

तो

दोस्तों पिछली कक्षा में मैंने यादच्छिक चर की अवधारणा पेश की है हमने देखा है कि यादच्छिक चर मान ले सकते हैं जो प्रकृति में परिमित हैं जैसे 1 2 3 आदि या वे अनगिनत रूप से अनंत हो सकते हैं जैसे हम कह सकते हैं 1 2 3 और इसी तरह या वे एक अंतराल पर मान ले सकते हैं उदाहरण के लिए ऊंचाई वजन मूल्य आदि

इसलिए हम तदनुसार उन्हें असतत या निरंतर यादच्छिक चर के रूप में अलग करते हैं, मैंने असतत यादच्छिक चर पर विस्तार से बताया है और कैसे संभाव्यता वितरण का वर्णन किया है कि संभाव्यता वितरण के आधार पर हम एक यादच्छिक चर के माध्य या अपेक्षा या अपेक्षित मूल्य की अवधारणा को देखते हैं और परिवर्तनशीलता परिवर्तनशीलता को एक यादच्छिक चर के विचरण के संदर्भ में मापा जाता है जिसे मैं परिभाषित करता हूँ, मुझे इसे थोड़ा और तलाशने दें आइए हम विचार करें कि हम विचरण के मूल्यांकन के लिए वैकल्पिक सूत्र पर विचार कर सकते हैं ,

इसलिए आइए विचार करें कि मैंने कौन सा सूत्र लिखा है

इसलिए मैंने लिखा है कि  $x$  का विचरण बराबर है  $\text{E}(x^2) - [\text{E}(x)]^2$  एक माइनस एमयू स्क्वायर की अपेक्षा के लिए

जहां एमयू स्वयं एक्स के माध्य को दर्शाता है, एक्स की अपेक्षा है, आइए हम इसका विस्तार करें,

इसलिए यह एक्स स्क्वायर माइनस 2 म्यू गुना एक्सपेक्टेडन एक्स प्लस म्यू स्क्वायर की अपेक्षा के बराबर है, अब मैं यहां उपयोग करने की कोशिश करूंगा उम्मीद के कुछ गुण तो मैं इसे 1 को सरल बनाने के लिए कहता हूँ हम उम्मीद के कुछ गुणों का उपयोग करेंगे पहली संपत्ति यह है कि स्थिरांक की अपेक्षा स्थिर है ठीक है यह देखना आसान है क्योंकि सी की अपेक्षा आप मान को गुणा करके कह सकते हैं प्रायिकता तो यहाँ यादच्छिक चर का मान जो भी हो  $x$  यह वास्तव में इतना  $p_1 p_2$  है और इसी तरह  $p_n$  मान लीजिए कि यादच्छिक चर इन संभावनाओं को ले रहा है,

इसलिए यह  $\sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2$  जमा  $p_i x_i$  बन जाता है जो  $\sum p_i x_i$  में 1 के बराबर है सी के बराबर है

इसलिए स्थिरांक की अपेक्षा समान स्थिर है यदि मैं यादच्छिक चर एक्स पर विचार करता हूँ और मैं उसके एक रैखिक कार्य पर विचार करता हूँ तो यह एक्स प्लस बी की अपेक्षा के बराबर है

इसलिए यह अल है यह देखना बहुत आसान है कि क्या मैं कुल्हाड़ी जमा बी की अपेक्षा लिखता हूँ तो यह कुल्हाड़ी 1 जमा बी गुणा पी 1 जमा कुल्हाड़ी 2 जमा बी गुणा पी 2 प्लस और इसी तरह एक्सएन प्लस बी पीएन के बराबर है ताकि आप एक गुणा  $x$  का विस्तार कर सकें  $\sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2$  और इसी तरह प्लस एक्सएनपीएन यह शब्द प्लस बी गुणा पी 1 प्लस पी 2 प्लस पीएन है,

इसलिए यह एक्स की अपेक्षा के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए आपको एक्स प्लस वी टाइम्स पी 1 प्लस पी 2 प्लस पीएन की उम्मीद है।

1 है तो इसका मतलब है कि अपेक्षा एक रैखिक कार्य है ठीक है

इसलिए यदि हम इस संपत्ति का उपयोग इस अभिव्यक्ति में करते हैं तो हम इन गुणों का उपयोग करके 1 में प्राप्त करेंगे, हमें  $x$  का विचरण बराबर मिलता है

इसलिए यह  $x$  वर्ग की अपेक्षा है

इसलिए यह होगा  $\text{E}(x^2) - [\text{E}(x)]^2$  एक्स स्क्वायर माइनस 2 म्यू गुना एक्स की उम्मीद के अंदर जाएं और एमयू स्क्वायर की उम्मीद एमयू स्क्वायर है क्योंकि एमयू स्क्वायर स्थिर है

इसलिए एक्स माइनस म्यू स्क्वायर की यह उम्मीद अब यह मान बन गई है

इसलिए हम इसे एक्स की अपेक्षा के रूप में लिख सकते हैं वर्ग माइनस 2 म्यू और एक्स क्या उम्मीद है जो म्यू है तो यह 2 .

हो जाता है एमयू स्क्वायर प्लस एनयू स्क्वायर जो एक्स स्क्वायर माइनस एमयू स्क्वायर की अपेक्षा के बराबर है ,

इसलिए यह विचरण एक्स की गणना के लिए एक वैकल्पिक सूत्र है, जिसका अर्थ है कि हम कह सकते हैं कि एक्स का विचरण एक्स वर्ग की अपेक्षा के बराबर है एक्स पूरे वर्ग की उम्मीद घटाएं आह यह सूत्र कभी-कभी अपेक्षाओं की गणना में बहुत उपयोगी होता है क्योंकि  $\text{E}(x^2) - [\text{E}(x)]^2$  को एक यादच्छिक चर दिया जाता है, यह अपेक्षा  $x$  और  $x$  वर्ग की अपेक्षा की गणना करना आसान होता है क्योंकि यह प्रत्यक्ष है जबकि पिछले एक में आपने  $\sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2$  वर्ग की अपेक्षा देखी है।

आप मूल्यांकन करने के लिए शब्दों की संख्या की गणना करते हैं, आपको बहुत सारे अंतरों और उनके वर्गों आदि पर विचार करना होगा,

इसलिए मुझे इसका उपयोग करने दें और पहले की समस्याओं में से एक में भिन्नता की गणना करें, तो आइए कार्ड की समस्या के उस स्कोर पर विचार करें,

इसलिए मुझे एक बार वह उदाहरण दिखाने दें फिर से और हम यहां मूल्य प्राप्त कर रहे हैं कार्ड समस्या का स्कोर वितरण संभावना  $x$  के बराबर  $y$  एक बटा 13 के बराबर है क्योंकि मैं 2 t के बराबर है 0 10 प्रायिकता  $x$  15 के बराबर 3 बटा 13 है और प्रायिकता  $x$  18 के बराबर 1 बटा 13 है।

हमने पहले ही एक्स की अपेक्षा की गणना की थी जो 9 के बराबर थी।

अब उसी के लिए अगर मैं गणना करता हूँ कि एक्स वर्ग की अपेक्षा क्या है तो  $x$  वर्ग की अपेक्षा सिग्मा बन जाएगी मैं वर्ग 1 बटा 13 मैं बराबर 2 से 10 जमा 15 वर्ग गुणा 3 बटा 13 जमा 18 वर्ग गुणा 1 बटा 13 आह आप वास्तव में अपेक्षा के लिए अभिव्यक्ति के साथ इसकी तुलना करने की कोशिश कर सकते हैं  $x$  तो जो भी मूल्य  $x$  उम्मीद में है  $x$  वर्ग हम  $x$  वर्ग डाल रहे हैं और  $\text{E}(x)^2$  समान हैं

इसलिए अब गणनाओं को देखने का यह आसान तरीका है इसका मूल्यांकन करने के लिए हम पहले  $n$  पूर्णांक के वर्गों के योग के लिए सूत्र लागू करते हैं

इसलिए पहले  $n$  पूर्णाकों में आपके पास  $n$  में  $n$  जमा 1 गुणा 2  $n$  जमा 1 बटा 6 का सूत्र है , उस योग से पहला पद हटा दिया जाता है क्योंकि यहां यह 2 से 10 तक है

इसलिए मैं 1 के बराबर नहीं है

इसलिए यह बन जाता है तो आप वास्तव में कर सकते हैं गणना 10 गुणा 11 गुणा 21 गुणा 6 घटा 1 और 1 बटा 13 देखें मुझे जमा 225 बटा 13 गुणा 3 बटा 13 जमा 324 बटा 13 से बाहर रखना है।

इसलिए कोई भी इन सभी शर्तों को आसानी से सरल कर सकता है यह 1 3 8 3 बटा 13 हो जाता है।

इसलिए अब एक्स का विचरण एक्स वर्ग की अपेक्षा के बराबर है एक्स की अपेक्षा पूरा वर्ग जो 1 3 8 3 बटा 13 है और अपेक्षा x यहाँ नौ था

इसलिए हम इस नौ वर्ग को देखते हैं

इसलिए कुछ सरलीकरण के बाद यह तीन सौ तीस बटा तेरह आह के बराबर है अब आप देख सकते हैं कि यह विचरण शब्द यह वास्तव में आपको दे रहा है माध्य से चुकता विचलन इसे माप की इकाई में लाने के लिए एक उचित उपाय है क्योंकि अब यह माप की चुकता इकाइयाँ हैं

इसलिए यदि हम इसका वर्गमूल लेते हैं जो आपको माप की समान इकाइयों के संदर्भ में परिवर्तनशीलता देता है उदाहरण के लिए यदि आप सेंटीमीटर देख रहे हैं आप किलोग्राम देख रहे हैं या यदि आप लीटर देख रहे हैं तो इकाइयाँ विचरण के लिए समान होनी चाहिए

इसलिए हम मानक विचलन पर विचार करते हैं

इसलिए हम एक यादृच्छिक चर के मानक विचलन को परिभाषित करते हैं  $x$  def है  $ined$

इसलिए हम लिखते हैं कि  $x$  का  $sd$   $x$  के विचरण के वर्गमूल के रूप में परिभाषित किया गया है,

इसलिए मुझे कुछ और समस्याओं को देखने दें, जब दो अलग-अलग निष्पक्ष पासा एक बार घुमाए जाते हैं, तो  $x$  दो के ऊपरी चेहरों पर दिखाई गई संख्याओं के पूर्ण अंतर को दर्शाता है।

पासा

इसलिए हम एक्स के वितरण का पता लगाना चाहते हैं और कहते हैं कि एक्स का विचरण क्या है जब दो मर जाते हैं तो संभावनाओं की संख्या 36 होती है, आपके पास नमूना स्थान 1 1 1 2 2 1 2 2 2 6 3 1 3 2 3 6 और इसी तरह 6 1 6 2 6 6.

इसलिए यदि हम यादृच्छिक चर  $x$  की परिभाषा को देखना चाहते हैं तो यह अंतर है यदि हमारे पास 1 1 है तो अंतर 0 है यदि यह 2 2 है तो अंतर 0 है यदि यह 1 2 है तो अंतर माइनस 1 है और निरपेक्ष अंतर 1 हो जाएगा यदि यह 3 6 है तो अंतर माइनस 3 है और पूर्ण अंतर 3 हो जाता है और इसी तरह संभावित मान  $x$  के संभावित मान जो पूर्ण अंतर हैं वे हैं 0 1 2 3 4 और 5 तो आप कह सकते हैं कि

1 1 .

के लिए निरपेक्ष अंतर 0 है 2 2 2 3 3 4 4 5 5 और 6 6 में कुल 6 मामले हैं तो क्या प्रायिकता है कि  $x$  के बराबर 0 यह 6 बटा 36 हो जाता है यानी 1 बटा छह अब पूर्ण अंतर एक संभावित मामले क्या हैं जो आपके पास हो सकते हैं दो और फिर निश्चित रूप से दो एक तो आपके पास दो तीन तीन दो तीन चार चार तीन चार पांच पांच चार पांच छह और छह पांच हो सकते हैं कुल मामलों की संख्या  $n$  मामले हैं तो  $x$  की संभावना एक के बराबर है जो 10 बटा 36 हो जाती है आप 5 बटा 18 लिखकर इसे सरल भी कर सकते हैं।

अब आइए हम पूर्ण अंतर दो एक तीन तीन 1 2 4 4 2 3 5 5 3 4 6 6 4 देखें।

इसलिए आपके पास कुल आठ मामले हैं,

इसलिए संभावना है कि  $x$  दो के बराबर है वह आठ बटा छतीस हो जाएगा जो कि दो बटा नौ के बराबर है अब हम पूर्ण अंतर को देखते हैं तीन एक चार चार एक दो पांच पांच दो तीन छह छह तीन तो आपके पास कुल छह हैं तो संभावना है कि  $x$  3 के बराबर होगा 6 बटा 36 हो जाता है जो 1 बटा 6 होता है अब पूर्ण अंतर है 4 1 5 5 1 2 6 6 2 के लिए कुल 4 मामले हैं

इसलिए संभावना है कि एक्स 4 के बराबर है जो 4 बटा 36 हो जाएगा जो कि 1 बटा 9 है।

इसी तरह आइए हम पूर्ण अंतर को देखें पांच एक और छह एक केवल कुल दो मामले हैं

इसलिए पांच के बराबर  $x$  की संभावना दो बटा छतीस के बराबर है जो एक बटा अठारह के बराबर है आप जांच सकते हैं कि यह एक वैध संभाव्यता वितरण है, कुल संभावना छह प्लस दस सोलह प्लस आठ चौबीस है जमा छह तीस जोड़ 434 जमा 236 बटा 36 यानी 1. तो यह है  $x$  का प्रायिकता बंटन हम इसे इस तरह लिख सकते हैं  $x$  का प्रायिकता बंटन  $p$  0 है 1 बटा 6  $p$  1 बराबर 5 बटा 18  $p$  2 है बराबर 2 बटा 9  $p$  3 बराबर 1 बटा 6  $p$  4 बराबर 1 बटा 9 है और  $p$  5 बराबर 1 बटा 18 है यह यादृच्छिक चर का पूर्ण प्रायिकता वितरण है जिसे ऊपरी पर पूर्ण अंतर के रूप में वर्णित किया गया है जब दो निष्पक्ष पासे लुढ़कते हैं तो दो चेहरे देखे जाते हैं मान लीजिए कि मैं गणना करना चाहता हूँ ई यहाँ अपेक्षा है कि 0 गुणा 1 बटा 6 जमा 1 गुणा 5 गुणा 18 जमा 2 गुणा 9 जमा 3 गुणा 1 बटा 6 जमा 4 गुणा 9 जोड़ 5 1 18 18 तो कोई इसे सरल बना सकता है 35 बटा 18 आप देख सकते हैं कि वास्तव में यह दो से थोड़ा कम है यदि हम  $x$  वर्ग की अपेक्षा की गणना करते हैं तो यह शून्य वर्ग गुणा एक बटा छह जमा एक वर्ग है ताकि दूसरा मान जमा 2 वर्ग गुणा 2 गुणा 9 जमा 3 वर्ग 1 गुणा 6 जमा 4 वर्ग गुणा 1 बटा 9 जमा 5 वर्ग गुणा 1 बटा 18 एक बार फिर आप सरल कर सकते हैं यह 35 बटा 6 के बराबर है

इसलिए  $x$  का विचरण  $x$  वर्ग की अपेक्षा के बराबर है  $x$  पूरे वर्ग की अपेक्षा यानी 35 बटा 6 माइनस 35 बटा 18 वर्ग

इसलिए इसे सरल बनाया जा सकता है यह 665 के बराबर है जो 3 से 4 से विभाजित है जो कि दो से थोड़ा अधिक है, मैं एक असतत वितरण का एक और उदाहरण देता हूँ और इसमें  $n$  अलग-अलग मार्बल होते हैं, मार्बल्स से

प्रतिस्थापन के साथ क्रमिक रूप से तैयार किए जाते हैं यादृच्छिक रूप से जब तक एक श्रीमान बिल दोहराया नहीं जाता है, उदाहरण के लिए हम  $c$  उन मार्बल पर कुछ टैग लगाएं ताकि एक मार्बल खींचा जाए और उसका टैग नोट किया जाए कि मार्बल को वापस बांध में रखा गया है और फिर दूसरा मार्बल खींचा गया है अब यह पिछला वाला हो सकता है या यह दूसरा हो सकता है यदि यह पिछला वाला है

हम रुक जाते हैं अन्यथा हम जारी रखते हैं फिर हम इसे वापस रख देते हैं और एक और खींचते हैं ताकि यह फिर से पिछले दो में से एक हो या यह एक नया हो सकता है जैसे कि हम तब तक जारी रखते हैं जब तक हमें कुछ ऐसा नहीं मिलता जो पहले खींचा गया हो तो आइए विचार करें  $x$  संख्या के साथ  $x$

प्रयोग को पूरा करने के लिए आवश्यक ड्रॉ की संख्या को दर्शाता है

इसलिए हम  $x$  के वितरण का पता लगाना चाहते हैं

ताकि  $x$  दो तीन मान ले सके और इसी तरह  $n$  प्लस वन तक क्योंकि कुल  $n$  मार्बल्स हैं जो अलग हैं

इसलिए निश्चित रूप से एन प्लस पहले ड्रा में आपको दोहराव होगा उसके बाद कोई आवश्यकता नहीं है क्योंकि यदि सभी परीक्षणों में आपको एक अलग मिलता है तो निश्चित रूप से एन प्लस वन एच परीक्षण पर आपको वह मिलेगा जो पहले खींचा गया है तो क्या संभावना है  $ty$  कि  $x$  दो के बराबर है, इसका मतलब है कि पहले ड्रा पर जो भी मार्बल खींचा गया था, उसे फिर से खींचा गया है,

इसलिए यदि हम एक खींचते हैं और वह टैग नोट किया जाता है, तो यह उन  $n$  में से एक है,

इसलिए दूसरे में यदि हम प्रायिकता खींच रहे हैं वह एक-एक करके होगा,

इसलिए हम इसे लिख सकते हैं कि

पहले ड्रॉ पर खींचा गया मार्बल फिर से खींचा गया है, क्या संभावना है  $x$  बराबर 3 इसका मतलब है कि दूसरे परीक्षण में हमें एक अलग मिला है अब आप पहले परीक्षण में आकर्षित करते हैं एक और हमें दूसरे में टैग याद है जो खींचा नहीं गया है इसका मतलब है कि जो कुछ भी खींचा गया है वह शेष  $n$  माइनस 1 से है,

इसलिए इसकी संभावना  $n$  माइनस 1 बटा  $n$  अब 1 और 2 ड्रॉ में दो अलग-अलग कंचे हैं और में तीसरा हम उसमें से एक बनाते हैं, इसलिए इसकी संभावना 2 बटा  $n$  होगी,

इसलिए हम कह सकते हैं कि दूसरे पर संगमरमर पहले से अलग है और तीसरा पहले दो में से कोई भी है, मैं इस तर्क को यहां दोहराता हूँ  $x$  बराबर है इसका मतलब है कि जो कुछ भी पहले खींचा गया है वह फिर से है दूसरे पर खींचा गया है,

इसलिए यदि हम पहले वाले पर सुद्रा पर विचार कर रहे हैं तो वह  $n$  में से तय हो गया है और हम इसे फिर से कोशिश कर रहे हैं,

इसलिए दूसरे मामले में इसकी संभावना 1 बटा  $n$  है यदि  $x$  3 के बराबर है तो इसका मतलब है दूसरे ड्रा में हमें पहले वाले से कुछ अलग मिलता है,

इसलिए इसकी संभावना  $n$  माइनस 1 बटा  $n$  होगी और फिर हमें कुछ ऐसा मिलता है जो पहले दो से होता है ताकि दो बटा  $n$  हो ताकि हम जारी रख सकें मुझे लिखने दें पहले कुछ पद क्या प्रायिकता  $x$  चार के बराबर है ताकि पहला एक अलग होगा दूसरा एक पहले वाले से अलग है तीसरा एक पहले दो से अलग है

इसलिए  $n$  घटा दो बटा  $n$  और फिर यह इनमें से एक है पहले तीन में एक एन माइनस 1 बटा एनएन माइनस 2 बटा एन और इसी तरह एन माइनस आई प्लस 2 बटा एन और आई माइनस 1 बटा एन और इसी तरह प्रायिकता  $x$  बराबर एन प्लस 1 यानी एन माइनस क्या है 1 बटा  $nn$  घटा 2 बटा  $n$  और इसी तरह 1 तक  $n$  अंत में  $n$  बटा  $n$  हम सत्यापित कर सकते हैं कि सिग्मा प्रायिकता  $x$  बराबर है  $a_1$  से  $i_2$  से  $n$  जमा 1 के बराबर है,

इसलिए वास्तव में यह जांचने के लिए कि आपको पिछड़े योग का उपयोग अंत से शुरू करना है और टर्म योग का उपयोग करना है, अब मैंने विस्तार से चर्चा की है कि एक विशेष प्रकार के यादृच्छिक चर वे हैं असतत यादृच्छिक चर कहा जाता है,

इसलिए असतत यादृच्छिक चर वे होते हैं जो संभाव्यता सिद्धांत में परिमित या अनगिनत अनंत संख्या में मान लेते हैं, कुछ विशिष्ट यादृच्छिक चर होते हैं जो आमतौर पर उपयोग किए जाते हैं और वे विभिन्न भौतिक स्थितियों का वर्णन करने के लिए अच्छे होते हैं उनमें से एक प्रसिद्ध है द्विपद वितरण

इसलिए आपके पाठ्यक्रम में भी कक्षा 12 में आप वास्तव में द्विपद वितरण का अध्ययन कर रहे हैं,

इसलिए मुझे इसका वर्णन करना चाहिए और इस द्विपद वितरण का नाम स्विस गणितज्ञ जैकब बर्नौली के नाम पर रखा गया है और उनकी प्रकाशित पुस्तक हमारी अनुमानित रूप से सबसे अधिक में से एक है जिसे आप लोकप्रिय कह सकते हैं किताबें और यह संभाव्यता सिद्धांत की मूलभूत पुस्तकों में से एक है, यहाँ उन्होंने कुछ प्रयोगों का वर्णन किया है जो प्रकृति में द्विबीजपत्री हैं, जिसका अर्थ है कि संभावित परिणामों की संख्या दो है,

इसलिए आइए हम उदाहरण के लिए विचार करें कि कोई बीमार पड़ जाता है और वह डॉक्टर के पास जाता है और दवा लेता है तो परिणाम यह हो सकता है कि उसका इलाज हो जाए या उसे न मिले उस दवा से इलाज का मतलब है कि आप दो परिणामों का इलाज कर रहे हैं या इलाज नहीं करवा रहे हैं, कोई प्रतियोगी परीक्षा में उपस्थित होता है,

इसलिए उसे कुछ अंक मिल सकते हैं लेकिन हमें यह जानने में दिलचस्पी हो सकती है कि क्या वह परीक्षा उत्तीर्ण करता है या वह परीक्षा उत्तीर्ण नहीं करता है।

शूटर एक लक्ष्य पर हिट करता है,

इसलिए हम यह जानने में रुचि रखते हैं कि क्या परिणाम एक सफलता है, जिसका अर्थ है कि वह सफलतापूर्वक लक्ष्य को हिट करता है या वह लक्ष्य से चूक जाता है, इसी तरह बड़ी संख्या में वास्तविक जीवन स्थितियाँ हैं जहाँ प्रयोग जटिल हो सकता है लेकिन हम केवल रुचि रखते हैं दो परिणामों को देखने के लिए क्योंकि यह रिकॉर्डिंग उद्देश्य के लिए कुछ रुचि का हो सकता है

इसलिए ऐसे प्रयोगों को बर्नौलियन परीक्षण या बर्नौलियन प्रयोग कहा जाता है वास्तविक जीवन के कई प्रयोगों में टीएस केवल दो संभावित परिणामों में रुचि रखता है उदाहरण के लिए एक लक्ष्य को मारना सफलता या असफलता दो परिणाम हैं एक रोगी का इलाज करना ठीक नहीं हुआ परीक्षा में उपस्थित होना तो आप कह सकते हैं कि योग्यता या योग्यता नहीं है

इसलिए ऐसे प्रयोगों में हम एक परिणाम को सफलता के रूप में और दूसरे परिणाम को विफलता के रूप में निर्दिष्ट करें,

इसलिए मुझे सफलता के लिए  $s$  और विफलता के लिए  $f$  लिखना ठीक है और इन्हें बर्नौलियन परीक्षण कहा जाता है, तो आइए हम एक धारणा बनाएं कि  $n$  बर्नौलियन परीक्षण समान परिस्थितियों में और एक दूसरे से स्वतंत्र रूप से किए जाते हैं और मान लीजिए सभी

परीक्षणों में सफलता की संभावना

समान है, जैसे कि  $p$  और

इसलिए सभी परीक्षणों में विफलता की संभावना भी समान है, मान लीजिए कि एक माइनस  $p$  यानी  $q$  हम ओके लिख सकते हैं, इसलिए यहां यह  $p$  और  $q$  शून्य और एक के बीच की संख्या होगी ठीक है, चलो  $x$   $n$  परीक्षणों में सफलताओं की संख्या को निरूपित करें तो  $x$  एक असतत यादृच्छिक चर है  $xx$  के संभावित मान क्या हैं एक असतत रैंडो है  $m$  चर और यह मान  $0 1 2$  ले सकता है और इसी तरह  $n$  तक आप परीक्षण  $n$  बार कर रहे हैं ताकि आप सभी विफलताओं को प्राप्त कर सकें एक सफलता दो सफलता सभी सफलता हैं

इसलिए  $x$  के संभावित मान  $0 1 2$  ऊपर हो सकते हैं  $n$  के लिए  $x$  के बराबर  $k$  के बराबर होने की प्रायिकता क्या है, अब आप मुझे इसे यहाँ द्रा करने दे रहे हैं, ये परीक्षण हैं ठीक है  $1 2 3$  और इसी तरह अब आप कह रहे हैं कि  $n$  परीक्षणों में से  $k$  सफल हैं परीक्षण एक परीक्षण में स्वतंत्र रूप से आयोजित किए जाते हैं, सफलता की संभावना  $p$  है,

इसलिए यदि आप  $k$  सफलता पर विचार करते हैं, तो संभावना  $p$  से  $k$  गुना तक  $p$  हो जाती है, जो कि  $p$  से घात  $k$  तक हो जाती है, लेकिन इसका मतलब यह भी है कि शेष  $n$  माइनस  $k$  परीक्षण वे विफलताओं में परिणत होते हैं अब एक विफलता की संभावना  $1$  माइनस  $p$  या  $q$  है और फिर से परीक्षण स्वतंत्र हैं

इसलिए यह  $q$  में  $q^n$  माइनस  $k$  गुना हो जाता है

इसलिए यह  $q$  से घात  $n$  माइनस  $k$  हो जाता है, हम गणना कर रहे हैं कि  $n$  बर्नौलियन परीक्षणों में से क्या प्रायिकता है वे  $k$  सफलता और  $n$  ऋण  $k$  विफलता हैं इसके परिणामस्वरूप अब कुल  $n$  परीक्षण हैं अब यह  $k$  मान जो सफलता के रूप में परिणामी हैं, इनमें से कोई भी  $k$  हो सकता है,

इसलिए चुनने के तरीकों की संख्या  $nck$  होगी

इसलिए  $k 0 1 2 n$  के बराबर है,

इसलिए आप मुझे बता रहे हैं इसे पीके कहते हैं तो पी  $0 1 1$  पीएन तक आपने यादृच्छिक चर के सभी संभावित मूल्यों के अनुरूप संभावनाएं आवंटित की हैं  $x$  इसे द्विपद वितरण कहा जाता है, इसे बर्नौली वितरण भी कहा जाता है

इसलिए द्विपद वितरण नाम स्पष्ट है क्योंकि आप द्विपद का उपयोग कर रहे हैं यहां गुणांक सबसे पहले मैं यह प्रदर्शित करने का प्रयास करूंगा कि यह संभावनाओं का एक वैध असाइनमेंट है जिसे हम पहले दिखाते हैं कि यह एक वैध संभाव्यता वितरण है जो कि सिग्मा पीकेके  $0$  से एन के बराबर है, यह  $1$  होना चाहिए तो आइए हम इसे देखें यह है एनसी केपी से पावर केक्यू से पावर एन माइनस केके  $0$  से एन के बराबर है तो यह बराबर है अगर मैं सभी शर्तों को लिखता हूं तो यह एनसी  $0$  क्यू से पावर एन प्लस एनसी  $1$  पीक्यू से पावर एन माइनस  $1$  प्लस एनसी  $2$  है।

पी स्क्वी  $q$  से घात  $n$  माइनस  $2$  और इसी तरह प्लस  $ncnp$  से घात  $n$  यदि आप अपने द्विपद प्रमेय को याद करते हैं तो द्विपद प्रमेय से यह और कुछ नहीं बल्कि  $q$  प्लस  $p$  का घात  $n$  अब  $q 1$  माइनस  $p$  का विस्तार है तो  $q$  प्लस पी  $1$  है

इसलिए यह  $1$  की शक्ति है  $n$  जो  $1$  के बराबर है

इसलिए सभी संभावनाओं का योग  $1$  है और सभी संभावनाएं गैर नकारात्मक हैं

इसलिए यह संभावनाओं का एक वैध असाइनमेंट है

आह मैंने पहले से ही अपेक्षित मूल्य की अवधारणा पेश की है या माध्य और विचरण तो आइए द्विपद वितरण के मामले के लिए देखते हैं कि ये मान क्या हैं ठीक है

इसलिए अपेक्षा  $x$  वह  $\mu$  है जो परिभाषा के बराबर है, यह मान को प्रायिकता से गुणा किया जाता है जो  $k$  में  $pkk$  के बराबर है  $0$  से  $n$  अब यह  $nckp$  से घात  $kq$  से घात  $n$  घटा  $kk$  के बराबर  $0$  से  $n$  है, आप देख सकते हैं कि यहाँ योग में पहला पद  $k$  के बराबर शून्य है,

इसलिए जब आप  $k$  को शून्य के बराबर रखते हैं तो यह पद वास्तव में शून्य है

इसलिए हम  $ac$  .

कर सकते हैं वास्तव में कहें कि यह  $k$  बराबर एक से  $nk$  गुणा  $nckp$  से घात  $kq$  से घात  $n$  घटा  $k$  के बराबर है इसका मूल्यांकन करने के लिए हमें इस क्रमपरिवर्तन संयोजन संकेतन का विस्तार करने की आवश्यकता है ताकि यह समन  $k$  के बराबर  $1$  से  $nkn$  फैक्टोरियल हो जब हम इस संकेतन का उपयोग करते हैं तो हम मान लेते हैं कि यह भाज्य अंकन  $1$  भाज्य है,  $2 1$  गुणा  $2$  है और इसी तरह हम यह भी मानते हैं कि  $k$  के लिए  $0$

इसलिए  $0$  फैक्टोरियल हम एक सम्मेलन के रूप में  $1$  होने के लिए तुच्छ रूप से लेते हैं ताकि इस संकेतन के साथ मान्य रहे,

इसलिए हम इसे  $n$  फैक्टोरियल के रूप में  $k$  माइनस  $1$  फैक्टोरियल से विभाजित कर सकते हैं और इस शब्द को मैं  $n$  माइनस  $1$  माइनस  $k$  माइनस  $1$  के रूप में लिखता हूं।

इस अंश को मैं  $n$  फैक्टोरियल  $p$  के रूप में घात  $kq$  से घात  $n$  घटा  $kk$  के बराबर  $1$  से  $n$  के रूप में लिखता हूं,

इसलिए यहां मैं अंकन में कुछ परिवर्तन करूंगा, आइए  $k$  माइनस  $1$  को  $m$  के बराबर रखें तो यह  $m$  बराबर हो जाता है  $0$  से  $n$  घटा  $1$  यह नी निकाल सकता है ताकि आप  $n$  माइनस  $1$  फैक्टोरियल  $p$  को पावर  $k$  माइनस  $1$   $q$  से पावर  $n$  माइनस  $1$  माइनस  $m$  को  $m$  फैक्टोरियल  $n$  माइनस  $1$  माइनस  $m$  फैक्टोरियल से विभाजित किया जाएगा, तो मैंने यहाँ क्या किया आइए हम इन दो शब्दों की तुलना इसमें करें टर्म मैंने  $n$  फैक्टोरियल को  $n$  में  $n$  माइनस  $1$  फैक्टोरियल के रूप में लिखा है और यह  $1 ni$  इसी तरह इस  $p$  को पावर  $k$  माइनस  $1$  से बाहर ले गया है मैंने  $p$  को पावर  $k$  माइनस  $1$  और  $1 pi$  के रूप में लिखा है, अब यह टर्म  $q$  है पावर  $n$  माइनस  $1$  माइनस  $k$  माइनस  $1$  तो  $k$  माइनस  $1$  मैं  $m$  के रूप में लिख रहा हूं

इसलिए यह  $n$  माइनस  $1$  माइनस  $m$  हो जाता है

इसलिए यह टर्म  $np$  सिग्मा बन जाता है  $m$  बराबर  $0$  से  $n$  माइनस  $1$   $n$  माइनस  $1$  पावर के लिए  $mp$  चुनें  $k$  माइनस जो  $p$  से घात

$m$  अब  $q$  से घात  $n$  माइनस 1 माइनस  $m$  होता जा रहा है तो यह  $np$  हो जाता है और अब यह टर्म यदि आप देखते हैं तो यह  $q$  प्लस  $p$  का घात  $n$  माइनस 1 के विस्तार के अलावा और कुछ नहीं है जो अब है 1 तो यह  $np$  है

इसलिए हमने यह साबित किया है कि द्विपद बंटन का माध्य  $np$  है, आइए हम भौतिक रूप से अंतर करने का प्रयास करें इसे एक सिक्के के एक फेंक में समझें या आप कह सकते हैं कि बर्नौलियन प्रयोग के एक परीक्षण में सफलता की संभावना  $px$  है जो सफलताओं की संख्या को दर्शाता है तो सफलता की औसत संख्या क्या है हमारी सफलता की अपेक्षित संख्या जो कि  $n$  से  $p$  है जो कि है बात के लिए स्वाभाविक है क्योंकि अगर पी अनुपात है तो एनपी कुल में से कितने आ रहे हैं, आइए हम इस वितरण के विचरण को देखें, अब विचरण के लिए हमने गणना करने के लिए एक्स वर्ग माइनस एक्स पूरे वर्ग की उम्मीद के सूत्र का उपयोग किया है  $x$  वर्ग की अपेक्षा हम इसे आगे लिखकर इसे हल करते हैं क्योंकि इसका कारण यह है कि यदि आप अपेक्षा  $x$  के लिए अभिव्यक्ति को देखते हैं तो सरलीकरण एक फैक्टोरियल शर्तों को रद्द करके किया जाता है, इसलिए यदि मेरे पास एक वर्ग शब्द है तो इसे रद्द नहीं किया जा सकता है यही कारण है कि इस विशेष फैशन में इस पर विचार करना बेहतर है ताकि एक्स की एक्स से एक्स माइनस 1 की अपेक्षा के बराबर हो और एक्स एक्सपेंशन एक्स की उम्मीद पहले से ही कैलकुला हो।

टैड यह  $np$  है इसलिए अब मैं  $x$  में  $x$  माइनस 1  $k$  में  $k$  माइनस 1  $nckp$  से पावर  $kq$  से पावर  $n$  माइनस  $k$  के लिए 0 से  $n$  के बराबर की अपेक्षा की गणना करता हूँ, आप यहां ध्यान दें कि  $k$  के बराबर 0 और संगत से  $k$  1 के बराबर है, यह पद 0 हो जाता है।

इसलिए हम इस योग को  $k$  से 2 तक  $nk$  में  $k$  घटा 1  $n$  लिख सकते हैं  $kq$  को घात  $kq$  से घात  $n$  घटा  $k$  को चुनें ताकि  $k$  गुणा  $k$  ऋण के बराबर हो 1  $k$  के बराबर 2 से  $nn$  फैक्टोरियल  $k$  फैक्टोरियल  $n$  माइनस  $k$  फैक्टोरियल  $p$  से पावर  $kq$  से पावर  $n$  माइनस  $k$  में विभाजित किया जाता है।

$k$  में  $k$  माइनस 1 में  $k$  माइनस 2 फैक्टोरियल तो मुझे शब्द  $n$  फैक्टोरियल को  $k$  माइनस 2 फैक्टोरियल  $n$  माइनस  $k$  फैक्टोरियल  $p$  से पावर  $k$  में  $q$  से पावर  $n$  माइनस  $k$  से विभाजित किया जाता है, इसे हल करने के लिए मैं ब्रेकअप पर विचार करता हूँ यह  $n$  फैक्टोरियल में  $n$  को  $n$  घटा 1 के रूप में लिखता हूँ और यहां मुझे  $n$  माइनस 2 फैक्टोरियल  $k$  माइनस से विभाजित किया जाएगा 2 फैक्टोरियल और इस टर्म को  $n$  माइनस 2 माइनस  $k$  माइनस 2 फैक्टोरियल के रूप में लिखा जा सकता है। इसे मैं  $p$  से घात  $k$  माइनस 2 और  $p$  वर्ग  $i$  के रूप में लिखता हूँ।

से  $n$  एक बार फिर से मैं परिभाषित करता हूँ  $k$  माइनस 2,  $n$  कहने के बराबर है, तो यह  $n$  गुणा  $n$  घटा 1  $p$  वर्ग सिग्मा  $m$  बराबर 0 से  $n$  घटा 2  $n$  माइनस 2 फैक्टोरियल को  $m$  फैक्टोरियल  $n$  माइनस 2 माइनस  $m$  फैक्टोरियल  $p$  से विभाजित करता है घात  $m$   $q$  से घात  $n$  माइनस 2 माइनस  $m$  तो यह  $n$  गुणा  $n$  घटा 1 गुणा  $p$  वर्ग हो रहा है और यह  $q$  प्लस  $p$  का घात  $n$  घटा 2 द्विपद विस्तार के अलावा और कुछ नहीं है

इसलिए यह  $q$  जोड़  $p$  1 है तो यह  $n$  गुणा  $n$  घटा 1  $p$  वर्ग हो जाता है तो आइए हम यहां अभिव्यक्ति पर वापस जाएं उम्मीद  $x$  वर्ग अपेक्षा  $x$   $x$  घटा 1 प्लस अपेक्षा  $x$  था

इसलिए हमें  $x$  वर्ग की अपेक्षा  $n$  से  $n$  घटा 1  $p$  वर्ग प्लस  $np$

इसलिए मिलती है  $x$  का प्रसरण जो  $xa$  वर्ग की अपेक्षा के बराबर है घटा  $x$  पूर्ण वर्ग की अपेक्षा है कि  $n$  गुणा  $n$  माइनस 1  $p$  स्क्वायर प्लस  $np$  माइनस  $n$  स्क्वायर  $p$  स्क्वायर के बराबर है

इसलिए हम यहाँ थोड़ा सा सरलीकरण कर सकते हैं यहाँ पहला टर्म  $n$  वर्ग  $p$  वर्ग है और यहाँ यह माइनस  $n$  वर्ग  $p$  वर्ग है ताकि आप रद्द कर दें एनपी माइनस एनपी स्क्वायर प्राप्त करें जो एनपी में 1 माइनस पी के बराबर है या आप एनपीक्यू कह सकते हैं तो दिलचस्प रूप से अब हमने एनपी के रूप में एक्स की अपेक्षा और एनपीक्यू के रूप में एक्स की भिन्नता की गणना की है जहाँ एक्स का द्विपद वितरण कुछ है जिसे आप यहां नोट कर सकते हैं  $q$  है 0 और 1 के बीच की संख्या।

इसलिए  $npq$  हमेशा  $np$  से कम होगा,

इसलिए आप वास्तव में यहां एक बयान दे सकते हैं क्योंकि  $q$  0 और 1 के बीच है  $npq$   $np$  से कम है,

इसलिए द्विपद वितरण में माध्य हमेशा उस विचरण से अधिक होता है जो हम कर सकते हैं मानक विचलन के लिए अभिव्यक्ति भी लिखें जो कि एनपीक्यू का वर्गमूल है अब हम विशेष मामले को भी देख सकते हैं जब पी आधे के बराबर है यानी जब सफलता और विफलता की संभावनाएं समान हैं तो अभिव्यक्ति क्या है तो सफलता और विफलता की संभावनाएं वही हैं जो पी बराबर है क्यू बराबर आधा है तो वितरण एक बहुत ही सरल रूप लेता है जो कि संभावना है एक्स बराबर के के बराबर है जो कि एनसी के आधे के बराबर है  $n$  के लिए शक्ति  $n$  के लिए 0 1 के बराबर है इस मामले में  $n$  के लिए यदि आप यहां प्लॉटिंग को देखते हैं, यदि मुझे लगता है कि प्रायिकता  $x$ ,  $n$  माइनस  $k$  कहने के बराबर है, तो वह  $ncn$  माइनस  $k$  आधा घात  $n$  जो कि  $nck$  आधा घात  $n$  है जो कि प्रायिकता  $x$  के बराबर है  $k$

इसलिए जब सफलता और विफलता की संभावनाएं समान होती हैं तो वितरण उन बिंदुओं पर समान संभावनाएं आवंटित करता है जो सममित हैं, जिसका अर्थ है कि यदि मैं 0 और  $n$  पर विचार करता हूँ तो संभावना समान होगी यदि मैं 1 और  $n$  घटा 1 पर विचार करता हूँ तो संभावना समान होगी

इसलिए मैं मुझे इसे लिखने देता हूँ, उदाहरण के लिए पी 0 पीएन के बराबर है जो कि पावर एन के लिए केवल 1 बटा 2 हो जाएगा यदि मैं पी 1 और पीएन माइनस 1 पर विचार करता हूँ तो वह एन को 2 से विभाजित कर दिया जाएगा।

इसी तरह आप अन्य मूल्यों पर विचार कर सकते हैं तो यह  $s$  एक विशेष मामला है जब सफलता और विफलता की संभावनाएं समान होती हैं और इस मामले में  $x$  की अपेक्षा  $n$  बटा 2 हो जाती है और  $x$  का प्रसरण  $n$  बटा 4 हो जाता है और मानक विचलन वर्गमूल  $n$  बटा 2 हो जाता है।

अगली कक्षा में मैं विचार करूंगा असतत वितरण के विभिन्न अनुप्रयोग आह तो इसका मतलब है कि उम्मीदों के विचरण के मूल्यांकन सहित, द्विपद वितरण और कुछ अन्य आह असतत वितरण से संबंधित विभिन्न संभावनाओं की गणना कैसे करें, इसलिए मैं इन वितरणों पर समस्याओं के बारे में पर्याप्त समय बिताऊंगा।

Prutor@iitk