

ନମସ୍କାର ଭିନ୍ନ ଅସମାନତାର କିଛି ବ୍ୟବହାରକୁ ଅନୁସରଣ କରେ କିନ୍ତୁ ଏହା ର line ଖ୍ୟ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ ସହିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାର ପଦ୍ଧତି ସହିତ ସମାନ ହେବ ଏବଂ ତା' ପରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ଥିବାର ଆଡ଼କୁ ଗତି କରିବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ସେଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ନାହିଁ, ଆମେ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣର ସ୍ୱିକ୍ୱ ଚକ୍ରତା ଥିବାର ବିଷୟରେ କହିବୁ ନାହିଁ | ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣକୁ ନେଇ ଲେକ୍ଚର ସିରିଜ୍ ଯାହା ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ ଯାହା ଆମେ ପାଇଥିଲୁ ଏବଂ ଆମେ ମଧ୍ୟ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣକୁ ଟିକିଏ ନିକଟତର କରି ଏବଂ ତା' ପରେ କିଛି ସମାପ୍ତି ଟିପ୍ପଣୀକୁ ସମାପ୍ତ କରିବା ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଭିନ୍ନ ଅସମାନତାକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବା |  $dx$  ଦ୍ୱାରା  $dy$  ଠାରୁ ଏହି ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ 4.1  $dy$  କୁ  $y$  ସହିତ  $x$  ସମ୍ପର୍କ ସହିତ ସମାନ 0 ସହିତ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥା  $y$  ସହିତ 0 ସହିତ ସମାନ | ହେଉଛି ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ 4.1 ହେଉଛି ଏକ ବର୍ତ୍ତୁଳ ସମୀକରଣ ଏହା ଏକ ବର୍ତ୍ତୁଳ ସମୀକରଣ ଏବଂ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆପଣ  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜନ କରିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି କିନ୍ତୁ ଦୁର୍ଭାଗ୍ୟବଶତ  $you$  ଆପଣ କାହିଁକି କରିପାରିବେ ନାହିଁ କାରଣ  $0$  ର  $y$   $0$  ଅଟେ ଏବଂ  $0$  ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜନ ଅନୁମତିପ୍ରାପ୍ତ ନୁହେଁ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆପଣ 4.1 ଭଲ ଭାବରେ କିପରି ସମାଧାନ କରିବେ ତାହା ଆପଣ ଦେଖୁଥିବେ | 0 ସମାଧାନ ପୂର୍ବରୁ ଏକ ସମାଧାନ ସ୍ଥିର ସମାଧାନ ନିଅନ୍ତୁ 0 ଏହା ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ 0 ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ 0 ଏବଂ ତାହା ଫାର୍ମ୍ ମଧ୍ୟ 0 ଅଟେ |

ଡେଣ୍ଡୁ ସ୍ଥିର ସମାଧାନ  $y$  କୁ 4.1 ରେ 0 ସହିତ ସମାନ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ଆପଣ ଥରେ ଦେଖିବେ ଯେ ଏହା ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣର ଏକ ସମାଧାନ ଏହା ମଧ୍ୟ 0 ର 0 ର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ କିନ୍ତୁ ଆମେ 4.1 କୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ସମାଧାନ କରିଛୁ କି ଆମେ କିପରି ଜାଣୁ ଯେ 4.1 ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା ନିମ୍ନ  $y$  ର 0 ର ସମାନ 0 ର ଅନ୍ୟ କ  $solutions$  ଶାସି ସମାଧାନ ନାହିଁ, ବୋଧହୁଏ ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟମାନେ ମଧ୍ୟ ଅଛନ୍ତି | 0 ସମାଧାନ ଯାହା 4.1 କୁ ପୂରଣ କରିବ  $e$  ଅନ୍ୟ କ  $solutions$  ଶାସି ସମାଧାନ ନାହିଁ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆପଣ ଏହି ଅତି ସରଳ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏକ ସାଧାରଣ ସ୍ୱିକ୍ୱ ଚକ୍ରତା ଥିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଦେଖୁଥିବେ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆସନ୍ତୁ ପ୍ରଥମ ବକ୍ରତାକୁ ଫେରିବା ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅସମାନତା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲୁ ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣର କିଛି ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ବନ୍ଦ କରିଦେଲୁ ଏବଂ ଏକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅସମାନତା ପାଇଲୁ | ଯେତେବେଳେ ଆମେ ସାମାନ୍ୟ ସମୟରେ ଅସମାନତାକୁ ପଲାଇନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁଥିଲୁ, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ 4.1  $dy$  ଦ୍ୱାରା  $dx$  ସମାନ  $xy$  ସମ୍ପର୍କରେ  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଶବ୍ଦ ସର୍ବଦା ସକରାମୂଳ ଅଟେ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆସନ୍ତୁ  $xy$  ସମ୍ପର୍କ ସହିତ  $dx$  ଦ୍ୱାରା ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ  $dy$  କୁ ଦେଖିବା |  $y$  ସ୍କାଲର୍  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଶବ୍ଦ ସର୍ବଦା ସକରାମୂଳ ଅଟେ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଡେଣ୍ଡୁ ଆମେ  $dx$  ମାଲନସ୍  $xy$  ଦ୍ୱାରା ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଭାବରେ  $dy$  ଲେଖିପାରିବା, ମୁଁ ଚାରିଟି ପଦ୍ଧତି ପାଇଁ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣରୁ  $y$  ବର୍ଗ ଶବ୍ଦକୁ ବନ୍ଦ କରିଦେଲୁ |  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଫର୍ମ୍

ଡେଣ୍ଡୁ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣରୁ ମୁଁ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ଅସମାନତା 4.2  $dy$   $dx$  ମାଲନସ୍  $xy$  ଠାରୁ 0 କିମ୍ବା ତା' ଠାରୁ ସମାନ ପାଇଲି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କିପରି ଆଗକୁ ବ  $proceed$  ିବା? ଧରାଯାଉ ଯଦି 4.2 ରେ ତୁମେ ଏକ ଅସମାନତା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ ସମାନତା ତେବେ 4.2 ଏକ ର  $ar$  ଖୁବ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ ହେବ ଡେଣ୍ଡୁ ତୁମେ କିପରି ଆଗକୁ ବ  $would$  ିବ ତୁମେ 4.2 କୁ ପାଖର ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗକୁ 2 ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ ବୁଦ୍ଧି କରିବ କିନ୍ତୁ ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ କର | ଏଠାରେ ଥିବା ଜିନିଷ ଏହା ଏକ ଅସମାନତା ମନେ କରେ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ପାଖର ମାଲନସ୍  $x$  ସ୍କାଲର୍ 2 ଦ୍ୱାରା  $always$  ଠାରୁ ସର୍ବଦା ସକରାମୂଳ ଅଟେ

ଡେଣ୍ଡୁ ମୁଁ 4.2 କୁ ପାଖର ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗକୁ 2 କୁ ବ  $ly$  ାଇ ପାରିବି ଏବଂ 4.2 ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଏକ ସଠିକ୍ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଯଥା  $ddx$  ହୋଇଯାଏ |  $y$  ର  $x$  ର  $e$  କୁ ପାଖର ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗକୁ 2 ରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ 0 ଯାହା ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସ୍ଲାଇଡ୍ ରେ 4.3 ଅଟେ ଯାହା ଆମକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ 4.3 ସଂଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ

ଡେଣ୍ଡୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଆପଣ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଲେ | ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ତୁମେ  $x$  ର ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇଛୁ ଯାହା ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ ସର୍ବଦା ଅଣ-ନେଗେଟିଭ୍ ତେବେ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ  $x$   $dx$  ର ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍  $\phi$   $a$  ରୁ  $b$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଅଣ-ନେଗେଟିଭ୍ ତୁମେ ମୋ ସହିତ ସହମତ ହେବ କାରଣ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ କ'ଣ? ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ହେଉଛି ଏକ  $x$  ଗ୍ରାଫ୍ ତଳେ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରକୁ  $x$  ର  $\phi$  ସହିତ  $x$  ସହିତ  $x$  କୁ ସମାନ କୁମ୍ପ ସହିତ  $b$  ଏବଂ  $y$  ସମାନ 0 କିନ୍ତୁ ଏହି ଅସମାନତା ଆପଣଙ୍କୁ କ'ଣ କହିଥାଏ ଅସମାନତା ଆପଣଙ୍କୁ କହିଥାଏ ଯେ  $x$  ର  $\phi$  ର  $x$  ର  $\phi$  ଗ୍ରାଫ୍ ମିଥ୍ୟା ଅଟେ |  $x$  ଅକ୍ଷ ଉପରେ, ଗ୍ରାଫ୍  $x$  ଅକ୍ଷ ଉପରେ ରହିଥାଏ, ତେବେ ଗ୍ରାଫ୍ ତଳେ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ର ସର୍ବଦା ସକରାମୂଳ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଯାହା କହିବାକୁ ପଡ଼ିବ ତାହା ବିଶେଷ ଭାବରେ ଯଦି ଆପଣଙ୍କର ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍  $f(x)$  ଏବଂ  $g(x)$  ଥାଏ ଏବଂ ଯଦି  $f(x)$  ଅଧିକ ଥାଏ | ବ୍ୟବଧାନରେ  $g(x)$  ଠାରୁ କିମ୍ବା ସମାନ, ତା' ପରେ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍  $a$  ରୁ  $b$   $f(x)$  ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍  $a$  ରୁ  $b$   $g(x)$   $dx$  ଠାରୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବ ତୁମେ ଏହାକୁ କିପରି ପାଇବ ତୁମେ ଏହାକୁ ପୂର୍ବଠାରୁ ପାଇଛ କେବଳ  $\phi$   $f$   $f$  ମାଲନସ୍  $g$  ସହିତ ସମାନ | ପୂର୍ବରେ  $s$   $f$  ମାଲନସ୍  $g$  ସହିତ ସମାନ  $\phi$  ନିଅ ଏବଂ ତୁମେ ଏହାକୁ ଠିକ୍ କର ଅନ୍ୟ ପୋକରେ ତାହା ଫାର୍ମ୍ରେ ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ସହିତ ସମାନ |  $ds$   $0$  ରୁ  $x$  ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ର ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ମୁଁ 4.3 ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ 0 କୁ 0 ରୁ  $x$  ଠିକ୍ କରିବାକୁ ଏକାଡ଼ିତ ହେବାକୁ ଯାଉଛି

ଡେଣ୍ଡୁ ମୁଁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 0 ରୁ  $x$  କୁ ସଂଯୋଗ କରିବାକୁ ଯାଉଛି ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଏକ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ କରିବ ତୁମେ କାଲ୍କୁଲସ୍ ମ  $fundamental$  ଲିକ୍ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ବ୍ୟବହାର କରିବ

ଡେଣ୍ଡୁ ତୁମେ ପାଇଲୁ | ପାଖର ମାଲନସ୍  $x$  ସ୍କାଲର୍କୁ  $d$   $dx$  ର  $x$  2 ରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ  
ଡେଣ୍ଡୁ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଶୂନ୍ୟରୁ  $x$   $dx$  ରୁ  $y$  କୁ ପାଖର ମାଲନସ୍  $t$  ସ୍କାଲର୍କୁ ଦୁଇ  $dt$  ବଡ଼ କିମ୍ବା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | ଭେରିଏବଲ୍ ହେଉଛି ଏକ ଡେରିଭେଟିଭ୍ 0 ମନେରଖନ୍ତୁ 0

ଡେଣ୍ଡୁ ଆମେ  $x$  ର  $y$  କୁ ପାଖର  $x$  ସ୍କାଲର୍ରେ 2 ରୁ 0 କୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ ଯାହା  $0$  ଠାରୁ 0 ଅଟେ  
ଡେଣ୍ଡୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇଛୁ ଯେ ସମାଧାନଟି ନିକରାମୂଳ ନୁହେଁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇଛୁ ଯେ  $x$  ର  $y$  ଅଣ ଅଟେ | -ନେଗେଟିଭ୍ ଯଦି  $x$   $0$  ଠାରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ ତେବେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖାଇବୁ |  $f(x)$  ବାସ୍ତବରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଚାଲନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଗକୁ ବ  $we$  ିବା, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଶୂନ୍ୟର ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ  $y$  କ୍ରମାଗତ ଅଟେ ଏବଂ

ଡେଣ୍ଡୁ ଯଦି ମୂଳର ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ 0 ଥାଏ ତେବେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡରେ 1 ରୁ କମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ | 0 ଯଥା 0 ରୁ  $c$   
ଡେଣ୍ଡୁ 0 ରୁ  $c$  ବ୍ୟବଧାନରେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ  $x$  ର  $y$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି  $x$  ର  $y$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ଏବଂ  $x$  ର  $y$  ପୂର୍ବରୁ  $x$  ସ୍କାଲର୍  
ଅଣ-ନେଗେଟିଭ୍  $y$  କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବା ଜରୁରୀ |  $to$   $y$   $of$   $x$

ଡେଣ୍ଡୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣକୁ ଫେରିବା, ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ କ'ଣ ଏହା କହୁଛି  $dy$   $by$   $dx$  ସମାନ  $xy$  ସମ୍ପର୍କରେ  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଅଟେ କିନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ  $y$  ସ୍କାଲର୍  $y$  ଠାରୁ କମ୍ ହେବାକୁ ଯାଉଛି

ଡେଣ୍ଡୁ ଆସନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଅସମାନତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା |  
ଡେଣ୍ଡୁ ଯେହେତୁ  $y$  ସ୍କାଲର୍ 4.1 ରୁ  $y$  ଠାରୁ କମ୍, ଆମେ  $dx$  ଦ୍ୱାରା  $different$  ଠାରୁ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ଅସମାନତା ପାଇଥାଉ 0 ରୁ  $c$  ଖଣ୍ଡ ଉପରେ  $x$  ସମ୍ପର୍କ  $y$  ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ

ଡେଣ୍ଡୁ ପୁନର୍ବାର ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ କର ଯେପରି ତୁମେ ଏକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରୁଛୁ | ଆଗକୁ ବ  $as$  ିବ ଯେପରି ଆପଣ ଏକ ର  $ar$  ଖୁବ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣ ନାମାଳ୍ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଯାଉଛନ୍ତି |  $y$  ତୁମେ ଡିଫରେନ୍ସିଆଲ ସମୀକରଣକୁ ପାଖର ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍  $px$   $dx$  କୁ ଗୁଣିତ କର, ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ  $px$  କ'ଣ ମାଲନସ୍  $x$  ସମ୍ପର୍କ 1 ଏବଂ ତାପରେ ତୁମେ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଶେଷ କରିବ ଯେପରି ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ  $x$  ର ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଏବଂ

ଡେଣ୍ଡୁ ଆମେ ଦୁଇଟିକୁ ମିଶ୍ରଣ କରିବା | ଦେଖନ୍ତୁ ଯେ  $x$  ର  $y$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏହି ଖଣ୍ଡରେ ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ କିନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ ଯେ ଶୂନ୍ୟ ଖଣ୍ଡରେ କେବଳ  $x$  ର ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ, ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 0 ହେବ ଯେଉଁଠାରେ ଆପଣ ପ୍ରକୃତରେ ଦେଖାଇ ପାରିବେ | 0 ସର୍ବତ୍ର ପ୍ରତିବାଦ ଦ୍ୱାରା  $proceed$  ଠାରୁ ଅଗ୍ରଗତି ହୁଏ ଧରାଯାଉ ଏହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟବଧାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 0 ଅଟେ ଯାହା ପରେ ଏହା ସକରାମୂଳ ହୋଇଯାଏ ତାପରେ ଏକ ପ୍ରତିବାଦରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ଯଦି ତୁମେ ଏହି ପ୍ରମାଣକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ କାମ କରୁଛ ତେବେ ବର୍ତ୍ତମାନ ମୋତେ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାୟାମ ସମାନ ଧାରଣା ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ



ଗ୍ରହଣ କରିବା ଏବଂ ଆମେ ଏହା ବାହା ରଙ୍ଗ ପାଇବା |  $dt = c \frac{dy}{y}$  ଯେଉଁଠି  $c$  ସ୍ଥିର ମାତ୍ରା 4 g ଓ  $1$  ଚାରା  $1$  ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା ସମାନ, ଯାହାକୁ 4.13 ପ୍ରାଇମ 4.13 ପ୍ରାଇମ କୁହାଯାଏ ଏକ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ପୃଥକ ସମୀକରଣ ଏବଂ ଆମେ ସାଧାରଣ ଉପାୟରେ ଆଗକୁ ବଢ଼ା  $we$  ଚାହାଁ,  $c$  ସ୍ଥିର ମାତ୍ରା 4 g ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଓ 4. ଚାରା 4.13 ପ୍ରାଇମକୁ ଭାଗ କରିବା |  $1$  ଓ  $ine$  ଚାରା  $1$  ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା ଏବଂ ତା' ପରେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ  $0$  ରୁ  $t$  ବ୍ୟବଧାନରେ ଏକତ୍ର କର ଏବଂ  $0$  କୁ  $0$  ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ସୂଚିତ କର |  $g$  ଓ  $1$  ଚାରା ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା  $2$  ସମାନ  $t$  ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସାଇନ  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା  $2$  ଚି ସମାନ ରଖି ଆମେ  $\cos y$  ଓ  $half$  ଚାରା  $2 dy$  ସମାନ  $du$  କିମ୍ବା  $dy$  ସମାନ  $2 du$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଓ  $1$  ଚାରା  $1$  ମାଇନସ୍  $y$  ସ୍କାଲ୍ ଏବଂ ଶେଷରେ ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ | ସ୍କାଲ୍  $du$  କୁ  $t$  ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍  $0$  ରୁ ସାଇନ  $y$  କୁ  $2$  ଡୁକୁ  $1$  ମାଇନସ୍  $k$  ସ୍କାଲ୍  $u$  ସ୍କାଲ୍  $i$  ଓ  $divided$  ଚାରା ବିଭକ୍ତ କରି  $t$  ସହିତ ସମାନ କରିଥାଏ |  $nto$   $1$  ମାଇନସ୍  $u$  ସ୍କାଲ୍ ଏହି ଶେଷ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ହେଉଛି ଏକ ଏଲିପ୍ଟିକ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍

ତେଣୁ ଆମେ ସ୍ୱାଭାବିକ ଭାବରେ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣର ଅଧ୍ୟୟନରେ ଏଲିପ୍ଟିକ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରସର ହେଉଛୁ ଯେହେତୁ ଆମେ ଏଲିପ୍ଟିକ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ଅଧ୍ୟୟନ କରିପାରିବୁ ନାହିଁ ଏବଂ ଆମକୁ ଏହି ଅନୁସନ୍ଧାନର ଯାଡ଼ି ତ୍ୟାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ | ଭେରିଏବଲ୍ସ ପୃଥକତା ପ୍ରଣାଳୀ ଓ  $this$  ଚାରା ଏହି 4.13 କୁ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ମାର୍ଗ ଆପଣଙ୍କୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଅସୁବିଧାରେ ପକାଇବ, ଆମେ ଏହି ଏଲିପ୍ଟିକ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଛାଡ଼ିଦେବୁ ଏବଂ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ନକରି ସମାଧାନର ଗୁଣାତ୍ମକ ଆଚରଣକୁ  $to$  ଚାହାଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବୁ | ଅତୀତରେ ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣର ଧାରଣା ହେଉଛି ଯେ ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ସମାଧାନ ନକରି ସମାଧାନ ବିଷୟରେ ସୂଚନା ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ

ତେଣୁ ଆମେ ଅନୁମାନ କରିବୁ ଯେ  $c$  ସ୍କାଲ୍ 4 g ରୁ ବଡ଼ ଅଟେ  $1$  ଆସକ୍ତ ଧରିବା ଯେ  $c$  ସ୍କାଲ୍ 4 ରୁ ବଡ଼ ଅଟେ |  $g$  by  $1$  ଏବଂ 4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଦେଖି 4.13 ର ଡାହାଣ ହାତ କଦାପି  $0$  ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ କାରଣ ଯଦି  $c$  squ ସାଇନ୍ ମାଇନସ୍  $1$  ରୁ  $1$  ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ହେତୁ 4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ଏବଂ

ତେଣୁ  $dt$  ଓ  $der$  ଚାରା ଉପରୁ ତା' ସର୍ବଦା ସମାନ ସଙ୍କେତ ରଖିବା ଉଚିତ ଏହା ସର୍ବଦା ସକାରାତ୍ମକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ କିମ୍ବା ଏହା ସର୍ବଦା ନକାରାତ୍ମକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ | ଏବଂ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ 4.11 କୁ ଦେଖ, ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ସକରାତ୍ମକ ଥିଲା

ତେଣୁ ଏହା ସବୁଦିନ ପାଇଁ ସକରାତ୍ମକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ

ତେଣୁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ସର୍ବଦା ସକରାତ୍ମକ ଅଟେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ  $y$  ର  $t$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏକ ମୋନୋଟୋନ୍ ବ  $increasing$  ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ, ଧଳା କାର୍ଯ୍ୟ ଯେ ମୋନୋଟୋନ୍ ସହିତ ଡାହାଣରୁ ବ  $increasing$  ଥିବୁ | 4.13 ର ହାତ ପାର୍ଶ୍ୱ 4.କୁ 4.13 କୁ ଫେରିଯିବା, ସର୍ବନିମ୍ନ କ'ଣ ଯାହା 4.13 ର ସର୍ବନିମ୍ନ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ହୋଇପାରେ 4.13 ର  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$   $1$   $1$  4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ 4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସର୍ବନିମ୍ନ ଯେତେବେଳେ ସାଇନ ଫ୍ୟାକ୍ଟର  $1$  ଥାଏ | ଏବଂ  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$  by  $1$  ପରିଚିତ କୁହନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏକ ସ୍କାଲ୍ ବୋଲି କୁହନ୍ତୁ ତେବେ ଆମେ କଣ ଦେଖିବା

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$  କୁ  $1$  କୁ ସ୍କାଲ୍ ଭାବରେ ରଖନ୍ତି ତେବେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ  $dt$  ଓ  $d$  ଚାରା ରଙ୍ଗ ସର୍ବଦା ଏକ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ |

ତେଣୁ  $t$  ର  $y$  ବଡ଼ ହେବା ଜରୁରୀ | ଏହାଠାରୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ଭାବରେ  $t$  ର ସମୟ କେବଳ ମୋନୋଟୋନ୍ ବୃଦ୍ଧି ନୁହେଁ ଏହା ଅତି କମରେ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ  $80$  ରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା  $80$  ସହିତ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ସମୟ ବ  $es$  ଚାରା ସହିତ କୋଣ ବ  $increasing$  ଚାରାକୁ ଲାଗିବ ଏବଂ ଏହା ଯାଉଛି ଅସୀମତା କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ କୋଣ ମନେରଖ ଯେ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସୁଇଚ୍ ହେଉଛି ଏବଂ

ତେଣୁ ପ୍ରଥମେ କୋଣ  $0$  ରୁ  $2\pi$  କୁ ଯାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ  $2\pi$  ରୁ ଏହା  $4\pi$   $6$  by  $8\pi$  କୁ ଯିବ ଯାହାକି ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି | ଗୋଲାକାର ଗତି  $4\pi$  ରୁ  $6\pi$  ଏବଂ ଇତ୍ୟାଦି ଯଦି  $c$  ସ୍କାଲ୍  $4g$  ରୁ ବଡ଼  $1$   $1$  ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ରେ ଅଧିକ ଶକ୍ତି ଥାଏ ତେବେ ଏହା ସର୍ବନିମ୍ନ ଗତି କରିବା ଆରମ୍ଭ କରେ ଆସକ୍ତ ଦେଖିବା ଯଦି  $c$  ସ୍କାଲ୍  $1$  ଓ  $4$  ଚାରା  $4g$  ରୁ କମ୍ ଏବଂ ଏଠାରେ  $i$  ଫୁଲ୍ ଆପଣଙ୍କୁ ବହୁତ ସରଳ କରିବାକୁ ଯାଉଛି ଇ କାଲ୍କୁଲସ୍ ବ୍ୟାୟାମ ଦର୍ଶାଏ ଯେ  $dt$  ଓ  $ang$  ଚାରା କୋଣାର ବେଗ  $dy$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ  $0$  ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ  $yt$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କିଛି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବାଧିକ ହାସଲ କରିବ ଯେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ର ପ୍ରଶସ୍ତିକରଣ ହେବ ଏବଂ ଯେଉଁ ସମୟରେ ତାହା ଘଟିବ | ଏକ କ୍ୱାର୍ଟର ପିରିୟଡ୍ ଏବଂ

ତେଣୁ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ର ଅବଧି  $4$  ଗୁଣ ହେବ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ନାହିଁ ଯେ ଏହା ଘଟିବ ନାହିଁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ କଦାପି  $0$  ନୁହେଁ ତେବେ ଯଦି ଡେରିଭେଟିଭ୍ କେବେହେଲେ  $0$  ନଥାଏ ତେବେ ପୁନର୍ବାର  $t$  ର  $y$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ମୋନୋଟୋନ୍ ହେବ | ପୂର୍ବ ପରି ବ  $increasing$  ଥିବୁ କିନ୍ତୁ ଏଥର  $t$  ର ପାଇ ପାଇପାରିବ ନାହିଁ କାରଣ ଯଦି  $y$  ର  $t$  ପାଇରେ ପହଞ୍ଚେ ତେବେ ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନରେ  $1$  ହୋଇଯିବ କାରଣ  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା  $2$  ଓ  $\pi$  ଚାରା ସାଇନ ଏବଂ  $2$  ଓ  $s$  ଚାରା ସାଇ  $1$  ଏବଂ ତା' ପରେ | 4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$  ବାହା  $1$  ହେବ କିନ୍ତୁ  $c$  ସ୍କାଲ୍  $4g$  ରୁ କମ୍  $1$  ମନେରଖନ୍ତୁ

ତେଣୁ 4.13 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ନକାରାତ୍ମକ ହୋଇଗଲା କିନ୍ତୁ ବାମ ହାତ ଏକ ବର୍ଗ ଏବଂ ଏହା ଏକ ପ୍ରତିବାଦ ଯାହା  $cannot$  ଚାରା ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ | ଏହିପରି ହୁଏ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ର କୋଣ  $y$  ର  $t$  କଦାପି ପାଇ ପହ  $reach$  ଚିପାରିବ ନାହିଁ ଏକ ସୀମା ଆଲମ୍ପା ଯେପରି  $t$  ଅସୀମତାକୁ ମନେ ରଖେ ଏକ ମୋନୋଟୋନ୍ ବୃଦ୍ଧି କାର୍ଯ୍ୟ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଅସୀମତାକୁ ଯିବ କିମ୍ବା ଏହାର ଏକ ସୀମିତ ସୀମା ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ଏହି ସୀମିତ ସୀମା  $\pi$  ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ପାଇ ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁ କିନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣ | ନିଜେ କହୁଛି ଯେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ର ଏକ ସୀମା ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ କାରଣ  $dt$  ସ୍କାଲ୍ ଓ  $der$  ଚାରା ଡେରିଭେଟିଭ୍ ତା' ହେଉଛି  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$  ଓ  $1$  ଚାରା  $1$  ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା ଏକ ସୀମା ଅଛି

ତେଣୁ ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଓ  $2$  ଚାରା  $2$  ର ଏକ ସୀମା ଅଛି

ତେଣୁ ଡାହାଣ ହାତର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ଅଛି | ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ 4.13 ର ଏକ ସୀମା ଅଛି, ଡେରିଭେଟିଭ୍ ସ୍କାଲ୍ ର  $dt$  ବର୍ଗ ଓ  $a$  ଚାରା ଏକ ସୀମା ଅଛି

ତେଣୁ  $dt$  ଓ  $d$  ଚାରା ଏକ ସୀମା ଅଛି କାରଣ ଏହା ସର୍ବଦା ସକରାତ୍ମକ ଅଟେ

ତେଣୁ ତୁମର ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି ଯେଉଁଠାରେ ତୁମର ଏକ କାର୍ଯ୍ୟ ଅଛି ଯାହା ଏକ ସୀମାକୁ ଯାଏ | ଏବଂ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ର ଏକ ସୀମା ଅଛି କିନ୍ତୁ ଭାବ | ଜ୍ୟାମିତିକ ଭାବରେ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କର ଯାହାକି ଏକ ସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସ୍ଥିର ହୋଇଯାଏ ଯେପରି  $t$  ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଗ୍ରାଫ୍ ଚାଟୁକାର ଏବଂ ଚାଟୁକାର ହୋଇଯାଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଆଶା କରୁ ଯେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଯଦି ଏହାର ସୀମା ଥାଏ ତେବେ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି  $f$  ର ଅଟେ |  $t$  ହେଉଛି ଏକ ଭିନ୍ନସମ କାର୍ଯ୍ୟ ଯେପରିକି  $f$  ର  $t$  ଏବଂ  $f$  ପ୍ରାଇମ  $t$  ର ସୀମିତ ସୀମା ଅଛି ଯେହେତୁ  $t$  ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ ତା' ହେଲେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ ଯୁଁ ଏହାକୁ ତୁମକୁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଭାବରେ କୁ  $explain$  ାଇବି କାରଣ  $f$  ର  $t$  ର ଏକ ସୀମା ଅଛି ଅର୍ଥାତ୍ ଗ୍ରାଫ୍ ହେଉଛି | ଭ୍ରମାନ୍ତର ଏହା ଚାଟୁକାର ଏବଂ ଚାଟୁକାର ହେବାକୁ ଲାଗୁଛି ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହାର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଯଦି ଏହାର ଏକ ସୀମା ଅଛି ତେବେ ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ କିନ୍ତୁ ଆପଣ ଏହାକୁ କାଲ୍କୁଲସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କଠୋର ଭାବରେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବେ କି ଫୁଲ୍ ଆପଣଙ୍କୁ ପରାମର୍ଶ ଦେଉଛି ଯେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ମୂଲ୍ୟ ଥିବୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆସକ୍ତ ଜ୍ୟାମିତିକ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏହାର ଅର୍ଥ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା | ଆକ୍ରମିକତା ଆସକ୍ତ ଏହାକୁ କଠୋର ଯୁକ୍ତି ସହିତ ବ୍ୟାକଅପ୍ କରିବା, ଆସକ୍ତ ବ୍ୟବଧାନରେ  $t$  କମା  $t$  ପ୍ଲସ୍  $1$  ର  $t$  ପ୍ଲସ୍  $1$  ମାଇନସ୍  $f$  ଉପରେ ଲାଗୁଥିବା ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ଥିବୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା |  $t$  ଏବଂ  $t$  ପ୍ଲସ୍  $1$  ମଧ୍ୟରେ କିନ୍ତୁ  $t$  କୁ ଅସୀମତାକୁ ଯିବାକୁ ଦିଅ, ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ଥିବୁରେ  $t$  ଏବଂ  $t$  ପ୍ଲସ୍  $1$  ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ଯେପରି କ୍ୟାପିଟାଲ୍  $t$  ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ  $c$  ମଧ୍ୟ ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ ଏବଂ

ତେଣୁ ଆମର  $t$  ପ୍ଲସ୍  $1$  ର ସମୀକରଣ ଅଛି | ମାଇନସ୍  $f$  ର  $t$  ସମାନ  $f$  ପ୍ରାଇମ୍  $c$  ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ  $0$  କୁ ଯାଏ ଆମେ ଜାଣୁ କାରଣ  $f$  ର ଏକ ସୀମା ଅଛି  $1$  ତେଣୁ  $f$  ପ୍ଲସ୍  $1$  କୁ  $1$   $f$   $t$  କୁ ଯାଏ  $1$   $f$   $t$  କୁ ଯାଏ |  $0$

ତେଣୁ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ  $f$  ପ୍ରାଇମ୍  $c$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ

ତେଣୁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ

ତେଣୁ ଆମକୁ ଏହାକୁ  $\text{c} \frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  ବୋଲି ଭୁଲ୍ ଭାବେ ଉପାୟ ବିଆଯାଉଛି

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ କୁ ଫେରିବା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏଫିଲ୍ଡରେ  $y$  ମୋନୋଟୋନିକ୍ ଏବଂ  $y$  ଇନ୍କ୍ରିଜିଂ ଥିବୁ | ଏହା ପାଇଁ ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ କି  $\sin x$  କି  $\cos x$  ଶାସି ସ୍ଥାନକୁ ଆସିପାରିବ ନାହିଁ ଏହାର ଏକ ସୀମିତ ସୀମା ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଡେରିଭେଟିଭ୍  $y$  ପ୍ରାଇମ୍ ଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 0 କୁ ଯିବା ଉଚିତ ଯେପରି  $t$  ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ କ'ଣ ଅଛି ଯେ  $t$  ର ଅସୀମତା  $y$  ର ପ୍ରକୃତି ଅଛି | ସୀମିତ ସୀମା ଆଲଫା ଯାହା  $\pi$  ଏବଂ  $y$  ପ୍ରାଇମ୍ 0 ରୁ କମ୍ ଅଟେ ଏହାର ଏକ ସୀମା ଅଛି ଏବଂ ଏହି ସୀମା ଆମେ ଦେଖୁଛୁ 0 ବର୍ତ୍ତମାନ କେଉଁଠାରେ ଅଛି | ଆମେ ଏଠାରୁ ଯିବା ଦେଖିବା ଯେ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାଇମ୍  $\sin y$  ଉପରେ  $\sin y$  0 ବର୍ତ୍ତମାନ  $y$  ର ଏକ ସୀମା ଅଛି  $y$  ପ୍ରାଇମ୍ ର ଏକ ସୀମା ଅଛି ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି ସମୀକରଣ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାଇମ୍  $\sin y$  ଉପରେ 1 ସମୀକରଣ 0 କୁ ସମାନ ବୋଲି କହିଥାଏ ଯେ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଅଛି |  $t$  ଏକ ଅସୀମତା ପାଇଁ ଏକ ସୀମା କିନ୍ତୁ କାଲିକୁଲସ୍ ଲେଖା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ କହିବ ଯେ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ ଏବଂ

ତେଣୁ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣ ଆମକୁ ପୁନର୍ବାର ଦେବ ଯେ  $t$  ର ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ହେବ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆଲଫା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ | ତା' ପରେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସ୍ଥିର ଅଟେ ଏହା ଆପଣଙ୍କ ସ୍ୱପ୍ନା କରୁନାହିଁ ଏବଂ ଏହା ଏକ ପ୍ରତିବାଦ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଛୁ ଯେ ଶେଷ ବ୍ୟାଖ୍ୟାରେ କି point ଶାସି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ ସର୍ବାଧିକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ନୁହେଁ ପ୍ରଥମ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ହେଉଛି 0 କିନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଡେରିଭେଟିଭ୍ କ'ଣ? ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ର ମୂଳ ସମୀକରଣକୁ ଫେରନ୍ତୁ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାଇମ୍  $\sin y$  ଉପରେ 1 ସାଇନ  $y$  ହେଉଛି 0

ତେଣୁ  $y$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ହେଉଛି ମାଇନସ୍  $\sin y$  ଉପରେ 1 ସାଇନ  $y$  ଯାହା ନକାରାତ୍ମକ ହେବ

ତେଣୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ନକାରାତ୍ମକ

ତେଣୁ ଏହା ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ ସର୍ବାଧିକ

ତେଣୁ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ | ସୁଇଚ୍ ଆରମ୍ଭ କରେ | ଏହା ସର୍ବାଧିକରେ ପହଞ୍ଚିଥାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହାକୁ ପଛକୁ ଘୁଞ୍ଚିବାକୁ ପଡ଼େ କାରଣ ଏହା ତା' ଠାରୁ ଅଧିକ ଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ଏବଂ ତା' ପରେ ପୁଣିଥରେ ଯୁକ୍ତି ହୋଇପାରେ ଯେ ଏହାର ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ କିନ୍ତୁ ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ କିଛି ହେବାରେ ରୋକିଥାଏ ଏବଂ ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ଅନ୍ୟ କିଛି ହୋଇପାରେ | 60 ଡିଗ୍ରୀ କୁହାଯାଇପାରେ ବୋଧହୁଏ ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି ମାଇନସ୍  $\frac{\pi}{2}$  ଯେ  $\frac{\pi}{2}$  କିପରି ଜାଣିବ ଯେ ଏହା ତାହାଣକୁ ସମାନ ପରିମାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଥାଏ ଯେପରି ବାମ ପଟେ ସମସ୍ୟା ନମ୍ବର ପାଞ୍ଚିତ ସମସ୍ୟାକୁ ଦେଖାଏ ତାହା ଆପଣଙ୍କୁ କହିଥାଏ ଯେ ଏହାର ପରିମାଣ ଏହା ତାହାଣକୁ ଯାଏ, ଏହା ବାମକୁ ଯିବା ପରିମାଣ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ କାରଣ ଆମେ କହିଛୁ ଯେ ଶୂନ୍ୟର ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏବଂ ଏହାର ସମାଧାନ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏକ ଅଭୁତ କାର୍ଯ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ଯାହାକୁ ଆମେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ଥିରେମ୍ ଆବେଦନ କରୁ ଯାହା ଆମେ ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇନାହିଁ |  $\sin x$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଥିରେମ୍ ସାମାନ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର ନକରି ଆମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା 6 ର ସମାଧାନ କରିପାରିବା |  $\sin x$  ହେଉଛି ମାଇନସ୍  $\cos x$

ତେଣୁ  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  କୁ ଦେଖନ୍ତୁ ସମଗ୍ର ସ୍କାଲ୍ ସମାନ  $c$  ସ୍କାଲ୍ ମାଇନସ୍  $4g$  ଉପରେ 1 ସାଇନ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଦ୍ୱାରା 2 ଠାରୁ 2 କିନ୍ତୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ 0 ଅଟେ ଯେତେବେଳେ  $y$  ମୂଲ୍ୟ ଆଲଫା କିମ୍ବା ମାଇନସ୍ ବିଟା ନେଇଥାଏ କାରଣ ଆଲଫା ସର୍ବାଧିକ ଅଟେ | ଏବଂ ମାଇନସ୍ ବିଟା ସର୍ବାଧିକ ଅଟେ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆମେ  $c$  ସ୍କାଲ୍ 1 ସାଇନ ସ୍କାଲ୍ ଆଲଫା ଉପରେ  $4g$  ଏବଂ  $c$  ସ୍କାଲ୍  $4g$  1 ସାଇନ ସ୍କାଲ୍ ବିଟା ଉପରେ  $2g$  ପାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ଜିନିଷକୁ ସମାନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ସାଇନ ସ୍କାଲ୍ ଆଲଫାକୁ 2 ସମାନ ସାଇନ ସ୍କାଲ୍ରେ ପାଇବୁ | ବିଟା by  $\frac{1}{2}$  ଯାହା  $\frac{1}{2}$  ଠାରୁ ଯେଉଁଠି ଆମେ ଆଲଫାକୁ ମାଇନସ୍ ବିଟା ସହିତ ସମାନ କରିଥାଉ ଯାହା ସମସ୍ୟା 6 ର ଆଲୋଚନାକୁ ସମାପ୍ତ କରେ ଯାହା ଆପଣଙ୍କୁ କହିଥାଏ ଯେ ଯଦି  $c$  ସ୍କାଲ୍  $4g$  ରୁ କମ୍ 1 1 ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ବୋହରିବା ଗତିକୁ ତାହାଣକୁ ଯାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହା କରେ | ଫେରି ଆସେ ଏବଂ ଏହାର ସର୍ବାଧିକ ଅଛି ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଏହା ଆଗକୁ ବ  $\sin x$  ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରେ ଏବଂ ଏଥିରେ ଏହା ଓସିଲେଟୋରୀ ମୋସନ୍ ଏକଜେକ୍ଟର୍ କରେ ଯଦି  $c$  ସ୍କାଲ୍  $4g$  ରୁ ବଡ଼ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ବୃତ୍ତାକାର ଗତିକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରେ

ତେଣୁ ଜିନିଷ ମୂଲ୍ୟରେ  $c$  ସ୍କାଲ୍ରେ ଯାହା ଘଟେ 1 1  $\sin x$  ସହିତ ସମାନ |  $t$  ଘଟେ ଯଦି  $c$  ସ୍କାଲ୍ 1 ଦ୍ୱାରା 4  $g$  ସହିତ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ହେଉଛି ଯେ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ଚିରକାଳ ପାଇଁ ସର୍ବାଧିକ ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଆଙ୍ଗୁଳ ପାଇ ଆମେ ଏହାକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ଉଚିତ ଏବଂ ଏହା ଘଟିବ କି ନାହିଁ ଏହା ଦେଖାଯାଏ ଯେ ଏହି ଗୁରୁତ୍ୱ case ପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେତେବେଳେ  $c$  ସ୍କାଲ୍ ଚାରି  $g$  ସହିତ ସମାନ | 1 ଦ୍ୱାରା  $\sin x$  ଠାରୁ ଆମେ ସ  $\sin x$  ଭାଗ୍ୟବଶତ  $\sin x$  ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣର ଏକାକରଣକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରିପାରିବା

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଏହାକୁ କିପରି କରିବା

ତେଣୁ  $c$  ସ୍କାଲ୍ 4  $g$  ସମାନ 1 କୁ ମନେ ରଖନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଚାରି ପଏଣ୍ଟ୍ ସମୀକରଣକୁ ଫେରିଯାଅ | ଚାରୋଟି  $g$  ଦ୍ୱାରା 1 ଠାରୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଆମେ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ପାପ ସ୍କାଲ୍  $y$  ଦ୍ୱାରା  $\sin x$  ଠାରୁ ପାଇଥାଉ ଯାହା  $\cos x$  ଠାରୁ କୋସାଇନ୍ ବର୍ଗ  $y$  ଦ୍ୱାରା  $\sin x$  ଠାରୁ ସମୀକରଣ 4.13 ଗୁରୁତ୍ୱ case ପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସରଳ କରିଥାଏ

ତେଣୁ ଆମେ 4.14  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  ସମୀକରଣ ପାଇ  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  ଦ୍ୱାରା ସମଗ୍ର ସ୍କାଲ୍  $4g$  ଦ୍ୱାରା ସମାନ |  $\cos^2 y$  ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖ ଯେ ଯଦି  $y$  ପ୍ରାଇମ୍  $t$  କିଛି କିଛି ସୀମିତ ସମୟରେ 0 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ, ତେବେ ଶେଷ ସମୀକରଣର ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ  $\sin x$  ଆପଣଙ୍କୁ କିଛି ଦେବ ନାହିଁ ଯେ  $y$  ର  $t$  ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ  $\pi$  ଏବଂ  $y$  ପ୍ରାଇମ୍  $t$  ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ | 0 ହୁଅନ୍ତୁ କିନ୍ତୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ କନଷ୍ଟ୍ | ସମାନ ଭାବରେ ପି ର ଆଣ୍ଟି ଫଙ୍କସନ୍ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସମୀକରଣକୁ ମଧ୍ୟ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରେ ଏବଂ ଏହା ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥା 4.15 କୁ ମଧ୍ୟ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରେ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଇଭାସିଭ୍  $\sin x$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାଇମ୍  $\sin x$  ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରାଇମ୍  $\sin x$  କରେ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଆମର ସମାଧାନ ସ୍ଥିର ସମାଧାନ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ତାହା ହେଉଛି | ତାହା ନୁହେଁ କାରଣ ଯଦି ଏହା ଏକ ସ୍ଥିର ସମାଧାନ ଅଟେ ତେବେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 0 ହେବ ବୋଲି ଆମେ ଅନୁମାନ କରୁଛୁ ଯେ  $c$  ହେଉଛି  $4g$  ଦ୍ୱାରା 1 ଠାରୁ

ତେଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଉଛୁ ଯେ  $y$  ପ୍ରାଇମ୍ କେବେ ବି ଅନୁଶ୍ୟ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ ଆମେ 4.14 ର ଉତ୍ତର ପାର୍ଶ୍ୱ positive ର ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ନେଇପାରିବା | ଜିନିଷ କେସ୍  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  ଠାରୁ ଆମର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପୃଥକ ସମୀକରଣ ଅଛି,  $\frac{d}{dx} \sin x = 2 \sin x$  ଠାରୁ  $\sin x$  ଠାରୁ 0 ଏବଂ  $y = 0$  ସହିତ ସମାନ |

ତେଣୁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୃଥକ କରି 4.16 ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା

ତେଣୁ  $\cos y$  ଦ୍ୱାରା ଆଣ | 2 ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏବଂ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଟ୍ କର ତୁମେ ଲଗ୍ ସେକାଣ୍ଟ୍ ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ପାଇବ ତୁମେ ଲଗ୍ ସେକାଣ୍ଟ୍  $y$  ଦ୍ୱାରା 2 ଠାରୁ 2 ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍  $y$  ଦ୍ୱାରା 2 ଠାରୁ ସମାନ ରୁଟ୍  $g$  ଦ୍ୱାରା  $1/t$  ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସେହି ରୁଟ୍  $g$  ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କର ଏବଂ ତୁମେ ଏହାକୁ କେବଳ  $s$  ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କର | କେବଳ ସରଳତା ପାଇଁ | ତୁମେ  $y$  କୁ 2 ଟିଟା ସହିତ ସମାନ ରଖ, ତେବେ ଶେଷ ସମୀକରଣକୁ ଲଗ୍ ସେକାଣ୍ଟ୍ ଆଟା ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ କିମ୍ବା ସେକାଣ୍ଟ୍ ଆଟା ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ପାଖରୁ ସହିତ ସମାନ ହେବ

ତେଣୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଆଟା ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ | ସମୀକରଣ 4.17 ପ୍ରତିକ୍ରିୟାକୁ ନିଅ  $e$  ର ପାଖରୁ  $s$  ପ୍ଲସ୍  $e$  କୁ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $s$  କୁ  $\cosh x = \cosh x$  ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯିବ  $s$  ର ହାଇପରବୋଲିକ୍ କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ତା' ପରେ ଟାନ୍ ଟାନ୍ ଟାନ୍ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $\cos x$  ର ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $\sin x$  ଯାହା ହାଇପରବୋଲିକ୍ ସାଇନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣ ପାଇଲୁ 4.19 ସେକାଣ୍ଟ୍ ଆଟା ହେଉଛି ହାଇପରବୋଲିକ୍ କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ଟାନ୍ ଆଟା ହେଉଛି ହାଇପରବୋଲିକ୍ ସାଇନ

ତେଣୁ ଆମେ ପ୍ରକୃତ ଡୋମେନ୍ ରେ ରହି ଜିନିଷ ଡୋମେନ୍ ଭିତରକୁ ନ ଯାଇ ହାଇପରବୋଲିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ଟ୍ରାନ୍ସଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମ୍ପର୍କ ଦେଖୁ | ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପ୍ରକୃତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଦ୍ୱାରା ଟ୍ରାନ୍ସଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ରୁ ହାଇପରବୋଲିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ  $\sin x$  4.19 ଦ୍ୱାରା  $\sin x$  ଠାରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ଏକ ନାମ ଅଛି ଯାହାକୁ ଟ୍ରାନ୍ସଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ସମାନାପର୍ଥ ଟ୍ରାନ୍ସମିଟିଭ୍ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହି ନାମ 1862 ମସିହାରେ ଆର୍ଥର୍ କାଲିକ୍ ଦ୍ୱାରା  $\sin x$  ଠାରୁ

ଦିଆଯାଇଥିଲା । ଭଲ ରୋମାନିଆନ୍ ସ୍ମୃତି ଆଲଜେବ୍ରା ଭଲ୍ୟୁମ୍ 2 ର ପୃଷ୍ଠା 312 ରେ ମିଳିପାରିବ ଯାହା 1900 ଦଶକରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥିଲା ବାସ୍ତବରେ ଏହା 1900 ଦଶକ ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥିଲା ଏହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂସ୍କରଣ ଅଟେ ଭଲ ରୋମାନିଆନ୍ ଓଲଟା କାର୍ଡୋଗ୍ରାଫିରେ ଦେଖାଯାଏ ଏବଂ ନାଭିଗେସନ୍ ମନେରଖ ଯେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିବା ସମୟରେ କାର୍ଡୋଗ୍ରାଫିର ସମସ୍ତାଂଶ ହୋଇଥିଲା । ଅର୍ଗୋଗୋନାଲ୍ ଗ୍ରାଜେକ୍ଟୋରୀ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର କାର୍ଡୋଗ୍ରାଫି ଆସେ ଏବଂ ଏହା ମର୍ବାଟର୍ସ ପ୍ରୋଜେକସନ୍ ସହିତ କାର୍ଡୋଗ୍ରାଫି ଏବଂ ନେଭିଗେସନ୍ ଆସେ

ତେଣୁ କେଉଁ ମେରିକେଟର୍ ନିର୍ମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲା ସେ ଏକ ମାନଚିତ୍ର ନିର୍ମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲା ଯେଉଁଥିରେ ଗୋଲରେ ଲକ୍ଷ୍ମୋଡ୍ରୋମ୍ ମିଳୁଛି । ତୁମର ବିମାନ ମାନଚିତ୍ରରେ ମାନଚିତ୍ରରେ ସିଧାସଳଖ ରେଖା ଭାବରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ତୁମେ ମୋଡେ ପଚାରିବ କି ଲକ୍ ଅଛି । ରୁମ୍ ଗୁଡିକ ମୋଡେ ଦେଖାଇବାକୁ ଦିଅ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ମୋଡ୍ରୋମଗୁଡିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ପୃଥିବୀରେ ବକ୍ର ଅଟେ ଯାହା ସେମାନେ ସମାନ କୋଣରେ ଦ୍ରାଘିମାକୁ କାଟନ୍ତି, ବକ୍ରତା ଏକ ସମାନ କୋଣରେ ସମସ୍ତ ଦ୍ରାଘିମାକୁ ଏକ ସ୍ଥିର କୋଣରେ କାଟେ କାହିଁକି ଏପରି ବକ୍ରଗୁଡିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କାରଣ ସେମାନେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କାରଣ । ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ନାଭିଗେସନ୍ ଟିକ୍ସାଧାରରେ ଜାହାଜଗୁଡିକ ଏକ ବୃହତ୍ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବସ୍ତୁ ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ସମୁଦ୍ର ପାର ହୋଇ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥାନକୁ ଯିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି ଆପଣ ଭାବି ପାରନ୍ତି ଯେ ସର୍ବୋତ୍ତମ ଉପାୟ ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପଥକୁ ନେବା ହେଉଛି ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ପଥ ହେଉଛି ଦୁଇଟି ପଏଣ୍ଟରେ ଯୋଗଦେବା । ପୃଥିବୀର ପୃଷ୍ଠା କିଛି ସମସ୍ୟାଟି ହେଉଛି ଯେ, ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ମହାନ ସର୍କଲରେ ଯାତ୍ରା କରନ୍ତି, ସେତେବେଳେ ମହାନ ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗି ସମାନ କୋଣରେ ଦୀର୍ଘତାକୁ ଛଡ଼ାଇ ନଥାଏ । କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବା ଏବଂ ଜାହାଜ ପରି ଏକ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବସ୍ତୁ ସହିତ ଏହା କରିବା ଅତ୍ୟନ୍ତ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ଏବଂ ମହଙ୍ଗା ହେବ

ତେଣୁ ଜାହାଜଗୁଡିକ ଯାତାୟାତ କରେ ନାହିଁ । ମହାନ ସର୍କଲଗୁଡିକ ସହିତ ବରଂ ସେମାନେ ଲକ୍ଷ୍ମୋଡ୍ରୋମସ୍ ବକ୍ରଗୁଡିକ ସହିତ ଯାତ୍ରା କରନ୍ତି ଯାହା ସମାନ କୋଣରେ ଦ୍ରାଘିମାକୁ କାଟେ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠରେ ଏକ ଲକ୍ ସିଣ୍ଟୋମ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଆପଣଙ୍କର ବିମାନ ମାନଚିତ୍ରରେ କ'ଣ ଅନୁରୂପ ହେବ ମାନଚିତ୍ରଟି ଏକ ସ୍ଥାନରୁ ବସ୍ତୁ ଯାହା ଏହା ଉପରେ ଛପା ହୋଇଛି । କାଗଜ ପତ୍ର ଏବଂ ମର୍କେଟର ଏକ ମାନଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲା ଯେ ପୃଥିବୀର ଏହି ଲକ୍ଷ୍ମୋଡ୍ରୋମଗୁଡିକ ମାନଚିତ୍ରରେ ସିଧା ଲାଇନଗୁଡିକ ସହିତ ମେଲ ଖାଉଛି ଯାହା ଦ୍ୱ  $good$  ାରା ସେ ଭଲ ରୋମାନିଆ କାର୍ଯ୍ୟର ବିପରୀତ ସମସ୍ତାଂଶ ହୋଇଥିଲେ ତେଣୁ ମୁଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଦୁଇଟି ଦେବି । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଜୋନ୍ ମ୍ୟାକ୍ରେଇକ୍ ବୁକ୍ ଜ୍ୟାମିଟ୍ରିର ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ ପୂର୍ବରୁ ଏହା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ପାଇଁ ରେଫରେନ୍ସ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ମୁଁ ଏହି ପୁସ୍ତକ ବିଷୟରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିଲି ଏବଂ ବିଟାୟ ପୁସ୍ତକଟି ହେଉଛି  $h1$  resnikoff ଏବଂ ରୋ କୁଅ ଗଣିତ ଏବଂ ସଭ୍ୟତା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଆକର୍ଷଣୀୟ ପୁସ୍ତକ ବିଟାୟଟି ହେଉଛି । ଏକ ମଜାଦାର ପୁସ୍ତକ ସେ ନାଭିଗେସନ୍ ଗଣିତ ଏବଂ ନାଭିଗେସନ୍ ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ କଥାବାର୍ତ୍ତା କରନ୍ତି କିପରି କାଲକୁଲସ୍ ନାଭିଗେସନ୍ ସମସ୍ୟାରେ ଆସେ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଭଲ ରୋ ଉପରେ କିଛି ବ୍ୟାୟାମ ଅଛି । ମାନିଆନ୍ ଶୋ ' ର ପାଖରୁ ମାଇନସ୍ ପି' କୁ 2 ର ବିପରୀତ 2 ଏବଂ ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଭଲ ରୋମାନିଆନ୍ ଏକ ଅଲ୍ଲତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଏହା ଏକ ବ  $increasing$  ୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଅଟେ ଯେପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହି ସମସ୍ୟାଟି ତୁମ ପାଇଁ ବହୁତ କମ୍ ଅଟେ ।  $s$  ର ଏହି ସମୀକରଣକୁ ଭିନ୍ନ କର ଏକ ଅତୁଆ ଫଙ୍କସନ୍  $s$  କୁ ମାଇନସ୍  $s$  ଦ୍ୱାରା ରିଫ୍ଲେକ୍ସ  $s$  କୁ ମାଇନସ୍  $s$  ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇ ତୁମେ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $s$  କୁ 2 ଟନ୍ ଓଲଟା ପାଇବ କିନ୍ତୁ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $s$  କୁ ଇ ର ଓଲଟା କଣ ଏହା ଇ ର ଓଲଟା  $1$  କୁ ଓଲଟା । ପାଖରୁ  $s$  କୁ କିନ୍ତୁ ପାଖରୁ  $s$  କୁ 2 ମାଇନସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା ଇ- ପାଖରୁ ଏବଂ 2 ଥର  $\pi$  ଦ୍ୱ  $2$  ାରା  $\pi$  କୁ 2 ଏବଂ  $\pi$  ମାଇନସ୍ ପାଇ 2 କୁ  $\pi$  ଦ୍ୱ  $2$  ାରା 2 ହୋଇଯାଏ । ମାଇନସ୍  $s$  ର ପାଇସ୍ ଦ୍ୱ  $2$  ାରା 2 ମାଇନସ୍ 2 ଟାନ୍ ଓଲଟା ପାଖରୁ  $s$  କୁ ଯାହା ଆଗର ମାଇନସ୍ ଅଟେ ।  $s$  ର

ତେଣୁ ଏକ ଅଲ୍ଲତ କାର୍ଯ୍ୟ ହେଉଛି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ୟାଟି ଅତ୍ୟନ୍ତ କ  $interesting$  ତୁହଲପୂର୍ଣ୍ଣ କାରଣ  $j$  2014 ରେ ଏକ ସମାନ ସମସ୍ୟା ଦେଖାଦେଇଛି ଯାହାକି  $j$  2014 ରେ ଦେଖାଦେଇଥିବା ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଏକ କୋସେକାଣ୍ଟ ଆଟାକୁ ପାଖର 17 ରେ ଏକାକୃତ କରିବା ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ଏକ ସେକେଣ୍ଡର ଏକ ଅଲ୍ଲତ ଶକ୍ତି ନିଅନ୍ତି ଏବଂ ଏକ କୋସେକାଣ୍ଟର ଏକ ଅଲ୍ଲତ ଶକ୍ତି ଆପଣ ଜାଣନ୍ତି ଯେ ଯଦି ଆପଣ ଅଂଶଗୁଡିକ ଦ୍ୱାରା ଏକାକରଣ କରିବା ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତି ତେବେ ଆପଣଙ୍କୁ ଏହାକୁ ବାରମ୍ବାର କରିବାକୁ ପଡିବ ଏବଂ ଏହା ମଜାଦାର ହେବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଆପଣ ବାରମ୍ବାର ଅଂଶଗୁଡିକ ଦ୍ୱାରା ଏକାକରଣକୁ ଏଡାଇବାକୁ ଏକ ଉପାୟ ଚାହୁଁଛନ୍ତି ତେଣୁ କିପରି? ଏକ କୋସେକାଣ୍ଟର ଏକ ଅଲ୍ଲତ ଶକ୍ତି କିମ୍ବା ଏକ ସେକାଣ୍ଟର ଏକ ଅଲ୍ଲତ ଶକ୍ତିକୁ ଏକତ୍ର କରିବା ପାଇଁ ଭଲ ରୋମାନିଆନ୍ ଆପଣଙ୍କୁ ଏହା କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ଯାହା ଦ୍ୱ  $17$  ାରା ପାଖରୁ  $17$  ଡି ଆଟାକୁ ସେଣ୍ଟାଣ୍ଟ କରନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଆପଣ ଏହାକୁ କିପରି କରିବେ ସେକାଣ୍ଟ ଆଟା ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଆକୁ  $e$  ସହିତ ସମାନ । ପାଖରୁ  $s$  ତେବେ ତୁମେ କ'ଣ ପାଇବ ସେକାଣ୍ଟ ଆଟା ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଆଟାକୁ ପାଖରୁ  $s$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ସେକାଣ୍ଟ ଆଟାକୁ ହାଇପରବୋଲିକ୍ କୋସାଇନ୍ ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ଭିନ୍ନ କର  $\theta d \theta$   $\theta$   $wi$  ହାଇପରବୋଲିକ୍ ସାଇନ ସ୍ପେସ୍ ଟାନ୍ ଆଟା ଦ୍ୱ  $divided$  ାରା ବିଭକ୍ତ ହେବ କିନ୍ତୁ ହାଇପରବୋଲିକ୍ ସାଇନ  $sds$  ସହିତ ସମାନ ଥିବ

ତେଣୁ ଆପଣ  $ds$  କୁ  $ds$  ସହିତ ସମାନ କରିବ

ତେଣୁ ପାଖର 17 ରେ ତୁମର ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ସେଣ୍ଟାଣ୍ଟ ପାଖର 16 ପାଇଁ ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ସେଣ୍ଟାଣ୍ଟ ହେବ ଯାହା ହାଇପରବୋଲିକ୍ କୋସ୍ ଅଟେ । ଶକ୍ତି 16 ଥର  $ds$  ଚାଲନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକାକରଣର ସମାପ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ମନେରଖନ୍ତୁ ସମୀକରଣ ସେକାଣ୍ଟ ଆଟା ସମାନ କୋଣ  $s$

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ  $0$   $s$  ସହିତ ସମାନ ହେବ ଏବଂ ଥିବା  $3$  ଦ୍ୱାରା  $\pi$  ସମାନ  $3$  ଲଗ୍ 2 ପ୍ଲସ୍ ରୁଟ୍ 3 ସହିତ ସମାନ ହେବ । ତାହା ତୁମ ପାଇଁ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ସହଜ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ କ'ଣ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ପାଇବୁ ତାହା 1 ରୁ 2 କୁ ପାଖର 16 କୁ ଲଗ୍ 2 ପ୍ଲସ୍ ରୁଟ୍ 3 କୁ ପାଖରୁ  $s$  ପ୍ଲସ୍ ଇ କୁ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $s$  କୁ 16  $ds$  କୁ ବ  $power$  ାଇବ ଏବଂ ହାଇପରବୋଲିକ୍ କୋସ୍ କେବଳ ପାଖରୁ  $s$  ପ୍ଲସ୍ ଇ କୁ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍  $s$  ଦ୍ୱ  $2$  ାରା 2 ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ ଆପଣ ଏହାକୁ ବିପାକ୍ଷିକ ଥିଓରେମ୍ ଦ୍ୱ  $expand$  ାରା ବିସ୍ତାର କରିପାରିବେ ଏହା ବିଶେଷ ଭାବରେ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ କୁ ଦେଖିବେ ଆପଣଙ୍କୁ ବାରମ୍ବାର ଅଂଶ ଏବଂ ଏକାକୃତ କରିବାକୁ ପଡିବ ନାହିଁ । ସମାନ ଭାବରେ ଆପଣ କୋସେକାଣ୍ଟ ଆଟାକୁ ଶକ୍ତି 17 କୁ ଚେଷ୍ଟା କରିପାରିବେ ଏଠାରେ ଆପଣ କସେକାଣ୍ଟ ଆଟା ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ଆକୁ ପାଖରୁ ସହିତ ସମାନ ରଖନ୍ତୁ

ତେଣୁ ମୁଁ ଆପଣ କରେ ଆପଣ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ ଦୁନିଆକୁ ଏହି କ୍ଷୁଦ୍ର ଯାତ୍ରା ଉପଭୋଗ କରିଛନ୍ତି ଏବଂ ମୁଁ କେବଳ କିଛି ଶବ୍ଦ କହିବାକୁ ପସନ୍ଦ କରେ । ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେବାକୁ ମୁଁ ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣର ଅନେକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ଅଂଶ ମାଧ୍ୟମରେ ନେଇଥିଲି ଆମେ ଅନେକ ଜ୍ୟାମିଟ୍ରିକ ଉଦାହରଣ ଦେଖୁଥିଲୁ ଯାହା ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରୁ ଉଦାହରଣ ଦେଖୁଥିଲୁ ଆମେ ଜ  $ology$  ବ ବିଜ୍ଞାନରୁ ଉଦାହରଣ ଦେଖୁଥିଲୁ ଆମେ ଅର୍ଗୋଗୋନାଲ୍ ଗ୍ରାଜେକ୍ଟୋରୀକୁ ଦେଖୁଲୁ ଏବଂ ଜ୍ୟୋଟିର୍ବିଜ୍ଞାନକୁ ଦେଖୁଲୁ ଏବଂ ସେହି ପରି ଜିନିଷଗୁଡିକ । ମୁଁ ତୁମକୁ ଅନେକ ରେଫରେନ୍ସ ଦେଇଛି ଏବଂ ମୁଁ ତୁମକୁ ଆଉ ଦୁଇଟି ରେଫରେନ୍ସ ଦେବି ଏବଂ ପ୍ରଥମ ରେଫରେନ୍ସ ହେଉଛି  $gf$  ସିମ୍ପ୍ଲି ଡିଫେରିଏଲ୍ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରୟୋଗ ଏବଂ  $historical$  ଡିହାସିକ ନୋଟ୍ସ ଦ୍ୱ  $second$  ାରା ବିଟାୟ ସଂସ୍କରଣ ହେଉଛି ଯାହା ମୁଁ ଟାଟା  $mcgraw-hill$  ତୃତୀୟ ସଂସ୍କରଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ । ଏହା ମଧ୍ୟ ବାହାରକୁ ଆସିଛି କିନ୍ତୁ ବିଟାୟ ସଂସ୍କରଣ ଆମର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ଏହା ଏକ ବହୁତ ଭଲ ପୁସ୍ତକ ଏହା  $the$  ଡିହାସିକ ଏସା ପ  $reading$  ୍ରା ପାଇଁ ଏକ ଆନନ୍ଦଦାୟକ । ବିଶିଷ୍ଟ ଗଣିତଜ୍ଞ ଉପରେ  $ys$  ପ୍ରଥମ 80 ପୃଷ୍ଠାଗୁଡିକ ପ  $students$  ୍ରାରେ ଆନନ୍ଦଦାୟକ କରିଥାଏ ଯାହା ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଉପଲବ୍ଧ ଅଟେ ଯେ ସେମାନେ କ୍ରୋନ୍ ସମସ୍ୟା ପାଇଁ ଶାଖାଗୁଡିକୁ ଅନୁସରଣ କରିବା ପାଇଁ ଜ୍ୟାମିଟ୍ରି ବକ୍ରର ଅନେକ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ଏବଂ ଏହି ପୁସ୍ତକଟି ଭାରତୀୟ ସଂସ୍କରଣରେ ଉପଲବ୍ଧ ଏବଂ ବିଟାୟ ପୁସ୍ତକ ଯାହା ମୁଁ ଉଲ୍ଲେଖ କରିବାକୁ ଚାହେଁ ତାହା ହେଉଛି ସ୍ଥିତାକର ସ୍ଥିତାକ୍ର କାଲକୁଲସ୍ ଏକ ଅତି ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ଲିଖିତ ପୁସ୍ତକ ଏହା କାଲକୁଲସ୍ ଉପରେ ଏକ ଯତ୍ନ ସହିତ ଲିଖିତ ପୁସ୍ତକ ଏବଂ ଅଧ୍ୟାୟ 17 ରେ ଆପଣ  $ruyter$  ଗତିବିଧି ନିୟମରୁ କେପଲର ନିୟମର ଏକ ଉତ୍ପାଦନ ଦେଖିବେ ଏବଂ ଏହା 1994 ରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥିଲା ।

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ଯାତ୍ରା ସମାପ୍ତ ହୋଇଛି ଏବଂ ମୁଁ ଆପଣ କରୁଛି ଆପଣ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ ଦୁନିଆରେ ଏହି ଯାତ୍ରାକୁ ଉପଭୋଗ କରିଛନ୍ତି ମୁଁ ବିଦାୟ ଦେବାକୁ ଚାହେଁ କିନ୍ତୁ ଏହା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଅନେକ ଲୋକଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେବା ମୋର ଆନନ୍ଦ ଅଟେ ଯାହା ମୁଁ ବର୍ତ୍ତମାନ କରିବି । ଗଣିତ ବିଭାଗର ମୁଖ୍ୟ ପ୍ରଫେସର ନିଲା

ନାଟରାଜକୁ ମୋର ସହକର୍ମୀ ଏବଂ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର iitb ସଂଯୋଜକଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେଇ ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତୁ । ଏହି ବକ୍ତୃତା ପ୍ରଦାନ ପାଇଁ ମୋତେ ଏକ ସୁଯୋଗ ଦେଇଥିବାରୁ ମୁଁ ତାଙ୍କୁ ବିଶେଷ ଭାବରେ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେଉଛି ଏବଂ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ତାଙ୍କ କ୍ରମାଗତ ଉତ୍ସାହ ଏବଂ ସମର୍ଥନ ପାଇଁ ବିଶେଷତଃ when ଯେତେବେଳେ ମୋର ଉତ୍ସାହ କମ୍ ହେଉଥିଲା ସେତେବେଳେ ସେ ମୋତେ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପ୍ରେରଣା ଦେଇଥିଲେ ଏବଂ ତା' ପରେ ମୁଁ ମୋର ଧନ୍ୟବାଦ ଦେବାକୁ ଚାହେଁ । ସହକର୍ମୀ ପ୍ରଫେସର ଶାନ୍ତନୁ ଦିନ ଯିଏ ଏହି ଭିଡ଼ିଓଗୁଡ଼ିକ ଶୁଣିଛନ୍ତି ବ୍ୟାୟାମ ମାଧ୍ୟମରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଛନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରଚ୍ଛେଦିତ ତାଙ୍କର ମହତ୍ୱ task ପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ଏବଂ ମୋତେ ସଂଶୋଧନ କରିବାର ଏକ ବହୁତ ବଡ଼ ତାଲିକା ଦେଇଥିବାରୁ ମୁଁ ପ୍ରଫେସର ବିକ୍ରମ ଗତ୍ରିଙ୍କୁ c ଗଭୀରର ମୁଣ୍ଡକୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେବାକୁ ଚାହେଁ । ଏହାର ଅତ୍ୟାଧୁନିକ ସୁବିଧାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଆମକୁ ଏହି ସୁନ୍ଦର ସିଡ଼ି ଷ୍ଟୁଡ଼ିଓ ପ୍ରଦାନ କରିବା ପାଇଁ ଏବଂ iit delhi ରୁ ପ୍ରଫେସର ନିଲାଡ଼ି ଚାଟାର୍ଜୀ ଯିଏ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ସଂଯୋଜକ ଅଟନ୍ତି ମୁଁ ମୋର ବିଭାଗର phd ଛାତ୍ର ଆଦିତ୍ୟ ମହେଶ୍ୱରୀଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେବାକୁ ଚାହେଁ । ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଏବଂ ଶେଷ ଏବଂ ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ମୁଁ ବ the ଷୟକ କର୍ମଚାରୀଙ୍କୁ ନିରନ୍ତର ହୃଦୟରୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଇବାକୁ ଚାହେଁ, ଯେଉଁମାନେ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛନ୍ତି ଏବଂ କାହାକୁ ରଖାଯାଇଛି । ମୋର ମହାମାରୀ ସହିତ ସବୁବେଳେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ମୋର ବହୁତ we ଶ ଅଛି ଏବଂ ସେମାନେ ମୋର ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେଉଛନ୍ତି ଏବଂ ମୁଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେଉଛି ମୋର ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରମାନେ ଆପଣଙ୍କୁ ବିଦାୟ ଦେଖୁଛନ୍ତି ଆପଣଙ୍କୁ ବହୁତ ଧନ୍ୟବାଦ

Prutor@iitk