

म्हणून सुप्रभात आज मी विषय संभाव्यता सिद्धांत सुरू करणार आहे आता संधी यादृच्छिकतेची अनिश्चितता यासारख्या अटी कदाचित अनादी काळापासून वापरल्या जात आहेत जेव्हा लोकांना हे समजले होते की गोष्टी घडत नाहीत.

नियोजित प्रमाणे म्हणून मी अनिश्चिततेची काही उदाहरणे देत आहे जसे की उद्या हवामान कसे असेल त्यामुळे पावसाळ्याचा दिवस असेल की खूप थंड असेल किंवा मध्यम थंड असेल किंवा ते उबदार असेल किंवा ते असेल की नाही ढगाळ वातावरण आहे

त्यामुळे आज जन्मलेले मूल ते प्रौढ झाल्यावर किती उंची गाठेल याची अनिश्चितता आहे,

त्यामुळे आपल्याला माहित आहे की, दैनंदिन जीवनात आपण अंदाज लावू शकत नाही की प्रौढ व्यक्ती किती उंची गाठेल.

अनिश्चितता उदाहरणार्थ आपण विचार करू शकतो की यावर्षी अन्नधान्य उत्पादनाचे एकूण प्रमाण किती असेल आमच्याकडे ठराविक क्षेत्र असू शकते किंवा विशिष्ट पिकासाठी पेरलेल्या बियाण्याची निश्चित रक्कम असू शकते परंतु अंतिम अन्नधान्य जीआर आयन हे विविध गोष्टींवर अवलंबून असते उदाहरणार्थ आहे सिंचन काय आहे प्रजनन क्षमता किती आहे की वर्षभरात कोणतीही नैसर्गिक आपत्ती आली आहे की नाही इत्यादी

त्यामुळे एकूण रक्कम बदलू शकते म्हणून आपण एखाद्या व्यक्तीच्या पूर्ण वयाचा अंदाज लावू शकत नाही .

खूप निरोगी पण तरीही तो तरुण मरू शकतो विविध कारणांमुळे एखादी व्यक्ती अनिश्चित असू शकते परंतु चक्रीवादळाच्या वेळी तो खूप जास्त काळ जगू शकतो , जर आपण एक औषध घेतले तर समजा तुम्हाला सर्दी झाली आणि तुम्ही ते घेतले औषधोपचार पण बरे होण्यासाठी किती वेळ लागेल हे सांगता येत नाही की एखाद्या व्यक्तीचा रक्तदाब किती असेल म्हणून आम्ही रुग्ण डॉक्टरकडे गेल्यावर रक्तदाब मोजतो मग तो 120 बाय 80 आहे की नाही हे नेमके काय आहे? 130 बाय नव्वद आहे की नाही ते एक पंधरा बाय पंचाहत्तर आहे इत्यादि म्हणजे आपण परीक्षा घेतो तेव्हा काय असते हे अनिश्चित आहे

त्यामुळे किती विद्यार्थ्यांना किती गुण मिळाले हे अनिश्चित आहे म्हणून उदाहरणार्थ मी h लिहिले आहे अनेक विद्यार्थी परीक्षेत ७५ टक्क्यांहून अधिक गुण मिळवतात त्याचप्रमाणे जेव्हा आपण कोणत्याही यांत्रिक इलेक्ट्रिकल किंवा इलेक्ट्रॉनिक उपकरणांचा विचार करतो तेव्हा त्याचे एकूण आयुष्य किती असते, उदाहरणार्थ जर आपण ट्यूबलाइटचा विचार करत असाल तर तासांमध्ये एकूण आयुष्य किती आहे ते सांगा.

100 तास उजेड पडेल की 500 तास प्रकाशेल की 1000 तासांसाठी उजेड पडेल वगैरे वगैरे खरं तर मी रोमन नाटककार कथाकारांचे एक अवतरण देत आहे की प्रत्येकाने मुख्य संधीवर बारीक नजर ठेवली पाहिजे म्हणून अशा अनेक आहेत यादृच्छिकता हा मानवी जीवनाचा एक अपरिहार्य घटक आहे असे विधान अहो मी काही ऐतिहासिक पुरावे देईन

त्यामुळे संभाव्यतेचा सिद्धांत सतराव्या शतकाच्या मध्यभागी उद्भवला आहे काही गणितज्ञांनी प्रामुख्याने अभ्यास केला आहे ज्याचे स्वरूप सोळाशे एक ते सोळा पासष्ट पास्कल होते.

सोळा तेवीस ते सोळा बासष्ट दोन हेन्झ सोळा एकोणतीस ते सोळा नव्वद जेम्स बी ernali सोळा चौपन्न ते सतराशे पाच इत्यादि अहो हे तुम्ही म्हणू शकता असे काही प्रमुख गणितज्ञ आहेत ज्यांनी आपापसात संभाव्यतेशी संबंधित विविध समस्यांवर चर्चा करण्यास सुरुवात केली

आणि त्यांच्या चर्चेद्वारे आणि काही समस्या सोडवल्या गेल्यामुळे विषयाची संभाव्यता वाढू लागली.

असे म्हणू शकतो की बहुधा वैद्य आणि गणितज्ञ जी कार्डिन ज्यांचा काळ 1501 ते 1575 पर्यंतचा आहे, बहुधा संभाव्यतेचा पद्धतशीर सिद्धांत विकसित करणारा तो पहिला होता, खरेतर तो एक जुगारी होता म्हणजे तो फासे नाण्यांच्या पत्त्यांचा जुगार खेळत असे आणि म्हणूनच तो पत्त्यांचा खेळ खेळत असताना किंवा तो फासाचा खेळ खेळत असताना विविध शक्यतांच्या संभाव्यतेचा शोध घेण्यासाठी त्याच्या संभाव्यतेमध्ये स्वारस्य निर्माण झाले होते,

त्यामुळे तो प्रत्यक्षात कार्डिनोचा फोटो दाखवण्यासाठी त्याचे काम १६६३ मध्ये प्रकाशित झाले होते.

त्याच्या मृत्यूनंतर आणि ते 15 पृष्ठांचे एक नोटबुक होते ज्यामध्ये 32 लहान प्रकरणे होते संधीचे खेळ आणि त्याने काही समस्या सोडवल्या ज्या अह काँडिन्ग टॉसिंग डार्ई थ्रोइंग इत्यादीशी संबंधित आहेत आणि तुम्ही म्हणू शकता की आहे तो पहिला आहे ज्याने पद्धतशीरपणे आहे विषय तयार करण्यास सुरुवात केली, तुम्ही संभाव्यतेच्या प्राथमिक संकल्पना म्हणू शकता , त्यानंतर विषय निवडला गेला.

इतर अनेक गणितज्ञांनी मी फॉर्मॅटला पास्कल इसेटेरा असे नाव दिले आणि त्यांच्या चर्चेतून हा विषय आता स्फटिक बनू लागला आहे आता मी काय करू मी तुम्हाला संभाव्यतेच्या काही प्राथमिक संकल्पना देईन आणि त्याद्वारे मी तुम्हाला संभाव्यतेच्या काही व्याख्या देईन ज्याद्वारे संभाव्यतेच्या समस्या सोडवल्या जाऊ शकतात म्हणून आपण प्रथम पारिभाषिक शब्द पाहू या म्हणून प्रथम पारिभाषेचा प्रयोग हा शब्द आहे

त्यामुळे वैज्ञानिक परिभाषेत प्रयोग म्हणजे काय एक प्रयोग म्हणजे एखाद्या गोष्टीचे निरीक्षण करणे किंवा एखादी गोष्ट आयोजित करणे ज्याचा परिणाम परिणाम होतो म्हणून आपण विचार करूया.

येथे उदाहरणे आहे मी तुम्हाला सुरुवातीला काही उदाहरणे दिली आहेत मी काही उदाहरणे पुन्हा सांगतो त्या उदाहरणांपैकी आणि म्हणा की हा प्रयोग कसा आहे म्हणून मी येथे उद्याच्या हवामानाचा उल्लेख केला आहे

त्यामुळे येथे आपण प्रयोग करत नाही तर आपण निरीक्षण करत आहोत परंतु परिणाम दिसून येईल, उदाहरणार्थ उद्या ढगाळ आहे किंवा उद्या खूप थंडी आहे का किंवा उद्या सूर्यप्रकाशाचा दिवस आहे वगैरे वगैरे म्हणून आपण निरीक्षण करत आहोत म्हणून मी मुलाची उंची किती आहे हे दिले आहे म्हणून आपण फक्त निरीक्षण करत आहोत याचा अर्थ आपण प्रयोग करत नाही तर काहीतरी घडत आहे आणि आपण परिणाम पाहतो म्हणजे एक प्रयोग आहे.

दुसरे काहीतरी घडते याचे निरीक्षण करणे म्हणजे एखादी गोष्ट आयोजित करण्यासारखे आहे ज्याचा परिणाम परिणाम होतो, तर हे विज्ञानाच्या क्षेत्रात केलेल्या प्रयोगांसारखे आहे , उदाहरणार्थ, तुम्ही भौतिकशास्त्रात प्रयोग करता, रसायनशास्त्रात प्रयोग करता,

जेनेटिक्समध्ये जीवशास्त्रात प्रयोग करता.

सैद्धांतिक किंवा व्यावहारिक प्रयोगांचे जे प्रयोगशाळेच्या परिस्थितीत केले जातात जेथे परिणाम होईल आता काहीतरी व्हा दोन प्रकारच्या गोष्टी आहेत एक म्हणजे निर्धारवादी प्रयोग म्हणजे निर्धारक प्रयोगात जर प्रयोग आयोजित केल्यावर आम्हाला प्रयोगाचा परिणाम माहित असेल तर आम्हाला प्रयोगाचा परिणाम माहित आहे, उदाहरणार्थ तुम्हाला तुमच्या अह भौतिकी प्रयोगशाळेत किंवा रसायनशास्त्र प्रयोगशाळेत माहित आहे.

इत्यादि तुम्ही काही प्रयोग करता आणि बऱ्याच वेळा तुम्हाला आधीच माहित असते की परिणाम काय होईल उदाहरणार्थ एक साधा प्रयोग म्हणजे विशिष्ट रसायनांचे मिश्रण आणि नंतर प्रतिक्रिया पाहणे कारण हा प्रकार आधीच ज्ञात आहे म्हणून तुम्हाला माहित आहे की परिणाम काय होईल.

सर्वात सोपी गोष्ट आहे उदाहरणार्थ जर तुम्ही ऑक्सिजनचे दोन रेणू आणि हायड्रोजनचा एक रेणू म्हटला तर तुम्हाला माहित आहे की हे पाण्याचे सूत्र आहे त्याचप्रमाणे जर मी एक भांडे घेऊन त्यात पाणी ठेवले आणि आम्ही ते हिटरवर ठेवले तर आम्ही ते पाहतो.

तापमान 100 अंश सेल्सिअस म्हणून वाढते आणि वातावरणाचा दाब 760 म्हणजे म्हणजे पाणी उकळेल याचा परिणाम आपल्याला माहित आहे असे काही वैज्ञानिक प्रयोग आहेत ज्यात परिणाम ज्ञात आहे या प्रयोगांना संभाव्यता सिद्धांतातील निर्धारवादी प्रयोग असे म्हणतात.

प्रयोग पहा किंवा आपण प्रयोग करतो पण परिणामाचा अंदाज आधीच सांगता येत नाही, म्हणून अगदी सोप्या नाण्यापासून सुरुवात करणे जसे की आपण नाणे विचारात

घेऊन नाणेफेक केली तर आपण नाणेफेक केल्यास आपली शोपटी वर येईल की नाही हे आपल्याला माहित नाही.

मग आम्हाला माहित नाही की तुम्हाला एक दोन तीन चार पाच किंवा सहा मिळतील की आम्ही कार्डांच्या चांगल्या प्रकारे फेरफार केलेल्या डेकचा विचार केला आणि यादृच्छिकपणे कार्ड काढले तर आता या बावन्न कार्डांपैकी कोणती कार्डे बाहेर येतील हे आम्हाला माहित नाही.

तुम्ही पाठ्यपुस्तक किंवा वर्गातील प्रयोग असे काही म्हणू शकता परंतु तुम्ही ते प्रयोगांसाठी सामान्यीकृत केले आहेत ज्यांचा मी आत्ताच उल्लेख केला आहे.

हवामानाचे निरीक्षण करणे म्हणजे आपल्याकडे कितीही वैज्ञानिक ज्ञान असले किंवा किती वैज्ञानिक विकास झाला हे महत्त्वाचे नाही पण दिवसाचे तापमान किती वाजता असेल हे निश्चितपणे सांगता येत नाही त्यामुळे इथे अनिश्चितता आहे तो तसाच यादृच्छिक प्रयोग आहे.

एखाद्या मुलाच्या उंचीबद्दल एखाद्या व्यक्तीचे आयुष्य किंवा उपकरणाचे आयुष्य कितीही वैज्ञानिकदृष्ट्या कितीही अचूक असले तरीही आपण उत्पादित वस्तू उदाहरणार्थ लाइट बल्ब तयार करतो परंतु आपण असे म्हणू शकतो की त्याचे वास्तविक आयुष्य काय असेल ते 5 असेल? तास 20 तास असतील की ते 1000 तास असतील आम्ही तंतोतंत सांगू शकत नाही आपण एक श्रेणी देऊ शकता कदाचित आपण म्हणू शकता की ते 5 तास ते 50 तासांच्या दरम्यान असेल किंवा असे विधान म्हणून आपण अंदाजे विधान देऊ शकता परंतु आपण निश्चित विधान देऊ शकत नाही म्हणून ही सर्व नॉन-डिटरमिनिस्टिक उदाहरणे आहेत यादृच्छिक प्रयोग आहेत म्हणून औपचारिकपणे मी एक व्याख्या देऊ शकतो जेव्हा एखादा प्रयोग आयोजित केला जातो.

परिणामाचा आगाऊ अंदाज लावता येत नाही मग त्याला यादृच्छिक प्रयोग म्हणतात आता एक प्रश्न पडतो जर प्रयोग यादृच्छिक असेल तर त्याचा अभ्यास करून काय उपयोग, उदाहरणार्थ मी म्हणतो नाणे फेकण्याच्या प्रयोगात पुढचा वर्ग मला एक देईल.

डोके किंवा शोपट जे मला माहित नाही मग मी एक विषय विकसित करण्यात आणि या गोष्टीचा अभ्यास करण्यासाठी माझा वेळ का घालवायचा आता याचे औचित्य हे आहे की प्रत्येक चाचणीमध्ये डोके येईल की शोपट येईल हे मला माहित नाही .

परंतु दीर्घकाळात जर मला माहित असेल किंवा नाणे निःपक्षपाती किंवा न्याय्य नाणे आहे असे आम्हाला वाटत असेल तर हजारो चाचण्यांपैकी तुम्हाला 500 डोके आणि 500 शोपटी असतील किंवा तुम्ही चालवल्यास अंदाजे 490 डोके आणि 510 शोपटी म्हणू शकता .

प्रयोग करा समजा ते पक्षपाती आहे समजा तुमच्याकडे पक्षपाती नाणे असेल तर तुम्ही ते दीर्घकाळ चालवलेत तर शोपट्यांमधले डोके आणि शोपटींचे अंदाजे गुणोत्तर प्रत्यक्षात असेल तितके पूर्वाग्रहाचे प्रमाण असेल उदाहरणार्थ i फा हेड शोपटीच्या तुलनेत तिप्पट होण्याची शक्यता आहे , याचा अर्थ ते डोक्याच्या बाजूने जोरदारपणे पक्षपाती आहे , मग साधारणपणे तुम्ही हजार वेळा प्रयोग केला तर कदाचित सुमारे 750 वेळा तुम्हाला डोके असेल आणि 250 वेळा तुम्हाला एक डोके मिळेल.

टेल आता हे दीर्घकालीन वर्तन आपल्याला संभाव्यतेच्या सिद्धांताच्या विषयाचा अभ्यास करण्यास प्रोत्साहित करते , उदाहरणार्थ, जर मी हवामानाबद्दल बोलतो तर दररोज हवामानाचे अंदाज असतात

त्यामुळे हवामानाचे अंदाज दीर्घकालीन वर्तनावर आधारित असतात, जसे आपण उद्या म्हणतो तसे दिल्लीत वीस ते बावीस अंश सेल्सिअस तापमानाला स्पर्श होण्याची शक्यता आहे , तर याचा अर्थ असा की गेल्या शंभर वर्षात किंवा शंभर पन्नास वर्षात असे दिसून आले आहे की वर्षाच्या या विशिष्ट दिवशी तापमान या दरम्यान इतके दीर्घकाळ असते.

वर्तन ज्याला सांख्यिकीय नियमितता म्हणतात हेच आपल्याला संभाव्यता सिद्धांताच्या विषयाचा अभ्यास करण्यास प्रोत्साहित करते कारण प्रत्येक आह प्रयोग केला तरी काय असेल प्रत्येक चाचणीचा निकाल कदाचित आम्ही सांगू शकत नाही परंतु दीर्घकाळात आम्हाला माहित आहे की चाचण्यांचे प्रमाण काय आहे ज्यामुळे विशिष्ट निकाल मिळतील अह आता आमची चिंता फक्त यादृच्छिक प्रयोगांचा अभ्यास करणे आहे जेणेकरून आम्ही जेव्हा एक चाचणी घेतो तेव्हा यादृच्छिक प्रयोगांचा प्रत्यक्ष परिणाम काय होईल हे आम्हाला माहित नाही परंतु आम्हाला माहित आहे की परिणाम असा काहीतरी असू शकतो ज्याची मी गणना करू शकतो म्हणून जर आपण या गणनेचा विचार केला तर आम्ही तो एक संच बनवतो तर त्या संचाला नमुना जागा म्हणतात म्हणून आम्ही औपचारिक देतो यादृच्छिक प्रयोगाच्या सर्व संभाव्य परिणामांच्या परिभाषेला

सॅम्पल स्पेस म्हणतात आणि आम्ही सहसा नोड वापरतो आम्ही सामान्यतः नोटेशन सेट वापरतो सैद्धांतिक नोटेशन म्हणजे काही संच म्हणून कॅपिटल s किंवा काहीवेळा आम्ही सूचित करण्यासाठी ओमेगा नोटेशन वापरतो म्हणून मी देतो अशा काही गोष्टींची उदाहरणे म्हणजे समजा आता दोन नाणी फेकली जातात तेव्हा नाणी देण्याचे काम केले जाते तेव्हा आपण काय पाहतो आपण डोके आले आहे की शोपूट आले आहे हे पाहतो

त्यामुळे दोन नाणी असतील तर शक्यता दोन्ही डोके असू शकते दोन्ही शोपूट असू शकते एक डोके असू शकते आणि एक शोपूट असू शकते आता जर दोन नाणी असतील तर डोके आणि शोपूट अदलाबदल करू शकतात जसे पहिले एक डोके दुसरे एक शोपूट पहिले शोपूट दुसरे शोपूट आहे हेड इत्यादि जर आपण असे मोजले तर सॅम्पल स्पेस असे लिहिले जाऊ शकते म्हणून कृपया येथे माझी चिन्हे लक्षात घ्या hh म्हणून ही ऑर्डर केलेली जोडी सूचित करते की पहिल्या नाण्यावर हेड आहे दुस-या नाण्यावर डोके आहे तर तुम्हाला डोके असू शकते पहिल्यावर तुम्हाला शोपटी असू शकते दुसऱ्याला शोपूट असू शकते आणि दुसऱ्याला डोके असू शकते आणि तुमच्या दोन्हीवर शोपटी असू शकतात

त्यामुळे हा यादृच्छिक प्रयोग म्हणजे आम्ही दोन नाणी फेकली आहेत आणि आम्ही परिणाम पाहत आहोत संभाव्य परिणाम चार प्रकारचे असतात

त्यामुळे या नमुना जागेत चार घटक असतात

त्यामुळे मला ते थोडेसे गुंतागुंतीचे करू द्या म्हणून समजा आपण म्हणतो की समजा एक नाणे आणि एक डाई एकत्र फेकले तर आता नमुना जागा कशी परिभाषित करावी एका नाण्याचा परिणाम वाईट आहे आणि नाण्याच्या डाय आउटकमचा परिणाम आमच्याकडे असेल नाण्याचे डोके किंवा शोपूट असू शकते आणि डायचा परिणाम एक दोन तीन चार पाच आणि सहा असू शकतो आता मी प्रयोगाचा एकत्रित विचार करत आहे तेव्हा मला लिहावे लागेल सॅम्पल स्पेस देखील संयुक्त स्वरूपात आहे म्हणून जर मी समान संचाच्या सैद्धांतिक प्रतिनिधित्वाचा विचार केला आणि ऑर्डर केलेली जोडी प्रथम नाण्याचा परिणाम म्हणून दर्शविले आणि दुसऱ्यामध्ये डायसाठी परिणाम असेल तर मी ते प्रथम असे लिहू शकतो एक तुमच्याकडे हेड म्हणून नाण्याची घटना असू शकते आणि नंतर तुमच्या फासावर नंबर एक असू शकतो तुमच्याकडे नाण्यावर डोके असू शकते दोन डायवर आणि त्याचप्रमाणे डोक्यावर आणि सहा तर तुम्हाला शोपूट एक आणि शोपूट आणि सहा असू शकतात म्हणून येथे तुम्ही तुम्ही पाहू शकता की नाण्यावर दोन परिणाम आहेत आणि डायवर सहा संभाव्य परिणाम आहेत

त्यामुळे दोन ते सहा तुम्हाला नमुना जागेत 12 संभाव्य परिणाम आहेत अहो समजा मी विचार करतो की दिवसाची वेळ काय आहे ठीक आहे, तर उदाहरणार्थ आम्ही o आहेत काही इव्हेंटचे निरीक्षण करणे ठीक आहे, मग ती घटना दिवसाच्या कोणत्या वेळी घडली, म्हणून आता जर तुम्ही दिवसाची वेळ म्हटली तर तुम्ही ती कशी पाहणार आहात याचा अर्थ तुम्ही घड्याळात वेळ पाहता आता मानक घड्याळे त्यांना तीन हात एक असतील तासासाठी एक मिनिटासाठी एक आणि सेकंदासाठी एक आणि जेव्हा आपण निरीक्षण करतो तेव्हा आपण पूर्णांक मूल्यांमध्ये त्यांचे निरीक्षण करतो उदाहरणार्थ तास 1 2 3 ते 12 पर्यंत असेल.

त्याचप्रमाणे जर तुम्ही मिनिटाचे निरीक्षण केले तर मिनिट असे म्हणू

एक मिनिट दोन मिनिटे तीन मिनिटे अशा प्रकारे शून्यापासून सुरुवात करा कारण ती पूर्ण तासावर असेल तर शून्य असेल तर पन्नास नऊ पर्यंत त्याचप्रमाणे जेव्हा तुम्ही सेकंदाचे निरीक्षण कराल तेव्हा दुसरा पुन्हा शून्य एक दोन ते पन्नास नऊ पर्यंत असेल आता हा मी आहे मी एक निरीक्षक म्हणून बोलत आहे पहा जर मी दिवसाची वेळ म्हटली तर वेळ मध्यरात्री बारा ते पुढील बारा मध्यरात्री किंवा बारा मध्य दुपार ते दुपारच्या बारा मध्यरात्री असू शकते याचा अर्थ असा आहे की तुमच्याकडे चौवीस तासांचा कालावधी असू शकतो आणि तो सतत चालू असतो पण मी बदल बोलत आहे जेव्हा आम्ही निरीक्षण करतो आणि आम्ही अहवाल देतो तेव्हा आम्ही या तासांच्या हँड मिनिट आणि सेकंदासाठी पूर्णांक मूल्यांच्या संदर्भात अहवाल देतो म्हणून आम्ही नमुना स्पेस अशा प्रकारे लिहू शकतो म्हणून मी नोटेशन वापरत आहे म्हणे s येथे आता एक जोडी आहे म्हणून मी ते सांगेन mnp बरोबर आहे का ते mn आणि p ही क्रमबद्ध तिप्पट आहे जिथे m 1 2 पर्यंत 12 n पर्यंत मूल्ये घेऊ शकतात 0 1 2 59 मूल्ये घेऊ शकतात आणि p शून्य एक ते पन्नास नऊ मूल्ये घेऊ शकतात जर आपण सतत वेळेचा विचार केला तर आपण नमुना जागा लिहू शकतो 0 ते 24 म्हटल्याप्रमाणे, म्हणजे आह म्हणा बारा मध्यरात्री ते बारा मध्यरात्री दरम्यान, जर तुम्ही मानक शब्दावली वापरत असाल तर शून्य ते चौवीस, परंतु येथे मी दुसऱ्यामध्येही विभाजन करू शकतो, त्यामुळे रेकॉर्डिंग उपकरणावर अवलंबून आहे.

तुमच्याकडे आहे मग आम्ही असे देखील लिहू शकतो आता या दोन प्रतिनिधित्वांमध्ये गोंधळून जाऊ नये जेव्हा आम्ही खरोखर एखादी विशिष्ट समस्या सोडवतो तेव्हा आम्हाला आमच्या सॅम्पल स्पेसचे निराकरण करावे लागेल जर आपण वेगवेगळ्या सॅम्पल स्पेसचा विचार केला तर फरक समस्येवर हल्ला करण्याचे अनेक मार्ग असतील मी यासाठी दुसरे उदाहरण देईन समजा मी 100 मीटर धावण्याच्या शर्यतीत

ऑलिम्पिक मानकाचा विचार करत असाल तर ठीक आहे, जर तुम्ही ऑलिम्पिक मानकांचा विचार करत असाल तर तेथे 8 ते 10 धावपटू आहेत मी त्यांना pp 1 म्हणतो.

p 2 p 8 समजा 8 धावपटू असतील तर प्रयोग कसा केला जातो याचा अर्थ सर्व खेळाडू सुरुवातीच्या बिंदूवर एकत्र येतात आणि नंतर एक सुरुवात होते आणि स्ट्रॉटर्स त्यांची धाव घेतात आणि आता विशिष्ट निर्दिष्ट वेळेत पूर्ण करतात.

आमची स्वारस्य सॅम्पल स्पेस वेगवेगळ्या प्रकारे परिभाषित केली जाऊ शकते, उदाहरणार्थ समजा मला विजेता कोण आहे यात स्वारस्य आहे जर आम्ही विजेत्याची नोंद केली तर नमुना जागा लिहिली जाऊ शकते याचा अर्थ असा आहे की आठ खेळाडूंपैकी एकही विजेता असू शकतो.

p एक p दोन p आठ दुसरीकडे समजा आम्हाला जिंकण्याच्या वेळेत स्वारस्य आहे जर आम्हाला स्वारस्य असेल तर नमुना जागा मला s2 म्हणून लिहू द्या कारण मी ते ऑलिम्पिक आहे मानक म्हणून मध्यांतर म्हणजे नऊ पॉइंट पाच सेकंद ते कदाचित दहा सेकंद असे म्हणता येईल इथे रेकॉर्डिंग काही सेकंदात आहे आता तुम्ही पाहू शकता की त्याच समस्येसाठी माझ्याकडे सॅम्पल स्पेसचे दोन वर्णन आहेत आता जेव्हा आम्ही समस्या सोडवतो तेव्हा हा एक महत्त्वाचा मुद्दा आहे संभाव्यतेनुसार, आम्ही नमुना जागा योग्यरित्या निर्दिष्ट केली पाहिजे

म्हणजे तुमची नमुना जागा तुम्हाला कोणत्या प्रकारात स्वारस्य आहे याच्याशी संबंधित आहे जर आम्ही एखाद्या विशिष्ट खेळाडूला आह विजेता म्हणून पाहत आहोत आणि नंतर आम्हाला त्याची संभाव्यता पहायची आहे.

विजेता कोण असू शकतो याच्या शक्यता पहाव्या लागतील

त्यामुळे ही नमुना जागा आहे तर जर मी एक प्रश्न विचारत असेल तर जिंकण्याची वेळ हा विश्वविक्रम होण्याची शक्यता काय आहे, उदाहरणार्थ आम्हाला माहित आहे की सध्या जागतिक विक्रम पॉइंट पाच आहे आठ सेकंद म्हणजे नऊ पॉइंट पाच शून्य ते नऊ पॉइंट पाच आठ दरम्यान जर वेळ असेल तर तो शब्द रेकॉर्ड होईल त्यामुळे येथे लागणारा वेळ ठरवेल की एस.

या विशिष्ट पद्धतीमध्ये पुरेशा जागेचे वर्णन करणे आवश्यक आहे , अर्थातच या प्रश्नांची उत्तरे देण्याचे वेगवेगळे मार्ग आहेत परंतु आपण संभाव्यता शोधण्याच्या विविध पद्धतींवर चर्चा केल्यावर पुढे येऊ.

समजा मी नमुना जागेचे दुसरे उदाहरण घेऊ.

एका वर्षात शहरात किती अपघात झाले याचा विचार केला तर एका वर्षात किती अपघात झाले आहेत, आता तुम्ही इथे सॅम्पल स्पेसची व्याख्या कशी कराल

त्यामुळे कदाचित वर्षभरात एकही अपघात झाला नसेल एक अपघात दोन अपघात वगैरे.

आता गोष्ट अशी आहे की येथे वरची मर्यादा काय असेल असे काय होते की सैद्धांतिकदृष्ट्या अपघातांची संख्या मर्यादित असेल हे माहित असले तरी कदाचित ते लहान शहर असेल तर समजा वर्षभरात 50 अपघात होतील.

दिल्ली किंवा बॉम्बे सारखे खूप मोठे शहर आहे मग अपघातांची संख्या हजारांमध्ये चालत असेल तर कदाचित दहा हजार अपघात असतील तर तुम्ही लि कसे लिहाल? k_e तुम्ही शून्य एक दोन वर दोन हजार लिहाल का प्रत्यक्षात आम्हाला येथे वरची मर्यादा घालण्याची गरज नाही आम्ही येथे अनंत मूल्यवान नमुना जागा म्हणून लिहू शकतो अहो, जेव्हा तुम्ही विशिष्ट आह पद्धतीवर आधारित संभाव्यता वितरण वाटप केले तेव्हा काय होईल सुरुवातीला असलेल्या मूल्यांना उच्च संभाव्यता वाटप करा आणि मूल्य वाढते म्हणून संभाव्यता खूपच लहान होते म्हणून सैद्धांतिकदृष्ट्या आपण 0 1 2 3 टाकू शकतो आणि असेच अनंत जोडू शकतो परंतु व्यावहारिकदृष्ट्या बहुतेक संभाव्यता मर्यादित संख्येवर केंद्रित केली जाईल.

त्याचप्रमाणे मी एखाद्या जीवाचे जीवन म्हणण्याचा विचार करत असल्यास

ठीक आहे जेव्हा आपण जीवन म्हणतो तेव्हा बहुतेक जीवांचे आयुष्य मर्यादित असेल म्हणून तुम्ही 100 म्हणण्यासाठी 0 सारखा मध्यांतर लावू शकता समजा मी वर्ष महिन्यांच्या मिनिटांत रेकॉर्ड करत आहे.

तुमच्याकडे कोणत्या प्रकारचे जीव आहेत यावर अवलंबून सेकंद , उदाहरणार्थ जर तुम्ही एखाद्या माणसाच्या जीवनाचा विचार करत असाल तर तुम्ही शून्य ते शंभर पन्नास असे म्हणू शकता.

जर मी शून्य ते शंभर पन्नास असे म्हंटले तर ही वरची सीमा प्रत्यक्षात फक्त असे दर्शवते की व्यावहारिकदृष्ट्या आपण 150 वर्षांपेक्षा जास्त जगलेल्या व्यक्तीचे निरीक्षण करत नाही कारण सामान्यतः आपण 80 वर्षे 85 वर्षे 90 वर्षे 95 वर्षे जगणारे लोक पाहतो.

संगीत] 100 वर्षे पूर्ण करत आहेत पण साधारणपणे 110 ओलांडणारे फारच दुर्मिळ लोक असतील कारण तेव्हा त्यांची नावे गिनीज बुक ऑफ वर्ल्ड रेकॉर्डमध्ये येतील आणि शंभर पन्नास वर्षांचे आयुष्य गाठणारे क्वचितच असतील.

सॅम्पल स्पेस टाकण्याचा हा एक व्यावहारिक मार्ग असेल अन्यथा सैद्धांतिकदृष्ट्या तुम्ही म्हणू शकता की ठीक आहे शून्य ते अनंतावर ठेवा ठीक आहे पण व्यावहारिक अर्थाने आम्ही आमची नमुना जागा अंतराल 0 ते 150 पर्यंत मर्यादित करू शकतो जर तुम्ही आता वर्षांमध्ये रेकॉर्डिंग करत असाल तर इतर शब्दावली म्हणून पहिली गोष्ट जी आपण संभाव्यता सिद्धांतामध्ये पाहिली आहे की आपण अशा प्रयोगांबद्दल चिंतित आहोत जे निसर्गात निर्धारवादी नसतात म्हणून आपण त्यांना यादृच्छिक प्रयोग म्हणतो t_s मी अनेक उदाहरणे दिली आहेत आता यादृच्छिक प्रयोगाच्या सर्व संभाव्य परिणामांच्या संचाला आम्ही नमुना जागा म्हणतो आणि मी काही उदाहरणांद्वारे स्पष्ट केले आहे की विविध प्रकारच्या सॅम्पल स्पेसचे वर्णन कसे केले जाऊ शकते आता पुढील गोष्ट म्हणजे काय करावे आम्ही प्रत्यक्षात संभाव्यता सिद्धांताचा अभ्यास करतो

त्यामुळे एक अह प्रश्न अह सामान्य प्रकारचा प्रश्न मी म्हणून की बल्बचे आयुष्य 20 तास ते 25 तासांच्या दरम्यान असण्याची संभाव्यता काय आहे म्हणून जेव्हा मी म्हणतो की मी बल्बचे आयुष्य घालत आहे 0 ते 1000 तास आणि मी एक अचूक प्रश्न 20 ते 25 तास विचारत आहे, जर मी 0 ते 1000 च्या मध्यांतराचा विचार करत आहे आणि त्यामधून जर मी 20 ते 25 घेत आहे तर तो प्रत्यक्षात एक उपसंच आहे त्याचप्रमाणे मी जर असे म्हंटले तर नाणे फेकले गेले आहे मला डोके किंवा शेंपूट मिळत आहे म्हणून जर मी म्हंटले की एक डोके असण्याची संभाव्यता काय आहे तर हेड काय दर्शवते हे दोन संभाव्य परिणामांपैकी एक संभाव्य परिणाम आहे म्हणून मी विचार केला तर हा उपसंच आहे h चा h आणि t म्हणून i n सर्वसाधारणपणे जेव्हा मी म्हणतो की मला एखाद्या गोष्टीची संभाव्यता शोधायची आहे ज्याला घटना म्हणतात आणि नंतर गणिताच्या भाषेत घटना म्हणजे नमुना स्पेसचा एक उपसंच आहे, म्हणून मला संभाव्यता सिद्धांतामध्ये औपचारिकपणे परिभाषित करू द्या आम्हाला शोधण्यात स्वारस्य आहे .

काही संभाव्य परिणामांच्या संभाव्यता या संग्रहांना किंवा तुम्ही असे म्हणू शकता की या निकालांच्या संग्रहांना घटना म्हणतात त्यामुळे घटना हा नमुना जागेचा उपसंच असतो म्हणून आपण येथे विविध उदाहरणांचा विचार करू या म्हणजे मी दोन नाणी फेकणे म्हटल्यास आणि मी इव्हेंट विचारात घेतल्यास e ht आणि th म्हणजे ही घटना वर्णन करत आहे की एक डोके आणि एक शेंपूट त्याच प्रकारे पाळले जाते असे आपण विचार करूया की मी पावसाव्यातील पावसाचे प्रमाण विचारात घेत आहे

त्यामुळे पावसाचे प्रमाण मिलिमीटर सेंटीमीटर इत्यादीमध्ये नोंदवले जाते.

पूर्ण सीझनसाठी मी सेंटीमीटर ओके मध्ये रेकॉर्डिंग करण्याचा विचार करू शकतो म्हणून येथे नमुना जागा 0 ते 200 सेंटीमीटर ठीक आहे असे म्हणता येईल हे सेंटीमीटरमध्ये आहे, जर मी ५० ते ७५ असा उपसंच मानला तर याचा अर्थ असा की पावसाचे प्रमाण ५० ते ७५ सेंटीमीटर दरम्यान आहे,

त्यामुळे येथे तुम्ही पाहू शकता की हा e हा s चा उपसंच आहे, मग मी काय म्हणत आहे.

सॅम्पल स्पेसचा कोणताही उपसंच ही एक घटना आहे जी तुम्ही येथे पाहू शकता की आम्ही संभाव्यतेच्या गणितीय प्रतिनिधित्वाकडे हळू हळू जात आहोत जेव्हा मी तुम्हाला सांगितले की 17 व्या शतकात किंवा 16 व्या शतकात युरोपमध्ये काही गणितज्ञांनी चर्चा करण्यास सुरुवात केली .

संभाव्यतेच्या समस्या म्हणून ते बोलत होते जसे की तीन फासे फेकताना 18 ची संभाव्यता किती आहे की आह दोन नाणी फेकताना एक शोपटी असण्याची शक्यता काय आहे इत्यादी अशा प्रकारच्या समस्या त्यांनी अभ्यासल्यापासून त्यावेळेस संच सिद्धांताची गणितीय चौकट नव्हती

त्यामुळे ते प्रसंगाचे वर्णन करून आणि नंतर अनेक शक्यता लिहून त्यावर अतिशय शब्दशः चर्चा करत होते.

h निबंधातील भाषेचा प्रकार आणि परिणामी ते उपाय शोधण्याचा प्रयत्न करत होते काहीवेळा त्यांना ते बरोबर मिळाले आणि अनेक वेळा त्यांना चुकीची उत्तरे देखील मिळाली म्हणून कारण असे की त्यांच्याकडे त्या विशिष्ट वेळी सेट थेअरी फ्रेमवर्क नव्हते.

हे जॉर्ज कॅटरने 19व्या शतकाच्या उत्तरार्धात विकसित केले आहे हे मला माहित आहे,

त्यामुळे आता जेव्हा सेट सैद्धांतिक नोटेशन्स असतील तेव्हा तुम्हाला दिसेल की व्याख्या आणि परिणामी संभाव्यतेची गणना अगदी सोपी झाली आहे म्हणून आता मी नमूद केलेली पहिली गोष्ट आमच्याकडे एक नमुना जागा आहे.

जे प्रत्यक्षात सर्व संभाव्य परिणामांचा एक संच आहे म्हणून आम्ही एक संच सैद्धांतिक नोटेशन दिले आहे आता मी जी दुसरी व्याख्या बोलत आहे ती एका घटनेची आहे

त्यामुळे घटना ही काही नसून नमुना जागेचा एक उपसंच आहे

त्यामुळे याचा अर्थ असा की आपण विशेषतः येथे सेट सिद्धांताच्या नोटेशन्सचे अनुसरण करण्याचा प्रयत्न करत आहे आणि तुम्हाला दिसेल की गोष्टी खूप छान झाल्या आहेत किंवा तुम्ही वास्तविक अह डेफिनिशियोसाठी आरामदायक म्हणू शकता.

याद्वारे संभाव्यतेच्या NS आता जेव्हा मी इव्हेंटबद्दल बोलतो तेव्हा आपल्याकडे अनेक प्रकारच्या घटना असतात त्यामुळे आपण एखाद्या इव्हेंटबद्दल बोलतो तेव्हा काही प्रकारचे अस्पष्ट विधान असू शकते जे आपण दैनंदिन जीवनात वापरतो.

संध्याकाळी पाऊस पडेल किंवा तुम्ही म्हणाल अरे ते शक्य नाही म्हणजे आम्ही काही कार्यक्रम देत आहोत किंवा तुम्ही म्हणू शकता की आम्ही काहीतरी खात्रीने बोलत आहोत की एकतर ते प्रत्यक्षात घडेल किंवा ते आता होणार नाही या घटना देखील आहेत.

संभाव्यता सिद्धांतामध्ये विचार केला जातो म्हणून आपण त्यांना शिअर इव्हेंट म्हणतो याचा अर्थ असा होतो की घटना निश्चितपणे घडेल, उदाहरणार्थ जर आपण डायला टॉस करण्याचा विचार करत आहोत

आणि जर मी 7 पेक्षा कमी किंवा बरोबरीची संख्या घडली असे म्हटले तर नक्कीच घडेल.

म्हणजे आपण असे म्हणत आहोत की डाय खरोखर एका विशिष्ट पृष्ठभागावर पडेल आणि आपण त्याचा वरचा चेहरा पाहतो

त्यामुळे संख्या एक दोन तीन चार पाच किंवा सहा असेल कारण या सहा संख्या आहेत ज्या तेथे आहेत अर्थातच आपण काहीतरी

अलौकिक घडण्याची शक्यता वगळत आहोत आणि रंग नाहीसा होऊ शकतो इत्यादी पण अन्यथा आपल्याला माहित आहे की जर आपण सॅम्पल स्पेसमधूनच काही निर्दिष्ट करत असाल तर ती एक कातर घटना आहे म्हणून मी पावसाळ्यात म्हटले तर पाऊस दहा हजार

सेंटीमीटरपेक्षा कमी असेल तर नक्कीच खात्री आहे कारण पावसाळ्यात दहा हजार सेंटीमीटरपेक्षा जास्त पाऊस पडू शकत नाही कारण दहा दहा हजार सेंटीमीटरपेक्षा जास्त म्हणजे संपूर्ण देशाला पूर येईल

त्यामुळे ते शक्य नाही.

म्हणून जर आपल्याला एक सेट सैद्धांतिक नोटेशन वापरायचे असेल तर आपण s स्वतः शीअर इव्हेंट दर्शविण्यासाठी वापरू शकतो याचा अर्थ जर सर्व शक्यता मोजल्या गेल्या असतील तर ती एक कातर घटना आहे आणि त्याचे संभाषण आहे किंवा आपण असे म्हणू

शकता की याला पूरक असे काहीही नाही.

अशक्य घटना जसे की, जर मी म्हणतो की मर फेकला गेला आणि आम्ही म्हणतो की संख्या दहा पेक्षा मोठी आहे , तर मरताना तुमची संख्या एक दोन सहा असेल आणि तुम्ही म्हणाल ते n घडेल म्हणून हे अशक्य आहे म्हणून हे शून्य संच किंवा रिक्त संच द्वारे दर्शवित आहे

कारण ती शक्यता नाही आम्ही नोटेशन phi ok वापरतो आता एकदा आपण संचाद्वारे घटनांचे वर्णन केल्यावर नैसर्गिकरित्या

गणितामध्ये आपल्याकडे आधीपासूनच सेटची नोटेशन्स आहेत सैद्धांतिक ऑपरेशन्स म्हणून निश्चितपणे जर एखादी घटना a

संच b सेटशी संबंधित असेल तर घटना b शी संबंधित असेल तर a आणि b इव्हेंट आहेत आणि ते आता सेट आहेत सेट सिद्धांतामध्ये

आमच्याकडे युनियन इंटरसेक्शन फरक पूरक इत्यादी आहेत

त्यामुळे नैसर्गिकरित्या बांधकाम होईल नवीन घटनांबद्दल तर मला त्याबद्दल बोलू द्या म्हणजे दोन घटनांचे एकत्रीकरण म्हणून जर मी

म्हणालो a आणि b ठीक आहे तर a आणि b या दोन घटना ठीक असू द्या तर सेट सिद्धांतात एक युनियन b याचा अर्थ असा आहे की आपण सर्व घटकांचा समावेश करतो.

a rb मध्ये दोन्ही आहेत

त्यामुळे येथे याचा अर्थ a किंवा b किंवा दोन्हीपैकी एक घडत आहे म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की a किंवा b दोन्हीपैकी एकाची घटना घडत आहे म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की कमीत कमी a आणि b पैकी एकाची घटना आता या प्रतिनिधीची आहे नाराजी

चांगली आहे कारण आपण प्रत्यक्षात ते दोनपेक्षा जास्त लिहिण्यासाठी वापरू शकतो,

अहो पाहा आपण तीनच्या युनियनबद्दल देखील बोलू शकतो जसे की युनियन b युनियन c आता थोडेसे अधिक गणिती नोटेशन घेऊया मी काही नोटेशन देईन ज्याला union ai म्हणतात मी एक ते n च्या बरोबर आहे याचा अर्थ काय आहे मी एक युनियन a 2

विचारात घेत आहे आणि त्याचप्रमाणे युनियन म्हणजे n इव्हेंट्सचे एकत्रीकरण म्हणून गणितात तुम्हाला हे संच सापडतील याचा अर्थ असा आहे की घटक 1 घटकांमध्ये असले पाहिजेत दोन इत्यादिमध्ये असणे आवश्यक आहे म्हणजे सर्व घटक जे एकात आहेत किंवा दोन किंवा

तीन एक मध्ये आहेत त्यापैकी दोन मध्ये आहेत त्यापैकी तीन मध्ये आहेत इत्यादी सर्व घटक प्रत्यक्षात युनियन AI चे असतील

त्यामुळे हे संभाव्यतेत आहे पारिभाषिक शब्दाचा अर्थ असा होईल की कमीत कमी एक ai ची घटना i समान एक ते n च्या बरोबरीने वाढू या आपण त्यास आणखी थोडा वाढवू या आपण

