تو گڈ مارننگ آج میں موضوع امکانی تھیوری شروع کرنے جا رہا ہوں اب امکانات کی بے ترتیبی کی غیر یقینیی جیسی اصطلاحات شاید قدیم زمانے سے استعمال ہو رہی ہیں جب سے لوگوں کو بہت پہلے سے یہ احساس ہوا تھا کہ چیزیں نہیں ہوتی ہیں۔ جیسا کہ منصوبہ بندی کی گئی ہے لہذا میں واقعات میں غیر یقینی صورتحال کی کچھ مثالیں دے رہا ہوں جیسے کل موسم کیسا رہے گا

تو آیا یہ بارش کا دن ہو گا کہ بہت ٹھنڈ ہو گی یا یہ معتدل ٹھنڈا ہو گا یا یہ گرم ہو گا یا نہیں ہو گا۔ ابر آلود ہے لہذا یہ غیر یقینی صورتحال ہے کہ آج پیدا ہونے والا بچہ بالغ ہونے پر کتنی اونچائی حاصل کرے گا اس لیے ہم جانتے ہیں کہ روزمرہ کی زندگی میں ہم یہ اندازہ نہیں لگا سکتے کہ ایک بالغ شخص کی اصل اونچائی کتنی ہوگی اس لیے یہ ہے غیر یقینی صورتحال مثال کے طور پر ہم غور کر سکتے ہیں کہ اس سال غذائی اجناس کی پیداوار کی کل مقدار کیا ہوگی ہمارے پاس کسی خاص فصل کے لیے ایک مقررہ رقبہ یا بیجوں کی مقررہ مقدار ہو سکتی ہے لیکن حتمی خوراک عین مختلف چیزوں پر منحصر ہے مثال کے طور پر آہ آبپاشی کیا ہے زرخیزی کتنی ہے یا سال کے دوران کوئی قدرتی آفات وغیرہ

تو کل رقم متغیر ہوگی ہم کبھی بھی کسی شخص کی مکمل عمر کا اندازہ نہیں لگا سکتے لہذا ایک شخص بہت صحت مند ہے لیکن پھر بھی وہ جوان مر سکتا ہے مختلف وجوہات کی بنا پر ایک شخص خطرناک ہو سکتا ہے لیکن وہ درحقیقت ایک طوفان کے دوران زیادہ دیر تک زندہ رہ سکتا ہے اگر ہم کوئی دوا لیں اگر آپ کو عام زکام ہو جائے اور آپ اسے لیں دوا لیکن آپ کو ٹھیک ہونے میں کتنا وقت لگے گا اس بات کا یقین نہیں ہے کہ کسی شخص کا بلڈ پریشر کیا ہو گا اس لیے ہم بلڈ پریشر کی پیمائش کرتے ہیں جب مریض ڈاکٹر کے پاس جاتا ہے

تو اصل کیا ہے کہ یہ 120 بائی 80 ہے یا نہیں؟ 130 بائی نوے چاہے یہ ایک پندرہ بائی پچھتر وغیرہ ہے

تو یہ غیر یقینی ہے کہ جب ہم امتحان دیتے ہیں

تو کیا ہوتا ہے

تو کتنے طلباء کتنے نمبر حاصل کرتے ہیں

تو یہ غیر یقینی ہے اس لیے مثال کے طور پر میں نے لکھا ہے بہت سے طلباء ایک ٹیسٹ میں 75 فیصد سے زیادہ نمبر حاصل کرتے ہیں اسی طرح جب بھی ہم کسی میکینیکل الیکٹریکل یا الیکٹرانک آلات پر غور کرتے ہیں

تو اس کی کل زندگی کیا ہوتی ہے

تو مثال کے طور پر اگر ہم ایک ٹیوب لائٹ پر غور کر رہے ہیں

تو کل زندگی کیا ہے گھنٹوں میں بتائیں کہ آیا یہ 100 گھنٹے تک روشن ہوگا چاہے وہ 500 گھنٹے تک روشن ہوگا یا نہیں یہ 1000 گھنٹے تک روشن ہوگا وغیرہ وغیرہ درحقیقت میں ایک رومن ڈرامہ نگار کا ایک اقتباس دے رہا ہوں کہ ہر ایک کو اہم موقع پر گہری نظر رکھنی چاہئے لہذا اس طرح کے کئی ہیں یہ بیانات کہ بے ترتیب پن انسانی زندگی کا ایک ناگزیر جزو ہے آہ میں کچھ تاریخی شواہد پیش کروں گا

تو نظریہ احتمال کی ابتدا سترھویں صدی ہجری کے وسط میں ہوئی اس میں بنیادی طور پر کچھ ریاضی دانوں کے مطالعے ہیں جن کی شکل سولہ سولہ ernali 54 سو ایک سے سولہ پینسٹھ پاسکل تھی۔ سولہ نتیس سے سولہ باسٹھ کے درمیان بینز سولہ انتیس سے سولہ پچانوے جیمز بی سے 1705 وغیرہ کے درمیان آہ یہ ہیں آپ کچھ ممتاز ریاضی دان کہہ سکتے ہیں جنہوں نے آپس میں احتمال سے متعلق مختلف مسائل پر بحث شروع کی اور ان کی گفتگو اور کچھ مسائل کو حل کرنے سے موضوع کا احتمال بڑھنا شروع ہوا۔ یہ کہہ سکتے ہیں کہ غالباً طبیب اور ریاضی دان جی کارڈون جس کا زمانہ 1501ء سے 1575ء تک ہے غالباً وہ پہلا شخص تھا جس نے امکان کا منظم نظریہ تیار کیا درحقیقت وہ ایک جواری تھا یعنی وہ نرد کے سکے کے تاش کا جوا کھیلتا تھا اور اس لیے امکانات میں اس کی دلچسپی درحقیقت مختلف امکانات کے امکانات کو تلاش کرنے کے لیے پیدا ہوئی تھی جب وہ تاش کا کھیل کھیل رہا ہو یا جب وہ نرد کا کھیل کھیل رہا ہو

تو صرف آپ کو یہ تصویر دکھانے کے لیے کہ وہ دراصل کارڈونو ہے اس کا کام 1663 میں شائع ہوا تھا۔ ان کی موت کے بہت بعد اور یہ 15 صفحات کی ایک نوٹ بک تھی جس میں 32 چھوٹے ابواب شامل تھے ۔ موقع کے کھیل اور اس نے کچھ مسائل حل کیے جن کا تعلق آہ کوائن ٹاسنگ ڈائی تھرونگ وغیرہ سے ہے اور آپ کہہ سکتے ہیں کہ آہ وہ پہلا شخص ہے جس نے آہ مضمون کو منظم طریقے سے مرتب کرنا شروع کیا آپ امکان کے ابتدائی تصورات کہہ سکتے ہیں اس کے بعد موضوع کا انتخاب کیا گیا۔ مختلف دوسرے ریاضی دانوں کے ذریعہ میں نے فارمیٹ کو پاسکل وغیرہ کا نام دیا ہے اور ان کی گفتگو کے ذریعے اس موضوع کو کرسٹلائز کرنا شروع کر دیا ہے اب میں کیا کروں گا میں آپ کو احتمال کے کچھ ابتدائی تصورات دوں گا اور اس کے ذریعے میں آپ کو احتمال کی کچھ تعریفیں دوں گا جن کے ذریعے احتمال کے مسائل کو حل کیا جا سکتا ہے

تو آئیے پہلے اصطلاحات کو دیکھتے ہیں

تو پہلی اصطلاح استعمال کی اصطلاح ہے

تو سائنسی اصطلاح میں ایک تجربہ کیا ہے ایک تجربہ کسی چیز کا مشاہدہ کرنا یا کسی چیز کو انجام دینا ہے جس کے نتیجے میں نتیجہ برآمد ہوتا ہے

تو آئیے غور کریں یہاں مثالیں آہ میں نے آپ کو شروع میں چند مثالیں دی ہیں مجھے کچھ دہرانے دیں۔ ان مثالوں میں سے اور کہتے ہیں کہ یہ کیسا تجربہ ہے

تو میں نے یہاں کل کے موسم کا ذکر کیا ہے

تو یہاں ہم تجربہ نہیں کر رہے ہیں بلکہ مشاہدہ کر رہے ہیں بلکہ نتیجہ دیکھا جائے گا، مثلاً کل ابر آلود ہے یا کل بہت سردی ہے۔ یا کل دھوپ کا دن ہے وغیرہ وغیرہ

تو ہم اسی طرح مشاہدہ کر رہے ہیں میں نے بتایا ہے کہ بچے کی اونچائی کتنی ہے

تو ہم صرف مشاہدہ کر رہے ہیں اس کا مطلب ہے کہ ہم تجربہ نہیں کر رہے بلکہ کچھ ہو رہا ہے اور ہم نتیجہ کو دیکھتے ہیں

تو ایک تجربہ ہوتا ہے۔ کسی چیز کا مشاہدہ کرنا دوسری چیز کو انجام دینے کے مترادف ہے جس کا نتیجہ نکلتا ہے

تو یہ ایسے تجربات کی طرح ہے جو سائنس کے میدان میں کیے جاتے ہیں، مثال کے طور پر آپ فزکس میں تجربات کرتے ہیں، کیمسٹری میں تجربات کرتے ہیں، آپ جینیات میں بیالوجی میں تجربات کرتے ہیں، بڑی تعداد میں ہوتے ہیں۔ نظریاتی یا عملی تجربات جو لیبارٹری کے حالات میں کئے جاتے ہیں جہاں نتیجہ نکلے گا۔ کچھ ہنو اب دو قسم کی چیزیں ہیں ایک تعییناتی تجربہ ہے لہذا تعییناتی تجربہ میں اگر تجربہ کرنے کے بعد ہمیں تجربے کا نتیجہ معلوم ہوتا ہے

تو ہمیں تجربے کا نتیجہ معلوم ہوتا ہے

تو مثال کے طور پر آپ اپنی آہ فزکس لیب یا کیمسٹری لیب میں جانتے ہیں وغیرہ وغیرہ آپ کچھ تجربات کرتے ہیں اور کئی بار آپ کو پہلے ہی معلوم ہوتا ہے کہ نتیجہ کیا نکلے گا مثال کے طور پر ایک سادہ تجربہ کچھ مخصوص کیمیکلز کا اختلاط اور پھر ردعمل کو دیکھنا ہے کیونکہ اس قسم کا تجربہ پہلے سے ہی معلوم ہے لہذا آپ جانتے ہیں کہ نتیجہ کیا نکلے گا۔ مثال کے طور پر سب سے آسان بات یہ ہے کہ اگر آپ آکسیجن کے دو مالیکیول اور ہائیڈروجن کا ایک مالیکیول کہتے ہیں

تو آپ جانتے ہیں کہ یہ پانی کا فارمولا ہے اسی طرح اگر میں ایک برتن لے کر اس میں پانی ڈالوں اور اسے ہیٹر پر رکھوں

تو ہم دیکھتے ہیں کہ درجہ حرارت 100 ڈگری سیلسیس کہنے کے لیے بڑھتا ہے اور ہوا کا دباؤ 760 کہنا ہے

تو ہمیں پتہ چلتا ہے کہ پانی ابل جائے گا

تو یہ کچھ ایسے سائنسی تجربات ہیں جن کا نتیجہ معلوم ہوتا ہے ان تجربات کو امکانی نظریہ میں تعینیاتی تجربات کہا جاتا ہے ہم ایسے تجربات کے بارے میں پریشان نہیں ہوتے ہیں ہم ایسے تجربات کے بارے میں پریشان نہیں ہوتے ہیں جو کہ غیر متعین ہیں جنہیں ہم بے ترتیب تجربات بھی کہتے ہیں۔ تجربے کا مشاہدہ کریں یا ہم تجربہ کرتے ہیں لیکن اس کے نتائج کا پہلے سے اندازہ نہیں لگایا جا سکتا اس لیے سب سے آسان سے شروع کریں جیسے کہ اگر ہم ایک سکے پر غور کریں اور اسے پھینک دیں

تو ہمیں نہیں معلوم کہ ٹاس کرنے سے ہماری دم اوپر آئے گی یا نہیں۔ ایک ڈائی پھر ہم نہیں جانتے کہ آپ کو ایک دو تین چار پانچ یا چھ ملیں گے اگر ہم تاش کی اچھی طرح سے بدلے ہوئے ڈیک پر غور کریں اور ہم بے ترتیب طور پر ایک کارڈ کھینچیں

تو ہمیں نہیں معلوم کہ باون میں سے اب کون سے کارڈ نکلیں گے۔ ان میں سے کچھ ہیں جو آپ نصابی کتاب یا کلاس روم قسم کے تجربات کہہ سکتے ہیں لیکن آپ اسے ان تجربات سے عام کرتے ہیں جن کا میں نے ابھی ذکر کیا ہے مثال کے طور پر موسم کا مشاہدہ کرنا اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا کہ ہمارے پاس کتنا سائنسی علم ہے یا ہمارے پاس کتنی سائنسی ترقی ہے لیکن یہ بتانا کہ دن کا درجہ حرارت کس وقت ہوگا یقین کے ساتھ ہم نہیں کہہ سکتے لہذا یہاں غیر یقینی صورتحال ہے یہ بھی اسی طرح بے ترتیب تجربہ ہے۔ ایک بچے کی اونچائی کے بارے میں کسی شخص کی زندگی یا کسی سامان کی زندگی اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ ہم سائنسی طور پر کتنے ہی درست طریقے سے تیار کردہ چیز کو تیار کرتے ہیں مثال کے طور پر لائٹ بلب کہتے ہیں لیکن کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اس کی اصل زندگی کیا ہوگی چاہے وہ 5 ہو گی؟ گھنٹے چاہے یہ 20 گھنٹے ہوں گے چاہے یہ 1000 گھنٹے ہوں گے ہم درست نہیں کہہ سکتے ہیں آپ ایک رینج دے سکتے ہیں شاید آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ 5 گھنٹے سے 50 گھنٹے کے درمیان ہو گا یا اس طرح کا کوئی بیان تاکہ آپ ایک تخمینہ بیان دے سکیں لیکن آپ کوئی مقررہ بیان نہیں دے سکتے اس لیے یہ سب غیر متعین کی مثالیں ہیں بے ترتیب تجربات ہیں اس لیے رسمی طور پر میں ایک تعریف دے سکتا ہوں جب کوئی تجربہ کیا جاتا ہے۔ نتیجہ کا پہلے سے اندازہ نہیں لگایا جا سکتا

تو اسے بے ترتیب تجربہ کہا جاتا ہے اب ایک سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ اگر کوئی تجربہ بے ترتیب ہو

تو اس کا مطالعہ کرنے کا کیا فائدہ

تو مثال کے طور پر میں کہتا ہوں کہ سکہ اچھالنے کے تجربے میں اگلی کلاس مجھے دے گی۔ سر یا دُم جو مجھے معلوم نہیں

تو پھر میں کیوں اپنا وقت کسی مضمون کو تیار کرنے اور اس چیز کا مطالعہ کرنے میں صرف کروں اب اس کا جواز یہ ہے کہ اگرچہ ہر آزمائش میں مجھے نہیں معلوم کہ سر آئے گا یا دم آئے گا۔ لیکن طویل مدتی میں اگر میں جانتا ہوں یا اگر ہمیں لگتا ہے کہ سکہ غیرجانبدار ہے یا ایک منصفانہ سکہ ہے

تو ہو سکتا ہے کہ ہزار آزمائشوں میں سے آپ کے پاس 500 سر اور 500 دم ہوں گے یا آپ تقریباً 490 سر اور 510 دم کہہ سکتے ہیں اگر آپ تجربہ فرض کریں کہ یہ ایک متعصب ہے فرض کریں کہ آپ کے پاس ایک متعصب سکہ ہے

تو اگر آپ اسے طویل مدتی تعداد میں چلاتے ہیں

تو تقریباً سروں کا دم سے تناسب درحقیقت تعصب کی مقدار ہو گی جو وہاں ہو گی مثال کے طور پر i fa head ah دم کا امکان کہنے سے تین گنا زیادہ ہوتا ہے اس کا مطلب ہے کہ یہ سر کے حق میں بہت زیادہ متعصب ہے پھر اگر آپ ہزار بار تجربہ کریں گے

تو شاید تقریباً 750 بار آپ کا سر ہو گا اور 250 بار آپ کو سر ملے گا۔ یہ طویل مدتی طرز عمل ہمیں امکانی نظریہ کے موضوع tail now کا مطالعہ کرنے کی ترغیب دیتا ہے لہذا مثال کے طور پر اگر میں موسم کے بارے میں بات کرتا ہوں

تو ہر روز موسم کی پیشین گوئیاں ہوتی ہیں لہٰذا موسم کی پیشین گوئیاں طویل المدتی رویے پر مبنی ہوتی ہیں، جیسا کہ ہم کل کہتے ہیں۔ دہلی میں بیس سے بائیس ڈگری سیلسیس کے درمیان درجہ حرارت کو چھونے کا امکان ہے

تو اس کا مطلب ہے کہ پچھلے سو سالوں میں یا سو پچاس سالوں میں دیکھا گیا ہے کہ سال کے اس خاص دن درجہ حرارت اس کے درمیان ہوتا ہے

تو اس طویل مدت میں رویہ جسے شماریاتی ریگولیٹری کہا جاتا ہے یہی وہ چیز ہے جو ہمیں امکانی تھیوری کے موضوع کا مطالعہ کرنے کی ترغیب دیتی ہے کیونکہ اگرچہ ہر ایک آہ تجربہ کیا ہوگا ہر آزمائش کا نتیجہ ہم نہیں کہہ سکتے لیکن طویل مدتی میں ہم جانتے ہیں کہ آزمائشوں کا تناسب کیا ہے جس کے نتیجے میں خاص طور پر نتیجہ نکلے گا

تو اب ہماری فکر صرف بے ترتیب تجربات کا مطالعہ کرنا ہے تاکہ جب ہم ایک ٹیسٹ کر رہے ہوں۔ بے ترتیب تجربات ہم نہیں جانتے کہ اصل نتیجہ کیا ہو گا لیکن ہم جانتے ہیں کہ نتیجہ کچھ ایسا ہو سکتا ہے جسے میں شمار کر سکتا ہوں، اس لیے اگر ہم اس گنتی پر غور کرتے ہیں

تو ہم اسے ایک سیٹ بناتے ہیں

تو اس سیٹ کو سیمپل اسپیس کہا جاتا ہے اس لیے ہم ایک رسمی شکل دیتے ہیں۔ بے ترتیب تجربے کے تمام ممکنہ نتائج کے سیٹ کی تعریف کو سیمپل اسپیس کہا جاتا ہے اور ہم عام طور پر نوڈ کا استعمال کرتے ہیں ہم عام طور پر نوٹیشن سیٹ تھیوریٹک نوٹیشن کا مطلب کچھ سیٹ اس لیے کیپیٹل s یا کبھی کبھی ہم اشارہ کرنے کے لیے اشارے اومیگا استعمال کرتے ہیں

تو میں بتاتا ہوں اس طرح کی کچھ مثالیں

تو فرض کریں کہ اب دو سکے پھینکے جاتے ہیں جب سکوں کا کام سونپا جاتا ہے

تو ہم کیا دیکھتے ہیں ہم دیکھتے ہیں کہ سر آیا ہے یا دم آیا ہے

تو اگر دو سکے ہیں

تو امکانات دونوں ہو سکتے ہیں سر دونوں ہو سکتے ہیں ایک دم ہو سکتا ہے ایک سر ہو سکتا ہے اور ایک دم ہو سکتا ہے اب اگر دو سکے موجود ہوں

تو سر اور دم کا تبادلہ بھی ہو سکتا ہے جیسا کہ پہلا سر دوسرا ہے دم پہلے ہے دم دوسرا دم ہے ہیڈ وغیرہ اگر ہم اس طرح گنتے ہیں

تو نمونہ کی جگہ اس طرح لکھی جا سکتی ہے لہذا براہ کرم یہاں میری علامتیں نوٹ کریں hh لہذا یہ ترتیب شدہ جوڑا اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ پہلے سکے پر ایک سر ہے دوسرے سکے پر ایک سر ہے پھر آپ کے پاس سر ہو سکتا ہے۔ پہلی پر آپ کی دم ہو سکتی ہے دوسری پر آپ کی دم ہو سکتی ہے اور دوسرے پر آپ کا سر ہو سکتا ہے اور آپ کے دونوں پر دم ہو سکتا ہے لہذا یہ بے ترتیب تجربہ جس کا مطلب ہے کہ ہم نے دو سکے پھینکے ہیں اور ہم نتائج کو دیکھ رہے ہیں۔ ممکنہ نتائج چار قسم کے ہیں لہذا یہ نمونہ کی جگہ چار عناصر پر مشتمل ہے میں اسے تھوڑا سا پیچیدہ بناتا ہوں

تو فرض کریں کہ ہم کہتے ہیں فرض کریں کہ ایک سکہ اور ایک ڈائی ایک ساتھ پھینک دی جاتی ہے اب نمونے کی جگہ کی وضاحت کیسے کریں

تو ہم ایک سکے کا نتیجہ خراب ہے اور ہمارے پاس سکے کے لئے ڈائی کے نتائج کا نتیجہ ہوگا سر یا دم ہو سکتا ہے اور ڈائی کا نتیجہ ایک دو تین چار پانچ اور چھ ہو سکتا ہے اب چونکہ میں ایک ساتھ تجربے پر غور کر رہا ہوں

تو مجھے لکھنا پڑے گا۔ نمونہ کی جگہ مشترکہ شکل میں بھی ہے لہذا اگر میں اسی طرح کے سیٹ نظریاتی نمائندگی پر غور کرتا ہوں اور ایک ترتیب شدہ جوڑا پہلے کو سکے کے نتیجے کے طور پر ظاہر کرے گا اور دوسرے میں ڈائی کا نتیجہ ہے

تو میں اسے پہلے اس طرح لکھ سکتا ہوں۔ ایک آپ کے پاس سکے کی موجودگی سر کے طور پر ہوسکتی ہے اور پھر آپ ڈائس پر نمبر ایک ہوسکتے ہیں آپ ڈائی پر سکے دو پر سر رکھ سکتے ہیں اور اسی طرح سر پر اور چھ پھر آپ کے پاس ایک دم ہوسکتا ہے اور اسی طرح دم پر اور چھ

تو یہاں آپ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سکے پر بارہ عناصر ہیں دو نتائج ہیں اور ڈائی پر چھ ممکنہ نتائج ہیں لہذا دو میں چھ میں آپ کے پاس نمونہ کی جگہ میں 12 ممکنہ نتائج ہیں آہ فرض کریں کہ میں کہوں گا کہ دن کا وقت کیا ہے ٹھیک ہے
ہیں کسی واقعہ کا مشاہدہ کرنا ٹھیک ہے o تو مثال کے طور پر ہم
تو وہ واقعہ دن کے کس وقت پیش آیا
تو اب اگر آپ کہتے ہیں کہ دن کا وقت آپ اسے کیسے دیکھیں گے اس کا مطلب ہے کہ آپ گھڑی میں وقت دیکھتے ہیں اب معیاری گھڑیوں کے تین ہاتھ ہوں گے۔ ایک گھنٹے کے لیے ایک منٹ کے لیے اور ایک سیکنڈ کے لیے اور جب ہم مشاہدہ کرتے ہیں
تو ہم ان کو عددی اقدار میں دیکھتے ہیں مثال کے طور پر گھنٹہ 1 2 3 سے 12 تک ہوگا۔ اسی طرح اگر آپ منٹ کا مشاہدہ کریں گے
تو ہم کہیں گے منٹ ایک منٹ دو منٹ تین منٹ اس طرح صفر سے شروع کریں کیونکہ اگر یہ پورے گھنٹے پر ہے
تو یہ صفر ہے پھر پچپن تک اسی طرح جب آپ سیکنڈ دیکھیں گے
میں ایک مبصر کے طور پر بات کر رہا ہوں کہ اگر میں دن کا وقت کہوں   i تو سیکنڈ دوبارہ صفر ایک دو سے پچپن نو تک ہوگا اب یہ ہے
تو وقت بارہ آدھی رات سے اگلی بارہ آدھی رات یا بارہ وسط دوپہر سے دوسرے بارہ آدھی دوپہر تک ہو سکتا ہے اس کا مطلب ہے کہ آپ کے پاس چوبیس گھنٹے کا وقفہ ہو سکتا ہے اور یہ ایک مسلسل چیز ہے لیکن میں کے بارے میں بات کر رہا ہوں جب ہم مشاہدہ کرتے ہیں اور رپورٹ کرتے ہیں
تو ہم ان گھنٹوں کے ہینڈ منٹ اور سیکنڈ کے لیے عددی قدروں کے لحاظ سے رپورٹ کرتے ہیں تاکہ ہم نمونہ کی جگہ کو اس طرح لکھ سکیں اس یہاں اب یہ ایک جوڑا ہے s لیے میں اشارے استعمال کر رہا ہوں کہ
تک لے سکتا ہے اقدار 0 1 n اقدار 1 2 تک 12 m ہے جہاں p اور mn ٹھیک ہے یہ ایک ترتیب شدہ ٹرپلٹ mnp تو میں اسے کہوں گا۔ کیا صفر ایک سے 59 کی قدریں لے سکتا ہے اگر ہم مسلسل وقت پر غور کریں p لے سکتا ہے اور 59 2
تو ہم نمونہ کی جگہ لکھ سکتے ہیں جیسا کہ کہتے ہیں 0 سے 24 اس کا مطلب ہے کہ آہ کے درمیان کسی بھی وقت بارہ آدھی رات سے بارہ آدھی رات بولیں
تو اگر آپ معیاری اصطلاح استعمال کر رہے ہیں
تو صفر سے چوبیس لیکن یہاں پھر میں سیکنڈ میں بھی لے سکتا ہوں میں تقسیم کر سکتا ہوں لہذا ریکارڈنگ ڈیوائس پر منحصر ہے کہ آپ کے پاس ہے
تو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں اب کسی کو ان دو نمائندگیوں کے درمیان الجھن میں نہیں پڑنا چاہئے جب ہم واقعی کسی خاص مسئلے کو حل کرتے ہیں
تو ہمیں اپنی نمونہ کی جگہ کو ٹھیک کرنا ہوگا اگر ہم مختلف نمونوں کی جگہوں پر غور کریں
تو فرق مسئلہ پر حملہ کرنے کے مختلف طریقے ہوں گے میں اس کے لیے ایک اور مثال دوں گا فرض کریں کہ میں اولمپک اسٹینڈرڈ کے بارے میں 100 میٹر سپرنٹ ریس پر غور کرتا ہوں
تو ٹھیک ہے
تو اگر آپ اولمپک اسٹینڈرڈ پر غور کر رہے ہیں
فرض کریں کہ 8 رنرز موجود ہیں 8 p 2 p   تو آہ 8 سے 10 رنرز ہیں میں انہیں پی پی 1 کہتا ہوں۔
تو تجربہ کس طرح کیا جاتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ تمام کھلاڑی ابتدائی مقام پر جمع ہوتے ہیں اور پھر ایک آغاز ہوتا ہے اور اسپلنٹرز اپنی دوڑ لیتے ہیں اور اسے اب ایک مخصوص وقت میں مکمل کرتے ہیں۔ ہماری دلچسپی کے نمونے کی جگہ کو مختلف طریقوں سے بیان کیا جا سکتا ہے اس لیے مثال کے طور پر فرض کریں کہ میں اس میں دلچسپی رکھتا ہوں کہ فاتح کون ہے اگر ہم فاتح کو ریکارڈ کرتے ہیں
تو نمونے کی جگہ لکھی جا سکتی ہے اس کا مطلب ہے کہ آٹھ کھلاڑیوں میں سے کوئی بھی فاتح ہو سکتا ہے
آٹھ فرض کریں کہ ہم جیتنے کے وقت میں دلچسپی رکھتے ہیں اگر ہم دلچسپی رکھتے ہیں p دو p one p تو یہ ہے۔ دوسری طرف کے طور پر لکھنے کی اجازت دی جاسکتی ہے کیونکہ میں نے کہا کہ یہ اولمپک ہے معیاری اس لیے وقفہ نو s2 تو نمونہ کی جگہ مجھے پوائنٹ پانچ سیکنڈ سے لے کر دس سیکنڈ تک کہا جا سکتا ہے یہاں ریکارڈنگ سیکنڈوں میں ہے اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اسی مسئلے کے لیے میں نمونے کی جگہ کی دو وضاحتیں کر رہا ہوں اب یہ ایک اہم نکتہ ہے جب ہم کسی مسئلے کو حل کرتے ہیں۔ امکان کے
تو ہمیں نمونے کی جگہ کو صحیح طریقے سے بتانا چاہیے جس کا مطلب ہے کہ آپ کے نمونے کی جگہ اس بات سے متعلق ہے کہ آپ کس قسم کی چیز میں دلچسپی رکھتے ہیں اگر ہم کسی خاص کھلاڑی کو آہ فاتح ہونے کی طرف دیکھ رہے ہیں اور پھر ہم اس کے امکان کو دیکھنا چاہتے ہیں
تو ہم اس کے امکانات کو دیکھنا ہے کہ کون فاتح ہوسکتا ہے لہذا یہ نمونہ کی جگہ ہے جب کہ اگر میں ایک سوال پوچھ رہا ہوں کہ اس بات کا کیا امکان ہے کہ جیتنے کا وقت عالمی ریکارڈ ہوگا
تو مثال کے طور پر ہم جانتے ہیں کہ فی الحال عالمی ریکارڈ پانچویں نمبر پر ہے۔ آٹھ سیکنڈ یعنی نو پوائنٹ پانچ صفر سے نو پوائنٹ پانچ آٹھ کے درمیان اگر وقت ہے
تو یہ لفظ ریکارڈ بن جائے گا لہذا یہاں جو وقت لیا گیا ہے اس سے یہ طے ہو گا کہ ایس کافی جگہ کو اس خاص انداز میں بیان کرنا ہوگا یقیناً ان سوالات کے جوابات دینے کے مختلف طریقے ہیں لیکن یہ ہم بعد میں آئیں گے جب ہم امکانات کو تلاش کرنے کے مختلف طریقوں پر بات کریں گے،
مجھے نمونے کی جگہ کی ایک اور مثال لینے دیں فرض کریں کہ میں ہوں غور کریں
تو ہم ایک سال میں شہر میں ہونے والے حادثات کی تعداد ریکارڈ کرتے ہیں ٹھیک ہے ایک سال میں کتنے حادثات ہوئے ہیں اب آپ یہاں نمونے کی جگہ کی وضاحت کیسے کریں گے
تو شاید پورے سال میں کوئی حادثہ نہ ہوا ہو ایک حادثہ دو حادثات وغیرہ اب بات یہ ہے کہ یہاں اوپر کی حد کیا ہوگی کہ ایسا کیا ہوتا ہے کہ اگرچہ ہم نظریاتی طور پر جانتے ہیں کہ حادثات کی تعداد صرف محدود ہوگی اس لیے شاید فرض کریں کہ یہ ایک چھوٹا شہر ہے
تو شاید ایک سال میں 50 حادثات ہو جائیں۔ دہلی یا بمبئی جیسا بہت بڑا شہر ہے
تو حادثات کی تعداد ہزاروں میں چل رہی ہو گی
کیا آپ صفر ایک دو دو ہزار لکھیں گے درحقیقت ہمیں یہاں اوپر کی حد لگانے کی ke تو شاید دس ہزار حادثات ہوں پھر کیسے لکھیں گے؟ ضرورت نہیں ہے ہم اسے لامحدود قیمتی نمونے کی جگہ کے طور پر یہاں لکھ سکتے ہیں آہ کیا ہوتا ہے کہ جب آپ مخصوص آہ طریقہ کار کی بنیاد پر امکانی تقسیم الاٹ کرتے ہیں
تو وہاں ہوگا ان اقدار کے لیے زیادہ امکانات مختص کیے جائیں جو شروع میں ہیں اور جیسے جیسے قدر میں اضافہ ہوتا ہے امکان بہت چھوٹا ہو جاتا ہے لہذا نظریاتی طور پر ہم 0 1 2 3 ڈال سکتے ہیں اور اسی طرح انفینیٹم کا اضافہ کر سکتے ہیں لیکن عملی طور پر زیادہ تر احتمال ایک محدود تعداد پر مرکوز ہو جائیں گے۔ اسی طرح اگر میں ایک جاندار کی زندگی کہنے پر غور کر رہا ہوں
تو ٹھیک ہے جب ہم زندگی کہیں گے
تو زیادہ تر جانداروں کی زندگی محدود ہو جائے گی لہذا آپ 100 کہنے کے لیے 0 جیسا وقفہ رکھ سکتے ہیں فرض کریں کہ میں سالوں کے

مہینوں منٹوں میں ریکارڈ کر رہا ہوں۔ سیکنڈ اس بات پر منحصر ہے کہ آپ کے پاس کس قسم کا جاندار ہے، مثال کے طور پر اگر آپ کسی انسان کی زندگی پر غور کر رہے ہیں
تو آپ صفر سے ایک سو پچاس کہنے پر غور کر سکتے ہیں۔ اگر میں صفر سے ایک سو پچاس کہوں
تو یہ اوپری حد دراصل صرف اس بات کی نشاندہی کر رہی ہے کہ عملی طور پر ہم 150 سال سے زیادہ عمر کے کسی فرد کا مشاہدہ نہیں کرتے کیونکہ عام طور پر ہم 80 سال 85 سال 90 سال 95 سال کی زندگی گزارنے والے لوگوں کو دیکھتے ہیں۔ موسیقی] 100 سال مکمل کر رہے ہوں گے لیکن عام طور پر بہت کم لوگ ہوں گے جو 110 کو عبور کر رہے ہوں گے کیونکہ تب ان کے نام گینز بک آف ورلڈ ریکارڈ وغیرہ میں آتے ہوں گے اور شاید ہی کوئی ایسا ہو گا جو سو پچاس سال کی عمر کو پہنچ رہا ہو۔ یہ نمونہ کی جگہ ڈالنے کا ایک عملی طریقہ ہوگا ورنہ نظریاتی طور پر آپ کہہ سکتے ہیں کہ ٹھیک ہے صفر کو لامحدود پر رکھ دیں ٹھیک ہے لیکن عملی لحاظ سے ہم اپنی نمونے کی جگہ کو وقفہ 0 سے 150 تک محدود کر سکتے ہیں اگر آپ سالوں میں ریکارڈنگ کر رہے ہیں
تو میں متعارف کرواؤں گا۔ دوسری اصطلاحات اس لیے سب سے پہلی چیز جسے ہم نے امکانی نظریہ میں دیکھا ہے کہ ہم ان تجربات کے بارے میں نے اس کی کئی مثالیں دی ہیں اب ایک ہے ts میں فکر مند ہیں جو فطرت میں غیر متعین ہیں اس لیے ہم انہیں بے ترتیب تجربہ کہتے ہیں۔
ترتیب تجربے کے تمام ممکنہ نتائج کا مجموعہ جسے ہم سیمپل اسپیس کہتے ہیں اور میں نے کچھ مثالوں کے ذریعے وضاحت کی ہے کہ مختلف قسم کے سیمپل اسپیس کو کیسے بیان کیا جا سکتا ہے اب اگلی بات یہ ہے کہ کیا کرنا ہے۔ ہم اصل میں امکانی تھیوری میں مطالعہ کرتے ہیں
تو ایک آہ سوال آہ نارمل قسم کا سوال میں کہوں گا کہ بلب کی زندگی 20 گھنٹے سے 25 گھنٹے کے درمیان ہونے کا کیا امکان ہے
تو جب میں کہوں کہ میں ایک بلب کی زندگی ڈال رہا ہوں
تو کہوں گا 0 سے 1000 گھنٹے اور میں ایک درست سوال پوچھ رہا ہوں 20 سے 25 گھنٹے پھر اگر میں وقفہ 0 سے 1000 پر غور کر رہا ہوں اور اس میں سے اگر میں 20 سے 25 لے رہا ہوں
تو یہ اصل میں ایک ذیلی سیٹ ہے اسی طرح اگر میں کہوں کہ اگر ایک سکہ پھینکا جاتا ہے مجھے ایک سر یا ایک دم مل رہا ہے لہذا اگر میں یہ کہوں کہ سر ہونے کا کیا امکان ہے
تو سر کیا ہے جو سر کی نشاندہی کرتا ہے یہاں کے دو ممکنہ نتائج میں سے ایک ممکنہ نتیجہ ہے لہذا اگر میں غور کروں
تو یہ سب سیٹ ہے h کا h اور t
عام طور پر جب میں یہ کہہ رہا ہوں کہ میں کسی چیز کا امکان معلوم کرنا چاہتا ہوں کہ کسی چیز کو واقعہ کہا جاتا ہے اور پھر i n تو ریاضی کی اصطلاح میں واقعہ نمونہ کی جگہ کے ذیلی سیٹ کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا مجھے باضابطہ طور پر امکانی تھیوری کی وضاحت کرنے دیں ہمیں تلاش کرنے میں دلچسپی ہے ۔ کچھ ممکنہ نتائج کے امکانات یہ مجموعے یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ نتائج کے ان مجموعوں کو واقعات کہا جاتا ہے لہذا ایک واقعہ نمونے کی جگہ کا ذیلی سیٹ ہے لہذا آئیے یہاں مختلف مثالوں پر غور کریں تاکہ اگر میں کہوں کہ دو سکوں کو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ واقعہ بیان کر رہا ہے کہ ایک سر اور ایک th اور ht بطور e پھینکنا اور میں کہوں کہ واقعہ پر غور کرتا ہوں۔
دم اسی طرح دیکھا گیا ہے آئیے ہم غور کریں کہ میں مانسون کے موسم میں بارش کی مقدار پر غور کر رہا ہوں لہذا بارش کی مقدار ملی میٹر سینٹی میٹر وغیرہ میں ریکارڈ کی جاتی ہے لہذا اگر میں غور کر رہا ہوں۔ ایک پورے سیزن کے لیے میں سینٹی میٹر میں ریکارڈنگ پر غور کر سکتا ہوں، لہذا یہاں نمونے کی جگہ 0 سے 200 سینٹی میٹر ٹھیک ہو سکتی ہے۔ یہ سینٹی میٹر میں ہے اگر میں کہوں کہ میں 50 سے 75 کو ذیلی سیٹ سمجھتا ہوں
تو اس کا مطلب ہے کہ بارش کی مقدار 50 سے 75 سینٹی میٹر کے درمیان ہے
کا سب سیٹ ہے e s تو یہاں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ
تو عام طور پر میں کیا کہہ رہا ہوں کہ نمونے کی جگہ کا کوئی بھی ذیلی سیٹ ایک واقعہ ہے جس کا آپ یہاں مشاہدہ کر سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم امکان کی ریاضیاتی نمائندگی کی طرف آہستہ آہستہ بڑھ رہے ہیں جب میں نے آپ کو بتایا کہ 17ویں صدی یا 16ویں صدی کے یورپ میں کچھ ریاضی دانوں نے اس پر بحث شروع کی۔ احتمال کے مسائل
تو وہ بات کر رہے تھے جیسے تین نرد پھینکنے میں کیا امکان ہے کہ آہ دو سکوں کو اچھالتے ہوئے 18 کا مشاہدہ کیا جائے گا اس بات کا کیا امکان ہے کہ ایک دم ہو گی وغیرہ وغیرہ اس قسم کے مسائل کا انہوں نے مطالعہ کیا اس وقت سیٹ تھیوری کا ریاضیاتی فریم ورک نہیں تھا لہذا وہ واقعہ قسم کی زبان اور h essay کو بیان کرتے ہوئے اور پھر بہت سارے امکانات لکھ کر ایک بہت ہی لفظی انداز میں اس پر بحث کر رہے تھے۔
اس کے نتیجے میں وہ اس کا حل تلاش کرنے کی کوشش کر رہے تھے بعض اوقات انہیں یہ صحیح طور پر مل جاتا اور کئی بار انہیں غلط جوابات بھی ملتے تھے
تو اس کی وجہ یہ تھی کہ ان کے پاس اس مخصوص وقت میں سیٹ تھیوری کا فریم ورک نہیں تھا۔ جانتے ہیں کہ یہ صرف 19 ویں صدی کے آخر میں جارج کینٹور کے ذریعہ تیار ہوا تھا لہذا اب جب سیٹ نظریاتی اشارے موجود ہیں
تو آپ دیکھیں گے کہ تعریفیں اور اس کے نتیجے میں احتمالات کا حساب کتاب بہت آسان ہو جاتا ہے لہذا اب پہلی چیز جس کا میں نے ذکر کیا ہے ہمارے پاس نمونہ کی جگہ ہے۔ جو کہ اصل میں تمام ممکنہ نتائج کا مجموعہ ہے اس لیے ہم نے ایک سیٹ تھیوریٹک اشارے دیے ہیں اب دوسری تعریف جس کے بارے میں میں بات کر رہا ہوں وہ ایک واقعہ کی ہے لہذا واقعہ نمونہ کی جگہ کے ذیلی سیٹ کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا اس کا مطلب ہے کہ ہم خاص طور پر یہاں سیٹ تھیوری کے اشارے پر عمل کرنے کی کوشش کر رہے ہیں اور آپ دیکھیں گے کہ چیزیں بہت اچھی ہو جاتی ہیں یا آپ حقیقی آہ تعریف کے لیے آرام دہ کہہ سکتے ہیں۔ اس کے ذریعے اب جب میں واقعہ کے بارے میں بات کرتا ہوں
تو ہمارے پاس کئی قسم کے واقعات ہوتے ہیں اس لیے جیسے ہی ہم کسی واقعہ کے بارے میں بات کرتے ہیں وہاں کچھ مبہم بیانات ہوسکتے ہیں جو ہم روزمرہ کی زندگی میں استعمال کرتے ہیں مجھے یقین ہے کہ یہ شام کو بارش ہو گی یا آپ کہیں گے اوہ یہ ممکن نہیں
تو اس کا مطلب ہے کہ ہم کچھ واقعات پیش کر رہے ہیں یا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ ہم کسی بات کے بارے میں یقین کے ساتھ یہ کہہ کر کہہ رہے ہیں کہ یا
تو یہ واقع ہو گا یا نہیں ہو گا اب یہ واقعات بھی ہیں۔ امکانی نظریہ میں سمجھا جاتا ہے لہذا ہم انہیں شیئر ایونٹ کہتے ہیں جس کا مطلب ہے کہ وہ واقعہ جو یقینی طور پر پیش آئے گا
تو مثال کے طور پر اگر ہم ایک ڈائی کو ٹاس کرنے پر غور کر رہے ہیں اور اگر میں کہوں کہ 7 سے کم یا اس کے برابر نمبر آتا ہے
تو یقیناً ایسا ہی ہوگا۔ اس کا مطلب ہے کہ ہم کہہ رہے ہیں کہ ڈائی دراصل ایک خاص سطح پر گرے گی اور ہم اس کے اوپری چہرے کا مشاہدہ کرتے ہیں
تو نمبر ایک دو تین چار پانچ یا چھ ہو گا کیونکہ یہ چھ نمبر ہیں جو وہاں موجود ہیں۔ یقیناً ہم اس امکان کو خارج کر رہے ہیں کہ کوئی مافوق الفطرت واقعہ ہو سکتا ہے اور رنگ ختم ہو سکتا ہے وغیرہ لیکن بصورت دیگر ہم جانتے ہیں کہ اگر ہم نمونے کی جگہ سے ہی کچھ بتا رہے ہیں
تو یہ ایک کترنے والا واقعہ ہے لہذا اگر میں مانسون کے موسم میں کہوں بارش دس ہزار سینٹی میٹر سے کم ہے
تو یقیناً یقینی ہے کیونکہ مون سون کے موسم میں بارش دس ہزار سینٹی میٹر سے زیادہ نہیں ہو سکتی کیونکہ دس دس ہزار سینٹی میٹر سے زیادہ ہونے کا مطلب یہ ہے کہ پورے ملک میں سیلاب آ جائے گا

تو ایسا ممکن نہیں ہے۔ لہذا اگر ہم ایک سیٹ تھیوریٹک اشارے کو استعمال کرنا چاہتے ہیں
خود کو شیئر ایونٹ کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کرسکتے ہیں یعنی اگر تمام امکانات کو شمار کیا جائے s تو ہم
تو یہ ایک شیئر ایونٹ ہے اور اس کا کنورس یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ اس کی تکمیل اس کے علاوہ کچھ نہیں ہے۔ ناممکن واقعہ جیسا کہ اگر میں
کہوں کہ اگر ایک ڈائی پھینکی جائے اور ہم کہیں کہ تعداد دس سے زیادہ ہے
سیٹ یا خالی سیٹ سے اشارہ null واقع ہو گا لہذا یہ ناممکن ہے لہذا یہ n تو ایک ڈائی میں آپ کا نمبر ایک دو چھ ہے اور آپ کہتے ہیں ٹی
کا استعمال کرتے ہیں اب ایک بار جب ہم سیٹ کے ذریعہ واقعات کو بیان کر رہے ہیں phi ok کر رہا ہے کیونکہ یہ امکان نہیں ہے ہم نوٹیشن
تو قدرتی طور پر ریاضی میں آپ کے پاس پہلے سے ہی سیٹ کے اشارے موجود ہیں نظریاتی کارروائیاں
سے مساوی ہے b کے مطابق ہے ایک واقعہ b ایک سیٹ a تو یقینی طور پر اگر ایک واقعہ
واقعات ہیں اور وہ اب سیٹ ہیں سیٹ تھیوری میں ہمارے پاس یونین انٹرسیکشن فرق تکمیلی وغیرہ ہے b اور a تو
تو قدرتی طور پر جو تعمیر کا باعث بنے گا۔ نئے واقعات کی
ٹھیک ہے b اور a تو میں اس کے بارے میں بات کرتا ہوں لہذا دو واقعات کا اتحاد ہے لہذا اگر میں کہوں کہ
کو دو واقعات ٹھیک ہونے دیں b اور a تو
میں دونوں ہیں rb اس کا مطلب ہے کہ ہم ان تمام عناصر پر مشتمل ہیں جو ایک b تو سیٹ تھیوری میں اتحاد
دونوں ہیں b یا a یا دونوں میں سے کسی ایک کا ہونا اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس طرح b یا a تو یہاں اس کا مطلب ہوگا
میں سے ایک کا ہونا اب یہ نمائندہ ہے۔ ناراضگی اچھی ہے کیونکہ ہم اصل میں اسے دو سے b اور a تو ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ کم از کم
اب c یونین b زیادہ لکھنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں آہ دیکھیں ہم تین کے اتحاد کے بارے میں بھی بات کر سکتے ہیں جیسے کہ ایک یونین
کے برابر ہے اس کا کیا n کہتے ہیں کیا میں ایک سے ai تھوڑا سا ہم مزید ریاضیاتی اشارے لیتے ہیں میں کچھ نوٹیشن دوں گا جسے یونین
واقعات کا اتحاد ہے لہذا ریاضی کے لحاظ n کا مطلب ہے کہ an مطلب ہے کہ میں ایک یونین کو 2 پر غور کر رہا ہوں اور اسی طرح یونین
سے آپ ان سیٹوں کو تلاش کر سکتے ہیں اس کا مطلب ہے کہ عناصر کا 1 عناصر میں ہونا ضروری ہے دو وغیرہ میں ہونا چاہیے اس کا مطلب ہے
کہ تمام عناصر جو ایک میں ہیں یا دو یا تین ایک میں ہیں ان میں سے دو میں ہیں ان میں سے تین میں ہیں وغیرہ وغیرہ ان سب کا تعلق اصل میں یونین
کے برابر ہے n کی موجودگی ایک سے ai کے لیے کم از کم ایک i سے ہوگا لہذا یہ امکان میں ہے اصطلاحات کا مطلب یہ ہوگا کہ ai
اصطلاحات کی ایک محدود تعداد کی جگہ ایک سے لامحدود تعداد پر aii آئیے ہم اسے تھوڑا سا مزید بڑھاتے ہیں ہم سمجھ سکتے ہیں کہ یونین
کا وقوع ہونا جہاں میں ایک دو کے برابر ہے اور اسی طرح دو ai پھر اس کا مطلب ہوگا کم از کم ایک o s غور کر سکتا ہوں امکانات کے
واقعات کے اس اتحاد کو میں واقعات کے لحاظ سے بیان کرنے کے قابل ہوں جس کا مطلب یہ ہے کہ واقعہ میں اس کا مطلب ہے کہ اس کا مطلب
کم از کم ایک کا ہونا ہے۔ ان میں سے اسی طرح آپ کے پاس سیٹوں کا تقطیع ہے تاکہ واقعات کے انقطاع کی تشریح کی طرف لے جائے لہذا مثال
ہے b کے طور پر اگر میرے پاس سیٹ تھیوری میں ایک انٹرسیکشن
دونوں کا بیک وقت وقوع پذیر b اور a میں مشترک ہیں لہذا امکان میں اس کا مطلب ہوگا کہ اب b اور a تو اس کا مطلب ہے کہ عناصر جو
ہونا اسی طرح اب ہم اس تصور کو دو سے زیادہ تک بڑھا سکتے ہیں جس کا مطلب ہے ایک انقطاع ایک دو اور اسی طرح انتفاضہ اور اس کا مطلب
ایک سے لامحدود کے برابر aii ہے ایک اور دو کا بیک وقت ہونا اور ہم اسے مزید بڑھا سکتے ہیں
تو اس کا مطلب ہے ایک دو کا بیک وقت ہونا اور اسی طرح اس کا مطلب ہے کہ ان میں سے تمام لامحدود تعداد کا بیک وقت ہونا اب ہمارے پاس کچھ
میں ہیں a سیٹ کا فرق معلوم ہے اس کا کیا مطلب ہے وہ عناصر جو b مزید اصطلاحات ہیں مثال کے طور پر آپ کو سیٹ تھیوری میں مائنس
b لیکن میں نہیں ہیں اس کی اصل میں ایک اور نمائندگی بھی ہے ہم اسے انٹرسیکشن b complement ah ok complementation
notation میں نہیں ہیں ان کو b کے طور پر بھی لکھ سکتے ہیں اگر آپ سب جانتے ہیں یونیورسل سیٹ ہے پھر جو عناصر b
complement میں کہا جائے گا ٹھیک ہے اب امکان نظریہ کے تناظر میں یونیورسل سیٹ کیا ہے لہذا یہاں آپ نمونے کی جگہ کو یونیورسل سیٹ
سمجھ سکتے ہیں کیونکہ تمام واقعات صرف اسی کے تناظر میں ہیں
واقع نہیں ہوتا b واقع ہوتا ہے جو ہوتا ہے لیکن a کا نہیں یعنی b کا واقع ہونا لیکن a تو یہاں اس کا مطلب ہوگا
کہوں a کی تشریح ہے اسی طرح اگر میں واقعہ کو b تو یہ مائنس
تو کیا ہوگا تکمیلی کا مطلب ہے ایک تکمیل کا مطلب یہ ہوگا کہ اب سیٹ تھیوری میں موجود نہ ہونا ہمارے پاس متضاد سیٹوں کا تصور ہے لہذا اگر
کوئی عناصر مشترک نہ ہوں
واقع ہوتا ہے a کے برابر ہے اس کا مطلب ہے کہ اگر ection b phi تو سیٹوں کو متضاد کہا جاتا ہے لہذا اگر ہم ایک انٹرس کہتے ہیں
واقع ہوتا ہے b واقع نہیں ہوتا ہے اگر b تو
واقع نہیں ہوتا ہے لہذا ہم ان کو متضاد یا باہمی خصوصی واقعات کہتے ہیں اب اگر ہم اسے مزید بڑھاتے ہیں a تو
کے برابر ہے۔ b تو میں اس طرح غور کرسکتا ہوں جیسے ایک چوراہا phi b intersection c برابر ہے phi a
intersection c برابر ہے phi etcetera یعنی کئی واقعات ہیں اور اس میں ہر ایک جوڑا منقطع ہے
فرض کریں کہ ایک ایک an دو a one a ah کہا جاتا ہے لہذا اگر میں کہوں pairwise disjoint events تو ایسے واقعات کو
کے برابر نہیں ہے i j کے برابر ہے phi برابر ہے aj انٹرسیکشن ai کوئی بھی واقعات ٹھیک ہیں اور ہمارے پاس an دو
اگر میرے ah دو وغیرہ کو جوڑے کے لحاظ سے متضاد واقعات جوڑے کے لحاظ سے باہمی طور پر خصوصی واقعات کہتے ہیں a 1 a تو
پاس ایک ہے کچھ نمونے کی جگہ اور میں اس نمونے کی جگہ سے کچھ واقعات پر اس طرح غور کر رہا ہوں کہ اگر میں ان سب کو ایک ساتھ
سمجھتا ہوں
تو اس سے مجھے مکمل نمونہ کی جگہ مل جاتی ہے
کے برابر ہے نمونے کی جگہ کے برابر ہے پھر ہم کہتے ہیں کہ واقعات n کا اتحاد ہو ایک سے aii تو وہ مکمل واقعات کہلاتے ہیں لہذا اگر
ایک ایک دو اور مکمل ہیں
تو اصل میں مکمل معنی یہ ہے کہ وہ نمونے کی جگہ کے تمام امکانات کو ختم کر دیتے ہیں اسی لیے ہم انہیں مکمل واقعات کہتے ہیں۔ میں یہاں
صرف ایک مثال دیتا ہوں فرض کریں کہ میں ایک ڈائی کے رولنگ پر غور کرتا ہوں
کو واقعہ دو چار f کو ایک تین پانچ اور e تو میرے نمونے کی جگہ ایک دو تین چار پانچ چھ ہے فرض کریں کہ میں واقعہ کی تعریف کرتا ہوں
چھ کے طور پر
باہمی طور پر الگ ہیں لہذا بنیادی طور پر زبان کے لحاظ سے اگر میں بولوں f اور e تو ہم اس کے بارے میں دو چیزوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔
گا
وہ واقعہ ہے جس میں ایک جفت عدد کا مشاہدہ کیا جاتا ہے f وہ واقعہ ہے جس میں طاق عدد کا مشاہدہ کیا جاتا ہے e تو میں کہوں گا
تو باہمی طور پر مخصوص کا مطلب یہ ہے کہ اگر ایک طاق عدد ہے مشاہدہ کردہ ایک بھی عدد کا مشاہدہ نہیں کیا جا سکتا اور اس کے برعکس
دوسری بات یہ ہے کہ اگر میں تمام امکانات پر غور کروں

تو وہ یا
خصوصی اور مکمل وہی ہوگا جو y مکمل ہیں آہ باہمی کا یہ نام f اور e کے برابر ہے لہذا f s یونین e میں ہیں کیونکہ f یا e تو اصل میں امکان کی پہلی تعریف کے لیے استعمال کیا جائے گا اس لیے پہلے لیکچر میں میں نے حقیقت میں نظریہ امکان کے تاریخی سیاق و سباق کا تھوڑا سا تعارف کرایا ہے جہاں یہ سب مفید ہے کہ ہم اصل میں کیوں کرنا چاہتے ہیں۔ اس چیز کا مطالعہ کریں اور دوسری یہ کہ اپنے اگلے لیکچر میں کچھ بنیادی اصطلاحات دی گئی ہیں میں احتمال نظریہ کی بنیادی تعریفیں پیش کروں گا کہ احتمال کیسے متعارف کرایا جاتا ہے اور پھر آہ ہم اس کے فوائد نقصانات پر غور کرتے ہوئے آگے بڑھیں گے ۔ مسائل اس لیے اگلے چار پانچ لیکچرز میں میں آہ پروبیبلٹی تھیوری کی بنیادی تفہیم دینے کا ارادہ رکھتا ہوں جو گیارہویں اور بارہویں جماعت میں مفید ہے شکریہ

Prutor@IITK