नमस्कार म्हणून आम्ही विभेदक समीकरणांवरील मालिकेतील शेवटच्या आणि समारोपीय व्याख्यानाला आलो आहोत,
त्यामुळे आजचे व्याख्यान आपण काही विषमता आणि समाप्ती पाहणार आहोत किंवा कदाचित तुम्हाला आवडल्यास कदाचित एक प्रमुख असेल
त्यामुळे आज आम्ही ज्या मुद्द्यांवर चर्चा केली ते असे असतील.
विभेदक असमानतेच्या काही उपयोगांचे अनुसरण करते परंतु हे आपण ज्या प्रकारे रेखीय विभेदक समीकरणांसह कार्य केले त्यासारखेच असेल आणि नंतर विशिष्टतेच्या प्रमेयाकडे एकत्रित होईल परंतु आपण तेथे नक्की पोहोचू शकत नाही आपण विशिष्टता प्रमेय सांगणार नाही पेंडुलम समीकरण पुन्हा आम्ही हे सुरू केले पेंडुलम समीकरण व्युत्पन्न करून व्याख्यान मालिका जे आपण मिळवलेले पहिले विभेदक समीकरण होते आणि आपण पेंडुलम समीकरण थोडे अधिक बारकाईने बघून आणि नंतर काही समारोपीय टिप्पण्या देऊन समाप्त करू आणि म्हणून आता विभेदक असमानता कशी वापरायची ते सुरू करूया.
हे विभेदक समीकरण पहा 4.
1 dy by dx बरोबर y बरोबर x अधिक y y बरोबर 0 च्या 0 च्या प्रारंभिक स्थितीसह तुम्हाला th दिसेल विभेदक समीकरण 4.
1 हे बर्नौली समीकरण आहे ते बर्नौली समीकरण आहे आणि म्हणून तुम्हाला y च्या वर्गाने भागायचे आहे परंतु दुर्दैवाने तुम्ही का करू शकत नाही कारण y चे 0 आहे आणि 0 ने भागाकार करण्याची परवानगी नाही
त्यामुळे तुम्ही 4.
1 कसे सोडवाल हे तुम्ही चांगले
पहाल.
0 सोल्यूशन हे आधीच एक समाधान आहे स्थिर सोल्यूशन 0 घ्या ते विभेदक समीकरणाचे समाधान करते 0 चे व्युत्पन्न 0 आहे आणि उजवी बाजू देखील 0 आहे.
म्हणून 4.
1 मध्ये 0 च्या बरोबरीचे स्थिर समाधान y प्लग इन करा आणि तुम्हाला ते लगेच दिसेल.
विभेदक समीकरणाचे समाधान ते 0 च्या 0 च्या y ची प्रारंभिक स्थिती देखील पूर्ण करते .
परंतु आपण 4.
1 पूर्णपणे सोडवले आहे का हे आपल्याला कसे कळेल की 0 च्या बरोबरीचे 4.
1 समाधानकारक y चे 0 च्या बरोबरीचे इतर कोणतेही समाधान नाहीत कदाचित याशिवाय इतरही आहेत 0 सोल्यूशन जे 4.
1 चे समाधान करेल अशी शक्यता आम्ही कशी नाकारू शकतो की आम्हाला एक सामान्य प्रमेय आवश्यक आहे तुम्ही एक सामान्य विशिष्टता प्रमेय आहात जे हमी देते की शून्य सोल्यूशन हे 4.
1 चे एकमेव समाधान आहे आणि तेथे ए.
आर.
ई इतर कोणतेही उपाय नाहीत
त्यामुळे तुम्हाला या अगदी सोप्या परिस्थितीत सामान्य विशिष्टतेच्या प्रमेयाची गरज भासत आहे, म्हणून आपण पहिल्याच व्याख्यानाकडे परत जाऊ या जिथे आपण विभेदक असमानतेची चर्चा केली जिथे आपण विभेदक समीकरणाच्या काही अटी काढून टाकल्या आणि विभेदक असमानता मिळवली.
जेव्हा आपण मर्यादित वेळेत एस्केप टू इनफिनिटी बद्दल चर्चा करत होतो तेव्हा आपण 4.
1 dy बरोबर dx समान xy अधिक y वर्ग हे विभेदक समीकरण पाहू या y वर्ग संज्ञा नेहमी सकारात्मक असते म्हणून आपण xy plus बरोबर dx बरोबर dx हे विभेदक समीकरण पाहू.
y स्क्वेअर द y स्क्वेअर टर्म नेहमी पॉझिटिव्ह असते म्हणून आपण dx वजा xy ने dy लिहू शुन्य पेक्षा जास्त किंवा बरोबरीने लिहू शकतो मी चार बिंदू एक साठी चार बिंदू एक या विभेदक समीकरणातून y वर्ग पद काढून टाकले आहे y स्क्वेअर टर्म ऑफ द डिफरेंशियल इक्वेशन वरून मला डिफरेंशियल असमानता 4.
2 dy द्वारे dx वजा xy 0 पेक्षा जास्त किंवा बरोबर मिळाली आहे.
आता आपण कसे पुढे जाऊ? समजा जर 4.
2 मध्ये तुम्ही असमानतेऐवजी समानता असाल तर 4.
2 हे एक रेखीय विभेदक समीकरण असेल तर तुम्ही त्या बाबतीत कसे पुढे जाल तुम्ही 4.
2 ला e ने गुणाकार कराल आणि x वर्ग 2 उजवीकडे घात कराल पण तेच करा.
इथे काही हरकत नाही ही असमानता आहे पण e ची पॉवर वजा x स्क्वेअर 2 ने नेहमी पॉझिटिव्ह असते
त्यामुळे मी 4.
2 चा e ने पॉवर मायनस x स्क्वेअरला 2 ने गुणाकार करू शकतो आणि 4.
2 ची डावी बाजू ddx असे अचूक डेरिव्हेटिव्ह बनते.
x च्या y चा x चा e मध्ये x स्क्वेअर वजा 2 ने 0 पेक्षा जास्त किंवा बरोबर जे 4.
3 आहे ते दाखवलेल्या स्लाइडमध्ये चांगले आहे आता आपल्याला 4.
3 समाकलित करावे लागेल आपल्याला 4.
3 समाकलित करावे लागेल म्हणून आपण पुढे जाऊ या आपल्याला खालील परिस्थिती प्राप्त झाली आहे चला तुम्हाला x चे phi फंक्शन मिळाले आहे जे इंटरव्हल ab वर नेहमी नॉन-ऋण असते मग आपण म्हणू शकतो की x dx चा integral phi a ते b नक्कीच नकारात्मक नसतो यावर तुम्ही माझ्याशी सहमत व्हाल कारण इंटिग्रल काय आहे अविभाज्य क्षेत्र un आहे आलेखाच्या खाली

असलेले क्षेत्रफळ y च्या phi च्या x च्या दरम्यान x च्या बरोबर ax च्या बरोबर b आणि y च्या बरोबर 0 पण ही असमानता तुम्हाला काय सांगते असमानता तुम्हाला सांगते की x चा pha हा x च्या phi चा आलेख आहे x अक्षाच्या वर आलेख x अक्षाच्या वर असेल तर आलेखाखालचे क्षेत्रफळ नेहमी सकारात्मक असेल आणि हे सिद्ध करण्यासाठी तुम्हाला एवढेच सांगायचे आहे , विशेषत: तुमच्याकडे fx आणि gx ही दोन फंक्शन्स असतील आ ि जर fx जास्त असेल तर इंटरव्हल ab वर gx पेक्षा किंवा समान नंतर इंटिग्रल a ते bfxdx इंटिग्रल a ते bgx dx पेक्षा मोठे किंवा समान असेल तुम्हाला हे कसे मिळेल तुम्हाला हे कसे मिळेल तुम्हाला हे आधीच्या वरून फक्त phi घ्या f उणे g फक्त phi इक्वल टू sf मायनस g मागील एकामध्ये घ्या आणि तुम्हाला हे एक ठीक मिळेल, चला हे लागू करूया, म्हणून आपण स्लाईड्सवर परत जाऊ या, तुम्हाला 4.
3 मिळाले आहेत, म्हणून मी म्हणतो की डाव्या बाजूचा अविभाज्य किंवा पेक्षा मोठा असेल.
इतर wor मध्ये उजव्या बाजूला अविभाज्य समान ds 0 ते xi पर्यंतच्या व्युत्पन्नाचे अविभाज्य मी 0 ते x 4.
3 च्या दोन्ही बाजू एकत्रित करणार आहे
ठीक आहे, म्हणून मी 0 ते x या दोन्ही बाजू एकत्रित करणार आहे जेव्हा तुम्ही व्युत्पन्न एकत्र करता तेव्हा तुम्ही कॅल्क्युलसचे मूलभूत प्रमेय वापरता म्हणून तुम्हाला मिळाले d dx चा y चा xe चा घात वजा x चा वर्ग 2 ने 0 पेक्षा जास्त किंवा बरोबर
त्यामुळे अविभाज्य शून्य ते xddt of te ची घात वजा t चा वर्ग दोन dt पेक्षा जास्त किंवा बरोबरच निश्चित पूर्णांक मध्ये व्हेरिएबल हे एक डमी व्हेरिएबल आहे म्हणून xe च्या कॅल्क्युलस y चे मुलभूत प्रमेय वापरू या 0 लक्षात ठेवा 0 होते म्हणून आपल्याला x चा y पेक्षा मोठा किंवा e च्या बरोबरीचा x ची घात 2 ने 0 म्हणजे 0 आहे असा निष्कर्ष काढला आहे.
म्हणून आपण निष्कर्ष काढला आहे की समाधान नॉन-ऋणात्मक आहे आपण निष्कर्ष काढला आहे की x चा y गैर आहे जर x 0 पेक्षा मोठा किंवा बरोबर असेल तर ऋण.
आता आपण यो दाखवू fx हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे चला आता पुढे जाऊ या की शून्याचे y शून्य आहे आणि y सतत आहे आणि म्हणून जर मूळ फंक्शनचे मूल्य 0 असेल तर फंक्शनचे मूल्य एका विशिष्ट तुकड्यात 1 पेक्षा कमी असले पाहिजे.
0 म्हणजे 0 ते c म्हणून 0 ते c च्या अंतरालवर आपल्याला माहित आहे की x चा y एकापेक्षा कमी असल्यास x चा y एकापेक्षा कमी असणे आवश्यक आहे आणि x चा y आधीपासून गैर-ऋणात्मक y x च्या वर्गापेक्षा कमी किंवा समान असणे आवश्यक आहे x च्या y पर्यंत तर आपण विभेदक समीकरणाकडे परत जाऊ या विभेदक समीकरण काय आहे असे म्हणूया की dy द्वारे dx बरोबर xy अधिक y वर्ग आहे पण आता आपण पाहिले आहे की y वर्ग y पेक्षा कमी होणार आहे म्हणून आता ही विषमता वापरूया म्हणून y वर्ग 4.
1 वरून y पेक्षा कमी असल्याने dx द्वारे dx पेक्षा कमी किंवा समान असमानता dy 0 ते c या तुकड्यावर x अधिक 1 y पेक्षा कमी किंवा समान आहे म्हणून पुन्हा त्याच गोष्टीचे पुन्हा अनुकरण करा जसे की तुम्ही विभेदक समीकरण सोडवत आहात.
तुम्ही रेखीय विभेदक समीकरण नाव सोडवणार आहात असे समजून पुढे जा y तुम्ही डिफरेंशियल समीकरणाला e ने गुणाकार करा pxdx पॉवर इंटिग्रल pxdx या प्रकरणात px म्हणजे काय उणे x अधिक 1 आणि नंतर तुम्ही निष्कर्ष काढाल जसे आम्ही आत्ताच पुढे गेलो x चा y शून्य पेक्षा कमी किंवा समान आहे आणि म्हणून आम्ही दोन एकत्र करतो शून्य ते c या तुकड्यावर x चा y सारखाच शून्य असला पाहिजे हे पहा पण आता आम्ही दाखवू इच्छितो की x चा y फक्त शून्य ते c या तुकड्यावर सारखाच शून्य आहे असे नाही तर ते सर्वत्र 0 असणे आवश्यक आहे जे तुम्ही प्रत्यक्षात दाखवू शकता 0 सर्वत्र विरोधाभासाने पुढे जा, समजा ते 0 आहे एका ठराविक अंतरापर्यंत ज्यानंतर ते सकारात्मक झाले तर विरोधाभास येण्याचा प्रयत्न करा जर तुम्ही हे पुरावे पूर्ण करत असाल तर थोडे सावध रहा, आता मी तुम्हाला दोन व्यायाम देतो.

या दोन भिन्न समीकरणांवर तुम्ही स्लाइडमध्ये पाहत आहात की काही अटी काढून टाकून एक असमानता मिळवून पुढे जाण्याची समान कल्पना आहे म्हणून मी एक उदाहरण तपशीलवार तयार केले आहे आणि मी तुम्हाला आणखी दोन वापरून पाहण्यास सांगत आहे जेणेकरून दोन भिन्नता l समीकरणे dy द्वारे dx बरोबर y बरोबर y बरोबर 1 अधिक x घनाचे वर्गमूळ आणि दुसरे एक dy द्वारे dx y बरोबर y ची घात 3 अधिक साइन स्क्वेअर x या दोन्ही विभेदक समीकरणांसाठी y 0 आहे 0.
आणि
त्यामुळे तपासणी करून तुम्ही पहाल की 0 हा एक उपाय आहे जो तुम्हाला स्थापित करायचा आहे तो हा एकमेव उपाय आहे म्हणून पुढे जा , होय मी शेवटच्या व्यायामात सूचित केले आहे म्हणून या व्यायामाचा मुद्दा काय आहे यापेक्षा सोपा आणि थेट दृष्टीकोन नाही या निष्कर्षावर पोहोचण्यासाठी प्रत्येक वेळी तुम्हाला अशी परिस्थिती येते की जिथे तुम्हाला y किंवा y वर्गाने भागावे लागेल जसे की बर्नौली समीकरणात घडले आहे आणि प्रारंभिक स्थिती सांगते की y ची 0 बरोबर 0 आहे का आपण प्रत्येक वेळी या रिगमरोलमधून जात आहोत काय? तुम्हाला खरोखरच एक सामान्य विशिष्टता प्रमेय आवश्यक आहे सामान्य विशिष्टता प्रमेय जो थेट शेल्फमधून वापरला जाऊ शकतो तुम्ही विशिष्टता प्रमेय उचलता अशा विशिष्टतेचे प्रमेय सिद्ध करण्याचे महत्त्व आता आमच्यावर हळूहळू दिसून येत आहे आणि आम्ही असे एकी कसे सिद्ध करू? क्वेनेस प्रमेयांचा मुद्दा मला सांगायचा आहे की आम्ही नुकतीच तयार केलेली ही उदाहरणे तर्काची विशिष्ट मॉडेल्स आहेत जी तुम्हाला विशिष्टतेचा पुरावा देईल प्रमेय कल्पना म्हणजे विभेदक असमानता मिळवणे आणि नंतर आम्ही एक निराकरण करतो त्याप्रमाणे पुढे जाऊ.
रेखीय विभेदक समीकरण आणि आम्ही सामान्य अस्तित्व प्रमेय सिद्ध करणार नाही परंतु मुख्य घटक खालील स्लाइडमधील कल्पना आहेत म्हणून समजा t चा f मध्यांतर ab वर नॉन-ऋणात्मक कार्य आहे जसे की t चा f a पेक्षा कमी किंवा समान आहे plus b integral a to t fsds असमानता 4.
4 हे गृहितक आहे a आणि b स्थिरांक आहेत आणि f गैर-ऋणात्मक आहेत तर निष्कर्ष असमानता आहे 4.
5 म्हणजे t च्या f पेक्षा कमी किंवा b च्या घातांकाच्या t च्या समान वजा या पुराव्याची कल्पना तंतोतंत समान आहे 4.
4 च्या उजव्या बाजूस कॉल करा कारण t चे कॅपिटल f चे कॅपिटल f चा t चे कॅपिटल ए प्लस b इंटिग्रल a ते tfsds नंतर

लक्षात घ्या की थोडे f हे कॅपिटल f पेक्षा कमी किंवा समान आहे थोडे f पेक्षा कमी किंवा equ आहे al ते कॅपिटल f आणि कॅपिटल f चे थोडेसे मूल्यमापन केलेले a म्हणजे भांडवल a 4.
7 तुम्ही पुढे काय कराल फरक करा 4.
6 फरक करा 4.
6 तुम्हाला df द्वारे dt समान bf बरोबर काय मिळेल बरोबर तुम्ही 4.
6 df द्वारे dt समान फरक करण्यासाठी कॅल्क्युलसचे मूलभूत प्रमेय वापरता b गुणिले थोडे f पण b गुणिले थोडे f हे b पट भांडवल पेक्षा कमी किंवा समान आहे f तुम्हाला विभेदक असमानता मिळाली आहे तुम्ही रेखीय समीकरणाप्रमाणेच पुढे जाल ज्याप्रमाणे तुम्ही विभेदक समीकरण e ने गुणाकार करा af of little a बरोबरीचे भांडवल a आणि नंतर ते समाविष्ट करा तुमच्या integral मध्ये तुम्हाला f चा t च्या घातांकात वजा b मध्ये t वजा a पेक्षा थोडा कमी किंवा समान आहे जे आम्हाला सिद्ध करायचे आहे म्हणून या व्यायामाचा पुरावा आहे या छोट्या निकालाचा पुरावा अगदी त्याच पद्धतीचे अनुसरण करतो आणि विशिष्टतेच्या प्रमेयाच्या पुराव्यामध्ये हा एक महत्त्वाचा घटक आहे म्हणून आता आपण या व्याख्यानमालेच्या पुढील भागाकडे आणि शेवटच्या भागाकडे वळू.
ही व्याख्यान मालिका आहे पेंडुलम अस्वस्थपणे वेळेच्या असह्य मार्चला विरामचिन्हे करत फिरत राहतो
त्यामुळे पेंडुलम झोकत राहतो आणि ते आपल्यासाठी वेळेचे मध्यांतर कॅलिब्रेट करते असे चिन्हांकित करते, म्हणून आपण मागे जाऊ आणि d2y समीकरण dt वर्ग अधिक g overl ने आठवूया sine y बरोबर 0 म्हणजे समीकरण 4.
9 आहे आता आपण काय करू या समीकरण 4.
9 ला dy च्या गुणाकाराने dt ने गुणाकार करू या काय होईल तुम्हाला dy ने d 2 y ने dt वर्ग मिळेल ठीक आहे तर 2 थ्रोचा घटक टाका 2 च्या फॅक्टरमध्ये तुम्हाला 2 y डॅश y दुहेरी डॅश मिळेल 2 y डॅश y दुहेरी डॅश काय आहे जर तुम्ही y डॅश स्क्वेअरमध्ये फरक केला तर तुम्हाला काय मिळणार आहे जर तुम्ही y डॅश स्क्वेअरमध्ये फरक केला तर तुम्हाला 2 y डॅश y दुहेरी मिळेल डॅश पुढील टर्म sine y मध्ये y डॅश पहा.
तुम्ही sine y मध्ये y डॅश कसे मिळवाल तुम्ही वजा cos y मध्ये फरक कराल तर तुम्ही वजा cos y मध्ये फरक केला तर तुम्हाला
y डॅशमध्ये sine y मिळेल
त्यामुळे तुम्ही विभेदक समीकरण 4.
9 गुणाकार केल्यास काय होईल y prim द्वारे e जेव्हा तुम्ही समीकरण 4.
9 चा y प्राइम ने गुणाकार करता तेव्हा समीकरणाची डावी बाजू अचूक डेरिव्हेटिव्ह बनते जी तुम्ही पुढील डिस्प्लेमध्ये d dt च्या dt च्या स्लाइडमध्ये dt पूर्ण वर्ग वजा 2 g बाय l कोसाइन y आहे 0.
तर हे समाकलित करा आणि तुम्हाला dt पर्यंत dy मिळेल संपूर्ण वर्ग वजा 2 g by l cosine y equals e पुन्हा मी एकात्मतेच्या स्थिरतेसाठी e अक्षर वापरतो तेथे गतिज उर्जेचे प्रतिनिधित्व करणाऱ्या 4.
10 मधील संज्ञा ओळखण्याचे स्पष्ट कारण आहे.

आणि संभाव्य उर्जा ही पहिली टर्म dy द्वारे dt स्क्वॉर्ड हा कसा तरी गतिज ऊर्जेशी संबंधित आहे आणि दुसरी टर्म संभाव्य उर्जेशी संबंधित आहे तुम्हाला कदाचित ती काही स्थिरांकाने गुणाकार करावी लागेल, तुम्हाला कदाचित एक विशिष्ट स्थिरांक जोडावा लागेल परंतु मूलत: समीकरण 4.
10 हे उर्जेच्या संवर्धनाचा नियम सांगते आणि आपण समीकरण 4.
10 चा संदर्भ ऊर्जा समीकरण म्हणून घेणार आहोत ज्याला आपण ऊर्जा समीकरण म्हणणार आहोत ठीक आहे आता आपण प्रारंभिक लिहूया अटी y च्या 0 च्या 0 च्या बरोबरीच्या आणि y चा प्राइम 0 च्या बरोबरीच्या c जेथे c हा एक सकारात्मक स्थिरांक आहे याचा अर्थ काय याचा अर्थ लोलक मध्य स्थानापासून कोनीय वेगाने सुरू होतो c प्रारंभिक टोकदार गतीसह c तुम्ही जो धक्का द्याल मध्यवर्ती स्थानावरून पेंडुलमला थोडासा धक्का द्या आणि पेंडुलम दोलन सुरू होईल या प्रारंभिक परिस्थिती ऊर्जा समीकरणामध्ये समाविष्ट करा, तुम्हाला ऊर्जा समीकरण 4.
10 पुट टी इक्वल टू 0 पुट टी इक्वल टू झिरो dy द्वारे dt येथे t इक्वल टू शून्य आहे c आणि cos y जेव्हा वेळ t शून्याच्या बरोबरीचा असतो cos शून्य असतो जे एक समीकरण चार बिंदू दहा फक्त वाचते c वर्ग वजा 2 g by l समान e म्हणून e आहे c वर्ग वजा 2 g by l तेच मी म्हणत आहे म्हणून बरोबर आहे 4.
10 उर्जा समीकरणाची हाताची बाजू c वर्ग वजा 2 g ने l ने बदलली आहे
त्यामुळे पुढील गोष्ट म्हणजे उजव्या बाजूला कोसाइन टर्म घेणे आहे जर तुम्ही समीकरण 4.
12 मध्ये उजव्या बाजूला कोसाइन संज्ञा घेतली
तर दि.
पर्यंत संपेल संपूर्ण वर्ग समान c वर्ग वजा 2 g by l मध्ये 1 वजा cos y आता त्रिकोणमितीय ओळख आठवा 1 वजा cos y हा 2 sine वर्ग y by 2.
म्हणजे तुम्हाला dt पर्यंत dy मिळेल संपूर्ण वर्ग l वर c वर्ग वजा 4 g sine स्क्वेअर y by 2 समीकरण 4.
13 आता तुम्ही समीकरण 4.
13 पाहू शकता आणि तुम्हाला आनंद होईल कारण तुम्हाला प्रथम ऑर्डर डिफरेंशियल समीकरण समीकरण 4.
13 हे फर्स्ट ऑर्डर डिफरेंशियल समीकरण आहे आमचे तात्काळ आवेग वर्गमूळ घेणे आणि dt ला dy म्हणणे असेल.
c वर्गाचे वर्गमूळ वजा 4 g by l sine वर्ग y by 2 आणि ते एक वेरियेबल विभाजीत समीकरण आहे.

आम्हाला खूप आनंद आहे की आम्ही चल वेगळे करू शकतो आणि आम्ही समाकलित करू ज्याची तुम्ही गणना करू शकत नाही आणि तो अविभाज्य लंबवर्तुळाकार अविभाज्य आहे म्हणून मी काही व्याख्यानांपूर्वी उल्लेख केलेला लंबवर्तुळाकार अविभाज्य येथे एका पेंडुलम समीकरणाच्या संदर्भात दिसून येतो म्हणून आपल्याकडे dt पर्यंत संपूर्ण वर्ग c squa आहे लाल वजा 4 g by l sine स्क्वेअर y by 2.

त्यामुळे y चा बिंदू c आहे जो धनात्मक आहे तेव्हा व्युत्पन्न t बरोबर 0 धन आहे आपण दोन्ही बाजूंचे 4.
13 चे धनात्मक वर्गमूळ घेऊ आणि आपण dy ने मिळवू.
dt हे c वर्गाचे वर्गमूळ वजा 4 g by l sine वर्ग y by 2 च्या बरोबरीचे आहे ज्याला 4.
13 अविभाज्य 4.
13 अविभाज्य असे संबोधण्यात आले आहे 4.
13 अविभाज्य हे एक चल विभाजीत समीकरण आहे आणि आपण नेहमीच्या पद्धतीने पुढे जाऊया आपण c वर्ग वजा 4 g च्या वर्गमूळाने 4.
13 अविभाज्य भाग करतो.
l sine स्क्वेअर y द्वारे 2 आणि नंतर t च्या संदर्भात 0 ते t मध्यांतर 0 च्या बरोबरीच्या y च्या 0 च्या बरोबरीचे लक्षात घेऊन दोन्ही बाजू एकत्र करा.
तर आपल्याला काय मिळेल c वर्ग वजा 4 च्या वर्गमूळानुसार 0 ते ydy मिळेल g by l sine वर्ग y by 2 equals t
आता आपण sine y by 2 equals u ठेवतो cos y चा अर्धा भाग 2 dy समान du किंवा dy equals 2 du द्वारे 1 वजा u वर्गाच्या वर्गमूळाचा आणि शेवटचा अविभाज्य भाग स्लाइडचे रूपांतर t बरोबर 2 वर c इंटिग्रल 0 ते sine y ने 2 du भागिले 1 वजा k वर्ग u वर्ग i nto 1 वजा u स्क्वेअर हे शेवटचे प्रदर्शित केलेले अविभाज्य एक लंबवर्तुळाकार अविभाज्य आहे
त्यामुळे आम्ही नैसर्गिकरित्या पेंडुलम समीकरणाच्या अभ्यासात लंबवर्तुळाकार अविभाज्यांकडे नेले जाते कारण आम्ही लंबवर्तुळाकार अविभाज्यांचा अभ्यास करू शकत नाही आम्ही तपासणीची ही ओळ सोडून दिली पाहिजे आणि आम्ही पूर्णतः पूर्ण केले पाहिजे.
भिन्न मार्गाने हे 4.
13 व्हेरिएबल्सच्या पृथक्करणाच्या पद्धतीद्वारे सोडवण्याचा कोणताही प्रयत्न तुम्हाला अडचणीत आणणार आहे, आता आपण हे लंबवर्तुळाकार अविभाज्य सोडू आणि विभेदक समीकरण न सोडवता समाधानाचे गुणात्मक वर्तन समजून घेण्याचा प्रयत्न करू.
भूतकाळातील विभेदक समीकरणांची कल्पना अशी आहे की आपण स्पष्टपणे विभेदक समीकरण न सोडवता समाधानांबद्दल माहिती मिळवण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे म्हणून आपण असे गृहीत धरू की c वर्ग 4 g पेक्षा मोठा आहे l आपण गृहीत धरू की c वर्ग 4 पेक्षा मोठा आहे.
g by l आणि 4.
13 च्या उजव्या बाजूकडे पहा 4.
13 ची उजवी बाजू कधीही 0 होऊ शकत नाही कारण c squ असल्यास ared 4 g by l पेक्षा मोठा आहे कारण sine उणे 1 आणि 1 च्या दरम्यान आहे 4.
13 ची उजवी बाजू उघडपणे कधीही शून्य नाही आणि म्हणून dt द्वारे व्युत्पन्न dy ने नेहमी समान चिन्ह ठेवले पाहिजे ते नेहमी सकारात्मक किंवा ते नेहमी नकारात्मक असले पाहिजे आणि सुरुवातीला 4.
11 वर पहा व्युत्पन्न सुरुवातीला सकारात्मक होते म्हणून ते कायमचे सकारात्मक असले पाहिजे
त्यामुळे व्युत्पन्न नेहमी सकारात्मक असते याचा अर्थ असा की t चे y हे वेळेचे मोनोटोन वाढणारे फंक्शन असले पाहिजे आणि पांढरे फंक्शन t च्या संदर्भात मोनोटोन वाढते आहे.
4.
13 ची हाताची बाजू 4.
13 वर परत जाऊ या 4.
13 सर्वात खालची कोणती आहे जी 4.
13 ची उजवी बाजू सर्वात कमी बनू शकते c वर्ग वजा 4g बाय l 4.
13 4.
13 ची उजवी बाजू कमी आहे जेव्हा साइन फॅक्टर 1 असेल आणि c वर्ग वजा 4 g by l धन आहे म्हणा याला वर्ग म्हणा मग आपण काय पाहतो तर जर आपण c वर्ग वजा 4 g by l हा वर्ग म्हणून ठेवला तर आपल्याला दिसेल की dy by dt नेहमी a पेक्षा मोठा किंवा समान असावा
त्यामुळे y of t मोठा असणे आवश्यक आहे t च्या y च्या पेक्षा किंवा बरोबरीने वाढणे हे केवळ मॉनोटोनच नाही तर ते 80 इतके वेगाने वाढते आहे ते 80 पेक्षा मोठे किंवा बरोबर आहे आणि जसजसा काळ पुढे जाईल तसा कोन वाढतच जाईल आणि तो पुढे जाईल अनंत पण हा एक कोन आहे हे लक्षात ठेवा पेंडुलम स्विंग करत आहे आणि म्हणून प्रथम कोन 0 वरून 2 pi पर्यंत जाईल आणि नंतर 2 pi पासून तो 4 pi 6 बाय 8 pi वर जाईल जेणेकरून ते काय म्हणत आहे की पेंडुलम कार्य करत आहे गोलाकार हालचाल
त्यामुळे पेंडुलम c इतका मोठा आहे की पेंडुलम वरच्या बाजूने जातो आणि वर्तुळ पूर्ण करतो आणि तो वर्तुळाकार हालचाली करत राहतो
त्यामुळे एका सर्कीटनंतर कोन 2 pi ते 4 pi अंतरालमध्ये जातो दुसऱ्या सर्किटनंतर तो मध्यांतरात जातो 4 pi ते 6 pi आणि असेच जर c स्क्वेअर 4 g by l पेक्षा मोठा असेल तर पेंडुलममध्ये खूप ऊर्जा असेल ती वर्तुळाकार हालचाल करू लागते पुढे c वर्ग 4 g by l पेक्षा कमी असल्यास काय होते ते पाहू आणि येथे i मी तुम्हाला काही अगदी सोप्या गोष्टी देणार आहे ई कॅल्क्युलस व्यायाम

दर्शविते की dt ने कोनीय वेग dy हा काही वेळेस 0 झाला पाहिजे आणि yt ने काही वेळेस कमाल गाठली पाहिजे की विशिष्ट कमाल मूल्य पेंडुलमचे मोठेपणा असेल आणि ज्या वेळी ते घडेल तो वेळ असेल एक चतुर्थांश कालावधी आणि
त्यामुळे पेंडुलमचा कालावधी 4 पट असेल t शून्य आता समजा नाही समजा असे घडले नाही म्हणजे व्युत्पन्न कधीच 0 नाही तर काय होईल जर व्युत्पन्न कधीही 0 नसेल तर पुन्हा t चा y हा मोनोटोन असणे आवश्यक आहे पूर्वीप्रमाणे वाढत आहे पण यावेळी t चा y पाई पर्यंत पोहोचू शकत नाही कारण t चा y पाई पर्यंत पोहोचला तर त्या विशिष्ट बिंदूवर y चा वर्ग y 2 1 होईल कारण y 2 चा pi 2 असेल आणि साइन पाई 2 ने 1 असेल आणि नंतर 4.
13 ची उजवी बाजू c वर्ग वजा 4 g by l होईल परंतु c वर्ग हा 4 g by l पेक्षा कमी असेल लक्षात ठेवा
त्यामुळे 4.
13 ची उजवी बाजू ऋणात्मक झाली आहे परंतु डाव्या हाताची बाजू एक चौरस आहे आणि हा विरोधाभास आहे ज्यामुळे ते शक्य नाही.
असे घडते पेंडुलमचा कोन t चा y कधीच pi पर्यंत पोहोचू शकत नाही म्हणून आपण पाहतो की t चा y मोनोटोन वाढत आहे आणि तो pi च्या जवळ कुठेही येत नाही म्हणून t ला y च्या अनंतापर्यंत काही मर्यादा असणे आवश्यक आहे.
एक मर्यादा अल्फा जसा t अनंताकडे झुकतो लक्षात ठेवा मोनोटोन वाढणारे फंक्शन एकतर अनंताकडे जाणे आवश्यक आहे किंवा त्याला मर्यादित मर्यादा असणे आवश्यक आहे ही मर्यादित मर्यादा pi असू शकत नाही आणि म्हणून ती pi पेक्षा कमी असणे आवश्यक आहे जे आपण पाहिले आहे परंतु आता विभेदक समीकरण स्वतः म्हणते की व्युत्पन्न नंतर मर्यादा असणे आवश्यक आहे कारण डेरिव्हेटिव्ह dy बाय dt स्क्वेअर काय आहे c स्क्वेअर वजा 4 g बाय l साइन स्क्वेअर y बाय 2 y ला मर्यादा आहे म्हणून साइन स्क्वेअर y बाय 2 ला मर्यादा आहे म्हणून उजव्या बाजूला 4.
13 ला मर्यादा आहे दुसऱ्या शब्दात डेरिव्हेटिव्ह स्क्वेअरची मर्यादा आहे dy द्वारे dt स्क्वेअरची मर्यादा आहे
त्यामुळे dy द्वारे dt ला मर्यादा आहे कारण ती नेहमीच सकारात्मक असते म्हणून तुम्हाला अशी परिस्थिती आली आहे जिथे तुम्हाला एक फंक्शन मिळाले आहे जे मर्यादेपर्यंत जाते आणि व्युत्पन्नालाही मर्यादा असते पण विचार करा भौमितिक दृष्ट्या विचार करा जे एका मर्यादेपर्यंत स्थिरावते कारण t अनंतापर्यंत जातो याचा अर्थ आलेख चपळ आणि चपळ होत आहे म्हणून आम्ही अपेक्षा करतो की डेरिव्हेटिव्हची मर्यादा असल्यास ती शून्य असणे आवश्यक आहे, जर f च्या t हे एक भिन्न कार्य आहे जसे की t च्या f आणि f प्राइम t ला मर्यादित मर्यादा आहेत कारण t अनंताकडे जातो तर व्युत्पन्न अनिवार्यपणे शून्यावर जाणे आवश्यक आहे मी फक्त हे तुम्हाला भूमितीयरित्या समजावून सांगतो कारण t च्या f ला मर्यादा आहे याचा अर्थ आलेख बनत आहे क्षैतिज ते चपळ आणि चपखल होत आहे आणि
त्यामुळे व्युत्पन्न जर मर्यादा असेल तर ती प्रत्यक्षात शून्य असणे आवश्यक आहे परंतु तुम्ही कॅल्क्युलस वापरून ते कठोरपणे सिद्ध करू शकता का, मी शिफारस करतो की तुम्ही सरासरी मूल्य प्रमेय वापरून हे करा, भौमितीयावर अवलंबून न राहता आपण सरासरी लागू करूया अंतर्ज्ञान आपण कठोर तर्काने त्याचा बॅकअप घेऊ या मध्यांतर t स्वल्पविराम t अधिक 1 f च्या t अधिक 1 वजा f च्या t च्या मध्यांतरावर lagrange चे सरासरी मूल्य प्रमेय लागू करूया काही c साठी असणार आहे t आणि t अधिक 1 च्या दरम्यान पण t अनंताकडे जाऊ द्या , c हे सरासरी मूल्य प्रमेय t आणि t अधिक 1 च्या दरम्यान आहे, म्हणून कॅपिटल t अनंतात जातो म्हणून c देखील अनंताकडे जातो आणि म्हणून आपल्याकडे
t अधिक 1 चे f समीकरण आहे t चा उणे f समान f अविभाज्य c डाव्या हाताची बाजू 0 वर जाते हे आपल्याला माहीत आहे कारण f ला मर्यादा आहे म्हणे l म्हणून f चा t अधिक 1 जातो lf च्या t ला जातो म्हणून f चा t अधिक 1 वजा f t ला जातो 0 म्हणून उजव्या बाजूची f prime c शून्यावर जाणे आवश्यक आहे
त्यामुळे व्युत्पन्न अनिवार्यपणे शून्यावर जाणे आवश्यक आहे म्हणून आपल्याला हे समजून घेण्याचे दोन भिन्न मार्ग दिले आहेत म्हणून आता आपण लोलकाकडे परत जाऊ या आपल्याला माहित आहे की t च्या y चे मोठेपणा मोनोटोन वाढत आहे ते pi च्या जवळ कुठेही येऊ शकत नाही त्याची एक मर्यादित मर्यादा असणे आवश्यक आहे अशा बाबतीत व्युत्पन्न y prime t ला 0 वर जाणे आवश्यक आहे जसे t अनंताकडे जाते तर आपल्याजवळ असे काय आहे जे t ला y च्या अनंततेकडे कल आहे मर्यादित मर्यादा अल्फा जी pi पेक्षा कमी आहे आणि t च्या y प्राइमची मर्यादा आहे आणि ही मर्यादा आपण पाहिल्याप्रमाणे 0 आहे.
आता कुठे करू आपण येथून पुढे जाऊन पाहतो की y दुहेरी प्राइम अधिक g वर l साइन y 0 आहे t ची मर्यादा अनंताकडे असते परंतु कॅल्क्युलस लेमाने आता आपल्याला हे सांगणे आवश्यक आहे की y दुहेरी प्राइम शून्यावर जाणे आवश्यक आहे आणि म्हणून पेंडुलम समीकरण आपल्याला पुन्हा देईल की t ची y ची मर्यादा शून्य असणे आवश्यक आहे म्हणजे अल्फा शून्य असणे आवश्यक आहे परंतु मग याचा अर्थ असा की पेंडुलम स्थिर आहे तो अजिबात फिरत नाही आणि हा विरोधाभास आहे, म्हणून आता स्पष्ट करा की शेवटच्या व्यायामात टी नॉट हा बिंदू स्थानिक कमाल असणे आवश्यक आहे हे सोपे आहे प्रथम व्युत्पन्न 0 आहे.
परंतु दुसरा व्युत्पन्न काय आहे? पेंडुलमच्या मूळ समीकरणाकडे परत जा डोलायला लागतो ते जास्तीतजास्त पोहोचते आणि नंतर त्याला परत स्विंग करावे लागते कारण ते त्यापलीकडे जाऊ शकत नाही आणि नंतर कोणीतरी पुन्हा असा युक्तिवाद करू शकतो की त्याचे किमान मूल्य असणे आवश्यक आहे
परंतु जास्तीत जास्त मूल्य काहीतरी आणि किमान मूल्य दुसरे काहीतरी असण्यापासून प्रतिबंधित करते.
60 अंश म्हणता येईल कदाचित किमान मूल्य उणे आहे मला हे कसे माहित आहे की ते उजवीकडे त्याच प्रमाणात वळते जसे ते डावीकडे वळते समस्या क्रमांक पाच समस्या क्रमांक पाच तुम्हाला सांगते की किती प्रमाणात आहे ते उजवीकडे जाते तितकेच आहे ज्या प्रमाणात ते डावीकडे जाते कारण आपण म्हटले आहे की शून्याचा y शून्य आहे आणि म्हणून समाधान हे विषम कार्य असले पाहिजे येथे आपण विशिष्टतेच्या प्रमेयाला आवाहन करतो जे आपण सिद्ध केलेले नाही.
विशिष्टता प्रमेयाचा
वापर न करता आपण व्यायाम 6 देखील सोडवू शकतो, विशिष्टता प्रमेय जरा वेगळ्या प्रकारे आपण उर्जा समीकरण वापरतो ते पाहू,
त्यामुळे जास्तीत जास्त मोठेपणा अल्फा आणि किमान एम्प्लीट्यूड आहे असे गृहीत धरू.

आयट्यूड वजा बीटा आहे म्हणून dt पर्यंत ऊर्जा समीकरण पहा संपूर्ण वर्ग c वर्ग वजा 4g वर l साइन स्क्वेअर y बाय 2.
परंतु y जेव्हा अल्फा किंवा वजा बीटा मूल्ये घेतो तेव्हा डाव्या हाताची बाजू 0 असते कारण अल्फा कमाल आहे आणि वजा बीटा किमान आहे आणि म्हणून आपल्याला c स्क्वेअर 4g वर l साइन स्क्वेअर अल्फा 2 बाय 2 आणि c स्क्वेअर 4g वर l साइन स्क्वेअर बीटा 2 वर मिळेल.

त्यामुळे दोन गोष्टींचे समीकरण केल्यास आपल्याला साइन स्क्वेअर अल्फा बाय 2 बरोबर साइन स्क्वेअर मिळेल बीटा बाय 2 ज्यावरून आपण अल्फा इक्वल टू वजा बीटा काढतो ज्यामुळे समस्या क्रमांक 6 ची चर्चा पूर्ण होते
जेणेकरुन तुम्हाला कळेल की जर c स्क्वेअर 4 g by l पेक्षा कमी असेल तर पेंडुलम दोलन गती दर्शवितो ते उजवीकडे जाते आणि नंतर ते परत येतो आणि त्याच्याकडे किमान असते आणि ते पुन्हा पुढे जायला लागते आणि ते दोलन गती कार्यान्वित करते, तर जर c वर्ग 4g ने l पेक्षा मोठा असेल तर ते वर्तुळाकार हालचाली चालवते
त्यामुळे गंभीर मूल्यावर काय होते c वर्ग 4 g by l wha.
t असे घडते जर c स्क्वेअर 4 g बरोबर l असेल तर असे होते की पेंडुलमला सर्वात वरच्या बिंदूपर्यंत पोहोचण्यासाठी कायमचा वेळ लागतो कोन pi आपण याचा तपास केला पाहिजे आणि असे घडते की नाही ते पहावे की या गंभीर प्रकरणात c वर्ग चार g च्या बरोबरीचा असतो l द्वारे आपण एकेरी नशीबवान आहोत आपण प्रत्यक्षात विभेदक समीकरणाचे एकत्रीकरण पूर्ण करू शकतो, तर ते कसे करायचे ते पाहू या म्हणून लक्षात ठेवा c वर्ग 4 g by l म्हणून समीकरणाकडे परत जा चार बिंदू एक तीन c वर्ग चार g by l म्हणून चार ग्राम बाय l हे सामाईक घेतले जाऊ शकते आणि आपल्याला एक वजा sin स्क्वेअर y बाय दोन मिळतो जो कोसाइन स्क्वेअर y बाय दोन असतो
त्यामुळे 4.
13 हे समीकरण गंभीर केसमध्ये खूप सोपे होते म्हणून आपल्याला 4.
14 dy ला dt समीकरण मिळाले.
संपूर्ण स्क्वेअर 4g बाय l cos स्क्वेअर y by 2.
आता निरीक्षण करा की y चा प्राइम टी नॉट बरोबर 0 बरोबर काही ठराविक वेळी t नॉट असेल तर शेवटच्या समीकरणाची उजवी बाजू तुम्हाला देईल की t नॉटचा y pi आणि t शून्याचा y अविभाज्य असणे आवश्यक आहे 0 असेल पण लक्षात घ्या की const ant फंक्शन y of t identically pi देखील पेंडुलम समीकरणाचे समाधान करते आणि ते सुरुवातीच्या अटी देखील पूर्ण करते 4.
15 आणि म्हणून पुन्हा एकदा आपण सांगितलेले नसलेले इव्हेसिव्ह युनिकनेस प्रमेय अपील होऊ शकते आणि आपण पाहतो की आपले समाधान स्थिर समाधान होते परंतु ते आहे तसे नाही कारण जर ते स्थिर समाधान असेल तर व्युत्पन्न 0 असणे आवश्यक आहे आम्ही असे गृहीत धरत आहोत की c 4 g by l आहे म्हणून आम्ही असा निष्कर्ष काढतो की y prime t कधीही नाहीसा होत नाही आणि आम्ही 4.
14 च्या दोन्ही बाजूंचे धनात्मक वर्गमूळ घेऊ शकतो.
क्रिटिकल केस dy साठी dt च्या बरोबरीचे दोनदा मूळ g बाय l cos y बाय 2 आणि y चे 0 बरोबर 0 असे खालील चल वेगळे करण्यायोग्य समीकरण आहे.
चला तर मग चल वेगळे करून समीकरण 4.
16 सोडवण्याचा प्रयत्न करूया
त्यामुळे cos y ने आणा 2 डाव्या बाजूला आणि समाकलित करा तुम्हाला लॉग सेकंट अधिक टॅन मिळेल तुम्हाला लॉग सेकंट y बाय 2 अधिक टॅन y बाय 2 समान रूट g बाय lt उजव्या हाताची बाजू s द्वारे दर्शवा की रूट g द्वारे lt तुम्ही फक्त s आणि द्वारे दर्शवा फक्त साधेपणासाठी तुम्ही थीटाला y ने 2 ने बरोबर ठेवले तर शेवटचे समीकरण लॉग सेकंट थीटा अधिक टॅन थीटा इक्वल टू s किंवा सेकंट थीटा अधिक टॅन थीटा इक्वल टू द पॉवर s असे लिहीले जाऊ शकते
त्यामुळे सेकंट थीटा अधिक टॅन थीटा बरोबर e ची पॉवर आहे समीकरण 4.
17 पारस्परिक घ्या परस्पर घ्या आम्हाला secant theta वजा tan theta equals e to e ची पॉवर वजा s जोडून वजाबाकी केल्याने e च्या 1 अर्ध्या पॉवर s अधिक e ला पॉवर वजा se ला अर्धा भाग मिळतो e च्या घात s अधिक e ते घात वजा s द्वारे दर्शविला जाईल cosh x cosh हा s चा अतिपरवलयिक कोसाइन आहे आणि नंतर tan theta tan theta म्हणजे e चा अर्धा भाग s वजा e ते घात वजा आहे s हे हायपरबोलिक साइन आहे म्हणून आपल्याला हे समीकरण मिळाले आहे 4.
19 सेकंट थीटा हायपरबोलिक कोसाइन आहे आणि टॅन थीटा हायपरबोलिक साइन आहे म्हणून आता आपण वास्तविक डोमेनमध्ये राहून जटिल डोमेनमध्ये न जाता हायपरबोलिक फंक्शन्स आणि त्रिकोणमितीय फंक्शन्समधील संबंध पाहू शकतो.
ss त्रिकोणमितीय फंक्शन्स पासून हायपरबोलिक फंक्शन्स पर्यंत व्हेरिएबल्सच्या वास्तविक बदलाद्वारे 4.
19 ने दिलेल्या s च्या फंक्शन थीटाला एक नाव आहे त्याला क्रिस्टोफर गोरमांडच्या सन्मानार्थ ग्रामेनियन म्हणतात हे नाव आर्थर कॅले यांनी 1862 मध्ये दिले होते याचा एक अतिशय मनोरंजक इतिहास आहे क्रिस्टल बीजगणित खंड 2 च्या पृष्ठ 312 मध्ये चांगला रोमानियन आढळू शकतो जो 1900 च्या दशकात प्रकाशित झाला होता खरं तर ते 1900 च्या दशकापूर्वी प्रकाशित झाले आहे ही नंतरची आवृत्ती आहे कार्टोग्राफी आणि नेव्हिगेशनमध्ये चांगल्या रोमानियनचे उलटे दिसते हे लक्षात ठेवा की आम्ही चर्चा करत असताना आम्हाला आधीच कार्टोग्राफीचा सामना करावा लागला आहे ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज आणि पुन्हा कार्टोग्राफी येते आणि ते मर्केटर्स प्रोजेक्शनच्या संबंधात कार्टोग्राफी आणि नेव्हिगेशनमध्ये येते
त्यामुळे मेरिकेटर काय बांधण्याचा प्रयत्न करत होता तो नकाशा तयार करण्याचा प्रयत्न करत होता तो एक नकाशा तयार करण्याचा प्रयत्न करत होता ज्यामध्ये गोलाकार लोक्सोड्रोम मिळतात तुमच्या विमानाच्या नकाशावर नकाशावर सरळ रेषा म्हणून मॅप केलेले

चांगले तुम्ही मला विचाराल की लॉक काय आहे दाखवलेल्या खोल्या मी तुम्हाला समजावून सांगू दे आता loxodromes हे पृथ्वीवरील वक्र आहेत की ते एकाच कोनात रेखांश कापतात व वक्र सर्व रेखांश एकाच कोनात स्थिर कोनात कापतात असे वक्र महत्वाचे का आहेत ते महत्वाचे आहेत कारण लक्षात ठेवा की नेव्हिगेशनच्या संदर्भात जहाजे जहाजे ही प्रचंड शक्तिशाली वस्तू आहेत जेव्हा तुम्हाला महासागर ओलांडून एका बिंदूपासून दुसऱ्या बिंदूपर्यंत जायचे असेल तेव्हा तुम्हाला असे वाटेल की सर्वात लहान मार्ग म्हणजे सर्वात लहान मार्ग म्हणजे दोन बिंदूंना जोडणारे मोठे वर्तुळ.

पृथ्वीचा पृष्ठभाग पण समस्या अशी आहे की जेव्हा तुम्ही मोठ्या वर्तुळाच्या बाजूने प्रवास करता तेव्हा मोठे वर्तुळ रेखांशांना त्याच कोनात छेदत नाही तर छेदनबिंदूचा कोन बदलत राहतो

त्यामुळे जहाजाची दिशा सतत चालवावी लागेल.

सतत बदलत राहणे आणि जहाजासारख्या बलाढ्य वस्तूसह ते करणे खूप कठीण आणि खूप महाग आहे

त्यामुळे जहाजे प्रवास करत नाहीत.

el महान वर्तुळांसह त्याऐवजी ते लोक्सोड्रोम वक्रांसह प्रवास करतात जे रेखांश समान कोनात कापतात म्हणून आता जर तुम्ही पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर लॉक सिंड्रोम घेतला तर ते तुमच्या विमानाच्या नकाशावर काय अनुरूप असेल नकाशा हा एक प्लॅनर ऑब्जेक्ट आहे ज्यावर छापलेला आहे.

कागदाची शीट आणि मर्केटर नकाशा अशा प्रकारे तयार करण्याचा प्रयत्न करीत होता की जगावरील हे लोक्सोडोम नकाशावरील सरळ रेषांशी जुळतील अशा प्रयत्नात त्याला चांगल्या रोमानियन फंक्शनचा हा उलटा सामना करावा लागला

म्हणून मी तुम्हाला दोन देईन यापैकी एकाचे संदर्भ जॉन मॅक्लेरीच्या पुस्तक भूमितीच्या धडा आठव्या आधी उद्धृत केले आहेत भिन्न दृष्टिकोनातून मी या पुस्तकाचा उल्लेख केला आहे आणि दुसरे पुस्तक मी नमूद करेन ते म्हणजे एचएल रेस्निकॉफ आणि रो वेल्स गणित आणि सभ्यता हे अतिशय मनोरंजक पुस्तक आहे.

एक अतिशय मनोरंजक पुस्तक तो नेव्हिगेशन गणित आणि नेव्हिगेशन बद्दल देखील बोलतो की कॅल्क्युलस नेव्हिगेशनल समस्यांमध्ये कसे येते म्हणून येथे चांगल्या ro वर काही व्यायाम आहेत मॅनियन दाखवा की s चा थीटा 2 टॅन व्युत्क्रम आहे e च्या पॉवर s उणे pi बाय 2 आणि दाखवा की चांगले रोमानियन हे एक विषम फंक्शन आहे आणि एक वाढणारे कार्य आहे कारण या समस्येचा संबंध आहे तोपर्यंत तुमच्यासाठी खूप कमी आहे s च्या या समीकरण थीटामध्ये फरक करा तुम्ही ताबडतोब 2 टॅन व्युत्क्रम शब्दात फरक करा जे 2 वर 1 अधिक e ते पॉवर 2 s ते e मध्ये पॉवर s जे स्पष्टपणे सकारात्मक आहे आणि म्हणून हे एक वाढते कार्य आहे की ते कसे तपासाल विषम फंक्शन s च्या जागी s ने वजा s ने बदला s s ने वजा करा तुम्हाला e चा 2 टॅन व्युत्क्रम s ची पॉवर वजा s मिळेल पण e च्या घात वजा s ची tan व्युत्क्रम s ते e च्या 1 वर e च्या व्युत्क्रमाचे tan व्युत्क्रम काय आहे पॉवर s ला पण ई चा पॉवर s pi बाय 2 वजा टॅन व्युत्क्रम e च्या पॉवरचा कॉट व्युत्क्रम काय आहे आणि 2 गुणिले pi बाय 2 हा pi होईल आणि pi वजा pi 2 बाय 2 हा pi होईल .

त्यामुळे theta   उणे s चा पाई बाय 2 वजा 2 टॅन e च्या घात s ची घात आहे जी थीटाची वजा आहे s चे थीटा हे विषम कार्य आहे पुढील समस्या खूप मनोरंजक आहे कारण j 2014 मध्ये दिसलेली समस्या j 2014 मध्ये दिसली ती म्हणजे cosecant theta ला पॉवर 17 मध्ये समाकलित करणे आता जेव्हा तुम्ही secant ची विषम पॉवर घेता आणि कोसेकंटची एक विचित्र शक्ती तुम्हाला माहित आहे की तुम्ही भागांद्वारे एकत्रीकरण सुरू केल्यास तुम्हाला ते वारंवार करावे लागेल आणि ते मजेदार होणार नाही

म्हणून तुम्हाला भागांद्वारे पुन्हा पुन्हा एकत्रीकरण टाळण्याचा मार्ग हवा आहे.

कोसेकंटची विषम शक्ती किंवा सेकंटची विषम शक्ती एकत्रित करण्यासाठी चांगला रोमानियन तुम्हाला हे करण्यास मदत करेल इतके सेकंट थीटा ते पॉवर 17 डी थीटा तर तुम्ही हे कसे कराल ते सेकंट थीटा अधिक टॅन थीटा e च्या बरोबरीने ठेवा पॉवर s तर तुम्हाला काय मिळेल तुम्हाला सेकंट थीटा अधिक टॅन थीटा बरोबर e च्या पॉवर s म्हणून आम्हाला सेकंट थीटा मिळेल हायपरबोलिक कोसाइनच्या बरोबरीने म्हणून फरक करा म्हणजे सेकंट थीटा टॅन थीटा डी थीटा हायपरबोलिक साइन टाइम्स ds इतका सेकंट असेल theta d theta wi   हायपरबोलिक साइन एसटीएसला टॅन थीटाने भागले जाईल परंतु टॅन थीटा हायपरबोलिक साइन एसडीएसच्या समान असेल म्हणून सेकंट थीटा डी थीटा ds च्या बरोबरीचा असेल तर तुमचा पॉवर 17 थीटा डी थीटा हा पॉवर 16 चा अविभाज्य सेकंट होईल जो हायपरबोलिक कॉस s टू आहे पॉवर 16 वेळा ds आता एकत्रीकरणाची मर्यादा समाविष्ट करू या समीकरण secant theta equals cosh s हे समीकरण लक्षात ठेवूया म्हणजे 0 s च्या बरोबरीचा theta 0 असेल आणि theta equal to pi by 3 लॉग 2 अधिक रूट 3 च्या समान s शी संबंधित असेल .

तुमच्यासाठी हे तपासणे सोपे आहे

त्यामुळे इंटिग्रल 1 वर 2 ते पॉवर 16 0 ला लॉग 2 प्लस रूट 3 ई पॉवर s प्लस ई मध्ये पॉवर मायनस s पॉवर 16 डीएस वर वाढवलेले 1 वर 2 मध्ये रूपांतरित होईल आणि हायपरबोलिक कॉस हे फक्त ई ते पॉवर s अधिक e ते पॉवर वजा s 2 पर्यंत आहे आणि

त्यामुळे तुम्ही द्विपद प्रमेयाने त्याचा विस्तार करू शकता हे खूप सोपे आहे विशेषतः जेव्हा तुम्हाला निश्चित अविभाज्य आढळतात तेव्हा तुम्हाला भागांद्वारे वारंवार एकत्रीकरण करावे लागत नाही आणि si   मिलरली तुम्ही cosecant theta to the power 17 येथे तुम्ही cosecant theta मायनस cot theta बरोबर e to the power टाकू शकता .

निष्कर्ष काढण्यासाठी मी तुम्हाला विभेदक समीकरणांच्या अनेक मनोरंजक भागांमधून नेले आहे आम्ही बरीच भौमितिक उदाहरणे पाहिली आम्ही भौतिकशास्त्रातील उदाहरणे पाहिली आम्ही जीवशास्त्रातील उदाहरणे पाहिली आम्ही ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज पाहिली आम्ही अनेक ऍप्लिकेशन्स पाहिले आम्ही खगोलशास्त्राकडे पाहिले आणि त्यासारख्या गोष्टी आणि मी तुम्हाला बरेच संदर्भ दिले आहेत आणि मी तुम्हाला आणखी दोन संदर्भ देईन आणि पहिला संदर्भ हे अनुप्रयोग आणि ऐतिहासिक नोट्ससह जीएफ सिमन्स डिफरेंशियल इक्वेशन्सचे एक अतिशय सुंदर पुस्तक आहे, दुसरी आवृत्ती टाटा मॅकग्रॉ-हिलने प्रकाशित केलेली तिसरी आवृत्ती आहे.

सुद्धा बाहेर आली आहे पण दुसरी आवृत्ती आमच्या उद्देशांसाठी पुरेशी आहे हे खूप चांगले पुस्तक आहे ऐतिहासिक निबंध वाचून आनंद

झाला प्रख्यात गणितज्ञांवर ys प्रथम 80 पृष्ठे वाचन आनंददायक बनवतात विद्यार्थ्यांसाठी विद्यार्थ्यांसाठी ते आपल्यासाठी प्रवेशयोग्य आहेत भूमिती वक्रांचे असंख्य ॲप्लिकेशन्स टू क्रोहन समस्या आणि ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजच्या शाखांचा पाठपुरावा करण्यासाठी उपलब्ध आहेत त्यामुळे पुस्तक भारतीय आवृत्तीत उपलब्ध आहे आणि दुसरे पुस्तक ज्याचा मी उल्लेख करू इच्छितो ते म्हणजे स्पिव्हाकचे स्पिव्हॅक्स कॅल्क्युलस हे अतिशय सुंदर लिहिलेले पुस्तक आहे ते कॅल्क्युलसवर काळजीपूर्वक लिहिलेले पुस्तक आहे आणि अध्याय 17 वर तुम्हाला न्यूटनच्या गतीच्या नियमांमधून केप्लरच्या नियमांची व्युत्पत्ती दिसेल आणि ते 1994 मध्ये प्रकाशित झाले होते.

त्यामुळे आता आमचा प्रवास संपला आहे आणि मला आशा आहे की भिन्न समीकरणांच्या जगात तुम्ही या प्रवासाचा आनंद घेतला असेल मला निरोप द्यायला आवडेल पण असे करण्यापूर्वी अनेक लोकांचे आभार मानताना मला आनंद होत आहे की मी आता असे करेन.
प्राध्यापिका निला नटराज , माझे सहकारी गणित विभागाचे प्रमुख
आणि या कार्यक्रमाचे आयआयटीबी समन्वयक यांचे आभार मानून सुरुवात करा आणि मला ही व्याख्याने देण्याची संधी दिल्याबद्दल मी विशेषतः तिचे आभार मानतो आणि विशेषत: जेव्हा माझा उत्साह कमी होत होता तेव्हा तिच्या सतत प्रोत्साहन आणि समर्थनासाठी तिने मला पुढे जाण्यासाठी आवश्यक असलेली प्रेरणा दिली आणि नंतर मी माझे आभार मानू इच्छितो सहकारी प्राध्यापक शंतनू डे ज्यांनी हे व्हिडिओ ऐकले आहेत त्यांनी व्यायामाद्वारे आणि त्यांच्या प्रूफरीडिंगच्या परिश्रमपूर्वक कार्यासाठी आणि मी समाविष्ट केलेल्या दुरुस्त्यांची खूप मोठी यादी मला दिल्याबद्दल मी प्रोफेसर विक्रम गडरी यांचे आभार मानू इच्छितो.

अत्याधुनिक सुविधांनी युक्त असा हा सुंदर सीडी स्टुडिओ आणि आयआयटी दिल्लीचे प्रोफेसर नीलाद्री चॅटर्जी जे या कार्यक्रमाचे संयोजक आहेत, त्याबद्दल मी माझ्या विभागाचे पीएचडी विद्यार्थी आदित्य माहेश्वरी यांचे आभार मानू इच्छितो ज्यांनी मला यासाठी मदत केली.
आकडेवारी आणि शेवटचे आणि सर्वात महत्त्वाचे म्हणजे मी सतत काम करणाऱ्या आणि काम करणाऱ्या तांत्रिक कर्मचाऱ्यांचे मनापासून आभार मानू इच्छितो.
सर्व वेळ माझ्या रोगराई सह आहे आणि त्यांचे मी खूप ऋणी आहे आणि ते श्रीमान तरुण नेगी आहेत त्या सर्वांचे मी आभार व्यक्त करतो आणि मी तुमचे आभारी आहे माझ्या सर्व विद्यार्थ्यांनी तुम्हाला निरोप दिला, तुमचे खूप खूप आभार