

मैंने संभाव्यता की बुनियादी परिभाषाओं और बुनियादी परिभाषाओं के आधार पर कुछ नियमों के बारे में विस्तार से चर्चा की है, वे अतिरिक्त नियम हैं जिसे सामान्यीकरण सामान्य जोड़ नियम कहा जाता है, हमने सशर्त संभाव्यता गुणन नियम आह की अवधारणा का अध्ययन किया।

कुल संभाव्यता का प्रमेय बेयस प्रमेय और स्वतंत्र घटनाओं की अवधारणा अब मैं अपना समय अपनी स्कूली किताबों में संभाव्यता की कुछ समस्याओं को हल करने के लिए समर्पित करूंगा, आपने देखा होगा कि कई समस्याएं हैं

इसलिए मैं कई समस्याओं को हल करूंगा जो समान हैं प्रकृति और कुछ समस्याएं जो कुछ प्रतियोगी परीक्षाओं जैसे संयुक्त प्रवेश परीक्षा वगैरह में दिखाई दे सकती हैं,

इसलिए मैं कुछ समस्याओं से शुरू करता हूं और ये मूल रूप से उन सभी प्रमेयों और सूत्रों के अनुप्रयोग हैं जिनका हमने अब तक अध्ययन किया है,

इसलिए मैं शुरू करता हूं तो मान लीजिए  $a$  और  $b$  किन्हीं दो घटनाओं और कुछ शर्तों को एक पूरक की प्रायिकता दी जाती है बिंदु तीन होने की संभावना  $B$  को बिंदु चार होने की संभावना है शून्य से  $B$  की संभावना पांच बिंदु दी जाती है और हमें  $B$  की संभावना को एक संघ  $B$  पूरक दिया जाता है,

इसलिए हम  $B$  की सशर्त संभावना पूछ रहे हैं एक संघ  $B$  दिया गया है पूरक तो आइए सशर्त संभाव्यता के लिए सूत्र को लागू करके देखें कि

$B$  की संभावना के लिए अभिव्यक्ति क्या है एक संघ  $B$  पूरक दिया गया है यदि आपको ई दिए गए एफ की संभावना के सूत्र को याद है तो यह ई चौराहे की संभावना है एफ की संभावना से विभाजित एफ तो यह  $B$  चौराहे की संभावना बन जाता है

एक संघ  $B$  पूरक एक संघ की संभावना से विभाजित  $B$  पूरक आइए हम यहां अंश को देखें तो आइए हम इसे सरल बनाते हैं जो दो घटनाओं के  $B$  चौराहे संघ की संभावना है ताकि हम यूनियनों की वितरण संपत्ति लागू कर सकें और चौराहे तो यह  $B$  चौराहे बन जाता है एक संघ  $B$  चौराहे  $B$  पूरक

इसलिए हम इसे  $B$  चौराहे के रूप में प्राप्त करते हैं अब  $B$  चौराहे  $B$  पूरक मैं खाली सेट के अलावा कुछ भी नहीं है,

इसलिए अब आप यह संघ फाई कह रहे हैं,

इसलिए यह एक चौराहे  $B$  की संभावना के अलावा कुछ भी नहीं है, इसका मतलब है कि अंश संभावना एक चौराहे  $B$  की संभावना के बराबर है अगर हम यहां एक आरेख और घटना  $A$  और घटना  $B$  तो यह एक प्रतिच्छेदन  $B$  है जो हमें दिया गया है हमें अब एक पूरक की संभावना दी गई है यदि एक पूरक की संभावना दी जाती है तो आप आसानी से पता लगा सकते हैं कि  $B$  की संभावना की संभावना क्या है और क्या दिया गया है शून्य से  $B$  की संभावना माइनस  $B$  क्या है आप आसानी से देख सकते हैं कि यह हिस्सा माइनस  $B$  की संभावना है जिसे आप एक चौराहा  $B$  पूरक भी कह सकते हैं

इसलिए सेट  $A$  माइनस  $B$  यूनियन  $A$  चौराहे  $B$  के बराबर है जिसका मतलब है कि हम एक के रूप में लिख सकते हैं माइनस  $B$  यूनियन  $A$  इंटरसेक्शन  $B$  जिसका मतलब है कि  $A$  की संभावना एक माइनस  $B$  की संभावना के बराबर है और एक चौराहे  $B$  की संभावना है जिसका मतलब है कि एक चौराहे की संभावना  $B$   $A$  की संभावना के बराबर है एक माइनस  $B$  की इनस प्रायिकता अब हमें यहां दी गई है एक कॉम्प्लिमेंट की प्रायिकता पॉइंट थ्री है

इसलिए  $A$  की प्रायिकता एक माइनस पॉइंट थ्री यानी पॉइंट सात हो जाती है

इसलिए यह माइनस  $B$  की पॉइंट सात माइनस प्रायिकता के बराबर है जो कि पॉइंट फाइव है

इसलिए यह मान बिंदु दो हो जाता है, जिसका अर्थ है कि एक प्रतिच्छेदन  $B$  की संभावना है कि यह अंश मात्रा 0.

2 आह है, अब हम हर को देखते हैं,

इसलिए भाजक  $A$  और  $B$  पूरक पर एक संघ  $B$  पूरक की संभावना है हम अतिरिक्त नियम लागू करते हैं तो यह  $B$  की एक प्लस संभावना की संभावना के बराबर है

एक चौराहे  $B$  पूरक की संभावना घटाएं ताकि आप वास्तव में देख सकें कि अतिरिक्त नियम के सूत्र में मैंने एक संघ  $B$  की सूत्र संभावना लिखी है,

इसलिए यहां  $B$  को  $B$  से बदल दिया गया है पूरक

इसलिए इस शब्द को लिखने में कोई कठिनाई नहीं है,

इसलिए एक बार फिर आप देखते हैं कि हम यहां कौन से मान लिखने वाले हैं, जो कि एक माइनस प्रोबेबिलिटी है।

एक तारीफ का  $y$  ताकि बिंदु सात के बराबर हो और  $B$  पूरक की संभावना हो, जो कि  $B$  की एक ऋण संभावना है,

इसलिए वह एक शून्य बिंदु चार है जो कि बिंदु छह है अब एक चौराहे की संभावना क्या है  $B$  पूरक अब वेन आरेख से आप कर सकते हैं देखें  $B$  पूरक यह पूरा भाग है और  $A$  के साथ  $B$  पूरक का प्रतिच्छेदन ठीक यही हिस्सा है जिसे मैंने शून्य से  $B$  के रूप में लिखा है,

इसलिए यह एक शून्य  $B$  और एक चौराहे  $B$  पूरक वे समान हैं

इसलिए बिंदु पांच के बराबर है तो आप इसका मूल्यांकन कर सकते हैं यह बिंदु आठ के बराबर है

इसलिए  $B$  की संभावना के लिए अभिव्यक्ति में एक संघ  $B$  पूरक अंश एक चौराहे  $B$  की संभावना है जो बिंदु दो है और हर जो एक संघ  $B$  पूरक की संभावना है बिंदु आठ है तो चलो  $B$  की मान प्रायिकता प्राप्त करने के लिए हम यहां स्थानापन्न करते हैं एक संघ  $B$  पूरक के रूप में बिंदु दो को बिंदु आठ से विभाजित किया जाता है जो कि एक बटा चार या बिंदु दो पांच के बराबर है अब आप देखते हैं कि सिद्धांत क्या है इस समस्या में मैंने पहले जिस प्रायिकता का उपयोग किया है, वह है सशर्त संभाव्यता की परिभाषा, फिर अंश को हल करने में मैंने सेट सिद्धांत के वितरण कानूनों का उपयोग किया है और फिर हमें एक चौराहे की संभावना की गणना करने के लिए खाली सेट वगैरह मिलता है, जिसका मैंने फिर से उपयोग किया है संभाव्यता की योगात्मक संपत्ति क्योंकि मुझे एक चौराहे  $B$  की संभावना की आवश्यकता है जो यहां नहीं दिया गया है लेकिन यहां जो कुछ भी दिया गया है, मैंने अभी इस आरेख के माध्यम से देखा है कि हमें दिया गया है कि  $A$  की संभावना क्या है और हमें दिया गया है कि शून्य की संभावना क्या है  $B$  तो यहां से हम इस विशेष फैशन में एक चौराहे  $B$  की

संभावना की आसानी से गणना कर सकते हैं,

इसलिए यह मान हर की गणना करने के लिए आ रहा है मैं अतिरिक्त नियम का उपयोग करता हूँ और यह आपको 0.8 मान देता है

इसलिए इस समस्या को हल करने का उद्देश्य दिखाना था कि यदि कुछ घटनाओं की प्रायिकताएँ दी जाती हैं तो उसका उपयोग करके हम विभिन्न संबंधित घटनाओं की प्रायिकताओं का मूल्यांकन कर सकते हैं।

इसी तरह की समस्या फिर से मान लें कि ए और बी

एक संघ की संभावना के साथ कोई दो घटनाएँ हैं बी बिंदु सात के बराबर है ए की संभावना पांच बिंदु के बराबर है और आह बी की संभावना बिंदु तीन के बराबर है किसी दिए गए बी की संभावना का पता लगाएँ पूरक आइए हम उस समाधान को देखें जो हमें किसी दिए गए बी पूरक की संभावना खोजने के लिए आवश्यक है यदि हम सशर्त संभावना लागू करते हैं तो यह एक चौराहे की संभावना है बी पूरक बी पूरक की संभावना से विभाजित है फिर आप देख सकते हैं कि बी पूरक की संभावना संभावना से उपलब्ध है बी आह आइए हम इस अंश को यहां देखें, अब अंश एक चौराहे की संभावना है बी पूरक फिर से एक वेन आरेख के माध्यम से हम आसानी से समझ सकते हैं यदि यह घटना है तो यह घटना बी है तो एक चौराहे बी पूरक यह हिस्सा है जो वास्तव में एक शून्य बी है हमें एक संघ बीए और बी दिया गया है,

इसलिए यदि हम एक चौराहे बी को देख सकते हैं तो हम जोड़ नियम का उपयोग करके गणना कर सकते हैं कि संघ बी के बराबर है बी की एक प्लस संभावना की संभावना शून्य से एक चौराहे बी की संभावना है जो हमें एक चौराहे की संभावना देता है बी एक प्लस की संभावना के बराबर है बी की संभावना घटा एक संघ की संभावना बी आह मैंने इस फॉर्म को लिखा है क्योंकि संभाव्यता के मूल्य एबी और एक संघ बी हमारे लिए उपलब्ध है

इसलिए हम इसे यहां स्थानापन्न करते हैं और बिंदु पांच जोड़ बिंदु तीन ऋण बिंदु सात प्राप्त करते हैं जो बिंदु एक के बराबर है इसलिए एक चौराहे बी की संभावना बिंदु एक के बराबर है जो कि अब संभावना है मुझे दिया गया है, हम अंतर को लेकर एक चौराहे बी पूरक की संभावना की गणना कर सकते हैं,

इसलिए हम अब एक और सूत्र का उपयोग करते हैं जो कि ए की संभावना एक चौराहे बी की संभावना के बराबर है और एक चौराहे बी पूरक की संभावना है जो है एक चौराहे बी पूरक की संभावना एक चौराहे बी की संभावना शून्य की संभावना के बराबर है अब इसमें आप देख सकते हैं कि बिंदु पांच संभावना है ए की संभावना और एक चौराहे बी की संभावना हमने बिंदु एक होने की गणना की है,

इसलिए यह बिंदु चार के बराबर है,

इसलिए यदि हम किसी दिए गए बी पूरक की संभावना को प्रतिस्थापित करते हैं तो हमने इसे एक चौराहे बी पूरक की संभावना के रूप में गणना की है जो बी पूरक की संभावना से विभाजित है।

हम 0.

7 को बी पूरक की संभावना से विभाजित करते हैं, बिंदु सात है,

इसलिए यह बिंदु है ताकि चार बटा सात के बराबर हो फिर से आप देख सकते हैं कि इस विशेष समस्या में मैंने सशर्त संभावना के लिए सूत्र का उपयोग किया है और मूल्यांकन करने के लिए अनुपात में शामिल होने की शर्तें हमने जोड़ नियम का उपयोग किया है क्योंकि घटना ए को हमने एक चौराहे बी के रूप में विभाजित किया है और एक चौराहे बी पूरक के रूप में और फिर बी पूरक के लिए हमने सीधे गणना की है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं ए और बी ए की संभावना के साथ दो घटनाएँ होना बिंदु पांच के बराबर है एक चौराहे की संभावना बी बिंदु दो के बराबर है और किसी दिए गए बी पूरक की संभावना पीओ के बराबर है चार में हम यह खोजना चाहते हैं कि बी की संभावना क्या है

इसलिए हम यहां समीकरणों का उपयोग करने की कोशिश करेंगे, किसी दिए गए बी पूरक की संभावना जो एक चौराहे की संभावना के बराबर है बी पूरक बी पूरक की संभावना से विभाजित है जिसे हमने अभी देखा है एक चौराहे बी पूरक की संभावना कुछ भी नहीं है, लेकिन एक चौराहे बी की संभावना एक शून्य संभावना है,

इसलिए ये मान हमें दिए गए हैं हम उनका उपयोग करेंगे और बी पूरक की संभावना बी की एक शून्य संभावना है,

इसलिए यह समीकरण बाएँ हाथ की ओर बिंदु बन जाता है चार प्रायिकता के बराबर है, एक बिंदु पांच ऋण बिंदु दो है जो एक चौराहे की संभावना है जो बी की एक ऋण संभावना से विभाजित है,

इसलिए यह एक बहुत ही सरल समीकरण है और हम इसे आसानी से हल कर सकते हैं ताकि हमें बी की एक शून्य संभावना बराबर हो तीन बटा चार जिसका अर्थ है कि बी की संभावना एक बटा चार के बराबर है

इसलिए मूल रूप से इन समस्याओं में आपने देखा है कि संभाव्यता के बुनियादी नियमों का उपयोग करके हम प्राप्त कर सकते हैं कुछ अन्य घटनाओं की संभावनाओं को कम करने के लिए हम कुछ और समस्याओं के साथ जारी रखते हैं और कमाई के चार सिक्के हैं और यह दिया गया है कि तीन सिक्के निष्पक्ष हैं और एक सिक्का पक्षपाती है तो पक्षपाती सिक्के के लिए सिर की संभावना तीन बटा चार है तो इसका मतलब है कि तीन सिक्के निष्पक्ष हैं

इसलिए यहां सिर और पूंछ की संभावना आधा है और पूर्वाग्रह सिक्का के लिए सिर की संभावना तीन बटा चार है

इसलिए पूंछ की संभावना एक चार चार होगी एक सिक्का

कलश से यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है और उछाला जाता है क्या है संभावना है कि एक सिर देखा जाता है यदि एक सिर देखा जाता है तो क्या संभावना है कि पक्षपातपूर्ण सिक्का यहां खींचा गया था आप देख सकते हैं कि समस्या दो चरणों में है, सबसे पहले एक सिक्का खींचा जाता है और उसके बाद सिक्का उछाला जाता है,

इसलिए स्वाभाविक रूप से सिक्का हो सकता है एक निष्पक्ष सिक्का या यह एक पक्षपाती सिक्का हो सकता है और

इसलिए सिर की संभावना इस बात पर निर्भर करेगी कि क्या उचित सिक्का खींचा गया था या पक्षपाती सिक्का खींचा गया था,

इसलिए यह आवेदन के लिए एक आदर्श सेटिंग है कुल संभाव्यता के प्रमेय के आयन तो आइए हम इसे देखें

इसलिए मैं कुछ घटनाओं को परिभाषित करता हूँ कि एच वह घटना है जो एक सिर मनाया जाता है और मैं घटनाओं को भी परिभाषित करता हूँ ई घटना है कि एक पक्षपातपूर्ण सिक्का खींचा गया था और एफ घटना है कि एक निष्पक्ष सिक्का निकाला जाता है, तो दिए गए ई दिए गए ई की संभावना क्या है इसका मतलब है कि हम एक पक्षपाती सिक्का खींचते हैं और फिर हम इसे टॉस करते हैं तो सिर की संभावना तीन बटा चार होगी यदि एक निष्पक्ष है तो सिर की संभावना क्या है सिक्का निकाला जाता है तो प्रायिकता भी आधी होती है e और f की प्रायिकता क्या है अब चार सिक्के हैं जिनमें से केवल एक सिक्का पक्षपाती है

इसलिए यदि हम यादृच्छिक रूप से आकर्षित कर रहे हैं तो संभावना है कि हम एक पक्षपाती सिक्का एक बटा चार हो जाएगा और संभावना है कि हम एक निष्पक्ष सिक्का बनाते हैं यह तीन बटा चार हो जाएगा

इसलिए हमने बुनियादी संभावनाओं का मूल्यांकन किया है जो इस समस्या से संबंधित हैं अब जो पूछा जाता है उससे पूछा जाता है कि क्या संभावना है कि एक सिर देखा जाता है

इसलिए सिर देखा जाता है h की क्षमता

इसलिए हम यह पता लगाना चाहते हैं कि h की प्रायिकता क्या है

इसलिए h की प्रायिकता अब है यदि हम कुल प्रायिकता के प्रमेय को लागू करते हैं तो यह h को e की प्रायिकता में दिया जाता है और h की प्रायिकता को f की प्रायिकता में दिया जाता है।

सभी पद जो इस समीकरण में दिए गए हैं वे हमारे लिए उपलब्ध हैं h की प्रायिकता तीन बटा चार है e की एक बटा चार प्रायिकता है h दिए गए f की प्रायिकता आधी है और f की प्रायिकता तीन बटा चार है

इसलिए हम केवल गणना कर सकते हैं ये मान यह नौ बटा सोलह के बराबर है

इसलिए अंत में सिर की संभावना नौ बटा सोलह है आइए हम समस्या के दूसरे भाग को देखें समस्या का दूसरा भाग यह था कि यदि एक सिर पर पक्षपाती सिक्का खींचा गया तो क्या संभावना है देखा गया है कि इसका मतलब यह है कि यह उल्टा है क्योंकि हम उस घटना की संभावना पूछ रहे हैं जो पहले दिखाई दी थी

क्योंकि सिक्का पहले खींचा गया था

इसलिए अब हम अंतिम परिणाम जानते हैं तो ई दिए गए एच की संभावना क्या है बेयस द्वारा ईओरेम इसे ई की प्रायिकता में ई की प्रायिकता से विभाजित करके दिया जाता है,

इसलिए ये सभी शब्द तीन बटा चार और एक बटा चार को नौ से सोलह से विभाजित करके उपलब्ध हैं,

इसलिए यह एक बटा तीन आह के बराबर है आइए हम इसकी समीक्षा करने का प्रयास करें कि क्या क्या e की प्रायिकता एक बटा चार है ठीक है इसका मतलब है कि आह क्योंकि चार सिक्के हैं जिनमें से केवल एक सिक्का पक्षपाती है

इसलिए पक्षपाती सिक्के को खींचने की संभावना अब एक से चार थी यदि परिणाम ज्ञात है कि यह हेड है तो बायस्ड कॉइन की प्रायिकता एक से चार बढ़ गई है यह एक बटा तीन हो गया है इसका कारण यह है कि बायस्ड कॉइन से हेड की अधिक संभावना है

इसलिए प्रायिकता संशोधित हो जाती है

इसलिए यह वास्तव में बेस थोरम का लाभ है कि इसका मतलब है कि अंतिम परिणाम जानने से हम पिछली घटनाओं की संभावनाओं को संशोधित करने में सक्षम हैं जो वास्तव में पहले घटित हुई हैं और जैसा कि मैंने आपको पहले बताया था कि यह बहुत उपयोगी है जब हम इसका पता लगाना चाहते हैं दुर्घटनाओं के कारण कारखानों में कुछ दुर्घटनाएँ, कुछ फोरेंसिक जाँच वगैरह इन सभी जगहों पर बेयस प्रमेय एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है क्योंकि हम वास्तव में पिछली घटनाओं की संभावनाओं को संशोधित कर सकते हैं जो इस बात पर निर्भर करती है कि अंतिम परिणाम क्या है जो हमें ज्ञात है, आइए हम जारी रखें और कुछ अन्य अनुप्रयोगों को देखें, जब तक सात का योग दिखाई नहीं देता तब तक पासा की एक जोड़ी लुढ़क जाती है, यदि पासे को उछाला जाता है तो दोनों पासों का कुछ ऊपरी अंकित मूल्य होता है जैसे दो और तीन वगैरह तीन और चार तीन और तीन चार और दो वगैरह

इसलिए हम योग को देखते हैं ताकि योग दर्ज किया जा सके ताकि आप जब राशि बचत देखी जाए तो हम रुक जाते हैं

इसलिए हम संभावना का पता लगाना चाहते हैं संभावना है कि योग 7 पहले तीसरे रोल पर दिखाई देता है ठीक है, सबसे पहले अगर हम एक बार पासों के एक जोड़े को उछालें ताकि हम उचित मान लें, मुझे इसे यहाँ निष्पक्ष पासा लिखने दें ताकि प्रत्येक परिणाम की संभावना बराबर हो,

इसलिए उन 36 मामलों में से अब कुल 36 मामले हैं जो h मामले योग 7 की ओर ले जाते हैं।

तो आइए यहाँ संभावनाओं को देखें यदि हम कहते हैं कि योग सात है तो हमारे पास एक हो सकता है और निश्चित रूप से छह एक हो सकता है तो हमारे पास दो पांच और पांच दो और फिर तीन चार और चार तीन हो सकते हैं।

इसलिए यदि हम इस घटना को ई के रूप में मानते हैं कि योग सात है तो इसमें छह तत्व शामिल हैं,

इसलिए यदि हम ई की संभावना को देखते हैं जो कि छह बटा छत्तीस के बराबर है जो कि एक बटा छह है तो मैं इसे आह संभाव्यता को पी कहता हूँ अब अगला प्रश्न यह है कि उचित पासे के युग्म के तीसरे रोल पर सात का योग पहले आने की प्रायिकता क्या है इसका क्या अर्थ है कि पहले रोल पर हमें सात का योग नहीं मिलता है अर्थात् घटना e तारीफ होती है इसी तरह दूसरे टॉस में भी इवेंट ई कॉम्प्लीमेंट होता है फिर तीसरे में इवेंट ई अब फिर से होता है आह यहाँ हम यह धारणा बनाते हैं कि टॉसिंग स्वतंत्र है यानी जब भी हम टॉस करते हैं और हम रिकॉर्ड करते हैं तो दूसरी बार टॉसिंग पिछले से स्वतंत्र होती है प्रति ss

इसलिए हम वास्तव में संभावनाओं के गुणन को लागू कर सकते हैं यदि आपको घटनाओं की स्वतंत्रता की परिभाषा याद है तो हम कहते हैं कि घटनाएँ ab स्वतंत्र हैं यदि एक चौराहे की संभावना b की संभावना के बराबर है b की संभावना में यदि हमारे पास तीन हैं तो हमारे पास कई हैं शर्तों लेकिन उन सभी का मतलब है कि चौराहों की संभावना संभावनाओं के उत्पाद के बराबर है

इसलिए हम इसे अभी लागू करते हैं

इसलिए योग की संभावना पहले तीसरे रोल पर दिखाई देती है,

इसलिए हम कह सकते हैं कि ई तारीफ पहले रोल पर होती है चौराहा ई पूरक दूसरे रोल पर होता है चौराहा ई तीसरी पंक्ति पर होता है

इसलिए मैंने लिखा है कि घटना योग पहली पंक्ति पर तीन घटनाओं के चौराहे के रूप में दिखाई देता है,

इसलिए ई पूरक कि पहले रोल पर सात नहीं होता है सात दूसरे पर नहीं होता है पंक्ति और यह तीसरी पंक्ति पर होता है यह अब तीन घटनाओं का प्रतिच्छेदन है क्योंकि परीक्षणों की स्वतंत्रता के कारण यह बन जाता है पहले रोल पर ई पूरक की संभावना में ई पूरक की संभावना दूसरे रोल पर ई की संभावना में अब प्रत्येक भूमिका में ई और ई पूरक की संभावना एक ही आह रहती है

इसलिए हमने ई की संभावना की गणना एक बटा छह के बराबर की है

इसलिए ई तारीफ की संभावना पांच बटा छह हो जाती है और फिर पांच बटा छह और फिर ई की संभावना एक बटा छह होती है इसलिए हमें पच्चीस बटा दो एक मिलता है

इसलिए यदि हम इसका सावधानीपूर्वक विश्लेषण करते हैं तो संभाव्यता के सिद्धांत क्या हैं जिनका उपयोग किया गया है यहां सबसे पहले हमने संभाव्यता की गणितीय परिभाषा या शास्त्रीय परिभाषा का उपयोग किया है क्योंकि हमने निष्पक्ष पासा पर विचार किया है, इसलिए सभी मामलों की समान रूप से संभावना है, सभी 36 मामले समान रूप से होने की संभावना है, दूसरा हमने स्वतंत्रता अवधारणा का उपयोग किया है जिसका अर्थ है कि भूमिकाएं पहले दूसरी और तीसरी वे स्वतंत्र हैं

इसलिए प्रायिकताओं को गुणा किया जा सकता है आइए हम प्रायिकता के इस नियम के कुछ और अनुप्रयोगों को देखें तो आइए एक और बी दो घटनाएं हो जो

एक शून्य से बी की संभावना के साथ स्वतंत्र हैं, तीन बटा पच्चीस के बराबर है और बी माइनस ए की संभावना आठ बटा पच्चीस के बराबर है और एक की संभावना आधे से अधिक होने की संभावना है तो आपको खोजना होगा दी गई जानकारी से  $b$  की क्या प्रायिकता है कि हमें  $a$  और  $b$  की प्रायिकताएँ निकालनी हैं और अंततः हमें  $b$  अतिरिक्त जानकारी की प्रायिकता खोजने के लिए कहा जाता है जो हमें दी जाती है कि घटनाएँ  $a$  और  $b$  स्वतंत्र हैं आइए पहले देखते हैं एक नस आरेख के माध्यम से कि हमारे लिए उपलब्ध संभावनाएं क्या हैं और हम उनका उपयोग कैसे कर सकते हैं, तो मान लीजिए कि घटना ए यहां है और घटना बी यहां है तो शून्य से बी यह शब्द है

इसलिए यह संभावना तीन बटा पच्चीस होने के लिए दी गई है और इसी तरह बी माइनस ए यह बन जाता है

इसलिए ये वे मूल्य हैं जो स्वतंत्रता का उपयोग करने के लिए हमारे लिए उपलब्ध हैं, मुझे उन संभावनाओं की आवश्यकता है जिनके चौराहे हमारे लिए उपलब्ध हैं

इसलिए हमें क्या दिया जाता है पी माइनस बी की लूट अब माइनस बी जैसा कि आप देख सकते हैं कि यह एक चौराहे की संभावना भी है बी पूरक आप यहां से देख सकते हैं अगर मैं यहां बी तारीफ लेता हूं तो यह एक बाहरी सेट है और एक इच्छा के साथ चौराहे लेने से मुझे यह क्षेत्र समान रूप से मिलेगा अगर मैं बी माइनस ए को देखता हूं जो बी चौराहे की संभावना के बराबर है तो ये मान हमें दिए गए हैं जो कि तीन बटा पच्चीस के बराबर है और इसे आठ बटा पच्चीस आह दिया गया है, अब हम शर्त का उपयोग करेंगे स्वतंत्रता

इसलिए सबसे पहले मैं यह साबित करूंगा कि यदि ए और बी स्वतंत्र हैं तो ए और बी पूरक स्वतंत्र हैं और बी और एक पूरक भी स्वतंत्र हैं क्योंकि तब मैं इसे ए की संभावना और बी पूरक की संभावना के उत्पाद के रूप में लिख सकता हूं और यहां मैं एक पूरक की संभावना में बी की संभावना लिख सकता हूं,

इसलिए पहले हम इसे साबित करते हैं, पहले हम साबित करते हैं कि अगर ए और बी स्वतंत्र हैं तो ए और बी पूरक भी स्वतंत्र हैं, इसलिए अगर मैं जांच पर विचार करता हूं एक चौराहे बी पूरक की क्षमता अब हम पहले ही देख चुके हैं कि एक चौराहे बी पूरक की संभावना को एक चौराहे बी की संभावना के रूप में लिखा जा सकता है, हमारी पिछली समस्याओं में से एक में हमने इस चीज का इस्तेमाल किया है

इसलिए मैं इसे साबित नहीं कर रहा हूं फिर से खेद है कि एक चौराहा बी तो यह एक माइनस की संभावना के बराबर है क्योंकि ए और बी स्वतंत्र हैं इसे बी की संभावना में ए की संभावना के रूप में लिखा जा सकता है,

इसलिए यहां आप बी की संभावना को 1 से घटाकर बी की संभावना ले सकते हैं जो बराबर है बी पूरक की संभावना में ए की संभावना इसलिए एक चौराहे की संभावना बी पूरक बी पूरक की संभावना में ए की संभावना के बराबर है जो स्वतंत्रता के लिए शर्त है इसी तरह हम यह साबित कर सकते हैं कि एक तारीफ और बी स्वतंत्र हैं मूल रूप से हम जो कह रहे हैं वह है कि यदि दो घटनाएं स्वतंत्र हैं तो यदि मैं उनमें से एक का पूरक लेता हूं तो वे स्वतंत्र रहते हैं यदि मैं उन दोनों की प्रशंसा करता हूं तो वे भी स्वतंत्र रहते हैं ओ स्वतंत्र रहें यदि मैं घटनाओं के अगले सेट पर इस तर्क का विस्तार करता हूं तो इसका मतलब है कि हमारे पास

बी पूरक की संभावना की संभावना है जो तीन बटा पच्चीस के बराबर है आइए हम कुछ नोटेशन का उपयोग करते हैं आइए हम लिखते हैं कि पी बराबर है  $a$  और  $q$  की प्रायिकता  $b$  की प्रायिकता के बराबर है, तो इसका मतलब है कि  $p$  में एक घटा  $q$  तीन बटा पच्चीस के बराबर है, इसी तरह  $b$  चौराहे की संभावना एक पूरक है जो एक पूरक की संभावना में  $b$  की संभावना बन जाएगी जो एक माइनस के बराबर है  $p$  में  $q$  जो आठ बटा पच्चीस के बराबर है

इसलिए मेरे पास  $ah$  दो समीकरण हैं और दो अज्ञात हैं  $p$  माइनस  $pq$  तीन बटा पच्चीस है और  $q$  घटा  $pq$  आठ बटा पच्चीस के बराबर है

इसलिए अगर मैं यहां कुछ हेरफेर करता हूं तो वास्तव में मैं घटाता हूं समीकरण दो से समीकरण एक तो  $pqpq$  रद्द हो जाएगा और आपको मिल जाएगा तो मुझे दो माइनस एक लिखने दें  $q$  घटा  $p$  बराबर एक बटा पांच यानी आठ बटा पच्चीस घटा तीन बटा पच्चीस यानी  $f$  पच्चीस बटा यानी एक बटा पांच तो मैं इसे अब समीकरण संख्या तीन कहता हूं, इन समीकरणों में से एक से मान लीजिए कि इस  $q$  मान से मैंने यहां रखा है तो

तीन से  $q$  का उपयोग करके दो कहें में हम एक ऋण पी से पी प्लस एक प्राप्त करते हैं पांच बराबर आठ बटा पच्चीस आह यह एक

साधारण आह द्विघात समीकरण है जिसे आप वास्तव में लिख सकते हैं यह पी वर्ग के बराबर है

इसलिए यदि मैं इस ऋण को पी वर्ग प्लस पी माइनस पी बटा पांच जमा एक बटा पांच बराबर आठ बटा मानता हूँ पच्चीस तो हम इसे और सरल कर सकते हैं माइनस पी स्कायर प्लस फोर पी बटा फाइव प्लस आह अगर मैं इसे लेफ्ट हैंड साइड में लाता हूँ तो मुझे माइनस थ्री बटा पच्चीस बराबर शून्य मिलता है जो एक बटा फाइव माइनस पी के बराबर है आह थ्री बटा फाइव माइनस पी या आप कह सकते हैं कि माइनस साइन के साथ यहां जीरो के बराबर है तो इसका मतलब है कि पी बराबर एक बटा पांच आर तीन बटा पांच आह है आइए हम समस्या में दी गई स्थिति को देखते हैं यहां यह संभावना दी गई है  $a$  का आधा से अधिक है

इसलिए मुझे दो मान मिले हैं एक बटा पांच और तीन बटा पांच मैं यहां तीन बटा पांच मान के लिए जाऊंगा

इसलिए हम यहां दूसरे विकल्प का उपयोग कर सकते हैं क्योंकि पी आधे से अधिक है हम तीन बटा पांच के बराबर की प्रायिकता लेते हैं यदि यह तीन बटा पांच है और यदि मैं इसमें स्थानापन्न करता हूँ मुझे  $q$  चार बटा पांच के बराबर मिलता है,

इसलिए बी की संभावना का मूल्यांकन करने का हमारा मूल इरादा था

इसलिए बी की संभावना हम यहां चार बटा पांच हो रहे हैं अब आप इस विशेष समस्या में देख सकते हैं जिसका हमने उपयोग किया है स्वतंत्रता की अवधारणा और फिर पूरकता के विचार का उपयोग किया जाता है और फिर यह कुछ सरल है हम सरल गणित का उपयोग कर रहे हैं जहां हम दो अज्ञात में दो समीकरणों को हल कर रहे हैं, निश्चित रूप से समीकरण रैखिक नहीं हैं, लेकिन उन्हें प्रतिस्थापित करने से हल करना आसान है उनमें से एक से दूसरे में हम एक साधारण द्विघात प्राप्त करते हैं और उस द्विघात को हल किया जा सकता है और फिर समस्या में दी गई दूसरी शर्त का उपयोग करके हम अंततः आवश्यक संभावनाओं के मान प्राप्त करने में सक्षम होते हैं तो आइए कुछ और समस्याओं पर नजर डालते हैं, यहां दो किराया पासों को एक साथ उछाला जाता है, इसकी क्या प्रायिकता है कि संख्याओं का गुणनफल छह से विभाज्य है,

इसलिए जब दो निष्पक्ष पासों को उछाला जाता है तो हम ऊपरी फलकों पर देखी गई संख्याओं को देखते हैं और हम गुणा करते हैं उन्हें तो क्या संभावना है कि यह उत्पाद छह से विभाज्य है

इसलिए यहां कुल मामलों की संख्या 36 है, परिणामों की कुल संख्या अब छत्तीस है जिसमें से परिणाम हमारे पास उत्पाद के बराबर है जो छह से विभाज्य है

इसलिए आइए हम उस पर नजर डालते हैं तो मैं घटना को परिभाषित करता हूँ कि उत्पाद

छह से विभाज्य है तो तत्व क्या हैं यदि पहला एक है तो दूसरा छह है यदि पहला दो है और दूसरा तीन है यदि पहला दो है तो दूसरा छह है यदि पहला तीन है और दूसरा दो है यदि पहला तीन है तो दूसरा चार है यदि पहला तीन है तो दूसरा छह है यदि पहला चार है तो दूसरा तीन है यदि पहला चार है तो दूसरा छह है यदि पहला पांच है  $d$  दूसरा छह है और यदि पहला छह है तो दूसरे पर जो कुछ भी हो, वे सभी छह से विभाज्य हैं

इसलिए छह मामले छह प्लस छह आह बारह और फिर आपके पास दो तीन तीन दो और तीन चार और चार तीन इतने छह हैं प्लस आह छह बारह जमा तीन तो हमारे पास पंद्रह मामले हैं

इसलिए एक की संभावना पंद्रह बटा छत्तीस के बराबर है जो पांच बटा बारह आह के बराबर है मुझे इस समस्या में एक और प्रश्न पूछने दें ठीक है इस समस्या में सशर्त संभावना क्या है संख्याओं का योग कम से कम 10 है, यह देखते हुए कि उत्पाद छह से विभाज्य है तो आइए हम घटना बी को परिभाषित करें कि योग कम से कम दस है तो बी में कौन से तत्व हैं आप देखेंगे कि क्या हमारे पास पहली संख्या एक दो के रूप में है  $r$  तीन तो कोई फर्क नहीं पड़ता कि हम दूसरे पर क्या प्राप्त करते हैं, योग कभी भी दस नहीं हो सकता है

इसलिए पहली संख्या कम से कम चार होनी चाहिए फिर दूसरी छह हो सकती है यदि पहली वाली पांच है तो आपके पास दूसरा एक पांच  $r$  छह हो सकता है और अगर पहला है छह तो दूसरा चार पांच आर छह हो सकता है,

इसलिए यदि हम किसी दिए गए बी की संभावना की गणना करना चाहते हैं तो हमें बी की संभावना से विभाजित एक चौराहे बी की संभावना की आवश्यकता है अब एक चौराहे बी में कितने तत्व हैं तो आइए देखें यह 4 6 यहां है 5 5 यहां नहीं है क्योंकि यहां यह छह पांच छह चार छह पांच छह छह से विभाज्य नहीं है

इसलिए इस शर्तों में से पांच शब्द आम हैं

इसलिए एक चौराहे बी की संभावना पांच से छत्तीस हो जाती है और बी की संभावना आह ठीक है मैंने वास्तव में पूछा है कि बी की संभावना क्या है,

इसलिए इसे बी दिया गया है

इसलिए हर में मुझे संभावना होगी कि पांच बटा बारह है तो यह एक बटा तीन आह के बराबर है देख सकता हूँ कि क्या मैं सीधे देखता हूँ कि बी की संभावना क्या है, यह एक बटा छह होगा क्योंकि यह छह बटा छत्तीस है जबकि बी की संभावना एक बटा तीन है

इसलिए कंडीशनिंग इस संभावना को काफी हद तक बदल देती है एक प्रयोग के दो संभावित परिणाम हैं  $t$  वह पहले प्रायिकता के साथ होता है  $p$  वर्ग प्लस  $p$  बटा चार और दूसरा प्रायिकता के साथ तीन घटा  $p$  बटा चार  $p$  का मान क्या है

इसलिए मैं कह रहा हूँ कि प्रयोग के दो संभावित परिणाम हैं

इसलिए दो परिणामों की संभावनाओं को उनकी कुल राशि दी जानी चाहिए एक के बराबर हो तो हमारे पास  $p$  वर्ग जोड़  $p$  बटा चार जमा तीन घटा  $p$  बटा चार एक के बराबर होगा तो इसका मतलब यह होगा कि  $p$  वर्ग एक बटा चार के बराबर है जो मुझे  $p$  के दो मान देगा जो कि प्लस माइनस आधा है अगर मैं पी को जोड़ आधा के बराबर लेता हूँ तो दो परिणामों की संभावनाएं होंगी यदि मैं पी को आधा के बराबर रखता हूँ तो यह मुझे एक बटा चार जोड़ एक बटा आठ यानि तीन बटा आठ और दूसरा मान तीन घटा पी होगा चार यानी तीन घटा आधा यानी पांच बटा दो फिर चार से विभाजित तो यह पांच बटा आठ हो जाता है तो तीन बटा आठ जमा पांच बटा आठ एक होता है अगर पी माइनस हाफ के बराबर है तो दो परिणामों की संभावनाएं तो पी वर्ग जमा पी चार से तो यह 0 .

बन जाएगा नी बटा चार माइनस एक बटा आठ यानी एक बटा आठ और दूसरा एक थ्री माइनस माइनस प्लस है तो यानी थ्री प्लस हाफ यानी सात बटा दो बटा चार यानी सात बटा आठ तो फिर से आप देख सकते हैं कि योग बराबर है एक तो अब आप देखते हैं कि यह

समस्या परिणामों की संपूर्ण प्रकृति का एक उदाहरण है, जिसका अर्थ है कि यदि मेरे पास सभी परिणाम सूचीबद्ध हैं, तो इस मामले में मैंने इसे सरल बना दिया है, हमारे पास केवल दो संभावित परिणाम हैं, उस संपत्ति का उपयोग करके हम हल करने में सक्षम हैं एक निश्चित आह समीकरण निश्चित रूप से समीकरण अत्यंत सरल हो जाता है यह बस है पी वर्ग एक बटा चार के बराबर है अब क्या होता है कि आमतौर पर जब हम कहते हैं कि पी बराबर माइनस आधा आह है तो हम कहेंगे कि केवल पी आधा के बराबर है और इग्नोर  $p$  अब माइनस हाफ के बराबर है, जिससे किसी प्रकार की गलती हो सकती है क्योंकि मान लीजिए कि एक प्रश्न है जहाँ कई सही विकल्प सही हैं, कई विकल्प सही हैं, उस स्थिति में दोनों विकल्प सही हैं जबकि यदि आप  $p$  को अनदेखा करते हैं तो यह है माइनस हाफ के बराबर वास्तव में यह एक वैध विकल्प है क्योंकि यह दो परिणामों के लिए यहां सही मानों की ओर भी ले जा रहा है, केवल एक चीज यहां आपके पास तीन बटा आठ और पांच बटा आठ है और दूसरे में आपके पास एक बटा आठ और सात बटा है आठ प्रत्येक गुणांक  $abc$  रैखिक समीकरणों की प्रणाली में  $ax$  प्लस 0 के बराबर है और  $bx$  plus  $cy$  शून्य के बराबर है, यह प्रत्येक गुणांक एक निष्पक्ष पासा को उछालकर निर्धारित किया जाता है, इसका मतलब है कि अगर हम एक बार टॉस करते हैं तो हम जो भी संख्या कहते हैं यह हम इसे फिर से करते हैं जो भी संख्या देखी जाती है हम इसे बी कहते हैं और हम इसे फिर से टॉस करते हैं और जो भी संख्या है हम इसे कहते हैं सी क्या संभावना है कि सिस्टम में गैर तुच्छ समाधान हैं आह ठीक है गैर तुच्छ समाधान का अर्थ क्या है देखें यदि हम रैखिक समीकरण की सजातीय प्रणाली को देखते हैं तो यदि आप  $x$  को शून्य के बराबर रखते हैं और  $y$  को शून्य के बराबर रखते हैं तो यह हमेशा एक समाधान होता है

इसलिए हम उस समाधान को देख रहे हैं जिसका मान शून्य नहीं है, इसलिए  $t$  में  $ah$  रैखिक समीकरण की प्रणाली आपने क्रैमर नियम किया होगा, यह शर्त आएगी कि यह निर्धारक या आप कह सकते हैं कि एसी माइनस बी स्क्वायर शून्य होना चाहिए यदि एसी माइनस बी स्क्वायर शून्य के बराबर नहीं है तो एकमात्र समाधान शून्य शून्य है इसलिए हमें चाहिए शर्त यह है कि एसी माइनस बी स्क्वायर शून्य के बराबर है तो एबीसी के मामले क्या हैं, आपके पास एक एक एक दो 4 4 2 1 2 2 2 हो सकता है,

इसलिए आप यहां देख सकते हैं कि बी वर्ग 1 है एसी 1 बी वर्ग है 4  $ac$  4  $b$  वर्ग है 4  $ac$  4 है और इसी तरह आपके पास ये मामले हैं 3 3 3 4 4 4 5 5 5 और 6 6 6.

कुल मामलों की संख्या आठ आठ मामले हैं

इसलिए आवश्यक संभावना होगी आठ को अब तक कुल मामलों की संख्या से विभाजित किया जाता है जब हम एक पासे को तीन बार उछालते हैं तो यह छह घन बन जाएगा जो कि दो एक है

इसलिए यदि हम इसे सरल करते हैं तो इस समस्या में एक बटा सत्ताईस आह के बराबर है गणितीय ज्ञान का थोड़ा सा भी है आवश्यक लेकिन निश्चित रूप से रैखिक समीकरणों की प्रणाली आह कम से कम दो रैखिक समीकरण एनएस आप अपनी कक्षा ग्यारहवीं और बारहवीं में कर रहे हैं

इसलिए आप अगले व्याख्यान में आह को हल करने में सक्षम होना चाहिए मैं संभाव्यता से संबंधित कई समस्याओं को हल करूंगा और कुछ समस्याएं होंगी जो कुछ प्रश्न पत्रों से ली गई हैं और मैं अनुरोध करूंगा आप क्रमपरिवर्तन और संयोजन पर अध्याय के माध्यम से जाने के लिए क्योंकि कुछ समस्याएं इन चीजों का उपयोग कर सकती हैं

इसलिए बेहतर होगा कि आप उस पर अध्याय के माध्यम से जाएं ताकि आह समस्याओं को समझना बेहतर हो, इसलिए अगले आह व्याख्यान में मैं विभिन्न प्रकार के प्रायिकता के अनुप्रयोगों पर समस्याओं को फिर से लिखेंगे