

হ্যালো

তাই আমরা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের উপর সিরিজের শেষ এবং সমাপনী বক্তৃতায় এসেছি

তাই আজকের বক্তৃতাটি আমরা কিছু প্রতিকূলতা এবং শেষের দিকে নজর দেব বা আপনার পছন্দ হলে হয়তো একটি মাথা হবে  
তাই আজকে আমরা যে বিষয়গুলি নিয়ে আলোচনা করেছি তা নিম্নরূপ হবে কিছু ব্যবহার ডিফারেনশিয়াল বৈষম্যের কিন্তু এটি আমরা  
যেভাবে রৈখিক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সাথে কাজ করেছি তার অনুরূপ হবে এবং তারপরে স্বতন্ত্র উপপাদ্যের দিকে একত্রিত হবে  
কিন্তু আমরা ঠিক সেখানে পৌঁছতে পারব না আমরা স্বতন্ত্র উপপাদ্যটি পেন্ডুলাম সমীকরণটি আবার উল্লেখ করব না আমরা এই বক্তৃতা  
সিরিজটি শুরু করেছি পেন্ডুলাম সমীকরণটি বের করার জন্য যে এটি ছিল প্রথম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ যা আমরা উদ্ভূত করেছি এবং  
আমরা পেন্ডুলাম সমীকরণটিকে আরও ঘনিষ্ঠভাবে দেখে এবং তারপরে কয়েকটি সমাপনী মন্তব্যের মাধ্যমে শেষ করব এবং  
তাই চলুন শুরু করা যাক কীভাবে ডিফারেনশিয়াল অসমতা ব্যবহার করা যায় এখন আসুন এটি দেখি। ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 4.1  $dy$   
 $dx$  এর সমান  $y$  এর সাথে  $x$  প্লাস  $y$  এর প্রারম্ভিক শর্ত  $y(0) = 0$  এর সাথে আপনি এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি 4.1 একটি  
বান্ডিল দেখতে পাচ্ছেন  $1i$  সমীকরণ এটি একটি bernoulli সমীকরণ এবং  
তাই আপনি  $y$  বর্গ দ্বারা ভাগ করতে চান কিন্তু দুর্ভাগ্যবশত আপনি কেন করতে পারেন না কারণ  $0$  এর  $y(0) = 0$  এবং  $0$  দ্বারা বিভাজন  
অনুমোদিত নয়

তাই আপনি কিভাবে 4.1 সমাধান করবেন ভাল আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে  $0$  সমাধান ইতিমধ্যে একটি সমাধান ধ্রুবক সমাধান  $0$  নিন এটি  
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে  $0$  এর ডেরিভেটিভ  $0$  এবং ডান দিকে  $0$ ।

তাই 4.1 এর মধ্যে  $0$  এর সমান ধ্রুবক সমাধান  $y$  প্লাস করুন এবং আপনি একবারে দেখতে পাবেন যে এটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের  
একটি সমাধান এটি  $0$ -এর  $0$ -এর প্রারম্ভিক শর্ত  $y(0) = 0$ -কেও সন্তুষ্ট করে। কিন্তু আমরা কি সম্পূর্ণরূপে 4.1 সমাধান করেছি কীভাবে আমরা জানব  
যে  $0$ -এর সমান  $0$ -এর 4.1 সমাধানজনক  $y$ -এর অন্য কোনও সমাধান নেই হয়তো  $0$  সমাধান ছাড়াও অন্য কোনও সমাধান আছে যা 4.1কে  
সন্তুষ্ট করবে কিভাবে আমরা একটি সাধারণ উপপাদ্যের প্রয়োজনের সম্ভাবনাকে বাতিল করব আপনি কি একটি সাধারণ অনন্যতা উপপাদ্য  
যা গ্যারান্টি দেয় যে শূন্য সমাধান হল 4.1 এর একমাত্র সমাধান এবং অন্য কোন সমাধান নেই

তাই আপনি একটি সাধারণ অনন্যতা উপপাদ্যের প্রয়োজনীয়তা দেখতে পাচ্ছেন ইতিমধ্যে এই খুব সাধারণ পরিস্থিতিতে

তাই আসুন আমরা প্রথম বক্তৃতায় ফিরে যাই যেখানে আমরা ডিফারেনশিয়াল অসমতা নিয়ে আলোচনা করেছি যেখানে আমরা  
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের কিছু শর্ত ছিঁড়ে ফেলেছি এবং একটি ডিফারেনশিয়াল অসমতা পেয়েছি যখন আমরা সীমাবদ্ধ সময়ের মধ্যে  
অসীমের দিকে পালানোর বিষয়ে আলোচনা করছিলাম

তাই আসুন দেখা যাক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণে 4.1  $dy$  দ্বারা  $dx$  সমান  $xy$  প্লাস  $y$  বর্গক্ষেত্রটি  $y$  বর্গ পদটি সর্বদা ধনাত্মক

তাই আসুন দেখি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ  $d y$  দ্বারা  $dx$  সমান  $xy$  প্লাস  $y$  বর্গক্ষেত্রটি  $y$  বর্গ পদটি সর্বদাই ধনাত্মক

তাই দেখা যাক আমরা  $dx$  বিয়োগ  $xy$  দ্বারা  $dy$  লিখতে পারি শূন্যের চেয়ে বড় বা সমান আমি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ থেকে  $y$  বর্গ  
পদটি ছিটকে দিয়েছি চার পয়েন্ট একের জন্য আমি  $y$  বর্গ পদটি ছিটকে দিয়েছি

তাই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ থেকে আমি পেয়েছি ডিফারেনশিয়াল অসমতা 4.2  $dy$  দ্বারা  $dx$  বিয়োগ  $xy(0)$  এর চেয়ে বড় বা সমান।  
এখন আমরা এখন কিভাবে এগিয়ে যাব ধরুন যদি 4.2 তে আপনি অসমতার পরিবর্তে একটি সমতা হন তাহলে 4.2 একটি রৈখিক  
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ হবে ঠিক

তাই সেক্ষেত্রে আপনি কীভাবে এগিয়ে যাবেন আপনি 4.2 কে  $e$  দ্বারা গুণ করবেন  $x$  বর্গের শক্তি বিয়োগ  $2$  দ্বারা ডান কিন্তু এখানে একই  
জিনিস করবেন না মনে করবেন না এটি একটি অসমতা কিন্তু  $e$  থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $x$  বর্গ  $2$  সর্বদা ইতিবাচক

তাই আমি খুব ভালভাবে 4.2 কে  $e$  দ্বারা গুণ করতে পারি  $x$  এর শক্তি বিয়োগ  $x$  বর্গকে  $2$  দ্বারা এবং 4.2 এর বাম দিকটি একটি সঠিক  
ডেরিভেটিভ হয়ে যায় যথা  $x$  এর  $y$  এর  $ddx e$  এর সাথে পাওয়ার বিয়োগ  $x$  বর্গকে  $2$  দ্বারা বড় বা  $0$  এর সমান প্রদর্শিত স্লাইডে 4.3 আছে  
ভালভাবে আমরা এখন যা করি আমাদের 4.3 একীভূত করতে হবে আমাদের 4.3 একত্রিত করতে হবে

তাই চলুন এগিয়ে চলুন আপনি নিম্নলিখিত পরিস্থিতি পেয়েছেন চলুন দেখি আপনি  $x$  এর একটি ফাংশন  $\phi$  পেয়েছেন যা একটি ব্যবধান  
 $ab$ -এ সর্বদা অ-নেতিবাচক হয় বলতে পারেন  $x dx$ -এর  $\int \phi dx$  থেকে  $b$  এর মধ্যে অবশ্যই নন-নেতিবাচক আপনি  
আমার সাথে একমত হবেন কেন কারণ ইন্টিগ্রালটি কী গ্রাফের নিচের ক্ষেত্রফল  $y$  এর ক্ষেত্রফল  $x$  এর মধ্যে  $x$  এর  $\phi$  এর সমান  $ax$   
এর সমান  $b$  এর সমান এবং  $y$  সমান  $0$  কিন্তু এই অসমতা আপনাকে কি বলে? অসমতা আপনাকে বলে যে  $x$  এর  $\phi$  এর  $\phi$  এর  
গ্রাফ  $x$  অক্ষের উপরে গ্রাফটি  $x$  অক্ষের উপরে অবস্থিত তাহলে গ্রাফের নীচের ক্ষেত্রটি সর্বদা ইতিবাচক হতে চলেছে এবং এটি প্রমাণ  
করার জন্য আপনাকে এতটুকুই বলতে হবে

তাই বিশেষ করে যদি আপনার দুটি ফাংশন  $f(x)$  এবং  $g(x)$  থাকে এবং যদি  $f(x)$  ব্যবধান  $ab$  এর উপরে  $g(x)$  এর চেয়ে বড় বা সমান হয়  
তাহলে  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$  এর থেকে বড় বা সমান হবে আপনি কিভাবে করবেন? এটি  
আপনি আগেরটি থেকে এটি পেয়েছেন কেবলমাত্র ফাই সমান এফ বিয়োগ জি নিন আগেরটিতে ফাই সমান এসএফ বিয়োগ জি নিন এবং  
আপনি এটি পেয়েছেন ঠিক আছে

তাই আসুন এটি প্রয়োগ করি

তাই আসুন আমরা আপনাকে যে স্লাইডগুলি দেখতে পাচ্ছি সেগুলিতে ফিরে যাই 4.3 পেয়েছি

তাই আমি বলি যে বাম দিকের ইন্টিগ্রাল ডান দিকের ইন্টিগ্রালের চেয়ে বড় বা সমান হবে অন্য কথায়  $0$  থেকে  $x$  পর্যন্ত ডেরিভেটিভের  
ইন্টিগ্রাল  $0$  থেকে  $x$  থেকে 4.3 এর উভয় দিকেই ইন্টিগ্রেট করতে যাচ্ছি ঠিক আছে

তাই আমি  $0$  থেকে  $x$  উভয় পক্ষকে সংহত করতে যাচ্ছি যখন আপনি একটি ডেরিভেটিভকে একত্রিত করবেন আপনি ব্যবহার করেন  
ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্য

তাই আপনি  $x e$  এর  $d dx$  পেয়েছেন  $x e$  এর ঘাত বিয়োগ  $x^2$  দ্বারা  $0$  এর চেয়ে বড় বা সমান

তাই অবিচ্ছেদ্য শূন্য থেকে  $x ddt$  এর  $y$  এর শক্তি বিয়োগ  $t$  বর্গের দুই  $dt$  এর চেয়ে বড় বা সমান শূন্যের জন্য অবশ্যই সুনির্দিষ্ট  
ইন্টিগ্রলে ভেরিয়েবলটি একটি ডামি ভেরিয়েবল

তাই আসুন  $x e$ -এর ক্যালকুলাস  $y$ -এর মৌলিক উপপাদ্য ব্যবহার করি,  $x e$ -এর  $0 e$ -এর  $2$  বিয়োগ  $y$ -এর ঘাত বিয়োগ  $0$  বর্গ বাই  $2$  এর  
থেকে বড় বা সমান  $0$  থেকে এটি  $1$  এবং  $0$  এর  $y$  মনে রাখবেন  $0$  ছিল

তাই আমরা পাই  $x$  এর  $y$  এর চেয়ে বড় বা সমান  $e$  এর ঘাত  $x^2$  দ্বারা  $0$  এর বর্গ করা হয় যা  $0$ ।

তাই আমরা সিদ্ধান্তে পৌঁছাই যে সমাধানটি অ-খণ্ডিত উপসংহারে পৌঁছাই যে  $x$  এর  $y$  অ-খণ্ডিত যদি  $x(0) = 0$  এর থেকে বড় বা সমান  
হয়। এখন আমরা দেখাব যে  $x$  এর  $y$  আসলে শূন্যের সমান এখন চলুন আমরা জানি যে  $y$  এর শূন্য শূন্য এবং  $y$  ধারাবাহিক এবং  
তাই যদি মূলে ফাংশনের মান  $0$  হয় তবে ফাংশনের মান অবশ্যই  $0$  এর কাছাকাছি একটি নির্দিষ্ট অংশে  $1$  এর কম হতে হবে যথা  $0$  থেকে  $c$

তাই ব্যবধানে 0 থেকে c আমরা জানি যে x এর y অবশ্যই একের কম হতে হবে যদি x এর y একের কম হয় এবং x এর y ইতিমধ্যেই অ-ঋণাত্মক y এর x বর্গক্ষেত্রের কম বা সমান হতে হবে x এর y

তাই আসুন আমরা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণে ফিরে যাই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি কী বলে এটি বলে dy দ্বারা dx সমান xy প্লাস y বর্গ কিন্তু এখন আমরা দেখেছি যে y বর্গ y এর থেকে কম হতে চলেছে

তাই এখন এই অসমতা ব্যবহার করা যাক যেহেতু y বর্গক্ষেত্র 4.1 থেকে y-এর চেয়ে কম, আমরা পাই ডিফারেনশিয়াল অসমতা dy dx দ্বারা কম বা সমান x যোগ 1 y টুকরা 0 থেকে c,

তাই আবার একই জিনিষটি আবার অনুকরণ করুন যেন আপনি একটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সমাধান করছেন এগিয়ে যান যেন আপনি একটি রৈখিক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সমাধান করতে যাচ্ছেন, অর্থাৎ আপনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটিকে e দ্বারা গুন করেন পাওয়ার ইন্টিগ্রাল pxdx-এ px কি এই ক্ষেত্রে বিয়োগ x প্লাস 1 এবং তারপরে আপনি ঠিক সেইভাবে শেষ করবেন যেভাবে আমরা এগিয়েছি এখন x এর y কম শূন্যের চেয়ে বা সমান এবং

তাই দুটিকে একত্রিত করলে আমরা দেখতে পাই যে x এর y অবশ্যই z হবে ero এই টুকরাতে শূন্য থেকে c কিন্তু এখন আমরা দেখতে চাই যে শুধুমাত্র x এর y একইভাবে শূন্য টুকরা শূন্য থেকে c এর 0 হতে হবে সব জায়গায় আপনি আসলে দেখতে পারেন যে 0 হতে চলেছে সর্বত্র দ্বন্দ্ব দ্বারা এগিয়ে যান ধরুন এটি 0 একটি নির্দিষ্ট ব্যবধান পর্যন্ত যার পরে এটি ইতিবাচক হয়ে যায় তারপর একটি দ্বন্দ্ব পৌঁছানোর চেষ্টা করুন যদি আপনি এই প্রমাণটি ঠিকঠাক কাজ করে থাকেন তবে কিছুটা সতর্ক থাকুন

তাই এখন আমি আপনাকে কয়েকটি ব্যায়াম দেই এই দুটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের উপর একই ধারণা চেষ্টা করুন যা আপনি দেখতে পাচ্ছেন স্লাইডে কিছু শর্তাদি বন্ধ করে অসমতা পাওয়া এবং এগিয়ে যাওয়ার একই ধারণা

তাই আমি বিস্তারিতভাবে একটি উদাহরণ তৈরি করেছি এবং আমি আপনাকে অন্য দুটি চেষ্টা করতে বলছি যাতে দুটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ dy হয় dx এর সমান y থেকে y প্লাস 1 প্লাস x কিউবের বর্গমূল অন্যটি dy দ্বারা y এর সাথে y এর শক্তি 3 প্লাস সাইন বর্গ x এই উভয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্য 0 এর y হল 0। এবং

তাই পরিদর্শন করে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে 0 হল একটি সমাধান যা আপনি এটিই একমাত্র সমাধান যা প্রতিষ্ঠা করতে হবে হ্যাঁ, আমি শেষ অনুশীলনে যেভাবে ইঙ্গিত দিয়েছি

তাই এগিয়ে যান,

তাই এই অনুশীলনের অর্থ কী, প্রতিবার যখন আপনি এমন পরিস্থিতির মুখোমুখি হন যেখানে আপনাকে y বা y বর্গ দ্বারা ভাগ করতে হবে তখন এই উপসংহারে পৌঁছানোর জন্য একটি সহজ এবং আরও সরাসরি পদ্ধতি নেই যেমনটি বার্নোলি সমীকরণে ঘটেছে এবং প্রাথমিক অবস্থা বলছে y এর 0 সমান 0 আমরা কি এই রিগমারোলের মধ্য দিয়ে যাচ্ছি প্রতিবার আপনার যা প্রয়োজন তা হল একটি সাধারণ অনন্যতা উপপাদ্য সাধারণ অনন্যতা উপপাদ্য যা আপনার বাছাই করা শেলফ থেকে সরাসরি নিযুক্ত করা যেতে পারে এই ধরনের স্বতন্ত্রতা উপপাদ্য প্রমাণ করার একটি স্বতন্ত্রতা উপপাদ্যের গুরুত্ব এখন আমাদের উপর ধীরে ধীরে উঠে আসছে এবং আমরা কীভাবে এই ধরনের স্বতন্ত্রতা উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারি তা আমি করতে চাই যে এই উদাহরণগুলি যা আমরা সবেমাত্র কাজ করেছি তা যুক্তির বরং সাধারণ মডেল যা দেবে আপনি স্বতন্ত্রতা উপপাদ্য ধারণার একটি প্রমাণ একটি ডিফারেনশিয়াল অসমতা প্রাপ্ত করা এবং তারপর ঠিক যেভাবে আমরা একটি রৈখিক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সমাধান করি এবং আমরা সাধারণ প্রাক্তনকে প্রমাণ করব না istence উপপাদ্য কিন্তু মূল উপাদান হল নিম্নলিখিত স্লাইডের ধারণাগুলি

তাই ধরুন t-এর f একটি ব্যবধান ab-এর একটি নন-নেতিবাচক ফাংশন যাতে t-এর f একটি প্লাস b integral a থেকে t fsds অসমতা 4.4 এর চেয়ে কম বা সমান একটি অনুমান a এবং b ধ্রুবক এবং f অ-ঋণাত্মক তাহলে উপসংহারটি হল অসমতা 4.5 যথা f এর t কম বা সমান একটি সূচকের b গুণ t থেকে বিয়োগ এই প্রমাণের একটি ধারণা ঠিক একই রকম 4.4 এর ডানদিকে কল করুন যেহেতু t এর মূলধন f এর মূলধন f এর t একটি প্লাস b integral a to tfsds তারপর লক্ষ্য করুন যে সামান্য f মূলধন f এর থেকে কম বা সমান f ছোট f মূলধন f এর থেকে কম বা সমান এবং মূলধন f সামান্য এ মূল্যায়ন করা হল মূলধন a 4.7 আপনি পরবর্তী পার্থক্য কি করবেন 4.6 পার্থক্য করুন 4.6 আপনি df দ্বারা dt সমান bf এর ডানে কি পাবেন আপনি 4.6 df দ্বারা dt এর সমান b গুন ছোট f এর থেকে কম বা সমান করার জন্য ক্যালকুলাসের একটি মৌলিক উপপাদ্য ব্যবহার করেন আপনি একটি ডিফারেনশিয়াল অসমতা পেয়েছেন f গুণ মূলধন আপনি এগিয়ে যাবে ed ঠিক যেমন আপনি একটি রৈখিক সমীকরণের সাথে করেন ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটিকে e দ্বারা গুন করুন বি-এর ঘাত বিয়োগ t a এর মূলধন af এর সামান্য a সমান মূলধন a এবং তারপর এটিকে অন্তর্ভুক্ত করুন আপনার integral এর মধ্যে আপনি f এর t পাবেন বি বিয়োগের সূচকে t বিয়োগ একটু কম বা এর সমান যা আমরা প্রমাণ করতে চেয়েছিলাম

তাই এই ব্যায়াম অনুশীলনের প্রমাণ হল এই সামান্য ফলাফলের প্রমাণ ঠিক একই প্যাটার্ন অনুসরণ করে এবং এটি অনন্যতা উপপাদ্য প্রমাণের একটি মূল উপাদান

তাই এখন আমরা এই বক্তৃত্তা সিরিজের পরবর্তী অংশে চলে যাব এবং এই বক্তৃত্তা সিরিজের শেষ অংশে পেন্ডুলামটি অস্থিরভাবে দোলাতে থাকে সময়ের অদম্য অগ্রযাত্রার বিরাম চিহ্নে দুলতে থাকে

তাই পেন্ডুলামটি দুলতে থাকে এবং এটি চিহ্নিত করে এটি আপনার জন্য সময়ের ব্যবধানকে ক্যালিব্রেট করে আসুন ফিরে যাই এবং মনে করি যে পেন্ডুলাম সমীকরণটি ছিল d2y দ্বারা dt বর্গ প্লাস g ওভার 1 সাইন y সমান 0 এর সমীকরণ 4.9 এখন আমরা যা করি তা হল এই সমীকরণ 4.9 কে dy এর গুণিতক দ্বারা dt দ্বারা গুণ করি যা ঘটবে আপনার g et dy dt দ্বারা d 2 y বাই dt বর্গ ঠিক আছে

তাই 2 এর একটি ফ্যাক্টর নিষ্ক্ষেপ করুন 2 এর একটি ফ্যাক্টরে আপনি 2 y ড্যাশ y ডবল ড্যাশ পাবেন 2 y ড্যাশ y ডবল ড্যাশ কি আপনি পার্থক্য করলে আপনি কি পেতে যাচ্ছেন y ড্যাশ বর্গক্ষেত্র যদি আপনি y ড্যাশ স্কোয়ারে পার্থক্য করেন তবে আপনি 2 y ড্যাশ y ডবল ড্যাশ পেতে যাচ্ছেন দ্বারা আপনি y ড্যাশে ঠিক সাইন y পাবেন

তাই আপনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 4.9 কে y প্রাইম দ্বারা গুন করলে কি হবে যখন আপনি সমীকরণ 4.9 কে y প্রাইম দ্বারা গুন করেন তখন সমীকরণের বাম দিকটি একটি সঠিক ডেরিভেটিভ হয়ে যায় যা আপনি দেখতে পান পরবর্তী ডিসপ্লেরে d dt-এর dy-এর dt দ্বারা সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্র বিয়োগ 2 g by 1 cosine y হল 0।

তাই এটিকে একত্রিত করুন এবং আপনি dt এর মধ্যে dy পাবেন এবং আপনি dt এর মধ্যে dy পাবেন। e ইন্টিগ্রেশনের ধ্রুবকের জন্য এটির 4.10-এর শর্তগুলি চিহ্নিত করার সুস্পষ্ট কারণ রয়েছে গতিশক্তি এবং সম্ভাব্য শক্তি dt বর্গ দ্বারা প্রথম পদ dy কোনোভাবে গতিশক্তির সাথে সম্পর্কিত এবং দ্বিতীয় শব্দটি কোনোভাবে সম্ভাব্য শক্তির সাথে সম্পর্কিত আপনাকে কিছু ধ্রুবক দ্বারা গুণ করতে হতে পারে আপনাকে একটি নির্দিষ্ট ধ্রুবক যোগ করতে হতে পারে রেফারেন্স পটেনশিয়াল কিন্তু মূলত সমীকরণ 4.10 শক্তির সংরক্ষণের নিয়মকে বানান করে এবং আমরা সমীকরণ 4.10 কে শক্তি সমীকরণ হিসাবে উল্লেখ করতে যাচ্ছি যেটিকে আমরা শক্তি সমীকরণ বলতে যাচ্ছি ঠিক আছে এখন আসুন আমরা 0 এর সমান 0 এর প্রাথমিক শর্তগুলি নির্ধারণ করি এবং y এর প্রাইম 0 সমান c যেখানে c হল একটি ধনাত্মক

ধ্রুবক এর মানে কি এর মানে পেন্ডুলামটি গড় অবস্থান থেকে শুরু হয় একটি কৌণিক বেগ দিয়ে  $c$  একটি প্রাথমিক কৌণিক বেগ সহ  $c$  আপনি যে ধাক্কা দেন আপনি পেন্ডুলামে সামান্য ধাক্কা দেন গড় অবস্থান এবং পেন্ডুলাম দোদুল্যমান শুরু হয় এই প্রাথমিক শর্তগুলিকে শক্তি সমীকরণে অন্তর্ভুক্ত করুন ঠিক আপনি শক্তি সমীকরণ 4.10 পুট টি পেয়েছেন 0 পুট টি সমান শূন্য  $dy$  এর সমান  $dt$  এ  $t$  শূন্যের সমান  $c$  এবং  $\cos y$  যখন সময়  $t$  শূন্যের সমান হয়  $\cos$  শূন্য যা একটি তাই সমীকরণ চার পয়েন্ট দশ সহজভাবে পড়ে  $c$  বর্গ বিয়োগ 2  $g$  দ্বারা 1 সমান  $e$  তাই  $e$  হল  $c$  বর্গ বিয়োগ 2  $g$  দ্বারা 1 এটাই আমি তাই বলে 4.10 শক্তি সমীকরণের ডানদিকে  $c$  বর্গ বিয়োগ 2  $g$  দ্বারা 1 দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে তাই পরবর্তী কাজটি করতে হবে ডান দিকে কোসাইন শব্দটি যদি আপনি ডান দিকে নেন 4.12 সমীকরণে আপনি  $dt$  এর মধ্যে  $dy$  পাবেন পুরো বর্গ সমান  $c$  বর্গ বিয়োগ 2  $g$  by 1 এ 1 বিয়োগ  $\cos y$  এখন ত্রিকোণমিতিক পরিচয় স্বরণ করুন 1 বিয়োগ কারণ  $y$  হল 2 সাইন বর্গ  $y$  2 দ্বারা। সুতরাং আপনি  $dt$  দ্বারা  $dy$  পাবেন বর্গক্ষেত্র সমান  $c$  বর্গ বিয়োগ 4  $g$  অন 1 সাইন বর্গ  $y$  দ্বারা 2 সমীকরণ 4.13 এখন আপনি সমীকরণ 4.13 দেখতে পারেন এবং আপনি খুশি হবেন কারণ আপনি একটি প্রথম অর্ডার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পেয়েছেন 4.13 একটি প্রথম অর্ডার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ আমাদের তাত্ত্বিক প্ররোচনা হবে বর্গমূল নিন এবং বলুন  $dy$  দ্বারা  $dt$  সমান হয়  $c$  বর্গ বিয়োগের বর্গমূল 4 জি দ্বারা 1 সাইন বর্গ  $y$  2 দ্বারা এবং এটি একটি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ আমরা খুব খুশি আমরা ভেরিয়েবলগুলিকে আলাদা করতে পারি এবং আমরা একীভূত করতে যাচ্ছি ঠিক আছে আপনি এটি করতে যাচ্ছেন যে আপনি একটি অবিচ্ছেদ্য মধ্যে চলে যাচ্ছেন যা আপনি গণনা করতে পারবেন না এবং সেই অবিচ্ছেদ্য উপবৃত্তাকার অখণ্ড তাই উপবৃত্তাকার অখণ্ড যেটি আমি কয়েকটি বক্তৃতার আগে উল্লেখ করেছি তা এখানে একটি পেন্ডুলাম সমীকরণের সাথে দেখা যাচ্ছে তাই আমরা  $dt$  বাই  $dt$  এর পুরো বর্গ সমান  $c$  বর্গ বিয়োগ 4  $g$  by 1 সাইন বর্গ  $y$  2। তাই যেহেতু  $y$  ডট এর 0 হল  $c$  যা ধনাত্মক সময়ে ডেরিভেটিভটি  $t$  সমান 0 ধনাত্মক, আসুন আমরা উভয় পাশে 4.13-এর ধনাত্মক বর্গমূল নিই এবং আমরা  $d$  বাই  $d$ টি সমান  $c$  বর্গমূলের বর্গমূল বিয়োগ 4 জি দ্বারা 1 সাইন বর্গ  $y$  বাই 2 যাকে 4.13 প্রাইম বলা হয়েছে 4.13 প্রাইম হল একটি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ এবং আমরা স্বাভাবিক পদ্ধতিতে 4.13 প্রাইমকে  $c$  বর্গ বিয়োগ 4  $g$  এর বর্গমূল দ্বারা 1 সাইন বর্গ  $y$  2 দ্বারা ভাগ করি এবং তারপর  $t$  এর সাপেক্ষে উভয় পক্ষকে একীভূত করি। ব্যবধানে 0 থেকে  $t$  লক্ষ্য করা যাচ্ছে যে  $y$  এর 0 সমান  $t$  0. তাহলে আমরা কি পাব আমরা 0 থেকে  $ydy$  পাব  $c$  এর বর্গমূল দ্বারা বিয়োগ 4  $g$  দ্বারা 1 সাইন বর্গ  $y$  বাই 2 সমান  $t$  এখন আমরা সাইন  $y$  বাই 2 সমান  $u$  রাখব আমরা  $\cos y$  এর 2 দ্বারা 1 অর্ধেক পাব  $dy$  সমান  $du$  বা  $dy$  সমান 2  $du$  দ্বারা 1 বিয়োগ  $u$  বর্গের বর্গমূল এবং শেষ স্লাইডে integral রূপান্তরিত হয়  $t$  সমান 2 on  $c$  integral 0 থেকে sine  $y$  2  $du$  দ্বারা বিভক্ত 1 বিয়োগ  $k$  বর্গ  $u$  বর্গ 1 বিয়োগ আপনি এই শেষ প্রদর্শিত ইন্টিগ্রালটি একটি উপবৃত্তাকার অখণ্ডের বর্গক্ষেত্র তাই আমরা স্বাভাবিকভাবেই পেন্ডুলাম সমীকরণের অধ্যয়নের ক্ষেত্রে উপবৃত্তাকার অখণ্ডের দিকে পরিচালিত হই কারণ আমরা উপবৃত্তাকার অখণ্ডের অধ্যয়ন করতে পারি না আমাদের এই তদন্তের লাইনটি পরিত্যাগ করতে হবে এবং আমাদের অবশ্যই সম্পূর্ণ ভিন্ন রুট নিতে হবে ভেরিয়েবলের বিভাজন পদ্ধতির মাধ্যমে এই 4.13 সমাধান করার চেষ্টা করার চেষ্টা আপনাকে সমস্যায় নিয়ে যাবে এখন আমরা এই উপবৃত্তাকার অখণ্ডগুলি ত্যাগ করব এবং ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সমাধান না করে সমাধানের গুণগত আচরণ বোঝার চেষ্টা করব মনে রাখবেন আমরা এটি দেখেছি ধারণা অতীত ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ হল যে আমাদের অবশ্যই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি স্পষ্টভাবে সমাধান না করে সমাধানগুলি সম্পর্কে তথ্য পাওয়ার চেষ্টা করতে হবে তাই আমরা ধরে নেব যে  $c$  বর্গটি 4  $g$  দ্বারা 1 এর চেয়ে বড়, আসুন আমরা ধরে নিই যে  $c$  বর্গটি 4 জি দ্বারা 1 এর চেয়ে বড় এবং তা দেখুন 4.13 এর ডান হাতের দিকটি 4.13 এর ডান দিকটি কখনই 0 হতে পারে না কারণ  $c$  বর্গ যদি 4  $g$  দ্বারা 1 এর চেয়ে বড় হয় যেহেতু সাইন বিয়োগ 1 এবং 1 এর মধ্যে থাকে 4.13 এর ডান দিকটি স্পষ্টতই শূন্য হয় না এবং তাই ডেরিভেটিভ  $dy$  দ্বারা  $dt$ -কে সর্বদা একই চিহ্ন রাখতে হবে এটি অবশ্যই সর্বদা ইতিবাচক হতে হবে বা এটি সর্বদা নেতিবাচক হতে হবে এবং প্রাথমিকভাবে 4.11 তে দেখুন ডেরিভেটিভটি প্রাথমিকভাবে ধনাত্মক ছিল তাই এটি চিরকালের জন্য ইতিবাচক হতে হবে তাই ডেরিভেটিভ সর্বদা ইতিবাচক যার মানে  $t$  এর  $y$  একটি একঘেয়ে হতে হবে সময়ের ক্রমবর্ধমান ফাংশন সাদা ফাংশনটি একঘেয়ে হচ্ছে  $t$  এর সাপেক্ষে যেহেতু 4.13 এর ডান দিকটি 4.13-এ ফিরে যাওয়া যাক যে 4.13 সর্বনিম্ন হতে পারে যেটি 4.13 এর ডান দিকের দিকটি সবচেয়ে কম হতে পারে  $c$  বর্গ বিয়োগ 4  $g$  বাই 1 4.13 4.13 এর ডান দিকে সর্বনিম্ন যখন সাইন ফ্যাক্টর 1 হয় এবং  $c$  বর্গ বিয়োগ 4 জি বাই 1 ধনাত্মক হয় বলুন এটিকে একটি বর্গ বল তাই আমরা যদি  $c$  বর্গ বিয়োগ 4 গ্রাম রাখি তাহলে আমরা কী দেখতে পাব? 1 দ্বারা একটি বর্গ হিসাবে তারপর আমরা দেখতে পাই যে  $d$  দ্বারা  $dt$  সর্বদা  $a$  এর থেকে বড় বা সমান হতে হবে তাই  $t$  এর  $y$  অবশ্যই একটি  $t$  এর থেকে বড় বা সমান হতে হবে তাই  $t$  এর  $y$  শুধুমাত্র সময়ের সাথে সাথে একঘেয়ে বাড়ে তা নয় এটি কমপক্ষে বৃদ্ধি পাচ্ছে 80 হিসাবে দ্রুত এটি 80 এর থেকে বড় বা সমান এবং সময় বাড়ার সাথে সাথে কোণটি বাড়তে থাকে এবং এটি অসীম পর্যন্ত চলে যায় তবে এটি একটি কোণ মনে রাখবেন পেন্ডুলামটি দুলাচ্ছে এবং তাই প্রথমে কোণটি 0 থেকে 2 পর্যন্ত যাবে  $\pi$  এবং তারপর 2  $\pi$  থেকে এটি 4  $\pi$  6 by 8  $\pi$  এ যাবে যাতে এটি যা বলছে তা হল যে পেন্ডুলামটি বৃত্তাকার গতি সঞ্চালন করছে তাই পেন্ডুলামটি  $c$  এত বড় যে পেন্ডুলামটি উপরের দিকে যায় এবং এটি বৃত্তটি সম্পূর্ণ করে বৃত্তাকার গতি সঞ্চালন করতে থাকে তাই একটি সার্কিটের পরে কোণটি সেকেন্ডের পরে 2  $\pi$  থেকে 4  $\pi$  ব্যবধানে চলে যায়  $d$  সার্কিটে এটি 4  $\pi$  থেকে 6  $\pi$  ব্যবধানে চলে যায় এবং তাই যদি  $c$  বর্গক্ষেত্রটি 4  $g$  বাই 1 এর চেয়ে বড় হয় তবে পেন্ডুলামে খুব বেশি শক্তি থাকে এটি বৃত্তাকার গতি সঞ্চালন করতে শুরু করে পরবর্তীতে চলুন দেখা যাক যদি  $c$  বর্গ এর থেকে কম হয় তাহলে কি হবে 1 দ্বারা 4  $g$  এবং এখানে আমি আপনাকে কিছু খুব সহজ ক্যালকুলাস অনুশীলন দেখাতে যাচ্ছি যে  $dt$  দ্বারা কৌণিক বেগ  $dy$  কোনো সময়ে 0 হতে হবে এবং  $yt$ কে অবশ্যই একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে একটি সর্বোচ্চ অর্জন করতে হবে যে নির্দিষ্ট সর্বোচ্চ মান হবে পেন্ডুলামের প্রশস্ততা এবং যে সময়ে এটি ঘটবে তা হবে এক চতুর্থাংশ পিরিয়ড এবং তাই পেন্ডুলামের পিরিয়ড 4 গুণ হবে না এখন ধরুন না ধরুন এটি ঘটে না তার মানে ডেরিভেটিভ কখনও 0 হয় না তাহলে কি হবে যদি ডেরিভেটিভ কখনও 0 না হয় তবে আবার  $t$  এর  $y$  অবশ্যই আগের মত একঘেয়ে বাড়তে হবে কিন্তু এবার  $t$  এর  $y$  পাইতে পৌঁছাতে পারবে না কারণ  $t$  এর  $y$  যদি পাইতে পৌঁছায় তাহলে সাইন বর্গ  $y$  2 সেই নির্দিষ্ট বিন্দুতে 1 হয়ে যাবে কারণ  $y$  2 দ্বারা 2 দ্বারা  $\pi$  হবে এবং 2 দ্বারা sine  $\pi$  হবে 1 এবং তারপর  $r$  4.13-এর ডান দিকের দিকটি হবে  $c$  বর্গক্ষেত্র বিয়োগ 4  $g$  1 দ্বারা কিন্তু  $c$  বর্গক্ষেত্রটি 4  $g$

দ্বারা 1 এর চেয়ে কম মনে রাখবেন

তাই 4.13 এর ডান দিকের দিকটি ঋণাত্মক হয়ে গেছে কিন্তু বাম হাতের দিকটি একটি বর্গাকার এবং এটি একটি দ্বন্দ্ব যাতে এটি করা যায় না ঘটবে

তাই পেন্ডুলামের কোণটি  $t$  এর  $y$  কখনই  $\pi$  এ পৌঁছাতে পারে না

তাই আমরা দেখতে পাই যে  $t$  এর  $y$  একঘেয়ে হয়ে যাচ্ছে এবং এটি পাই এর কাছাকাছি কোথাও আসে না

তাই এটির অবশ্যই কিছু সীমা থাকতে হবে কারণ  $t$  অসীম  $y$ -এ যায়।  $t$  এর অবশ্যই একটি সীমা আলফা থাকতে হবে কারণ  $t$  অনন্তের দিকে ঝুঁকে পড়ে মনে রাখবেন একটি একঘেয়ে ক্রমবর্ধমান ফাংশনকে অবশ্যই অনন্তে যেতে হবে বা এটির একটি সীমাবদ্ধ সীমা থাকতে হবে এই সীম সীমাটি পাই হতে পারে না এবং

তাই এটি পাই থেকে কম হতে হবে যা আমরা দেখেছি কিন্তু এখন ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি নিজেই বলে যে ডেরিভেটিভের অবশ্যই একটি সীমা থাকতে হবে কারণ  $dt$  বর্গ দ্বারা ডেরিভেটিভ  $dy$  যা  $c$  বর্গ বিয়োগ  $4g$  by 1 সাইন বর্গ  $y$  2  $y$  এর একটি সীমা রয়েছে তাই সাইন বর্গ  $y$  বাই 2 এর একটি সীমা রয়েছে

তাই ডান 4.13 এর হ্যান্ড সাইডের একটি সীমা আছে অন্য কথায় ডেরিভেটিভ বর্গক্ষেত্রের  $a$  আছে  $dt$  বর্গ দ্বারা  $\lim_{dy \rightarrow 0} dy$ -এর একটি সীমা আছে

তাই  $dy$  by  $dt$ -এর একটি সীমা আছে কারণ এটা সবসময়ই ইতিবাচক

তাই আপনি এমন একটি পরিস্থিতি পেয়েছেন যেখানে আপনি একটি ফাংশন পেয়েছেন যা একটি সীমাতে চলে যায় এবং ডেরিভেটিভেরও একটি সীমা থাকে কিন্তু জ্যামিতিকভাবে চিন্তা করুন একটি ফাংশন যা একটি সীমাতে স্থির হয়ে যায় যখন  $t$  অসীমে যায় যার অর্থ গ্রাফটি চ্যাপ্টা এবং চাটুকার হয়ে উঠছে

তাই আমরা আশা করি যে আপনি আশা করি যে ডেরিভেটিভের যদি একটি সীমা থাকে তবে এটি অবশ্যই শূন্য হতে হবে যদি  $t$  এর  $f$   $a$  হয় ডিফারেনশিয়াল ফাংশন যেমন  $t$  এর  $f$  এবং  $f$  প্রাইম  $t$  এর সীম সীমা আছে  $t$  যেহেতু  $t$  অসীমে যায় তাহলে ডেরিভেটিভকে বাধ্যতামূলকভাবে শূন্যে যেতে হবে আমি আপনাকে এটি জ্যামিতিকভাবে ব্যাখ্যা করছি কারণ  $t$  এর  $f$  এর একটি সীমা রয়েছে মূলত মানে গ্রাফটি অনুভূমিক হয়ে যাচ্ছে চাটুকার এবং চাটুকার হয়ে উঠছে এবং

তাই ডেরিভেটিভের যদি একটি সীমা থাকে তবে এটি অবশ্যই শূন্য হতে হবে তবে আপনি কি ক্যালকুলাস ব্যবহার করে এটি কঠোরভাবে প্রমাণ করতে পারেন আমি আপনাকে গড় মান উপপাদ্য ব্যবহার করে এটি করার পরামর্শ দিচ্ছি, আসুন জ্যামিতিক অন্তর্দৃষ্টির উপর নির্ভর না করে গড় প্রয়োগ করি আসুন আমরা এটিকে কঠোর যুক্তি সহ ব্যাক আপ করি আসুন ল্যাগ্রেঞ্জের গড় মান উপপাদ্যটি টি কমা  $t$  প্লাস  $t$  এর  $1$   $f$  এর  $t$  প্লাস  $1$  বিয়োগ  $f$  এর  $t$  এবং  $t$  প্লাস  $1$  এর মধ্যে কিছু  $c$  এর জন্য হতে চলেছে কিন্তু  $t$  যাওয়া যাক ইনফিনিটির গড় মান উপপাদ্যে  $c$  টি এবং  $t$  প্লাস  $1$  এর মধ্যে

তাই মূলধন  $t$  যেমন অসীমে যায়  $c$ ও অসীমে যায় এবং

তাই আমাদের কাছে  $t$  এর সমীকরণ  $f$  যোগ  $1$  বিয়োগ  $f$  এর  $t$  সমান  $f$  প্রাইম  $c$  বাম হাতের দিকটি  $0$ -এ যায় আমরা জানি কারণ  $f$ -এর একটি সীমা আছে বলে  $1$

তাই  $f$ -এর  $t$  যোগ  $1$  যায়  $1f$ -এর  $t$ -এ যায়

তাই  $f$ -এর  $t$  যোগ  $1$  বিয়োগ  $f$ -এর  $0$ -এ যায়

তাই ডান দিকের  $f$  মৌলিক গ অবশ্যই আবশ্যিক শূন্যে যান

তাই ডেরিভেটিভ বাধ্যতামূলকভাবে শূন্যে যেতে হবে

তাই আমাদের এটি বোঝার দুটি ভিন্ন উপায় দেওয়া হয়েছে

তাই এখন পেন্ডুলামে ফিরে আসা যাক আমরা জানি যে  $y$  এর প্রশস্ততা একঘেয়ে হচ্ছে এটি পাই এর কাছাকাছি কোথাও আসতে পারে না সেক্ষেত্রে ডেরিভেটিভ  $y$  প্রাইম  $t$  এর অবশ্যই একটি সীমাবদ্ধ সীমা থাকতে হবে যেহেতু  $t$  অসীমে যায়

তাই  $0$  তে যেতে হবে

তাই আমাদের কাছে কী আছে যা  $t$  হিসাবে  $i$  এর দিকে থাকে  $t$ -এর  $n$ finity  $y$ -এর একটি সীমিত সীমা আলফা রয়েছে যা  $\pi$  থেকে কম এবং  $t$ - এর  $y$  প্রাইম-এর একটি সীমা রয়েছে এবং এই সীমাটি যেমন আমরা দেখেছি  $0$ । এখন আমরা এখন থেকে কোথায় যাব লক্ষ্য করি যে  $1$  সাইন  $y$  এর উপর  $y$  ডবল প্রাইম প্লাস জি  $0$ । এখন  $y$  এর একটি সীমা আছে  $y$  প্রাইম এর একটি সীমা আছে এবং

তাই এই সমীকরণ  $y$  ডবল প্রাইম প্লাস  $g$  অন  $1$  সাইন  $y$  সমান  $0$  আমাদের বলে যে  $y$  ডবল প্রাইম এর একটি সীমা আছে কারণ  $t$  অসীমতার দিকে ঝুঁকি কিন্তু ক্যালকুলাস লেমা এখন আমাদের বলতে হবে যে  $y$  ডবল প্রাইম অবশ্যই শূন্যে যেতে হবে এবং

তাই পেন্ডুলাম সমীকরণটি আবার আমাদের দেবে যে  $t$  এর  $y$  এর সীমা অবশ্যই শূন্য হতে হবে যার অর্থ আলফা অবশ্যই শূন্য হতে হবে তবে তার মানে পেন্ডুলামটি স্থির এটি মোটেও দুলছে না এবং এটি একটি দ্বন্দ্ব

তাই এখন ব্যাখ্যা করুন কেন শেষ ব্যায়ামে বিন্দু  $t$  naught একটি স্থানীয় সর্বোচ্চ হতে হবে এটি সহজ প্রথম ডেরিভেটিভটি  $0$ । কিন্তু দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি কী পেন্ডুলাম  $y$  ডবল প্রাইম প্লাস জি ওভার  $1$  এর মূল সমীকরণে ফিরে যান সাইন  $y$  হল  $0$

তাই  $y$  ডবল প্রাইম হল মাইনাস  $g$  ওভার  $1$  সাইন  $y$  যা নেতিবাচক হবে

তাই দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ নেতিবাচক

তাই এটি একটি বিন্দু একটি স্থানীয় সর্বোচ্চ

তাই পেন্ডুলামটি দোলানো শুরু করে এটি সর্বোচ্চে পৌঁছায় এবং তারপরে এটিকে পিছনে দোলাতে হয় কারণ এটি এর বাইরে যেতে পারে না এবং তারপর কেউ আবার যুক্তি দিতে পারে যে এটির একটি সর্বনিম্ন থাকতে হবে মান কিন্তু কোনটি সর্বাধিক মানকে বাধা দেয় এবং সর্বনিম্ন মান অন্য কিছু হতে পারে

তাই সর্বোচ্চ মান  $60$  ডিগ্রি বলা যেতে পারে সম্ভবত সর্বনিম্ন মানটি মাইনাস আমি কি জানি যে আমি কীভাবে জানি যে এটি ডানদিকে একই পরিমাণে সুইং করে পাঁচ নম্বর সমস্যাটি বাম দিকে তাকাচ্ছেন পাঁচ নম্বর সমস্যাটি আপনাকে বলে যে এটি ডানদিকে যে পরিমাণে যায় তা বাম দিকে যে পরিমাণে যায় তার সমান কারণ আমরা বলেছি যে শূন্যের  $y$  শূন্য এবং

তাই সমাধানটি অবশ্যই একটি বিজোড় ফাংশন হতে হবে এখানে আমরা একটি স্বতন্ত্রতা উপপাদ্যের প্রতি আপীল করি যা আমরা প্রমাণিত নই যে ব্রান্ত স্বতন্ত্রতা উপপাদ্য আমরা কিছুটা ভিন্ন উপায়ে অনন্যতা উপপাদ্য ব্যবহার না করে ব্যায়াম  $6$  সমাধানও করতে পারি আসুন দেখি আমরা শক্তি সমীকরণ ব্যবহার করি ঠিক আছে

তাই অনুমান করুন যে সর্বাধিক প্রশস্ততা হল আলফা এবং সর্বনিম্ন প্রশস্ততা হল মাইনাস বিটা

তাই শক্তি সমীকরণটি দেখুন  $dy$  দ্বারা  $dt$  দ্বারা পুরো বর্গ সমান হয়  $c$  বর্গ বিয়োগ  $4g$  এর উপর  $1$  সাইন বর্গ  $y$  2 দ্বারা। কিন্তু বাম দিকে  $0$  হয় যখন  $y$  লাগে মান আলফা বা বিয়োগ বিটা কারণ আলফা সর্বোচ্চ এবং বিয়োগ বিটা একটি সর্বনিম্ন এবং

তাই আমরা পাই  $c$  বর্গ সমান  $4g$  এর উপর  $1$  সাইন বর্গ আলফা  $2$  এবং  $c$  বর্গ সমান  $4g$  এর উপর  $1$  সাইন বর্গ বিটা  $2$ ।  
তাই দুটি জিনিসকে সমান করা আমরা সাইন স্কয়ারড আলফা বাই  $2$  সমান সাইন স্কয়ারড বিটা পাব যা থেকে আমরা আলফা ইকুয়াল টু মাইনাস বিটা নির্ণয় করব যা  $6$  নম্বর সমস্যটির আলোচনা সম্পূর্ণ করে  
তাই আপনাকে বলবে যে যদি  $c$  বর্গক্ষেত্র  $4g$  এর কম হয় তাহলে পেন্ডুলাম দোলক গতি প্রদর্শন করে এটি ডানদিকে যায় এবং তারপরে এটি ফিরে আসে এবং এটি একটি সর্বনিম্ন থাকে এবং আবার এটি এগিয়ে যেতে শুরু করে এবং এটিতে এটি দোলনীয় গতি কার্যকর করে যেখানে  $c$  বর্গ যদি  $4g$  এর চেয়ে বড় হয় তবে এটি বৃত্তাকার গতি সম্পাদন করে  
তাই কী হবে সমালোচনামূলক মান  $c$  বর্গ সমান  $4g$   $1$  দ্বারা  $1$  কি হবে যদি  $c$  বর্গ  $4g$   $1$   $1$  সমান হয় তাহলে কি হবে যে পেন্ডুলামটি সর্বোপরি শীর্ষ বিন্দুতে পৌঁছতে চিরতরে সময় নেয় কোণ পাই আমাদের অবশ্যই তদন্ত করতে হবে এবং দেখতে হবে যে এটি ঘটে কিনা তা দেখা যাচ্ছে ক্রিটিকাল কেস যখন  $c$  বর্গ  $1$  দ্বারা  $4g$  এর সমান হয় তখন আমরা এককভাবে ভাগ্যবান আমরা আসলে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের ইন্টিগ্রেশন সম্পূর্ণ করতে পারি  
তাই আসুন দেখি কিভাবে তা করা যায়  
তাই মনে রাখবেন  $c$  বর্গ সমান  $4g$  দ্বারা  $1$   
তাই সমীকরণে ফিরে যান চার পয়েন্ট এক তিন গ  $4$  জি দ্বারা  $1$  এর বর্গ সমান  
তাই  $1$  দ্বারা চারটি সাধারণ নেওয়া যেতে পারে এবং আমরা পাই এক বিয়োগ পাপের বর্গ  $y$  বাই দুই যা কোসাইন বর্গ  $y$  দুই দ্বারা  
তাই সমীকরণ  $4.13$  গুরুতর ক্ষেত্রে খুব সরলীকরণ করে  
তাই আমরা  $4.14$   $dy$  দ্বারা সমীকরণ পেয়েছি  $dt$  পুরো বর্গ সমান  $4g$   $by$   $1 \cos$  বর্গ  $y$   $y$   $2$ । এখন লক্ষ্য করুন যে যদি  $y$  এর প্রাইম টি শূন্য  $0$  এর সমান হয় কোনো নির্দিষ্ট সময়ে  $t$  naught শেষ সমীকরণের ডান দিকটি আপনাকে দেবে যে  $t$  এর  $y$  শূন্য হতে হবে  $\pi$  এবং  $y$  প্রাইম অফ  $t$  naught অবশ্যই  $0$  হতে হবে কিন্তু লক্ষ্য করুন যে  $\cos t$  identically  $\pi$  এর স্ট্যান্ট ফাংশন  $y$ ও পেন্ডুলাম সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে এবং এটি প্রাথমিক শর্তগুলিকেও সন্তুষ্ট করে  $4.15$  এবং  
তাই আবারও স্ত্রান্ত স্বতন্ত্রতা উপপাদ্য যা আমাদের বলা হয়নি তাও আপীল হতে পারে এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমাদের সমাধানটি ধ্রুবক সমাধান ছিল কিন্তু তা হল ঘটনাটি নয় কারণ যদি এটি একটি ধ্রুবক সমাধান হয় তাহলে ডেরিভেটিভ অবশ্যই  $0$  হতে হবে আমরা ধরে নিচ্ছি যে  $c$   $4g$  দ্বারা  $1$   
তাই আমরা উপসংহারে পৌঁছেছি যে  $y$  মৌলিক টি কখনই অদৃশ্য হয় না এবং আমরা  $4.14$  এর উভয় বাহুর ধনাত্মক বর্গমূল নিতে পারি আমাদের কাছে ক্রিটিকাল কেস  $dy$  এর জন্য নিম্নলিখিত পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ রয়েছে  $dt$  এর সমান দ্বিগুণ রুট  $g$  দ্বারা  $1 \cos y$  দ্বারা  $2$  এবং  $y$  এর  $0$  সমান  $0$ । সুতরাং চলুন আমরা চলকগুলিকে আলাদা করে সমীকরণ  $4.16$  সমাধান করার চেষ্টা করি  
তাই  $\cos y$  এর দ্বারা আনুন বাম দিকে  $2$  এবং ইন্টিগ্রেট করলে আপনি লগ সেকেন্ট প্লাস ট্যান পাবেন আপনি লগ সেকেন্ট  $y$  বাই  $2$  প্লাস ট্যান ওয়াই বাই  $2$  সমান রুট জি দ্বারা  $1t$  ডান হাতের দিকটি  $s$  দ্বারা নির্দেশ করুন যে রুট জি দ্বারা  $1t$  আপনি কেবল এটিকে  $s$  দ্বারা বোঝান এবং শুধু সরলতার জন্য আপনি তখন থিটার সমান  $y$   $2$  দিয়ে বসান শেষ সমীকরণটি  $\log \secant \theta + \tan \theta = s$   
তাই  $\secant \theta + \tan \theta = e^s$  হছে সমীকরণ  $4.17$  রেসিপ্রোকাল নিন পারস্পরিক আমরা পাওয়ার সেকেন্ট থিটা বিয়োগ ট্যান থিটা পাওয়ার সমান ই এর সাথে পাওয়ার বিয়োগ  $s$  যোগ এবং বিয়োগ করলে আমরা পাই সেক্যান্ট থিটা সমান ই এর  $1$  অর্ধেক পাওয়ার  $s$  প্লাস ই থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $se$  থেকে পাওয়ার বিয়োগ ই এর এক অর্ধেক পাওয়ার  $s$  যোগ ই থেকে শক্তি বিয়োগ  $s$  দ্বারা বোঝানো হবে  $\cosh x = \cosh s$  হল  $s$ -এর হাইপারবোলিক কোসাইন এবং তারপর ট্যান থেটা ট্যান থেটা কী হবে  $e$  এর এক অর্ধেক শক্তি  $s$  বিয়োগ  $e$  থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $s$  যা হাইপারবোলিক সাইন  
তাই আমরা এটি পেয়েছি সমীকরণ  $4.19$  সেকেন্ট থিটা হল হাইপারবোলিক কোসাইন এবং ট্যান থিটা হল হাইপারবোলিক সাইন  
তাই এখন আমরা হাইপারবোলিক ফাংশন এবং ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে একটি সম্পর্ক দেখতে পাচ্ছি বাস্তব ডোমেনে থাকার মাধ্যমে জটিল ডোমেনে না গিয়ে আমরা ত্রিকোণমিতিক ফাংশন থেকে হাইপারবোলিক ফাংশনে পাস করি পুনরায় পরিবর্তনশীল পরিবর্তনের এই ফাংশন থিটা  $4.19$  দ্বারা প্রদত্ত  $s$  এর একটি নাম রয়েছে এটিকে গ্রামানিয়ান বলা হয় ক্রিস্টোফার গুরম্যান্ডের সম্মানে এই নামটি  $1862$  সালে আর্থার ক্যালি দ্বারা দেওয়া হয়েছিল বীজগণিত ভলিউম  $2$  যা  $1900$  এর দশকে প্রকাশিত হয়েছিল আসলে এটি  $1900$  এর আগে প্রকাশিত এটি একটি পরবর্তী সংস্করণ যা ভাল রোমানিয়ানের বিপরীতটি মানচিত্র এবং নেভিগেশনে প্রদর্শিত হয় মনে রাখবেন যে আমরা ইতিমধ্যেই কার্টোগ্রাফির সম্মুখীন হয়েছি যখন আমরা অর্থোগোনাল ট্রান্সফোর্মি নিয়ে আলোচনা করি এবং আবার কার্টোগ্রাফি আসে এবং এটি আসে মার্কেটের প্রজেকশনের সাথে কার্টোগ্রাফি এবং নেভিগেশনে  
তাই মেরিকের কী তৈরি করার চেষ্টা করছেন তিনি একটি মানচিত্র তৈরি করার চেষ্টা করছেন তিনি একটি মানচিত্র তৈরি করার চেষ্টা করছেন যেখানে গোলকের লক্সোড্রোমগুলি আপনার প্লেনে মানচিত্রের সরল রেখা হিসাবে ম্যাপ করা হচ্ছে মানচিত্র ভালোভাবে আপনি আমাকে জিজ্ঞাসা করবেন যে লক দেখানো রুমগুলি কী তা আমাকে আপনাকে ব্যাখ্যা করতে দিন একই কোণে ড্রাঘিমাংশ কাটুন বক্ররেখা সমস্ত ড্রাঘিমাংশকে একই কোণে একটি ধ্রুবক কোণে কাটে কেন এই ধরনের বক্ররেখাগুলি গুরুত্বপূর্ণ কেন সেগুলি গুরুত্বপূর্ণ কারণ মনে রাখবেন নেভিগেশনের ক্ষেত্রে জাহাজ জাহাজগুলি বিশাল শক্তিশালী বস্তু হয় যখন আপনি সমুদ্র পেরিয়ে যেতে চান এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে আপনি হয়তো ভাবতে পারেন যে সবচেয়ে ছোট পথটি হল সবচেয়ে ছোট পথটি হল একটি বিশাল বৃত্ত যা পৃথিবীর পৃষ্ঠের দুটি বিন্দুতে যোগ দেয় কিন্তু সমস্যা হল আপনি যখন মহা বৃত্ত বরাবর ভ্রমণ করেন একই কোণে ড্রাঘিমাংশগুলিকে ছেদ করে না ছেদ করার কোণ পরিবর্তন হতে থাকে  
তাই জাহাজটিকে ক্রমাগত স্টিয়ারিং করতে হবে জাহাজের দিকটি ক্রমাগত পরিবর্তন করতে হবে এবং একটি জাহাজের মতো একটি শক্তিশালী বস্তু দিয়ে এটি করা খুব কঠিন হতে চলেছে এবং খুব ব্যয়বহুল  
তাই জাহাজগুলি বড় বৃত্ত বরাবর ভ্রমণ করে না বরং তারা লক্সোড্রোম বক্ররেখা বরাবর ভ্রমণ করে যা একই কোণে ড্রাঘিমাংশকে কেটে দেয়  
তাই এখন যদি আপনি একটি লক সিন্ড্র নেন পৃথিবীর উপরিভাগে, এটি আপনার সমতল মানচিত্রের সাথে কী মিলবে মানচিত্রটি একটি প্ল্যানার বস্তু যা কাগজের শীটে মুদ্রিত এবং মার্কেটের এমনভাবে একটি মানচিত্র তৈরি করার চেষ্টা করছিল যাতে পৃথিবীর এই লক্সোডোমগুলি সরল রেখার সাথে মিলে যায় মানচিত্রের একটি প্রয়াসে যে তিনি ভাল রোমানীয় ফাংশনের এই বিপরীতটির সম্মুখীন হয়েছেন  
তাই আমি আপনাকে এর জন্য দুটি রেফারেন্স দেব তাদের মধ্যে একটি ইতিমধ্যে জন ম্যাকলিয়ারি বইয়ের জ্যামিতির একটি ডিফারেনশিয়াল দৃষ্টিকোণ থেকে আমি এই বইটি উল্লেখ করেছি অধ্যায়ের আটের আগে উদ্ধৃত করা হয়েছে এর আগে এবং দ্বিতীয় যে বইটি আমি উল্লেখ করব তা হল এইচএল রেসনিকফ এবং রো ওয়েলস গণিত এবং সভ্যতা খুব আকর্ষণীয় বই দ্বিতীয়টি একটি খুব আকর্ষণীয় বই তিনি নেভিগেশন গণিত এবং নেভিগেশন সম্পর্কেও কথা বলেছেন কীভাবে ক্যালকুলাস ন্যাভিগেশন সমস্যায় আসে  
তাই এখানে কিছু অনুশীলন রয়েছে ভাল রোমানিয়ান দেখায় যে  $s$ -এর থিটা হল  $2$  টান বিপরীত ই-এর শক্তি  $s$  বিয়োগ পাই  $2$  দ্বারা এবং

দেখান যে ভাল রোমানিয়ান একটি বিজোড় ফাংশন এবং এটি একটি ক্রমবর্ধমান ফাংশন। যেহেতু এই সমস্যাটি উদ্ভিন্ন, এই সমীকরণ খিটাতে পার্থক্য করার জন্য আপনার জন্য খুব কমই আছে আপনি সরাসরি 2 টান ইনভার্স টার্মকে আলাদা করুন যা 2 এর উপর 1 প্লাস ই থেকে পাওয়ার 2 s এর সাথে পাওয়ার s যা স্পষ্টতই ইতিবাচক এবং সুতরাং এটি একটি ক্রমবর্ধমান ফাংশন আপনি কিভাবে পরীক্ষা করবেন যে এটি একটি বিজোড় ফাংশন যা s দ্বারা বিয়োগ s দ্বারা প্রতিস্থাপিত s দ্বারা বিয়োগ s দ্বারা প্রতিস্থাপন করুন আপনি পাওয়ার বিয়োগ s থেকে e এর 2 ট্যান ইনভার্স পাবেন কিন্তু পাওয়ার মাইনাস s এর ই এর বিপরীত ট্যান কি? 1 এর ট্যান ইনভার্স ই এর উপর e এর বিপরীত ই এর পাওয়ার s কিন্তু e এর তে কার বিপরীত কি 2 বিয়োগ ট্যান ইনভার্স এর e এর পাওয়ার 2 বিয়োগ এবং 2 গুন pi হবে 2 এবং pi বিয়োগ pi 2 দ্বারা pi 2 হয়ে যায়। সুতরাং বিয়োগ s-এর খিটা হল pi দ্বারা 2 বিয়োগ 2 ট্যান এর বিপরীতে e-এর শক্তি s যা s-এর খিটার বিয়োগ

তাই খিটা একটি বিজোড় ফাংশন, পরবর্তী সমস্যাটি খুবই আকর্ষণীয় কারণ একটি অনুরূপ একটি জে 2014 এ উপস্থিত হয়েছিল যে সমস্যাটি জে 2014 এ উপস্থিত হয়েছিল তা হল একটি কোসেক্যান্ট খিটাকে পাওয়ার 17 এর সাথে একীভূত করা এখন যখন আপনি একটি সেকেন্টির একটি বিজোড় শক্তি এবং একটি কোসেক্যান্টের একটি বিজোড় শক্তি গ্রহণ করেন আপনি জানেন যে যদি আপনি অংশ দ্বারা একীভূত করা শুরু করেন তবে আপনাকে এটি বারবার করতে হবে এবং এটি মজাদার হবে না

তাই আপনি এড়াতে একটি উপায় চান বার বার অংশ দ্বারা একীকরণ

তাই কিভাবে একটি কোসেক্যান্টের একটি বিজোড় শক্তি বা একটি সেক্যান্টের একটি বিজোড় শক্তিকে একত্রিত করতে হয়, ভাল রোমানিয়ান আপনাকে এটি করতে সাহায্য করবে

তাই সেকেন্ট খিটা থেকে পাওয়ার 17 ডি খিটা তাহলে আপনি কীভাবে এটি করবেন খিটা প্লাস ট্যান খিটা সমান ই এর পাওয়ার s

তাই আপনি কি পাবেন আপনি সিক্যান্ট খিটা প্লাস ট্যান খিটা ই এর সাথে পাওয়ার s এর সমান

তাই আমরা সিক্যান্ট খিটা পাই হাইপারবোলিক কোসাইন এর সমান

তাই সেকেন্ট খিটা ট্যান খিটা হইপারবোলিক সাইন টাইম ds এর সমান হবে

তাই সেকেন্ট খিটা ডি খিটা হইপারবোলিক সাইন sts হবে ট্যান খিটা দ্বারা বিভক্ত কিন্তু ট্যান খিটা হইপারবোলিক সাইন sds এর সমান

তাই সেকেন্ট খিটা ডি খিটা ডিএস এর সমান

তাই আপনার অবিচ্ছেদ্য সেকেন্ট 17 খিটা ডি খিটা হয়ে যাবে পাওয়ার 16 এর অবিচ্ছেদ্য সেকেন্ট যা হইপার বলিক cos s to the power 16 times ds আসুন আমরা এখন ইন্টিগ্রেশনের সীমাগুলিকে একত্রিত করি সমীকরণটি মনে রাখবেন সেক্যান্ট খিটা সমান cosh s

তাই যখন খিটা সমান 0 s হবে 0 এবং খিটা সমান হবে pi 3 দ্বারা s সমান হবে লগ 2 এর সাথে প্লাস রুট 3. আপনার জন্য এটি পরীক্ষা করা সহজ

তাই আমরা কী পেতে পারি ইন্টিগ্রাল 1 অন 2 থেকে পাওয়ার 16 0 থেকে লগ 2 প্লাস রুট 3 ই থেকে পাওয়ার s প্লাস ই থেকে পাওয়ার বিয়োগ s থেকে পাওয়ার রূপান্তরিত হবে 16 ds এবং হইপারবোলিক cos হল e থেকে পাওয়ার s প্লাস e থেকে পাওয়ার বিয়োগ s 2 দ্বারা এবং

তাই আপনি এটিকে দ্বিপদী উপপাদ্য দ্বারা প্রসারিত করতে পারেন এটি অনেক সহজ বিশেষ করে যখন আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে নির্দিষ্ট অখণ্ডগুলি উপস্থিত রয়েছে আপনাকে এর দ্বারা একীভূত করতে হবে না অংশগুলি বারবার এবং একইভাবে আপনি cosecant theta to power 17 এখানে আপনি cosecant theta বিয়োগ cot theta এর সমান e to the power বসিয়েছেন আপনি ঠিক আছে

তাই আমি আশা করি আপনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জগতে এই ছোট ভ্রমণটি উপভোগ করেছেন এবং আমি কেবল বলতে চাই উপসংহারে কয়েকটি শব্দ আমি আপনাকে অনেক আকর্ষণীয় অংশের মধ্য দিয়ে নিয়েছি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের আমরা অনেক জ্যামিতিক উদাহরণ দেখেছি আমরা পদার্থবিদ্যা থেকে উদাহরণ দেখেছি আমরা জীববিজ্ঞানের উদাহরণ দেখেছি আমরা অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরির দিকে তাকিয়েছি আমরা প্রচুর অ্যাপ্লিকেশন দেখেছি আমরা জ্যোতির্বিদ্যা এবং এর মতো জিনিস দেখেছি এবং আমি আপনাকে অনেক রেফারেন্স দিয়েছি এবং আমি দেব আপনি আরও দুটি রেফারেন্স এবং প্রথম রেফারেন্সটি অ্যাপ্লিকেশন এবং ঐতিহাসিক নোট সহ জিএফ সিমন্সের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি খুব সুন্দর বই দ্বিতীয় সংস্করণটি যা আমি উল্লেখ করছি তা টাটা ম্যাকগ্রা-হিল দ্বারা প্রকাশিত তৃতীয় সংস্করণটিও প্রকাশিত হয়েছে তবে দ্বিতীয় সংস্করণটি আসবে আমাদের উদ্দেশ্যের জন্য যথেষ্ট এটি একটি খুব ভাল বই এটি বিশিষ্ট গণিতবিদদের ঐতিহাসিক প্রবন্ধগুলি পড়া একটি আনন্দদায়ক , প্রথম 80 পৃষ্ঠাগুলি ছাত্রদের কাছে শিক্ষার্থীদের কাছে অ্যাক্সেসযোগ্য যে তারা শাখাগুলি অনুসরণ করার জ্যামিতি বক্ররেখার অসংখ্য অ্যাপ্লিকেশন আপনার কাছে অ্যাক্সেসযোগ্য। ক্রোহন সমস্যা এবং অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টরি পাওয়া যায়

তাই বইটি ভারতীয় সংস্করণে এবং দ্বিতীয় সংস্করণে পাওয়া যায় d বইটি আমি উল্লেখ করতে চাই স্পিভাকের স্পিভাক্স ক্যালকুলাসটি একটি খুব সুন্দরভাবে লেখা বই এটি ক্যালকুলাসের উপর একটি যত্ন সহকারে লেখা বই এবং 17 অধ্যায়ে আপনি নিউটনের গতির সূত্র থেকে কেপলারের সূত্রগুলির একটি ডেরিভেশন দেখতে পাবেন এবং এটি 1994 সালে প্রকাশিত হয়েছিল এখন আমাদের যাত্রা শেষ হয়েছে এবং আমি আশা করি আপনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জগতের এই যাত্রাটি উপভোগ করেছেন আমি বিদায় জানাতে চাই তবে এটি করার আগে আমি অনেক লোককে ধন্যবাদ জানাতে পেরে আনন্দিত যা আমি এখনই শুরু করব আমার সহকর্মী এবং এই প্রোগ্রামের আইআইটিবি সমন্বয়কারী গণিত বিভাগের প্রধান অধ্যাপক নীলা নটরাজকে ধন্যবাদ জানাই এবং আমি বিশেষভাবে তাকে ধন্যবাদ জানাই আমাকে এই বক্তৃত্তা দেওয়ার সুযোগ দেওয়ার জন্য এবং আরও গুরুত্বপূর্ণভাবে তার ক্রমাগত উৎসাহ ও সমর্থনের জন্য বিশেষ করে যখন আমার উত্সাহ কম যাচ্ছিল সে আমাকে এগিয়ে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় অনুপ্রেরণা দিয়েছে এবং তারপরে আমি আমার সহকর্মী অধ্যাপক শান্তনুকে ধন্যবাদ জানাতে চাই যিনি এই ভিডিওগুলি শুনেছেন ই ব্যায়াম এবং প্রফরডিং এর অধ্যবসায়ী কাজের জন্য এবং আমাকে সংশোধনের একটি খুব বড় তালিকা দেওয়ার জন্য যা আমি অন্তর্ভুক্ত করেছি তারপর আমি প্রফেসর বিক্রম গাদরিকে ধন্যবাদ জানাতে চাই সি ডিপ এর প্রধানকে আমাদের এই সুন্দর সিডি স্টুডিওটি তার রাজ্যের সাথে অফার করার জন্য। -আর্ট সুবিধা এবং আইআইটি দিল্লির অধ্যাপক নীলাদি চ্যাটার্জি যিনি এই প্রোগ্রামের একজন সমন্বয়কারী, আমি আমার বিভাগের পিএইচডি ছাত্র আদিত্য মহেশ্বরীকে ধন্যবাদ জানাতে চাই যিনি আমাকে এই পরিসংখ্যানগুলি দিয়ে সাহায্য করেছেন এবং শেষ এবং সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণভাবে আমি প্রকাশ করতে চাই আমার আন্তরিক ধন্যবাদ কারিগরি কর্মীদের যারা ক্রমাগত কাজ করে চলেছেন এবং যারা আমার মহামারীকে সব সময় সহ্য করে চলেছেন এবং তাদের কাছে আমি অনেক ধানী এবং তারা মিস্টার তরুণ নেগি তাদের সবাইকে আমি ধন্যবাদ জানাই এবং আমি আমার সবাইকে ধন্যবাদ জানাই। ছাত্ররা আপনাকে বিদায় দেখছে আপনাকে অনেক ধন্যবাদ