5 ধরি, তাহলে দুটি দিক সমান একইভাবে আমি যদি 10 এর সমান b এর n নিই তার মানে সমস্ত উপাদান সেখানে আছে তাহলে একটি ছেদ বি-এর n 4 হয়ে যাবে কারণ a -তে 4 উপাদান রয়েছে
তাই এটি 40 হয়ে যাবে এবং এই দিকটি 40 হবে।

তাই শুধুমাত্র nb -এর সম্ভাব্য মানগুলি হতে পারে $5r$ 10 হবে যদি b এর n 5 হয় তাহলে b এর n অবশ্যই 2 এর সমান হবে এবং যদি b এর n 10 এর সমান হয় তাহলে b এর n এর সমান a এর n যা 4 এর সমান।

1 সমস্যাটি আপনি এখানে উল্লেখ করেছেন যে অদ্ভুত জিনিসটি হল যে আমরা আসলে পদের সংখ্যা ব্যবহার করেছি বা আপনি এখানে একটি ইভেন্টের অনুকূল সংখ্যক ফলাফল বলতে পারেন যা এখানে স্পষ্টভাবে ব্যবহৃত হয়েছে যদিও অনেক সমস্যায় আমরা করেছি যে আমরা গণনা করেছি অনুকূল সংখ্যার ক্ষেত্রে কিন্তু এই বিশেষ সমস্যায় আমরা এর জন্য একটি সুস্পষ্ট স্বরলিপি ব্যবহার করেছি এবং সেটি ব্যবহার করা হয় f বা সমস্যাগুলি সমাধান করার জন্য এই বিশেষ কোর্সে আমি সম্ভাব্যতার প্রাথমিক ধারণাগুলি ব্যাখ্যা করার জন্য যথেষ্ট সময় ব্যয় করেছি যার মধ্যে শর্তযুক্ত সম্ভাব্যতার ভিত্তি উপাদ্য অন্তর্ভুক্ত রয়েছে সম্পূর্ণ সম্ভাবনার উপাদ্য স্বাধীনতার ধারণার পাশাপাশি আমরা সংক্ষিপ্তভাবে এলোমেলো ধারণাটিকেও স্পর্শ করেছি এর মধ্যে ভেরিয়েবল আমরা বিচ্ছিন্ন এলোমেলো ভেরিয়েবলের জন্য কিছু সময় উৎসর্গ করেছি বিশেষ করে দ্বিপদী বণ্টনের জন্য এবং আমরা গড় বা গড় মান বা প্রত্যাশার পরিবর্তনের পরিপ্রেক্ষিতে বণ্টনের পরিবর্তনশীলতা এবং মান বিচ্যুতির ধারণার দিকেও নজর দিয়েছি।

এই অংশের সাথে সঠিকভাবে ন্যায়বিচার করার জন্য আপনি যদি পারমুটেশন এবং কম্বিনেশন করে থাকেন তবে আরও ভাল হবে কারণ কিছু সমস্যায় সেগুলি আপনাকে ব্যবহার করা হয়েছে