

હેલો

તેથી અમે વિભેદક સમીકરણો પરની શ્રેણીના છેલ્લા અને સમાપન વ્યાખ્યાનમાં આવીએ છીએ તેથી આજના વ્યાખ્યાનમાં આપણે કેટલાક મતભેદ અને અંત જોઈશું અથવા કદાચ જો તમને ગમશે તો મુખ્ય છે તેથી આજે આપણે જે મુદ્દાઓની ચર્ચા કરી છે તે આ પ્રમાણે હશે વિભેદક અસમાનતાના કેટલાક ઉપયોગોને અનુસરે છે પરંતુ આ આપણે જે રીતે રેખીય વિભેદક સમીકરણો સાથે કામ કર્યું તેના જેવું જ હશે અને પછી વિશિષ્ટતા પ્રમેય તરફ વળશે પરંતુ આપણે ત્યાં બરાબર પહોંચીશું નહીં, અમે વિશિષ્ટતા પ્રમેયને કહીશું નહીં લોલક સમીકરણ ફરીથી અમે આ શરૂ કર્યું. પેન્ડુલમ સમીકરણને તારવીને વ્યાખ્યાન શ્રેણી કે તે પ્રથમ વિભેદક સમીકરણ હતું જે આપણે મેળવ્યું છે અને આપણે લોલક સમીકરણને થોડી વધુ નજીકથી જોઈને અને પછી થોડી નિષ્કર્ષની ટીકા કરીને પણ સમાપ્ત કરીશું અને તેથી ચાલો હવે વિભેદક અસમાનતાઓનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે શરૂ કરીએ.

આ વિભેદક સમીકરણ 4.

1  $dy$  બાય  $dx$  બરાબર  $y$  માં  $x$  વત્તા  $y$  ની પ્રારંભિક સ્થિતિ  $y = 0$  બરાબર  $0$  સાથે જુઓ તમે  $th$  જુઓ છો વિભેદક સમીકરણ 4.

1 એ બર્નોલી સમીકરણ છે તે એક બર્નોલી સમીકરણ છે અને

તેથી તમે  $y$  વર્ગ દ્વારા ભાગાકાર કરવા માંગો છો પરંતુ કમનસીબે તમે શા માટે કરી શકતા નથી કારણ કે  $0$  નો  $y = 0$  છે અને  $0$  વડે ભાગાકારની મંજૂરી નથી તો તમે 4.

1 ને કેવી રીતે હલ કરશો તે તમે સારી રીતે જોશો કે  $0$  સોલ્યુશન પહેલાથી જ એક સોલ્યુશન છે સતત સોલ્યુશન લો  $0$  તે વિભેદક સમીકરણને સંતુષ્ટ કરે છે  $0$  નું વ્યુત્પન્ન  $0$  છે અને જમણી બાજુ પણ  $0$  છે.

તેથી 4.

1 માં  $0$  ની બરાબર  $y$  સતત ઉકેલ  $y$  માં પ્લગ કરો અને તમે તરત જ જોશો કે તે છે વિભેદક સમીકરણનું સોલ્યુશન તે  $0$  બરાબર  $0$  ની પ્રારંભિક સ્થિતિ  $y$  ને પણ સંતોષે છે.

પરંતુ શું આપણે 4.

1 સંપૂર્ણ રીતે ઉકેલી લીધું છે તે આપણે કેવી રીતે જાણી શકીએ કે  $0$  ની બરાબર 4.

1 સંતોષકારક  $y$  ના અન્ય કોઈ ઉકેલો નથી કદાચ તે સિવાય અન્ય કોઈ ઉકેલો છે.

$0$  સોલ્યુશન જે 4.

1 ને સંતોષશે તે શક્યતાને આપણે કેવી રીતે નકારી શકીએ કે આપણને સામાન્ય પ્રમેયની જરૂર છે શું તમે એક સામાન્ય વિશિષ્ટતા પ્રમેય છો જે ખાતરી આપે છે કે શૂન્ય ઉકેલ એ 4.

1 નો એકમાત્ર ઉકેલ છે અને તે ત્યાં છે.

અન્ય કોઈ ઉકેલો નથી

તેથી તમે આ ખૂબ જ સરળ પરિસ્થિતિમાં પહેલાથી જ સામાન્ય વિશિષ્ટતા પ્રમેયની જરૂરિયાત જોશો

તેથી ચાલો આપણે પહેલા જ વ્યાખ્યાન પર પાછા જઈએ જ્યાં આપણે વિભેદક અસમાનતાઓની ચર્ચા કરી હતી જ્યાં આપણે વિભેદક સમીકરણની કેટલીક શરતોને તોડી નાખી અને વિભેદક અસમાનતા મેળવી.

જ્યારે આપણે મર્યાદિત સમયમાં એસ્કેપ ટુ અનંતની સારી રીતે ચર્ચા કરી રહ્યા હતા, તો ચાલો જોઈએ વિભેદક સમીકરણ 4.

1  $dy$  બાય  $dx$  બરાબર  $xy$  વત્તા  $y$  સ્ક્વેર  $y$  સ્ક્વેર ટર્મ હંમેશા પોઝિટિવ હોય છે

તેથી ચાલો જોઈએ ડિફરન્સલ સમીકરણ  $dy$  બાય  $dx$  બરાબર  $xy$  પ્લસ  $y$  સ્ક્વેર્ડ ધ  $y$  સ્ક્વેર ટર્મ હંમેશા પોઝિટિવ હોય છે

તેથી ચાલો જોઈએ કે આપણે  $dx$  માઈનસ  $xy$  દ્વારા  $dy$  લખી શકીએ કે શૂન્ય કરતા વધારે અથવા બરાબર છે, મેં જે ચાર પોઈન્ટ

વન માટે કહણ કર્યું છે તેના વિભેદક સમીકરણ ચાર પોઈન્ટ વનમાંથી  $y$  ચોરસ શબ્દ કાઢી નાખ્યો છે  $y$  સ્ક્વેર શબ્દની બહાર

તેથી વિભેદક સમીકરણમાંથી મને વિભેદક અસમાનતા 4.

2  $dy$  બાય  $dx$  ઓછા  $xy = 0$  કરતા વધારે અથવા બરાબર મળી.

હવે આપણે કેવી રીતે આગળ વધીએ? ધારો કે જો 4.

2 માં તમે અસમાનતાને બદલે સમાનતા છો, તો 4.

2 એ એક રેખીય વિભેદક સમીકરણ હશે, તો તમે તે કિસ્સામાં કેવી રીતે આગળ વધશો, તમે 4.

2 ને  $e$  વડે પાવર ઓછા  $x$  ચોરસને 2 જમણા વડે ગુણાકાર કરશો પણ તે જ કરો અહીં વાંધો નહીં તે અસમાનતા છે પરંતુ  $e$  માટેનો ઘાત માઈનસ  $x$  2નો વર્ગ હંમેશા હકારાત્મક હોય છે

તેથી હું 4.

2 ને  $e$  વડે ઘાત બાદ  $x$  ચોરસને 2 વડે ગુણાકાર કરી શકું છું અને 4.

2 ની ડાબી બાજુ એક ચોક્કસ વ્યુત્પન્ન બને છે એટલે કે  $ddx \ x$  નું  $y$  નું  $e$  માં  $x$  ની ઘાત ઓછા  $x$  ચોરસ 2 બાય  $0$  થી વધુ અથવા બરાબર જે પ્રદર્શિત સ્વાઇડમાં 4.

3 છે સારી રીતે આપણે શું કરીએ હવે આપણે 4.

3 ને એકીકૃત કરવું પડશે આપણે 4.

3 ને એકીકૃત કરવું પડશે તો ચાલો આગળ વધીએ તમને નીચેની પરિસ્થિતિ મળી ચાલો જોઈએ કે તમને  $x$  નું ફક્શન  $\phi(x)$  મળ્યું છે જે હંમેશા અંતરાલ  $ab$  પર બિન-નકારાત્મક હોય છે

તો પછી આપણે કહી શકીએ કે  $x$   $dx$  નું અવિભાજ્ય  $\phi(x)$  એ  $a$  થી  $b$  માં ચોક્કસપણે બિન-નેગેટિવ છે તમે મારી સાથે સંમત થશો તે શા માટે કારણ કે અવિભાજ્ય શું છે અભિન્ન વિસ્તાર યુએન છે આલેખ હેઠળનો વિસ્તાર ટ્રાફ હેઠળનો વિસ્તાર  $y$  બરાબર  $x$

ની વચ્ચે  $x$  બરાબર  $ax$  ની બરાબર અને  $y$  બરાબર  $0$  પણ આ અસમાનતા તમને શું કહે છે અસમાનતા તમને કહે છે કે  $x$  નો  $pha$  અને  $x$  ના  $phi$  નો ગ્રાફ આવેલું છે  $x$  અક્ષની ઉપર ગ્રાફ  $x$  અક્ષની ઉપર આવેલો છે તો ગ્રાફની નીચેનો વિસ્તાર હંમેશા હકારાત્મક રહેશે અને આને સાબિત કરવા માટે તમારે એટલું જ કહેવાની જરૂર છે, ખાસ કરીને જો તમારી પાસે બે કાર્યો  $fx$  અને  $gx$  હોય અને જો  $fx$  વધારે હોય અંતરાલ  $ab$  પર  $gx$  કરતાં અથવા બરાબર છે

તો  $bfxdx$  માટે પૂર્ણાંક  $a$  એ  $bfx dx$  થી પૂર્ણાંક કરતાં મોટો અથવા બરાબર હશે, તમે આ કેવી રીતે મેળવશો તમે આ કેવી રીતે મેળવશો તમે આ પહેલાના એકથી મેળવો, ફક્ત  $phi$  બરાબર  $f$  માઈનસ  $g$  લો અગાઉના એકમાં ફક્ત  $phi$  બરાબર  $sf$  માઈનસ  $g$  ની બરાબર લો અને તમને આ બરાબર મળે છે તો યાલો આને લાગુ કરીએ તો યાલો સ્વાઈડ્સ પર પાછા જઈએ જે તમે જુઓ છો કે તમને 4.

3 મળ્યા છે

તેથી હું કહું છું કે ડાબી બાજુએ ઇન્ટિગ્રલ અથવા તેના કરતા વધારે હશે અન્ય વર્ગમાં જમણી બાજુએ અભિન્ન સમાન  $ds$   $0$  થી  $xi$  સુધીના વ્યુત્પન્નનું અવિભાજ્ય, હું  $0$  થી  $x$  સુધી 4.

3 ની બંને બાજુઓને એકીકૃત કરવા જઈ રહ્યો છું ઠીક છે,

તેથી હું  $0$  થી  $x$  સુધીની બંને બાજુઓને એકીકૃત કરવા જઈ રહ્યો છું જ્યારે તમે વ્યુત્પન્નને એકીકૃત કરો છો ત્યારે તમે કેલ્ક્યુલસના મૂળભૂત પ્રમેયનો ઉપયોગ કરો છો જેથી તમને મળ્યું  $xe$  ના  $d dx$  ની ઘાત માઈનસ  $x$  નો વર્ગ 2 થી મોટો અથવા  $0$  ની બરાબર તેથી અવિભાજ્ય શૂન્ય થી  $xddt$  ની  $te$  ની ઘાત ઓછા  $t$  નો વર્ગ બે  $dt$  થી વધુ અથવા શૂન્ય ના બરાબર ચોક્કસ પૂર્ણાંક માં યલ એ બનાવટી યલ છે

તેથી યાલો  $xe$  ના કલન  $y$  ના મૂળભૂત પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીએ

$0$  યાદ રાખો  $0$  હતું

તેથી આપણે મેળવીએ છીએ કે  $x$  નો  $y$   $e$  ની ઘાત  $x$  ની ઘાત  $x^2$  થી  $0$  જે  $0$  છે તેના કરતા મોટો અથવા બરાબર છે.

તેથી અમે નિષ્કર્ષ પર આવ્યા છીએ કે ઉકેલ બિન-નકારાત્મક છે અમે નિષ્કર્ષ પર આવ્યા છીએ કે  $x$  નો  $y$  બિન છે -નકારાત્મક જો  $x > 0$  કરતા મોટો અથવા બરાબર છે.

હવે આપણે તે યો બતાવીશું  $fx$  વાસ્તવમાં શૂન્યની બરાબર છે યાલો હવે આગળ વધીએ આપણે જાણીએ છીએ કે શૂન્યનો  $y$  શૂન્ય છે અને  $y$  સતત છે અને

તેથી જો મૂળ પરના ફંક્શનની કિંમત  $0$  હોય તો ફંક્શનની કિંમત આસપાસના ચોક્કસ ભાગમાં  $1$  કરતા ઓછી હોવી જોઈએ.

$0$  એટલે કે  $0$  થી  $c$

તેથી અંતરાલ  $0$  થી  $c$  પર આપણે જાણીએ છીએ કે  $x$  નો  $y$  એક કરતા ઓછો હોવો જોઈએ જો  $x$  નો  $y$  એક કરતા ઓછો હોય અને  $x$  નો  $y$  પહેલેથી જ બિન-ઋણાત્મક  $y$  હોય તો  $x$  વર્ગ કરતા ઓછો અથવા બરાબર હોવો જોઈએ  $x$  ના  $y$  માટે તો યાલો આપણે વિભેદક સમીકરણ પર પાછા જઈએ વિભેદક સમીકરણ શું છે તે કહે છે કે  $dy$  બાય  $dx$  બરાબર  $xy$  વત્તા  $y$  વર્ગ પણ હવે આપણે જોયું છે કે  $y$  વર્ગ  $y$  કરતા ઓછો હશે

તેથી યાલો હવે આ અસમાનતાનો ઉપયોગ કરીએ

તેથી  $y$  વર્ગ 4.

1 થી  $y$  કરતા ઓછો હોવાથી આપણને વિભેદક અસમાનતા  $dy$  મળે છે જે  $dx$  દ્વારા  $0$  થી  $c$  ભાગ પર  $x$  વત્તા 1  $y$  કરતા ઓછી અથવા બરાબર છે

તેથી ફરીથી તે જ વસ્તુનું અનુકરણ કરો જાણે તમે વિભેદક સમીકરણ હલ કરી રહ્યા હોવ આગળ વધો જાણે કે તમે રેખીય વિભેદક સમીકરણ નામ ઉકેલવા જઈ રહ્યા છો  $y$  તમે વિભેદક સમીકરણને  $e$  વડે પાવર ઇન્ટિગ્રલ  $pxdx$  સાથે ગુણાકાર કરો છો, આ કિસ્સામાં માઈનસ  $x$  વત્તા 1  $px$  શું છે અને પછી તમે બરાબર નિષ્કર્ષ પર આવશો જેમ આપણે હમણાં આગળ વધીએ છીએ  $x$  નો  $y$  શૂન્ય કરતા ઓછો અથવા બરાબર છે અને

તેથી બંને જોડીએ છીએ.

જુઓ કે આ ભાગ શૂન્ય થી  $c$  પર  $x$  નો  $y$  સમાન રીતે શૂન્ય હોવો જોઈએ પણ હવે અમે બતાવવા માંગીએ છીએ કે માત્ર  $x$  નું  $y$  સરખું જ શૂન્ય નથી ભાગ શૂન્ય થી  $c$  પર તે  $0$  હોવું જોઈએ દરેક જગ્યાએ તમે ખરેખર બતાવી શકો કે તે બનવા જઈ રહ્યું છે  $0$  દરેક જગ્યાએ વિરોધાભાસ દ્વારા આગળ વધો ધારો કે તે ચોક્કસ અંતરાલ સુધી  $0$  છે જે પછી તે સકારાત્મક બને છે તો પછી વિરોધાભાસ પર પહોંચવાનો પ્રયાસ કરો, જો તમે આ સાબિતી પર કામ કરી રહ્યા હોવ તો સહેજ સાવચેત રહો,

તો હવે હું તમને આ જ વિચારને અજમાવવા માટે કેટલીક કસરતો આપીશ.

આ બે વિભેદક સમીકરણો પર જે તમે સ્વાઈડમાં જુઓ છો કે કેટલીક શરતોને એક અસમાનતા મેળવવા અને આગળ વધવાનો એક જ વિચાર છે,

તેથી મેં વિગતવાર એક ઉદાહરણ તૈયાર કર્યું અને હું તમને અન્ય બે અજમાવવા માટે કહી રહ્યો છું જેથી બે તફાવત 1 સમીકરણો  $dy$  બાય  $dx$  બરાબર  $y$  માં  $y$  વત્તા 1 વત્તા  $x$  ધનનું વર્ગમૂળ છે અને બીજું એક  $dy$  છે  $dx$  બરાબર  $y$  ની ઘાત 3 વત્તા સાઈન ચોરસ  $x$  આ બંને વિભેદક સમીકરણો માટે  $y > 0$  છે  $0$ .

અને

તેથી નિરીક્ષણ દ્વારા તમે જોશો કે  $0$  એ એક ઉકેલ છે જે તમારે સ્થાપિત કરવાની જરૂર છે તે એ છે કે તે એકમાત્ર ઉકેલ છે

તેથી આગળ વધો કારણ કે હા મેં છેલ્લી કવાયતમાં સૂચવ્યું છે

તેથી આ કવાયતનો અર્થ શું છે ત્યાં કોઈ સરળ અને વધુ સીધો અભિગમ નથી આ નિષ્કર્ષ પર પહોંચવા માટે દરેક વખતે જ્યારે તમે એવી પરિસ્થિતિનો સામનો કરો છો કે જ્યાં તમારે  $y$  અથવા  $y$  વર્ગ દ્વારા ભાગાકાર કરવો પડશે કારણ કે તે બર્નોલી સમીકરણમાં

બન્યું હતું અને પ્રારંભિક સ્થિતિ કહે છે કે  $y$  ની 0 બરાબર 0 શું આપણે દરેક વખતે આ રિઝમેરોલમાંથી પસાર થઈએ છીએ તમને ખરેખર એક સામાન્ય વિશિષ્ટતા પ્રમેયની જરૂર છે જે સામાન્ય વિશિષ્ટતા પ્રમેય છે જે સીધા જ શેલ્ફમાંથી ઉપયોગમાં લઈ શકાય છે તમે વિશિષ્ટતા પ્રમેય પસંદ કરો છો આવા વિશિષ્ટતા પ્રમેયને સાબિત કરવાનું મહત્વ હવે ધીમે ધીમે આપણા પર આવી રહ્યું છે અને આપણે આવી એકી કેવી રીતે સાબિત કરી શકીએ? કવેનેસ પ્રમેય હું જે મુદ્દો બનાવવા માંગુ છું તે એ છે કે આ ઉદાહરણો કે જે અમે હમણાં જ કામ કર્યું છે તે તર્કના સામાન્ય નમૂનાઓ છે જે તમને વિશિષ્ટતા પ્રમેયના વિચારનો પુરાવો આપશે જે વિભેદક અસમાનતા મેળવવાનો છે અને પછી બરાબર આગળ વધો જે રીતે આપણે ઉકેલ લાવીએ છીએ.

રેખીય વિભેદક સમીકરણ અને આપણે સામાન્ય અસ્તિત્વ પ્રમેયને સાબિત કરીશું નહીં પરંતુ મુખ્ય ઘટક નીચેની સ્વાઇડમાંના વિચારો છે

તેથી ધારો કે  $t$  નો  $f$  એ અંતરાલ  $ab$  પર બિન-નકારાત્મક કાર્ય છે જેમ કે  $t$  નું  $f$  એ  $a$  કરતા ઓછું અથવા બરાબર છે વત્તા  $b$  અવિભાજ્ય  $a$  થી  $t$   $f$   $sds$  અસમાનતા 4.

4 જે એક પૂર્વધારણા છે  $a$  અને  $b$  સ્થિરાંકો છે અને  $f$  બિન-નકારાત્મક છે તો નિષ્કર્ષ અસમાનતા છે 4.

5 એટલે કે  $t$  નું  $f$  ઘાતાંકીય કરતાં ઓછું અથવા  $b$  ગુણ્યા  $t$  ઓછા આ પુરાવાનો વિચાર બરાબર સમાન છે 4.

4 ની જમણી બાજુ કોલ કરો કારણ કે  $t$  ની મૂડી  $f$  ની મૂડી  $f$  એ  $t$  નું  $t$   $f$   $sds$  એ વત્તા  $b$  અવિભાજ્ય છે પછી નોંધ લો કે નાનું  $f$  મૂડી  $f$  કરતાં ઓછું અથવા બરાબર છે થોડું  $f$  કરતાં ઓછું અથવા  $equ$  છે  $a1$  થી મૂડી  $f$  અને મૂડી  $f$  નું મૂલ્યાંકન થોડું  $a$  એ મૂડી છે  $a$  4.

7 તમે આગળ શું કરશો તફાવત કરો 4.

6 તફાવત કરો 4.

6 તમને  $df$  દ્વારા  $dt$  બરાબર  $bf$  શું મળે છે અધિકાર તમે 4.

6  $df$  બાય  $dt$  બરાબર ભેદ કરવા માટે કેલ્ક્યુલસના મૂળભૂત પ્રમેયનો ઉપયોગ કરો છો  $b$  ગુણ્યા થોડું  $f$  પરંતુ  $b$  ગુણ્યા થોડું  $f$  એ  $b$  ગણા મૂડી કરતાં ઓછું અથવા બરાબર છે  $f$  તમને વિભેદક અસમાનતા મળી છે તમે બરાબર આગળ વધશો જેમ તમે રેખીય સમીકરણ સાથે કરો છો તે રીતે વિભેદક સમીકરણને  $e$  વડે ઘાત બાદ  $b$  ને  $ta$  એ મૂડીમાં ગુણાકાર કરો  $af$  ની થોડી  $a$  એ મૂડી  $a$  ની બરાબર છે અને પછી તેને તમારા અભિન્નમાં સમાવિષ્ટ કરો કે તમને  $t$  ના ઘાતાંકીય માં ઓછા  $b$  માં  $t$  ઓછા  $a$  થી ઓછા અથવા બરાબર જે અમે સાબિત કરવા માગીએ છીએ તેથી આ વ્યાયામ ક્વાયતનો પુરાવો છે આ નાનકડા પરિણામનો પુરાવો બરાબર એ જ પેટર્નને અનુસરે છે અને વિશિષ્ટતા પ્રમેયના પુરાવામાં આ એક મુખ્ય ઘટક છે

તેથી હવે આપણે આ વ્યાખ્યાન શ્રેણીના આગળના ભાગ અને તેના છેલ્લા ભાગ તરફ આગળ વધીશું.

આ વ્યાખ્યાન શ્રેણી છે લોલક સમયની અણગમતી કૂચને વિરામચિહ્ન સાથે સ્વિંગ કરવાનું ચાલુ રાખે છે જેથી લોલક ઝૂલતો રહે અને તે તમારા માટે સમયના અંતરાલને માપાંકિત કરે છે તે ચિહ્નિત કરે છે

તેથી ચાલો પાછા જઈએ અને યાદ કરીએ કે લોલક સમીકરણ  $d^2y$  દ્વારા  $dt$  ચોરસ વત્તા  $g$  over 1 દ્વારા શું હતું સાઈન  $y$  બરાબર 0 એ સમીકરણ 4.

9 છે હવે આપણે શું કરીએ કે ચાલો આપણે આ સમીકરણ 4.

9 ને  $dy$  ના અવયવ વડે  $dt$  વડે ગુણાકાર કરીએ શું થાય છે  $dt$  વડે  $d^2$   $y$  વડે  $dt$  ચોરસ બરાબર છે

તેથી 2 ફેંકવાના અવયવમાં ફેંકો 2 ના અવયવમાં તમને 2  $y$  ડેશ  $y$  ડબલ ડેશ મળશે 2  $y$  ડેશ  $y$  ડબલ ડેશ શું છે જો તમે  $y$  ડેશ સ્ક્વેરમાં તફાવત કરશો તો તમે શું મેળવશો જો તમે  $y$  ડેશ સ્ક્વેરમાં તફાવત કરશો તો તમને 2  $y$  ડેશ વાય ડબલ મળશે ડેશ પછીના શબ્દ સાઈન  $y$  ને  $y$  ડેશમાં જુઓ, તમે સાઈન  $y$  ને  $y$  ડેશમાં કેવી રીતે મેળવી શકો છો, જો તમે માઈનસ  $\cos y$  નો તફાવત કરશો તો તમને બરાબર  $\sin y$  ને  $y$  ડેશમાં મળશે

તેથી જ્યારે તમે વિભેદક સમીકરણ 4.

9 નો ગુણાકાર કરો છો ત્યારે શું થાય છે વાય પ્રિમ દ્વારા  $e$  જ્યારે તમે સમીકરણ 4.

9 ને  $y$  પ્રાઇમ વડે ગુણાકાર કરો છો ત્યારે સમીકરણની ડાબી બાજુ એક ચોક્કસ વ્યુત્પન્ન બની જાય છે જે તમે આગળની સ્વાઇડમાં  $d$   $dt$  બાય  $dt$  ની સ્વાઇડમાં જુઓ છો તે બરાબર છે.

0.

તેથી આને એકીકૃત કરો અને તમે તારીખ સુધીમાં  $dy$  મેળવો છો .

આખો વર્ગ માઈનસ 2  $g$  બાય 1 કોસાઈન  $y$  બરાબર  $e$  ફરીથી હું એકીકરણના સ્થિરતા માટે  $e$  અક્ષરનો ઉપયોગ કરું છું ત્યાં સ્પષ્ટ કારણ છે કે તે 4.

10 માં શરતોને ઓળખે છે જે ગતિ ઊર્જાનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે.

અને  $dt$  સ્ક્વેર દ્વારા પ્રથમ ટર્મ  $dy$  સંભવિત ઊર્જા કોઈક રીતે ગતિ ઊર્જા સાથે સંબંધિત છે અને બીજી અવધિ કોઈક રીતે સંભવિત ઊર્જા સાથે સંબંધિત છે તમારે તેને અમુક સ્થિરાંક વડે ગુણાકાર કરવો પડી શકે છે, તમારે ચોક્કસ સ્થિરાંકનો સંદર્ભ સંભવિત ઉમેરવો પડશે પરંતુ આવશ્યકપણે સમીકરણ 4.

10 ઊર્જાના સંરક્ષણના કાયદાની જોડણી કરે છે અને આપણે સમીકરણ 4.

10 નો ઉલ્લેખ ઊર્જા સમીકરણ તરીકે કરીશું જેને આપણે ઊર્જા સમીકરણ કહીશું

ઠીક છે હવે ચાલો પ્રારંભિક લખીએ શરતો  $y$  ની 0 બરાબર 0 અને  $y$  પ્રાઇમ 0 બરાબર  $c$  જ્યાં  $c$  એ ધન સ્થિરાંક છે આનો અર્થ શું થાય છે તેનો અર્થ લોલક મધ્ય સ્થાનથી કોણીય વેગ સાથે શરૂ થાય છે  $c$  પ્રારંભિક કોણીય વેગ સાથે  $c$  તમે જે દબાણ આપો છો તે

તમે આપો છો સરેરાશ સ્થિતિથી લોક પર થોડો ઘક્કો મારવો અને લોક ઓસીલેટીંગ શરૂ કરે છે, આ પ્રારંભિક શરતોને ઉર્જા સમીકરણમાં સમાવિષ્ટ કરો, તમને ઉર્જા સમીકરણ 4.

10 પુટ  $t$  બરાબર 0 પુટ ટી બરાબર શૂન્ય  $dy$  બાય  $dt$  પર  $t$  બરાબર શૂન્ય છે.

$c$  અને  $\cos y$  જ્યારે સમય  $t$  શૂન્યની બરાબર હોય ત્યારે  $\cos$  શૂન્ય હોય છે જે એક છે તેથી સમીકરણ ચાર બિંદુ દસ ફક્ત વાંચે છે  $c$  વર્ગ ઓછા  $2g$  બાય 1 બરાબર  $e$  તેથી  $e$  છે  $c$  વર્ગ ઓછા  $2g$  બાય 1 તે જ હું કહું છું તેથી યોગ્ય છે 4.

10 ઉર્જા સમીકરણની હાથ બાજુ  $c$  ચોરસ માઈનસ  $2g$  દ્વારા 1 દ્વારા બદલવામાં આવી છે તેથી આગળનું કામ એ છે કે જો તમે સમીકરણ 4.

12 માં જમણી બાજુએ કોસાઈન શબ્દ લો છો તો જમણી બાજુએ કોસાઈન ટર્મ લેવાનું છે .

તા આખો સ્કવેર બરાબર  $c$  સ્કવેર માઈનસ  $2g$  બાય 1 માં 1 ઓછા  $\cos y$  હવે ત્રિકોણમિતિ ઓળખ યાદ કરો 1 ઓછા  $\cos y$  એ 2 સાઈન સ્કવેર  $y$  બાય 2 છે.

તેથી તમે તારીખ સુધીમાં  $dy$  મેળવો છો આખો સ્કવેર બરાબર  $c$  સ્કવેર માઈનસ  $4g$  પર 1 સાઈન સ્કવેર્ડ  $y$  બાય 2 સમીકરણ 4. 13 હવે તમે સમીકરણ 4.

13 જોશો અને તમે ખુશ થશો કારણ કે તમને પ્રથમ ક્રમ વિભેદક સમીકરણ સમીકરણ 4.

13 મળ્યું છે એ પ્રથમ ક્રમ વિભેદક સમીકરણ છે અમારું તાત્કાલિક આવેગ વર્ગમૂળ લેવાનું રહેશે અને તારીખ સુધીમાં  $dy$  કહેવાનો રહેશે.

$c$  સ્કવેર માઈનસ  $4g$  બાય 1 સાઈન સ્કવેર  $y$  બાય 2 ના વર્ગમૂળની બરાબર થાય છે અને તે એક ચલ અલગ કરી શકાય તેવું સમીકરણ છે અમે ખૂબ જ ખુશ છીએ અમે ચલોને અલગ કરી શકીએ છીએ અને અમે એકીકૃત કરવા જઈ રહ્યા છીએ ઠીક છે તમે કરો કે તમે એક અવિભાજ્યમાં ભાગ લેવા જઈ રહ્યાં છો કે તમે ગણતરી કરી શકતા નથી અને તે અવિભાજ્ય અંડાકાર અવિભાજ્ય છે તેથી અંડાકાર અવિભાજ્ય જેનો ઉલ્લેખ મેં થોડાં પ્રવચનો પહેલાં કર્યો હતો તે લોક સમીકરણના સંબંધમાં અહીં દેખાય છે

તેથી આપણે તારીખ સુધીમાં આખો વર્ગ  $c$  squa બરાબર છે. લાલ માઈનસ  $4g$  બાય 1 સાઈન સ્કવેર  $y$  બાય 2.

તેથી 0 નો  $y$  ડોટ  $c$  છે જે ધન છે જે સમયે  $t = 0$  ની બરાબર ધન છે ચાલો આપણે બંને બાજુએ 4.

13 નું ધન વર્ગમૂળ લઈએ અને આપણે  $dy$  બાય મેળવીએ.

$dt$  એ  $c$  સ્કવેર માઈનસ  $4g$  બાય 1 સાઈન સ્કવેર  $y$  બાય 2 ના વર્ગમૂળ બરાબર છે જેને 4.

13 અવિભાજ્ય 4.

13 પ્રાથમ એ ચલ વિભાજિત સમીકરણ છે અને આપણે સામાન્ય રીતે આગળ વધીએ છીએ આપણે

$c$  વર્ગ ઓછા  $4g$  ના વર્ગમૂળ વડે 4.

13 અવિભાજ્યને વિભાજિત કરીએ છીએ.

1 sine ચોરસ  $y$  by 2 અને પછી 0 થી  $t$  ના અંતરાલ 0 થી  $t$  ના સંદર્ભમાં બંને બાજુઓને એકીકૃત કરો.

નોંધ કરો કે  $y$  નું 0 બરાબર 0 છે.

તો આપણે શું મેળવીશું આપણે  $c$  વર્ગ ઓછા  $4g$  ના વર્ગમૂળ દ્વારા 0 થી  $y$  મેળવીશું  $g$  બાય 1 સાઈન સ્કવેર  $y$  બાય 2 બરાબર  $t$  હવે આપણે સાઈન  $y$  બાય 2 બરાબર  $u$  મૂકીએ છીએ આપણને  $\cos y$  બાય 2  $dy$  બરાબર  $du$  અથવા  $dy$  બરાબર  $2 du$  બાય 1 ઓછા  $u$  સ્કવેરના વર્ગમૂળ દ્વારા મળે છે અને છેલ્લામાં અવિભાજ્ય સ્વાઇડ રૂપાંતરિત થાય છે  $t$  બરાબર 2 પર  $c$

અવિભાજ્ય 0 થી સાઈન  $y$  2  $du$  ભાગ્યા 1 ઓછા  $k$  વર્ગ  $u$  વર્ગ  $i$  nto 1 માઈનસ  $u$  સ્કવેર્ડ આ છેલ્લું પ્રદર્શિત અવિભાજ્ય એક અંડાકાર અવિભાજ્ય છે

તેથી અમે કુદરતી રીતે લોક સમીકરણના અભ્યાસમાં લંબગોળ અવિભાજ્ય તરફ દોરી જઈએ છીએ કારણ કે આપણે અંડાકાર ઇન્ટિગ્રલનો અભ્યાસ હાથ ધરી શકતા નથી અમારે તપાસની આ રેખા છોડી દેવી જોઈએ અને અમારે સંપૂર્ણ રીતે લેવું જોઈએ.

ચલોના વિભાજનની પદ્ધતિ દ્વારા આ 4.

13 ને ઉકેલવાનો કોઈ પણ પ્રયાસ તમને મુશ્કેલીમાં મૂકશે, હવે આપણે આ લંબગોળ અવિભાજ્યને છોડી દઈશું અને વિભેદક સમીકરણને ઉકેલ્યા વિના ઉકેલની ગુણાત્મક વર્તણૂકને સમજવાનો પ્રયત્ન કરીશું, યાદ રાખો કે આપણે જોયું છે.

આ ભૂતકાળમાં વિભેદક સમીકરણોનો વિચાર એ હતો કે આપણે સ્પષ્ટપણે વિભેદક સમીકરણને ઉકેલ્યા વિના ઉકેલો વિશે માહિતી મેળવવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ

તેથી આપણે એમ માની લઈશું કે  $c$  વર્ગ  $4g$  કરતાં મોટો છે 1 ચાલો ધારીએ કે  $c$  વર્ગ 4 કરતાં મોટો છે.

$g$  દ્વારા 1 અને 4.

13 ની જમણી બાજુ જુઓ 4.

13 ની જમણી બાજુ ક્યારેય 0 બની શકતી નથી કારણ કે જો  $c$  squ ared એ  $4g$  બાય 1 કરતા મોટો છે કારણ કે સાઈન માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે છે 4.

13 ની જમણી બાજુ દેખીતી રીતે ક્યારેય શૂન્ય નથી અને તેથી ડેરિવેટિવ  $dy$  બાય  $t$  એ હંમેશા એ જ ચિહ્ન રાખવું જોઈએ કે તે હંમેશા હકારાત્મક હોવું જોઈએ અથવા તે હંમેશા નકારાત્મક હોવું જોઈએ અને શરૂઆતમાં 4.

11 જુઓ ડેરિવેટિવ શરૂઆતમાં પોઝિટિવ હતું

તેથી તે હંમેશા માટે પોઝિટિવ હોવું જોઈએ

તેથી ડેરિવેટિવ હંમેશા પોઝિટિવ છે તેનો અર્થ એ છે કે  $t$  નું  $y$  એ સમયનું મોનોટોન વધારતું ફંક્શન હોવું જોઈએ, ફંક્શન વ્હાઇટ મોનોટોન છે અને  $t$  ના સંદર્ભમાં પણ જમણી બાજુથી વધી રહ્યું છે.

4.

13 ની હાથ બાજુએ આપણે 4.

13 પર પાછા જઈએ જે 4.

13 સૌથી નીચો બની શકે છે તે 4.

13 ની જમણી બાજુ 4.

13 છે  $c$  ચોરસ માઈનસ  $4g$  બાય  $1$  4.

13 જ્યારે સાઈન ફેક્ટર 1 હોય ત્યારે 4.

13 ની જમણી બાજુ સૌથી ઓછી છે અને  $c$  વર્ગ માઈનસ  $4g$  બાય  $1$  ધન છે કહો તેને એક વર્ગ કહો તો આપણે શું જોઈએ તેથી જો તમે  $c$  વર્ગ ઓછા  $4g$  બાય  $1$  ને ચોરસ તરીકે મુકો તો આપણે જોઈએ છીએ કે  $dy$  બાય  $dt$  હંમેશા  $a$  કરતા મોટો અથવા બરાબર હોવો જોઈએ

તેથી  $y$  ઓફ  $t$  મોટો હોવો જોઈએ  $t$  ની આટલી  $y$  પર કરતાં અથવા તેની બરાબર એ માત્ર સમયની સાથે વધતી જતી મોનોટોન નથી, તે ઓછામાં ઓછી 80 જેટલી ઝડપથી વધી રહી છે તે 80 કરતાં વધારે અથવા બરાબર છે અને જેમ જેમ સમય આગળ વધે છે તેમ ખૂણો વધતો જ જાય છે અને તે આગળ વધે છે.

અનંત પરંતુ તે એક ખૂણો છે યાદ રાખો કે લોલક ઝૂલતું હોય છે અને

તેથી પ્રથમ કોણ 0 થી  $2\pi$  સુધી જશે અને પછી  $2\pi$  થી તે  $4\pi$  6 બાય  $8\pi$  સુધી જશે જેથી તે શું કહે છે કે લોલક પરફોર્મ કરી રહ્યું છે ગોળાકાર ગતિ જેથી લોલક  $c$  એટલો મોટો હોય કે લોલક ટોચ પર જાય છે તે વર્તુળને પૂર્ણ કરે છે અને તે ગોળાકાર ગતિ યાવુ રાખે છે

તેથી એક સર્કિટ પછી કોણ અંતરાલ  $2\pi$  થી  $4\pi$  માં જાય છે પછી બીજા સર્કિટ પછી તે અંતરાલમાં જાય છે  $4\pi$  થી  $6\pi$  અને

તેથી વધુ જો  $c$  વર્ગ  $4g$  બાય  $1$  કરતાં મોટો હોય તો લોલકમાં ખૂબ ઊર્જા હોય છે તે ગોળ ગતિ કરવા લાગે છે આગળ યાવો જોઈએ કે જો  $c$  વર્ગ  $4g$  બાય  $1$  કરતા ઓછો હોય તો શું થાય છે અને અહીં  $i$  હું તમને થોડી સરળતા આપીશ ઇ કેલ્ક્યુલસ એક્સરસાઇઝ દર્શાવે છે કે તારીખ દ્વારા કોણીય વેગ  $dy$  અમુક સમયે 0 હોવો જોઈએ અને  $yt$  અમુક સમયે મહત્તમ મેળવવો જોઈએ તે ચોક્કસ મહત્તમ મૂલ્ય લોલકનું કંપનવિસ્તાર હશે અને જે સમયે તે થશે તે સમય હશે.

એક ક્વાર્ટરનો સમયગાળો અને

તેથી લોલકનો સમયગાળો 4 ગણો  $t$  હશે, હવે ધારો કે એવું ન થાય તો ધારો કે વ્યુત્પન્ન ક્યારેય 0 નથી, તો શું થાય છે જો વ્યુત્પન્ન ક્યારેય 0 ન હોય તો શું થાય છે, પછી ફરીથી  $t$  નો  $y$  એકવિધ હોવો જોઈએ પહેલાની જેમ વધી રહ્યું છે પરંતુ આ વખતે  $t$  નો  $y$   $\pi$  સુધી પહોંચી શકતો નથી કારણ કે જો  $t$  નો  $y$   $\pi$  સુધી પહોંચે છે તો

તે ચોક્કસ બિંદુએ  $y$  નો વર્ગ  $y^2 = 1$  બનશે કારણ કે  $y$  બાય 2 એ  $\pi$  બાય 2 અને સાઈન પાઇ 2 બાય 1 થશે અને પછી 4.

13 ની જમણી બાજુ  $c$  ચોરસ માઈનસ  $4g$  બાય  $1$  બનશે પરંતુ  $c$  વર્ગ  $4g$  બાય  $1$  કરતા ઓછો છે યાદ રાખો

તેથી 4.

13 ની જમણી બાજુ નકારાત્મક બની ગઈ છે પરંતુ ડાબી બાજુ એક ચોરસ છે અને તે એક વિરોધાભાસ છે જેથી કરી શકાતું નથી આવું થાય છે લોલકનો કોણ  $t$  નો  $y$  ક્યારેય  $\pi$  સુધી પહોંચી શકતો નથી

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે  $t$  નો  $y$  એકવિધતા વધી રહ્યો છે અને તે ક્યાંય પણ  $\pi$  ની નજીક આવતો નથી

તેથી તેની અમુક મર્યાદા હોવી જોઈએ કારણ કે  $t$  નો  $y$  અનંત સુધી જાય છે.

એક મર્યાદા આલ્ફા કારણ કે  $t$  અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે યાદ રાખો એક મોનોટોન વધતા કાર્ય કાં તો અનંતમાં જવું જોઈએ અથવા તેની મર્યાદિત મર્યાદા હોવી જોઈએ આ મર્યાદિત મર્યાદા  $\pi$  હોઈ શકતી નથી અને

તેથી તે  $\pi$  કરતાં ઓછી હોવી જોઈએ જે આપણે જોયું છે પરંતુ હવે વિભેદક સમીકરણ પોતે કહે છે કે વ્યુત્પન્નની પછી મર્યાદા હોવી આવશ્યક છે કારણ કે ડેરિવેટિવ  $dy$  બાય  $dt$  સ્ક્વેર શું છે  $c$  સ્ક્વેર માઈનસ  $4g$  બાય  $1$  સાઈન સ્ક્વેર  $y$  બાય  $2$   $y$  ની મર્યાદા છે

તેથી સાઈન સ્ક્વેર  $y$  બાય 2 ની મર્યાદા છે

તેથી જમણી બાજુ 4.

13 ની એક મર્યાદા છે અન્ય શબ્દોમાં ડેરિવેટિવ સ્ક્વેરની મર્યાદા છે  $dy$  બાય  $dt$  સ્ક્વેરની મર્યાદા છે

તેથી  $dy$  બાય  $dt$  ની મર્યાદા છે કારણ કે તે હંમેશા સકારાત્મક હોય છે

તેથી તમને એવી પરિસ્થિતિ મળી છે જ્યાં તમને એક ફંક્શન મળ્યું છે જે મર્યાદા સુધી જાય છે અને વ્યુત્પન્નની પણ મર્યાદા હોય છે પરંતુ વિચારો ભૌમિતિક રીતે એવા ફંક્શન વિશે વિચારો કે જે એક મર્યાદામાં સ્થિર થાય છે કારણ કે  $t$  અનંત સુધી જાય છે એટલે કે ગ્રાફ ચપટી અને ચપટી બની રહ્યો છે

તેથી અમે અપેક્ષા રાખીએ છીએ કે તમે અપેક્ષા રાખીએ છીએ કે વ્યુત્પન્ન જો તેની મર્યાદા હોય તો તે શૂન્ય હોવું જોઈએ તે બરાબર તે

જ કેસ છે જો  $f$  ત એક વિભેદક કાર્ય છે જેમ કે  $t$  ના  $f$  અને  $f$  પ્રાથમ  $t$  ની મર્યાદિત મર્યાદાઓ છે કારણ કે  $t$  અનંતમાં જાય છે તો વ્યુત્પન્ન ફરજિયાતપણે શૂન્ય પર જવું જોઈએ હું ફક્ત તમને આ ભૌમિતિક રીતે સમજાવું છું કારણ કે  $t$  ની  $f$  ની મર્યાદા મૂળભૂત રીતે છે તેનો અર્થ એ છે કે ગ્રાફ બની રહ્યો છે આડું તે ચપટી અને ચપટી બની રહ્યું છે અને

તેથી વ્યુત્પન્ન જો તેની મર્યાદા હોય તો તે વાસ્તવમાં શૂન્ય જ હોવી જોઈએ પરંતુ શું તમે તેને કલનનો ઉપયોગ કરીને સખત રીતે સાબિત કરી શકો છો, હું ભલામણ કરું છું કે તમે સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને તે કરો યાવો ભૌમિતિક પર આધાર રાખવાને બદલે સરેરાશ લાગુ કરીએ.

અંતર્જાન યાવો આપણે તેને સખત તર્ક સાથે બેકઅપ લઈએ, યાવો લેગ્રેન્જના સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયને અંતરાલ પર લાગુ કરીએ  $t$  અલ્પવિરામ  $t$  વત્તા  $t$  નું  $1$   $f$  વત્તા  $t$  નું  $1$  ઓછા  $f$  અમુક  $c$  માટે હશે.

$t$  અને  $t$  વત્તા  $1$  ની વચ્ચે પરંતુ  $t$  ને અનંત પર જવા દો સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયમાં  $c$  એ  $t$  અને  $t$  વત્તા  $1$  ની વચ્ચે છે તેથી મૂડી  $t$  અનંતમાં જાય છે અને  $c$  પણ અનંતમાં જાય છે અને

તેથી આપણી પાસે  $t$  વત્તા  $1$  નું સમીકરણ  $f$  છે માઈનસ  $f$  ની  $t$  બરાબર  $f$  પ્રાથમ  $c$  ડાબી બાજુ  $0$  પર જાય છે આપણે જાણીએ છીએ કારણ કે  $f$  ની મર્યાદા છે  $1$  તો  $t$  નું  $f$  વત્તા  $1$  જાય છે  $1$  નું  $t$  નું  $1$  જાય છે

તેથી  $t$  નું  $f$  વત્તા  $1$  ઓછા  $f$  ની  $t$  જાય છે  $0$

તેથી જમણી બાજુ  $f$  prime  $c$  એ શૂન્ય પર જવું જોઈએ

તેથી વ્યુત્પન્ન ફરજિયાતપણે શૂન્ય પર જવું જોઈએ

તેથી અમને આ સમજવાની બે અલગ અલગ રીતો આપવામાં આવી છે

તેથી હવે યાવો લોલક પર પાછા જઈએ આપણે જાણીએ છીએ કે  $t$  નું  $y$  કંપનવિસ્તાર મોનોટોન વધી રહ્યું છે.

તે  $\pi$  ની નજીક ક્યાંય ન આવી શકે તેની મર્યાદિત મર્યાદા હોવી જોઈએ તે કિસ્સામાં વ્યુત્પન્ન  $y$  પ્રાથમ  $t$  એ  $0$  પર જવું જોઈએ કારણ કે  $t$  અનંતમાં જાય છે

તેથી આપણી પાસે શું છે જે  $t$  ની અનંતતા  $y$  તરફ વલણ ધરાવે છે મર્યાદિત મર્યાદા આલ્ફા જે  $\pi$  કરતાં ઓછી છે અને  $t$  ની  $y$  પ્રાથમ એક મર્યાદા ધરાવે છે અને આપણે જોયું તેમ આ મર્યાદા  $0$  છે.

હવે ક્યાં કરવું આપણે અહીંથી જઈએ છીએ કે  $1$  સાઈન  $y$   $0$  પર  $y$  ડબલ પ્રાથમ વત્તા  $g$  છે.

હવે  $y$  ની એક મર્યાદા છે  $y$  અવિભાજ્યની એક મર્યાદા છે અને

તેથી આ સમીકરણ  $y$  ડબલ પ્રાથમ વત્તા  $g$  પર  $1$  સાઈન  $y$   $0$  બરાબર છે તે અમને કહે છે કે  $y$  ડબલ પ્રાથમ છે  $t$  તરીકે મર્યાદા અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે પરંતુ કેલ્ક્યુલસ લેમ્માએ હવે અમને જણાવવું જોઈએ કે  $y$  ડબલ પ્રાથમ આવશ્યકપણે શૂન્ય પર જવું જોઈએ અને

તેથી લોલક સમીકરણ આપણને ફરીથી આપશે કે  $t$  ની  $y$  ની મર્યાદા શૂન્ય હોવી જોઈએ જેનો અર્થ છે કે આલ્ફા શૂન્ય હોવા જોઈએ પરંતુ તો તેનો અર્થ એ કે લોલક સ્થિર છે તે બિલકુલ ઝૂલતું નથી અને તે એક વિરોધાભાસ છે

તેથી હવે સમજાવો કે છેલ્લી ક્વાયટમાં બિંદુ ટી નટ શા માટે સ્થાનિક મહત્તમ હોવો જોઈએ તે સરળ છે પ્રથમ વ્યુત્પન્ન  $0$  છે.

પરંતુ બીજું ડેરિવેટિવ શું છે લોલકના મૂળ સમીકરણ પર પાછા જાઓ  $y$  ડબલ પ્રાથમ વત્તા  $g$  ઓવર  $1$  સાઈન  $y$   $0$  છે

તેથી  $y$  ડબલ પ્રાથમ  $1$  સાઈન  $y$  પર માઈનસ  $g$  છે જે નકારાત્મક હશે

તેથી બીજું વ્યુત્પન્ન નકારાત્મક છે

તેથી તે એક બિંદુ સ્થાનિક મહત્તમ છે

તેથી લોલક ઝૂલવાનું શરૂ કરે છે તે મહત્તમ સુધી પહોંચે છે અને પછી તેને પાછું સ્વિંગ કરવું પડે છે કારણ કે તે તેનાથી આગળ વધી શકતું નથી અને પછી કોઈ ફરી દલીલ કરી શકે છે કે તેનું લઘુત્તમ મૂલ્ય હોવું આવશ્યક છે પરંતુ મહત્તમ મૂલ્યને કંઈક અને લઘુત્તમ મૂલ્યને બીજું કંઈક હોવાને કારણે શું અટકાવે છે

તેથી મહત્તમ મૂલ્ય  $60$  ડિગ્રી કહી શકાય કદાચ ન્યૂનતમ મૂલ્ય માઈનસ છે શું મને ખબર છે કે હું કેવી રીતે જાણું કે તે જમણી બાજુએ તે જ રકમ પર સ્વિંગ કરે છે જેટલો તે ડાબી બાજુએ કરે છે સમસ્યા નંબર પાંચ પર જુઓ સમસ્યા નંબર પાંચ તમને કહે છે કે કેટલી હદ

સુધી તે જમણી તરફ જાય છે તે હદ જેટલી જ છે જે તે ડાબી તરફ જાય છે કારણ કે આપણે કહ્યું છે કે શૂન્યનો  $y$  શૂન્ય છે અને

તેથી ઉકેલ એક વિચિત્ર કાર્ય હોવો જોઈએ અહીં આપણે વિશિષ્ટતા પ્રમેયને અપીલ કરીએ છીએ જે આપણે સાબિત નથી કર્યું અસ્પષ્ટ વિશિષ્ટતા પ્રમેયને આપણે સહેજ અલગ રીતે વિશિષ્ટતા પ્રમેયનો ઉપયોગ કર્યા વિના પણ કસરત  $6$  ઉકેલી શકીએ છીએ, યાવો જોઈએ કે આપણે ઊર્જા સમીકરણનો ઉપયોગ કરીએ છીએ, તો ધારો કે મહત્તમ કંપનવિસ્તાર આલ્ફા છે અને લઘુત્તમ એમ્પ્લિટુડ  $itude$  એ

માઈનસ બીટા છે

તેથી  $dt$  દ્વારા ઊર્જા સમીકરણ  $dy$  જુઓ સમગ્ર સ્કેલર બરાબર  $c$  સ્કેલર માઈનસ  $4g$  પર  $1$  સાઈન સ્કેલર  $y$  બાય  $2$ .

પરંતુ જ્યારે  $y$  આલ્ફા અથવા માઈનસ બીટા મૂલ્યો લે છે ત્યારે ડાબી બાજુ  $0$  છે કારણ કે આલ્ફા મહત્તમ છે અને માઈનસ બીટા એ ન્યૂનતમ છે અને

તેથી આપણને  $c$  સ્કેલર બરાબર  $4g$  પર  $1$  સાઈન સ્કેલર આલ્ફા બાય  $2$  અને  $c$  સ્કેલર બરાબર  $4g$  પર  $1$  સાઈન સ્કેલર બીટા બાય  $2$  મળે છે.

તેથી બે વસ્તુઓની સમાનતા કરીએ તો આપણને સાઈન સ્કેલર આલ્ફા બાય  $2$  બરાબર સાઈન સ્કેલર મળશે બીટા બાય  $2$  જેમાંથી આપણે માઈનસ બીટાના બરાબર આલ્ફા કાઢીએ છીએ જે સમસ્યા નંબર  $6$  ની ચર્ચા બરાબર પૂર્ણ કરે છે

જેથી તમને જણાવે કે જો  $c$  વર્ગ  $4g$  બાય  $1$  કરતા ઓછો હોય તો લોલક ઓસીલેટરી ગતિ દર્શાવે છે તે જમણી તરફ જાય છે અને પછી તે પાછું આવે છે અને તેની પાસે ન્યૂનતમ છે અને ફરીથી તે આગળ વધવાનું શરૂ કરે છે અને તે ઓસીલેટરી ગતિ યલાવે છે જ્યારે  $c$  વર્ગ  $4g$  બાય  $1$  કરતા મોટો હોય તો તે ગોળાકાર ગતિ યલાવે છે

તેથી નિર્ણાયક મૂલ્ય પર શું થાય છે  $c$  ચોરસ બરાબર  $4g$  બાય  $1$   $wha$   $t$  થાય છે જો  $c$  ચોરસ બરાબર  $4g$  બાય  $1$  હોય તો શું લોકને સૌથી ઉપરના બિંદુ સુધી પહોંચવામાં કાયમ સમય લાગે છે કોણ  $pi$  આપણે તેની તપાસ કરવી જોઈએ અને જોવું જોઈએ કે આવું થાય છે કે કેમ તે આ નિર્ણાયક કિસ્સામાં જ્યારે  $c$  ચોરસ ચાર  $g$  બરાબર થાય છે  $1$  દ્વારા આપણે એકવચનમાં નસીબદાર છીએ કે આપણે ખરેખર વિભેદક સમીકરણનું એકીકરણ પૂર્ણ કરી શકીએ છીએ

તેથી ચાલો જોઈએ કે તે કેવી રીતે કરવું

તેથી યાદ રાખો કે  $c$  ચોરસ બરાબર  $4g$  બાય  $1$

તેથી સમીકરણ પર પાછા જાઓ ચાર બિંદુ એક ત્રણ  $c$  વર્ગ બરાબર ચાર  $g$  બાય  $1$

તેથી ચાર  $g$  બાય  $1$  એ સામાન્ય લઈ શકાય અને આપણને એક બાદબાકી પાપનો વર્ગ  $y$  બાય બે મળે છે જે કોસાઈન ચોરસ  $y$  બાય બે છે

તેથી સમીકરણ 4.

13 ગંભીર કિસ્સામાં ખૂબ જ સરળ બનાવે છે

તેથી આપણને સમીકરણ 4.

14  $dy$  બાય તારીખ  $4g$  બાય  $1$  મળે છે.

$\cos$  સ્કવેર્ડ  $y$  by  $2$ .

હવે અવલોકન કરો કે જો અમુક મર્યાદિત સમયે  $t$   $naught$  નો  $y$  પ્રાથમ  $0$  ના બરાબર હોય તો છેલ્લા સમીકરણની જમણી બાજુ તમને આપશે કે  $t$   $naught$  નો  $y$   $pi$  અને  $t$   $naught$  નો  $y$  પ્રાથમ હોવો જોઈએ  $0$  હોવું જોઈએ પરંતુ નોંધ લો કે  $const$  ટી સમાન રીતે  $pi$  નું  $ant$  ફંક્શન  $y$  પણ લોક સમીકરણને સંતુષ્ટ કરે છે અને તે પ્રારંભિક શરતોને પણ સંતુષ્ટ કરે છે 4.

15 અને

તેથી ફરી એકવાર અસ્પષ્ટ વિશિષ્ટતા પ્રમેય કે જે આપણે જણાવ્યું પણ નથી તેને અપીલ કરી શકાય છે અને આપણે જોઈએ છીએ કે અમારું નિરાકરણ સતત ઉકેલ હતું પરંતુ તે છે એવું નથી કારણ કે જો તે સતત સોલ્યુશન હોય તો વ્યુત્પન્ન  $0$  હોવું જોઈએ અમે ધારીએ છીએ કે  $c$   $4$   $g$  બાય  $1$  છે

તેથી અમે તારણ કાઢીએ છીએ કે  $y$  અવિભાજ્ય  $t$  ક્યારેય અદૃશ્ય થતો નથી અને અમે 4.

14 ની બંને બાજુઓનું ધન વર્ગમૂળ લઈ શકીએ છીએ

તેથી ક્રિટિકલ કેસ  $dy$  બાય  $dt$  બરાબર બે વાર મૂળ  $g$  બાય  $1$   $\cos y$  બાય  $2$  અને  $0$  નું  $y$  બરાબર  $0$  માટે આપણી પાસે નીચેનું ચલ અલગ કરી શકાય તેવું સમીકરણ છે.

તો ચાલો ચલોને અલગ કરીને સમીકરણ 4.

16 ઉકેલવાનો પ્રયાસ કરીએ

તેથી  $\cos y$  બાય લાવીએ.

$2$  ડાબી બાજુએ અને એકીકૃત કરો તમને લોગ સેકન્ટ પ્લસ ટેન મળે છે તમને લોગ સેકન્ટ વાય બાય  $2$  વત્તા ટેન વાય બાય  $2$  બરાબર રૂટ  $g$  બાય  $1$   $t$  જમણી બાજુ  $s$  તે રૂટ  $g$  દ્વારા  $1$   $t$  તમે તેને ફક્ત  $s$  દ્વારા દર્શાવો છો અને માત્ર સરળતા માટે તમે થીટાની બરાબર  $y$  બાય  $2$  મૂકો તો છેલ્લું સમીકરણ લોગ સેકન્ટ થીટા વત્તા ટેન થીટા બરાબર  $s$  અથવા સેકન્ટ થીટા વત્તા ટેન થીટા બરાબર  $e$  ની ઘાત  $s$  તરીકે લખી શકાય

તેથી સેકન્ટ થીટા વત્તા ટેન થીટા બરાબર  $e$  ની ઘાત સમીકરણ 4.

17 પારસ્પરિક લઈએ છીએ પારસ્પરિક લઈએ છીએ આપણે મેળવીએ છીએ સેકન્ટ થીટા માઈનસ ટેન થીટા બરાબર  $e$  ની ઘાત માઈનસ  $s$  ઉમેરી અને બાદબાકી કરીએ છીએ આપણને સેકન્ટ થીટા મળે છે  $1$  અડધા  $e$  ની ઘાત  $s$  વત્તા  $e$  ની પાવર માઈનસ સે ની અડધી  $e$  ની ઘાત  $s$  વત્તા  $e$  ની ઘાત માઈનસ  $s$  એ  $\cosh x$   $\cosh$  એ  $s$  નો અતિપરવલય કોસાઈન છે અને પછી ટેન થીટા શું છે ટેન થીટા એ  $e$  નો અડધો અડધો ભાગ  $s$  ઓછા  $e$  ની ઘાત માઈનસ છે  $s$  એ હાયપરબોલિક સાઈન છે

તેથી આપણને આ સમીકરણ મળ્યું 4.

19 સેકન્ટ થીટા એ હાઈપરબોલિક કોસાઈન છે અને ટેન થીટા એ હાઈપરબોલિક સાઈન છે

તેથી હવે આપણે વાસ્તવિક ડોમેનમાં રહીને જટિલ ડોમેનમાં જવાની જરૂર વગર હાઈપરબોલિક ફંક્શન્સ અને ત્રિકોણમિતિ ફંક્શન્સ વચ્ચેનો સંબંધ જોઈએ છીએ.

$SS$  ત્રિકોણમિતિ ફંક્શન્સમાંથી હાઈપરબોલિક ફંક્શનમાં ચલોના વાસ્તવિક ફેરફાર દ્વારા 4.

19 દ્વારા આપવામાં આવેલ  $s$  ની આ ફંક્શન થીટાને એક નામ છે તેને ક્રિસ્ટોફર ગોરમાન્ડના માનમાં ગ્રામેનિયન કહેવામાં આવે છે આ નામ આર્થર કાવે દ્વારા 1862 માં આપવામાં આવ્યું હતું આનો ખૂબ જ રસપ્રદ ઇતિહાસ સ્ફટિક બીજગણિત વોલ્યુમ 2 ના પૃષ્ઠ 312 માં ગુડ રોમનિયન મળી શકે છે જે 1900 ના દાયકામાં પ્રકાશિત થયું હતું હકીકતમાં તે 1900 ના દાયકા પહેલા પ્રકાશિત થયેલ છે આ પછીની આવૃત્તિ છે જે સારા રોમનિયનનું ઊલટું કાર્ટોગ્રાફી અને નેવિગેશનમાં દેખાય છે યાદ રાખો કે જ્યારે આપણે ચર્ચા કરીએ છીએ ત્યારે અમને પહેલેથી જ કાર્ટોગ્રાફીનો સામનો કરવો પડ્યો હતો.

ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝ અને ફરીથી કાર્ટોગ્રાફી આવે છે અને તે માર્કેટર્સ પ્રોજેક્શનના સંબંધમાં કાર્ટોગ્રાફી અને નેવિગેશનમાં આવે છે તેથી મેરીકેટર શું બાંધવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યો હતો તે નક્કશો બનાવવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યો હતો તે નક્કશો બનાવવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યો હતો જેમાં ગોળા પરના લોકસોડોમ્સ મળી રહ્યાં છે.

તમારા પ્લેન નક્કશા પર નક્કશા પર સીધી રેખાઓ તરીકે સારી રીતે મેપ કરો તમે મને પૂછશો કે લોક શું છે બતાવેલ રૂમ હવે હું તમને સમજાવું છું કે લોકસોડોમ એ વિશ્વ પરના વર્ણાંકો છે જેમાં ગુણધર્મ છે કે તેઓ સમાન ખૂણા પર રેખાંશને કાપી નાખે છે

અને વર્ણાંક એક જ ખૂણા પરના તમામ રેખાંશને અચળ ખૂણા પર કાપે છે આવા વર્ણાંકો શા માટે મહત્વપૂર્ણ છે કારણ કે તેઓ

મહત્વપૂર્ણ છે યાદ રાખો કે નેવિગેશનની ચિંતામાં જહાજો જહાજો એ વિશાળ શક્તિશાળી પદાર્થો છે જ્યારે તમે સમુદ્રને પાર કરીને

એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી જવા માંગતા હો ત્યારે તમને લાગે છે કે શ્રેષ્ઠ વિકલ્પ એ સૌથી ટૂંકો રસ્તો વેવાનો છે સૌથી ટૂંકો રસ્તો એ એક મહાન વર્તુળ છે જે બે બિંદુઓને જોડે છે.

પૃથ્વીની સપાટી પરંતુ સમસ્યા એ છે કે જ્યારે તમે મહાન વર્તુળ સાથે મુસાફરી કરો છો ત્યારે મહાન વર્તુળ રેખાંશને સમાન ખૂણા પર છેદતું નથી આંતરછેદનો કોણ બદલાતો રહે છે

તેથી જહાજને સતત વહાણની દિશા તરફ વળવું પડશે.

સતત બદલાવું અને તેને વહાણ જેવા શક્તિશાળી પદાર્થ સાથે કરવું ખૂબ જ મુશ્કેલ અને ખૂબ ખર્ચાળ હશે

તેથી જહાજો મુસાફરી કરતા નથી e1 મહાન વર્તુળો સાથે તેના બદલે તેઓ લોકસોડોમ વણાંકો સાથે મુસાફરી કરે છે જે સમાન ખૂણા પર રેખાંશને કાપી નાખે છે

તેથી હવે જો તમે પૃથ્વીની સપાટી પર લોક સિન્ડ્રોમ લો છો તો તે તમારા પ્લેન નકશા પર શું અનુરૂપ હશે તે નકશો એક પ્લાનર ઓબ્જેક્ટ છે જે તેના પર છાપવામાં આવે છે.

કાગળની શીટ અને મર્કેટર એવી રીતે નકશો ઘડવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યો હતો કે વિશ્વ પરના આ લોકસોડોમ્સ નકશા પરની સીધી રેખાઓને અનુરૂપ હોય તે પ્રયાસમાં તેને સારા રોમનિયન ફંક્શનના આ ઊલટાનો સામનો કરવો પડ્યો

તેથી હું તમને બે આપીશ.

તેમાંથી એક માટેના સંદર્ભો પહેલાથી જ જોઈ મેકલેરીના પુસ્તક ભૂમિતિના પ્રકરણ આઠ પહેલાં એક વિભેદક દૃષ્ટિકોણથી ટાંકવામાં આવ્યા છે, મેં આ પુસ્તકનો અગાઉ ઉલ્લેખ કર્યો છે અને બીજા પુસ્તકનો હું ઉલ્લેખ કરીશ તે છે h1 રેસ્નિકોફ અને રો વેલ્સ ગણિત અને સંસ્કૃતિ ખૂબ જ રસપ્રદ પુસ્તક બીજું છે.

એક ખૂબ જ રસપ્રદ પુસ્તક તે નેવિગેશન ગણિત અને નેવિગેશન વિશે પણ વાત કરે છે કે કેવી રીતે કેલ્ક્યુલસ નેવિગેશનલ સમસ્યાઓમાં આવે છે

તેથી અહીં સારા ro પર કેટલીક કસરતો છે.

મેનિયન બતાવે છે કે s ની થીટા એ 2 ટેન ઈનવર્સ છે e ની શક્તિ s માઈનસ પાઈ બાય 2 અને બતાવો કે સારી રોમનિયન એ એક વિચિત્ર કાર્ય છે અને તે વધતું કાર્ય છે, જ્યાં સુધી આ સમસ્યા સંબંધિત છે ત્યાં સુધી તમારા માટે બહુ ઓછું છે.

s ના આ સમીકરણ થીટાને અલગ કરો તમે તરત જ 2 ટેન ઈન્વર્સ ટર્મનો તફાવત કરો કે જે 2 પર 1 વત્તા e ની ઘાત 2 s ને e માં પાવર s છે જે દેખીતી રીતે હકારાત્મક છે અને

તેથી તે એક વધતું કાર્ય છે તમે કેવી રીતે તપાસો છો કે તે છે એક વિષમ કાર્ય s ને માઈનસ s થી બદલો s ને માઈનસ s થી તમે મેળવો 2 tan inverse of e ની ઘાત ઓછા s પણ e ની ઘાત માઈનસ s s તે 1 ની tan inverse ની e ની inverse s મેળવો ઘાત s માટે પરંતુ e ની ઘાત s pi બાય 2 ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ e ની ઘાત અને 2 ગુણ્યા pi બાય 2 pi બનશે અને pi ઓછા પાછ 2 બાય 2 બને છે .

તેથી થીટા બાદબાકી s એ pi બાય 2 ઓછા 2 ટેન વિરુદ્ધ e ની ઘાત s જે થીટાના ઓછા છે s ની

તેથી થીટા એક વિચિત્ર કાર્ય છે તે પછીની સમસ્યા ખૂબ જ રસપ્રદ છે કારણ કે સમાન એક j 2014 માં દેખાઈ હતી તે સમસ્યા જે 2014 માં દેખાઈ હતી તે એક કોસેકન્ટ થીટાને પાવર 17 સાથે સંકલિત કરવાની છે જ્યારે તમે સેકન્ટની વિચિત્ર શક્તિ લો છો અને કોસેકન્ટની એક વિચિત્ર શક્તિ તમે જાણો છો કે જો તમે ભાગો દ્વારા સંકલન કરવાનું શરૂ કરો છો, તો તમારે તેને ઘણી વખત વારંવાર કરવું પડશે અને તે આનંદદાયક રહેશે નહીં

તેથી તમે ભાગો દ્વારા વારંવાર એકીકરણ ટાળવા માટે એક માર્ગ ઇચ્છો છો,

તેથી કેવી રીતે કોસેકન્ટની વિષમ શક્તિ અથવા સેકન્ટની વિષમ શક્તિને એકીકૃત કરવા માટે સારી રોમનિયન તમને તે કરવા માટે મદદ કરશે જેથી સેકન્ટ થીટાથી પાવર 17 ડી થીટા, તો તમે આ કેવી રીતે કરશો તે સેકન્ટ થીટા વત્તા ટેન થીટા e ની બરાબર છે

પાવર s તો તમે શું મેળવો છો તમે પુટ સેકન્ટ થીટા વત્તા ટેન થીટા બરાબર e ની શક્તિ s મેળવો છો

તેથી અમને સેકન્ટ થીટા મળે છે જે હાયપરબોલિક કોસાઇન સમાન છે

તેથી તફાવત કરો જેથી સેકન્ટ થીટા ટેન થીટા ડી થીટા હાયપરબોલિક સાઈન ટાઇમ્સ ds સમાન હશે થીટા ડી થીટા વાઈ

હાયપરબોલિક સાઈન એસટીએસને ટેન થીટા વડે વિભાજિત કરવામાં આવશે પરંતુ ટેન થીટા હાયપરબોલિક સાઈન એસટીએસની બરાબર છે

તેથી સેકન્ટ થીટા ડી થીટા ds ની બરાબર છે

તેથી પાવર 17 થીટા ડી થીટાનો તમારો ઇન્ટિગ્રલ સેકન્ટ પાવર 16 નો ઇન્ટિગ્રલ સેકન્ટ બનશે જે હાયપરબોલિક કોસ s માટે છે

પાવર 16 વખત ds ચાલો હવે એકીકરણની મર્યાદા સમાવિષ્ટ કરીએ

, સમીકરણ સેકન્ટ થીટા બરાબર કોશ s યાદ રાખીએ જેથી જ્યારે થીટા બરાબર 0 s હશે અને થીટા બરાબર pi બાય 3 એ લોગ 2 વત્તા રુટ 3 ની બરાબર s સાથે અનુરૂપ હશે .

તમારા માટે તે તપાસવું સરળ છે

તેથી અમને શું મળે છે કે ઇન્ટિગ્રલ 1 પર 2 થી પાવર 16 0 માં રૂપાંતરિત થશે લોગ 2 પ્લસ રુટ 3 e માં પાવર s પ્લસ e માં પાવર

માઈનસ s માં પાવર 16 ds અને હાયપરબોલિક cos એ ફક્ત e ની ઘાત s વત્તા e ની ઘાત માઈનસ s બાય 2 છે અને

તેથી તમે તેને ટ્રિપ્લે પ્રમેય દ્વારા વિસ્તૃત કરી શકો છો તે ખૂબ સરળ છે ખાસ કરીને જ્યારે તમે ચોક્કસ ખૂણાંકો હાજર જુઓ ત્યારે

તમારે ભાગો દ્વારા વારંવાર સંકલન કરવાની જરૂર નથી અને s ડી સામાન્ય રીતે તમે કોસેકન્ટ થીટા ટૂ પાવર 17 અજમાવી શકો છો

અહીં તમે કોસેકન્ટ થીટા માઈનસ કોટ થીટા ઇક્વલ ટૂ ધ પાવર યુ ઓફ મૂકો છો

તેથી હું આશા રાખું છું કે તમે વિભેદક સમીકરણોની દુનિયામાં આ ટૂંકી સફરનો આનંદ માણ્યો હશે અને મને ફક્ત થોડા શબ્દો કહેવાનું ગમશે.

નિષ્કર્ષમાં, મેં તમને વિભેદક સમીકરણોના ઘણા રસપ્રદ ભાગોમાંથી પસાર કર્યા, અમે ઘણા ભૌમિતિક ઉદાહરણો જોયા અમે ભૌતિકશાસ્ત્રના ઉદાહરણો જોયા અમે જીવવિજ્ઞાનના ઉદાહરણો જોયા અમે ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝ જોયા અમે ઘણી બધી એપ્લિકેશનો જોયા અમે ખગોળશાસ્ત્ર અને તેના જેવી સામગ્રી જોઈ.

મેં તમને ઘણા સંદર્ભો આપ્યા છે અને હું તમને વધુ બે સંદર્ભો આપીશ અને પહેલો સંદર્ભ એપ્લિકેશન્સ અને ઐતિહાસિક નોંધો સાથે જીએફ સિમન્સ ડિફરન્સિયલ ઇક્વેશન્સનું એક ખૂબ જ સુંદર પુસ્તક છે, બીજી આવૃત્તિ જેનો હું ઉલ્લેખ કરી રહ્યો છું તે ટાટા મેકગ્રા-હિલ દ્વારા પ્રકાશિત ત્રીજી આવૃત્તિ છે.

પણ બહાર આવ્યું છે પરંતુ બીજી આવૃત્તિ અમારા હેતુઓ માટે પૂરતી હશે આ એક ખૂબ જ સારું પુસ્તક છે તે ઐતિહાસિક નિબંધ વાંચીને આનંદદાયક છે પ્રસિદ્ધ ગણિતશાસ્ત્રીઓ પર  $ys$  પ્રથમ 80 પૃષ્ઠો વાંચીને આનંદદાયક બનાવે છે વિદ્યાર્થીઓ માટે વિદ્યાર્થીઓ માટે સુલભ છે કે તેઓ તમારા માટે સુલભ છે ભૂમિતિના વળાંકોની અસંખ્ય એપ્લિકેશનો કોહન સમસ્યા અને ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝની શાખાઓ માટે ઉપલબ્ધ છે

તેથી પુસ્તક ભારતીય આવૃત્તિમાં ઉપલબ્ધ છે અને બીજું પુસ્તક જેનો હું ઉલ્લેખ કરવા માંગુ છું તે છે સ્પિવાકનું સ્પિવાક્સ કેલ્ક્યુલસ એ ખૂબ જ સુંદર રીતે લખાયેલ પુસ્તક છે તે કેલ્ક્યુલસ પર કાળજીપૂર્વક લખાયેલ પુસ્તક છે અને પ્રકરણ 17 પર તમે ન્યુટનના ગતિના નિયમોમાંથી કેપ્લરના નિયમોની વ્યુત્પત્તિ જોશો અને તે 1994 માં પ્રકાશિત થયું હતું.

તેથી હવે અમારી સફરનો અંત આવી ગયો છે અને મને આશા છે કે તમે વિભેદક સમીકરણોની દુનિયામાં આ સફરનો આનંદ માણ્યો હશે, હું અલવિદા કહેવા માંગુ છું પરંતુ આમ કરતા પહેલા ઘણા લોકોનો આભાર માનતા મને આનંદ થાય છે કે જે હવે હું કરીશ.

ગણિત વિભાગના વડા પ્રોફેસર નીલા નટરાજ, મારા સાથીદાર અને આ કાર્યક્રમના iITb સંયોજકનો આભાર માનીને શરૂઆત કરો અને હું ખાસ કરીને તેણીનો આભાર માનું છું કે મને આ પ્રવચનો આપવાની તક આપવા બદલ અને તેના સતત પ્રોત્સાહન અને સમર્થન માટે ખાસ કરીને તે સમયે જ્યારે મારો ઉત્સાહ ઓછો થઈ રહ્યો હતો ત્યારે તેણીએ મને આગળ વધવા માટે ખૂબ જ જરૂરી પ્રોત્સાહન આપ્યું અને પછી હું મારો આભાર માનું છું.

સાથીદાર પ્રોફેસર શાંતનુ કે જેમણે આ વિડીયો સાંભળ્યા છે તેઓએ કવાયત દ્વારા અને પ્રૂફરીડિંગના તેમના મહેનતુ કાર્ય માટે અને મને સમાવિષ્ટ કરેલા સુધારાઓની એક ખૂબ મોટી સૂચિ આપવા બદલ હું પ્રોફેસર વિક્રમ ગાદ્રી, સી ડીપના વડાનો આભાર માનું છું. અમને આ સુંદર સીડી સ્ટુડિયો તેની અત્યાધુનિક સુવિધાઓ સાથે અને આઈઆઈટી દિલ્હીના પ્રોફેસર નીલાદ્રી ચેટર્જી જેઓ આ પ્રોગ્રામના સંયોજક છે તે ઓફર કરવા બદલ હું મારા વિભાગના પીએચડી વિદ્યાર્થી આદિત્ય મહેશ્વરીનો આભાર માનું છું જેમણે મને આમાં મદદ કરી.

આંકડાઓ અને છેલ્લું અને સૌથી અગત્યનું હું ટેકનિકલ સ્ટાફનો હૃદયપૂર્વક આભાર વ્યક્ત કરવા માંગુ છું જેઓ સતત કામ કરી રહ્યા છે અને જેમને મારી રોગચાળા સાથે હંમેશા અને હું તેમનો ખૂબ ઋણી છું અને તેઓ શ્રી તરુણ નેગી છે તે બધા માટે હું મારો આભાર વ્યક્ત કરું છું અને હું તમારો આભાર માનું છું અને મારા બધા વિદ્યાર્થીઓ તમને વિદાય આપે છે, તમારો ખૂબ ખૂબ આભાર