تو اب ہم تفریق مساوات پر سیریز کے سا
تویں لیکچر کی طرف آتے ہیں اور اس سا
تویں لیکچر میں ہم ایک اہم موضوع لکیری تفریق مساوات پر تبادلہ خیال کریں گے اور یہ برنولی مساوات کا قریبی کزن ہے لہذا یہ دو قسم کی
مساواتیں ہیں جو ہم کریں گے۔ اس لیکچر میں بحث کرتے ہیں
dx بذریعہ dy تو آئیے شروع کرتے ہیں کہ لکیری تفریق مساوات کیا ہے لکیری تفریق مساوات سلائیڈ پر ظاہر ہوتی ہے اب یہ مساوات 3.1
پر فنکشنز ہیں جن کی وضاحت ایک مخصوص وقفہ پر ہوتی ہے۔ میں نے مسلسل مان لیا ہم فرض q x اور p جہاں qx برابر ہے pxy پلس
کے qx برابر dx plus pxy ہے dy پر متعین مسلسل افعال ہیں اور تفریق مساوات i ایک وقفہ q اور p کرتے ہیں کہ
تو آئیے آگے بڑھیں اور دیکھتے ہیں کہ اس تفریق مساوات کو کیسے حل کیا جائے اور یہ ایک اہم قسم ہے۔ مساوات کی اور ایک لحاظ سے آپ اسے
میں انضمام کے a مکمل طور پر حل کر سکتے ہیں میں ایک لحاظ سے کہتا ہوں کیونکہ اگرچہ آپ 3.1 کے حل کے لیے فارمولہ لکھ سکتے ہیں
کچھ نشانات شامل ہوں گے اور ان انٹیگرلز کی تشریح کرنی ہوگی اور آیا آپ اسے مکمل طور پر حل کر سکتے ہیں اس کا انحصار آپ کی اس تشریح
پر ہے کہ آپ اسے مکمل طور پر حل کرنے سے کیا مراد لیتے ہیں اگر آپ انضمام پر مشتمل فارمولے سے مطمئن ہیں
dy تو ہمیں یہی کرنے دو۔ اب برنولی مساوات کو دیکھیں جو برنولی مساوات میں نے کہا تھا کہ لکیری مساوات کا بند کزن ہے یہ کیا پڑھتا ہے
جو کہ سلائیڈ میں مساوات 3.2 ہے یہ دونوں مساواتیں ایک ساتھ چلی جائیں گی qxy to the power n برابر pxy پلس dx بذریعہ
دیکھیں کہ 3.2 کو 3.1 تک کم کیا جا سکتا ہے جس کی وجہ سے ہم ان کا ایک ساتھ مطالعہ کرتے ہیں ٹھیک ہے
تو آئیے کیلکولس سے ایک فارمولہ یاد کرتے ہیں ایک بہت ہی آسان فارمولہ جس کا آپ نے مطالعہ کیا تھا اور آپ نے اسے کثرت سے استعمال کیا
تھا اگر آپ فرق کرنے والا فنکشن لیتے ہیں
سے پاور e پرائم y کی طاقت سے کیا مشتق ہے یہ x کے ساتھ ضرب کریں e اور آپ اسے y کا x تو صرف مصنوعات کا اصول ہے۔
سے تبدیل کرنے کے لئے کچھ زیادہ پیچیدہ ہے x کو پاور e پر سیدھے آگے پروڈکٹ کے اصول کا اطلاق اب ہمیں xa کو پاور ye پلس x
phi کو پاور d dx کے فارمولے y ایک قابل تفریق فعل ہے اور پھر phi سے تبدیل کریں جہاں phi کے پاور x سے e آئیے اسے
میں پھر یہ ایک پروڈکٹ e to power phi x یہ دونوں کلب ایک ساتھ phi prime y پلس y prime وہی ہوگا جو x سے دیکھیں
کے برابر آپ کو بیان لکھا ہوا نظر آئے گا۔ سلائیڈ میں px پرائم phi اس طرح سے منتخب کرتے ہیں کہ phi کا x کا اصول ہے اب ہم
لازمی x کا phi کے برابر دوسرے لفظوں میں px برابر x پرائم کا phi کو اس طرح منتخب کرتے ہیں کہ phi x سرخ رنگ میں ہم
کی گنتی کر سکتے ہیں ہم واپس آئیں گے۔ اس pxdx کے برابر ہونا چاہئے ہمارے پاس پہلے سے ایک انٹیگرل ہے اب کیا آپ اس انٹیگرل pxdx
کے برابر ہے px پرائم phi کا x اس طرح سے منتخب کریں کہ phi کا x طرح
میں آپ دیکھیں گے کہ phi x سے پاور e کو pxyx پرائم پلس y کے برابر phi x حاصل کریں گے ddx تو ہمیں کیا ملے گا ہم آپ کا
سلائیڈز
ices کے ساتھ پروڈکٹ کے اصول کے بارے میں ہے۔ دو عوامل کے لیے cho تو یہ سلائیڈ مخصوص
دکھائی دے رہا ہے لہذا تفریق مساوات 3.1 پر واپس pxyx پرائم پلس y تو اب سلائیڈ میں آخری دکھائی گئی مساوات کو دیکھیں آپ کو وہاں
dx کا y کا xe کے ساتھ 3.1 کا موازنہ کریں۔ d کے برابر ملتا ہے لہذا اس آخری مساوات y prime plus pxy qx جائیں آپ کو
سے ضرب کیا جاتا ہے vx سے پاور e پوری چیز کو pxyx پرائم پلس y کے برابر phi x طاقت
کے بائیں ہاتھ کی طرف ہے پرائم پلس y تفریق مساوات 3.1 py پرائم پلس y تو یہ کیا تجویز کرتا ہے اس سے پتہ چلتا ہے کہ یہ مجموعہ
سے ضرب دیتے ہیں phi x سے پاور e اگر آپ مساوات 3.1 کو کسی خاص py
تو بائیں ہاتھ کی طرف سے ایک عین مشتق ہو جائے گا جو خیال ہے ٹھیک ہے
تو اب ہم کیا کریں
ٹھیک ہے x کے کفایتی سے ضرب دیں گے phi تو اس سے پتہ چلتا ہے کہ ہم اپنی مساوات 3.1 کو
q برابر ہے py پلس dx بذریعہ dy تو کیا ہے جو 3.1 تھا دوبارہ
کی طاقت phi x کو حاصل کریں گے e کی طاقت سے آپ phi x سے ضرب e کو phi x سے ضرب کریں ee کو ee تو آپ
جو کہ ہم نے vx ہو گا پاور ddx بائیں ہاتھ کی طرف لیکن ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ بائیں ہاتھ کی طرف آپ کا py پلس y prime میں
ابھی دیکھا ہے کہ بائیں ہاتھ کی طرف ایک عین مشتق بن جاتا ہے لہذا آپ کو مساوات 3.5 نظر آتی ہے لہذا اگر آپ اصل تفریق مساوات 3.1 کو
ضرب دیں
qx برابر x کا vx میں x کا y کا d dx ہمیں مساوات 3.5 ملتی ہے یعنی x کے vx بذریعہ q مساوی ہے py پرائم پلس y تو
y اب یہ بالکل واضح ہے کہ ہمیں آگے کیا کرنا چاہئے ہمیں 3.5 کو ضم کرنا چاہئے۔ 3.5 کو انٹیگریٹ کریں اور ہمیں 3.6 ملے گا x 3 x کا
میں آپ کی سلائیڈ phi مساوات 3.6 کے x dx میں x کے x x میں exponential کے vx الگ کیا گیا ہے y کا x کو
کو الگ کیا گیا ہے y میں
کا y کی تفریق مساوات x پر اور آپ نے phi x سے تقسیم کریں گے۔ پاور e دے گا واضح طور پر یعنی آپ y کا x تو اب یہ آپ کو
حل بازیافت کیا لہذا ایک لحاظ سے ہم نے لکیری تفریق مساوات کو مکمل طور پر حل کیا ہے لیکن صرف دو مسائل ہیں ہمیں یہ جاننے کی ضرورت
کیا ہے اس لئے ایک pxdx انٹیگرل x phi x کیا ہے ہمیں یہ جاننے کی ضرورت ہے کہ وی کیا ہے۔ phi x کیا ہے phi x ہے کہ
کو انٹیگرل کے لحاظ سے لکھا جا سکتا ہے اور دوسری چیز مساوات 3.6 کے دائیں طرف ہے آپ کو ایک اور انضمام phi x انٹیگرل سائن ہے
حاصل کرنا v کو ضم کرنا چاہیے اور اپنی فیس حاصل کرنے کے بعد اپنا pxdx نظر آتا ہے لہذا ہمیں دو کرنا ہوں گے۔ انضمام کے لیے ہمیں
چاہیے، ہمیں مساوات 3.6 کے دائیں ہاتھ کو ضم کرنا چاہیے اس لیے ایک لکیری تفریق مساوات کو حل کرنے کے مسئلے میں واضح طور پر دو
انٹیگرلز کی کمپیوٹنگ شامل ہوتی ہے کیونکہ ایکسپونیشنل فنکشن مساوات 3.1 اور 3.5 کو ختم نہیں کرتا ہے۔ مکمل طور پر مساوی ہیں میں آپ کو
سے phi xe سے ضرب e یاد دلاتا ہوں کہ مساوات 3.1 اصل تفریق مساوات کیا ہے ہم نے اصل تفریق مساوات کا کیا کیا ہم نے اسے
کبھی صفر نہیں کیا لہذا آپ ایک مساوات لیں آپ اسے ضرب دیں غیر صفر کی اصطلاح سے آپ کو ایک نئی مساوات ملتی ہے power phi x
کے ذریعے حاصل کی جاتی ہے۔ ایک غیر معدوم mu لہذا یہ دونوں مساوات مکمل طور پر مساوی ہیں لہذا مساوات 3.5 اصل تفریق مساوات سے
سے ضرب دیتے ہیں اور یہ کبھی صفر نہیں ہوتا ہے اس لیے اصل مساوات اور px کے ذریعے پاور e ہونے والی مقدار کا استعمال ہم اسے
مکمل طور پر مساوی ہیں اس لیے معلومات کا کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے اور ہمارے حل کے عمل میں کوئی جعلی چیزیں متعارف نہیں ہوتی 3.5
ہیں وہ ہیں۔ مکمل طور پر مساوی
کے برابر ہے اگر ہم نہیں کر سکتے p پرائم کے برابر phi کو کیسے ڈھونڈیں گے جو phi x تو اب سوال یہ ہے کہ ہم
تو ہماری قسمت بہت بری ہے
کے برابر لینا ہے۔ بس اتنا ہی ہے کہ ہم اس سے زیادہ کچھ نہیں دیکھ a to xbtdt کے برابر x کو phi کے x تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ

ایک مسلسل p میں لکھے گئے بیان کو اچھی طرح سے یاد رکھیں phi کے سرخ xbtdt سے a کے برابر کے انٹیگرل x سکتے ہیں
وقفہ میں کسی بھی انتخاب کے لئے موجود ہے اور پھر حتمی حل اس کی شکل بہت بدصورت ہوگی a to xptdt فنکشن ہے لہذا انٹیگرل
کیونکہ یہ انٹیگرل ہر جگہ تیر رہے ہوں گے اور ہم اس انٹیگرل کو واضح طور پر شمار کرنے کے قابل نہیں ہیں اور یہ ہمارا مسئلہ تھا لہذا اگر ہم
ہماری قسمت سے باہر ہے ہمیں اس کے ساتھ رہنا ہے اور حتمی فارمولے میں انٹیگرل citly integral pxdx وضاحت نہیں پا سکتے
نشانیاں شامل ہوں گی درحقیقت ان میں سے تین ہوں گے اور اس کی شکل بہت بدصورت ہوگی اور کوئی اس کے ساتھ مزید کچھ نہیں کرسکتا اور
عمل یہاں اچھی طرح رک جاتا ہے
تلاش کر سکتے ہیں یعنی ہم فرض کریں کہ ہم phi x تلاش کر سکتے ہیں آئیے فرض کریں کہ ہم phi x تو آئیے فرض کریں کہ ہم ایک
phi کا xi کی گنتی کرنے کی پوزیشن میں ہیں 3.6 پر دیکھیں حل کیا ہے اس سلائیڈ میں مساوات نمبر 3.6 جہاں کہیں بھی px dx انٹیگرل
سے بدل دوں گا integral pxdx ہے میں اسے
تو آپ کو کیا ملے گا آپ کو 3.7 ملے گا
سے بدل دیں اب ایک اہم بات یہ ہے کہ آپ اس بات کو ذہن میں رکھنے کی ضرورت pxdx کے ہر وقوع کو انٹیگرل phi of x تو 3.6 میں
ہے کہ آپ کے پاس 3.7 میں انضمام کی تین نشانیاں ظاہر ہو رہی ہیں اب جب بھی آپ غیر معینہ انٹیگرل دیکھتے ہیں
کا مستقل رکھیں گے۔ انٹیگرل بائیں طرف ظاہر ہو رہا ہے اور c 1 تو آپ انضمام کا ایک مستقل لگا رہے ہیں لہذا آپ کہہ سکتے ہیں کہ آپ انضمام
کا ایک مستقل لگا دیں گے c3 اور c2 دائیں طرف سے ظاہر ہونے والے دو انٹیگرلز کے لیے آپ انٹیگریشن
تو آپ اچھی طرح کہیں گے کہ انضمام کے تین مستقل ہوں گے نہیں ایسا حتمی نہیں ہے جواب میں انضمام کا صرف ایک مستقل ہونا چاہیے اس
کی phi x dx لیے انضمام کے باقی دو مستقل کسی نہ کسی طرح اسے منسوخ کر دینا چاہیے اسے غائب ہونا چاہیے یاد رکھیں بائیں جانب
سے بدل دیا گیا ہے یاد px dx کو انٹیگرل x کی phi کے کفایتی کو دیکھیں ہاتھ کی طرف جہاں phi x dx مساوات 3.7 اور دائیں جانب
تھا pxdx انٹیگرل phi x سے ضرب دے کر حاصل کیا گیا تھا اور phi x سے طاقت e رکھیں 3.7 تفریق مساوات کو ایک خاص عنصر
کے بائیں ہاتھ کے ساتھ ساتھ 3.7 کے دائیں ہاتھ کی طرف ایک جیسا 3.7 pxdx لہذا انضمام کا مستقل جو ظاہر ہوگا جب آپ انضمام کریں گے۔
ایک ہی مستقل ہونا چاہیے اور چونکہ px dx ہونا چاہئے لہذا انضمام کا مستقل جو آپ انٹیگرل کے لئے رکھتے ہیں۔ 3.7 کے دونوں اطراف میں
e ایک ضرب مستقل c انضمام کا ایڈیٹ کنسٹینٹ ایک اضافی مستقل ہے جس کو آپ ظاہر کرتے ہیں آپ کو ایک ضرب مستقل ملے گا اضافی مستقل
غیر صفر ہے اور 3.7 کے دونوں اطراف سے منسوخ ہو جائے گی لہذا انٹیگریشن کے ان مستقل c سے طاقت e اور c بن جائے گا طاقت
اصطلاح کے ساتھ انجام دیتے ہیں وہ واحد q میں سے دو غائب ہو گئے ہیں اور حتمی انضمام میں صرف ایک مستقل باقی رہ جائے گا جسے آپ
مستقل ہے انضمام کا جو 3.7 میں زندہ رہے گا براہ کرم اس معاملے پر
توجہ دیں اس بات کو یقینی بنائیں کہ انضمام کے ان مستقل میں سے دو منسوخ ہو جائیں اور آخری جواب میں انضمام کا صرف ایک مستقل ہے لہذا
کی دونوں صور pxdx یہ سمجھا جاتا ہے کہ انٹیگرل
دونوں طرف e to power c توں میں تین پوائنٹس ہیں یکساں اور اسی طرح انضمام کا ایک ہی مستقل دونوں کے لیے تفویض کیا جائے گا اور
کی گنتی کرتے وقت انضمام کے مستقل میں ڈالنے میں مکمل pxdx منسوخ کر دیں تاکہ آپ انٹیگرل wou ld کا عنصر ہو گا اور یہ عنصر
کو انضمام کرتے ہیں px dx طور پر نظرانداز کر سکتے ہیں کیونکہ یہ بہرحال منسوخ ہو جائے گا لہذا جب آپ
منسوخ کر دے گا۔ دونوں اطراف سے باہر اس لیے جب آپ انٹیگرل e to power c تو انضمام کے مستقل کو ڈالنے کی فکر نہ کریں کیونکہ
کی گنتی کرتے ہیں pxdx
تو صرف انضمام کے مستقل کو پہلے جگہ پر ڈالنے سے گریز کریں تاہم 3.7 کے دائیں جانب جب آپ 3.7 میں آؤٹر انٹیگرل میں پھینکے گئے
اصطلاح کے ساتھ انٹیگرل کی گنتی کرتے ہیں qx
تو وہاں کہنا ہے۔ انضمام کا مستقل بہت اہم ہے 3.7 کے دائیں جانب حتمی انضمام بہت اہم ہے اچھی طرح سے یہ سب کچھ تھوڑا پیچیدہ لگ سکتا
ہے لیکن میں آپ کو یقین دلاتا ہوں کہ ایسا نہیں ہے کیونکہ جب ہم مسائل کو حل کرنا شروع کریں گے
تو آپ کو مل جائے گا۔ اسے بہت جلدی لٹکا دیں اس لیے اس کے بارے میں فکر نہ کریں یہ اتنا پیچیدہ نہیں ہے جتنا کہ یہ اگلی ابتدائی حال
پر x کے برابر کچھ x naught مساوات میں tial توں میں لگتا ہے اکثر آپ کو مختلف نظر آتا ہے۔ ابتدائی حالات کے ساتھ آنے والی
محلول کی قدر متعین کی جاتی ہے اس صورت میں حتمی انضمام کو قطعی انٹیگرل اسٹک کے ساتھ کیا جانا چاہئے لہذا میں آپ کو مشورہ دیتا ہوں کہ
فارمولہ 3.7 کو یاد نہ کریں بلکہ اسے صرف اخذ کریں۔ ہر بار جب آپ کوئی مسئلہ کرتے ہیں
تو دو لائنیں لیتی ہیں فارمولے کو یاد کرنے کی کوشش نہ کریں بلکہ اسے اخذ کرنے کی کوشش کریں اور تین مراحل پر عمل کریں پہلے کمپیوٹ
کی طرف سے پاور انٹیگرل e اور انٹیگریشن کا مستقل مرحلہ نہ ڈالیں مرحلہ نمبر ایک مرحلہ نمبر دو فرق کو ضرب دیں px x انٹیگرل
تک مساوات یہ آسان مرحلہ ہے مرحلہ نمبر تین حتمی انضمام ٹھیک ہے اور اگر ابتدائی شرائط تجویز کی گئی ہیں pxdx
تو اس تیسرے مرحلے میں غیر معینہ انٹیگرلز کے بجائے قطعی انٹیگرلز استعمال کریں بس اتنا ہی ہے کہ وہاں یہ بہت آسان ہے۔ صرف تین مراحل
ہیں اور پیچیدگی اگر کوئی کمپیوٹنگ انٹیگرلز میں ہے
تو آئیے کچھ مثالوں کو دیکھتے ہیں کچھ بہت ہی مخصوص مثالیں آپ کے لیے معاملہ کو ہضم کرنے کے لیے سب ٹھیک ہے، آئیے اب پہلی مثال
مساوات 3.8 کو حل کریں sine x برابر y میں tan x پلس dx کی طرف چلتے ہیں اب ڈسپلے شدہ سلائیڈ میں
ہے tan x فنکشن یہ apx کیا ہے qx برابر ہے pxy پلس dy by dx تو یہ
integral tan x کیا ہے integral pxdx integral tan xdx کی گنتی کرنی ہے pxdx تو ہمیں کیا کرنا ہے ہمیں انٹیگرل
فنکشن مثبت ہے سوال میں وقفہ پر secant سیاق و سباق میں مطلق قدر ڈالنے کی ضرورت نہیں ہے کیونکہ log c
ہے x لاگ سیکنٹ pxdx تو مطلق قدر کے نشان سے گریز کیا جا سکتا ہے کیونکہ سیکنٹ مثبت ہے لہذا انٹیگرل
ہے یہ آسان ہے ہم نے انٹیگریشن آبزرور کے مستقل کو نظر انداز کر دیا ہے لہذا ہم مکمل طور پر x سیکنٹ px dx سے پاور انٹیگرل e تو
نظر انداز کر رہے ہیں انضمام کا مستقل جیسا کہ پہلے ذکر کیا گیا ہے
x what wh تو اب تفریق مساوات 3.8 کو جو کچھ بھی ہم نے حاصل کیا ہے اس سے ضرب کرنے کے لئے اگلا مرحلہ کیا ہے یعنی سیکنٹ
بن جاتا ہے جو کہ بائیں ہاتھ کی طرف ہے لیکن یہ xy ٹین x پلس سیکنٹ dx بذریعہ xdy تفریق مساوات کے ساتھ ہوتا ہے 3.8 سیکنٹ
ہے tan x ہے یہ secant x میں sine x کا مشتق ہے جو کہ سلائیڈ میں دائیں ہاتھ کی اگلی ڈسپلے ہے یقیناً y secant x بالکل
جو کچھ بھی ہے
سے ضرب x مساوات 3.8 کے px dx برابر x میں تبدیل ہو گیا ہے ddx کے y secant x تو مساوات 3.8 کے ساتھ کیا ہوا ہے یہ
کے برابر صرف انٹیگریٹ کریں tan x پر جاتا ہے d dx کی دوسری آخری دکھائی گئی مساوات y secant x کرنے کے بعد
log secant x plus کا مستقل لگانا ہے tan x کے برابر ہو جائے گا اب ہمیں انٹیگریشن انٹیگرل tan x انٹیگرل y secant x تو
کے برابر سیکینٹ ایکس پلس سی کے لاگ میں یہ آسان ہے کہ cos x لکھیں گے y کا x کو الگ کریں گے اور آپ yx اور پھر آپ c
کو انٹیگریٹ کرتے وقت پہلے مرحلے میں انضمام کے مستقل کو کہاں نظر انداز کرتے ہیں ہم pxdx انضمام آسان تھا اور مشاہدہ کریں کہ آپ

انضمام کے مستقل میں پھینکا qx انضمام کے مستقل کو نظر انداز کرتے ہیں حتمی انضمام کہ ہم دائیں ہاتھ کو شامل کرتے ہوئے انجام دیتے ہیں
گیا ہے جو کہ 3.9 ہے
میں شائع ہوا تھا۔ پہلے پیپر میں میں نے سوال کو تھوڑا سا دوبارہ لکھا ہے je 2011 تو یہ تفریق مساوات کا حل ہے آئیے ایک مثال لیتے ہیں جو
اور میں اشارے کو بھی کچھ حد تک تبدیل کر دیا تاکہ کیا یہ اس کے ساتھ مطابقت رکھتا ہے جو ہم یہاں کر رہے ہیں
ہے ایک y کھلے وقفے 0 انفینٹی پر ایک مسلسل فعل ہے اصل کاغذ میں یہ کہتا ہے کہ y کا x تو جو آپ کو دیا گیا ہے وہ آپ کو دیا گیا ہے کہ
ایک مسلسل فنکشن ہے جس کی وضاحت اوپن انٹرول 0 انفینٹی پر کی گئی ہے اور یہ کیا ہے y متفرق فنکشن میں صرف یہ کہہ رہا ہوں کہ
اب بالکل معنی رکھتا ہے اگر آپ کوئی مسلسل فنکشن جی لیتے xyt dt مسلسل ہے اس لیے علامت 1 سے y انٹیگرل معنی خیز ہے کیونکہ
تک x gt dt تک ایک مسلسل فنکشن کے انٹیگرل کی گنتی کرتے ہیں نتیجہ ایک قابل تفریق فعل ہوگا لہذا 1 سے x کا اور آپ 1 سے x ہیں۔
کا جی ہوگا جو کیلکولس کا بنیادی تھیورم ہے جو کیلکولس x تک اور مشتق کیا ہے مشتق x سے ect کے ساتھ مختلف ہوگا۔ resp کا انٹیگرل
تک مسلسل فنکشن کا انٹیگرل ہے۔ 3.10 کا بائیں ہاتھ کی طرف خود بخود ایک قابل تفریق x کا بنیادی تھیورم ہے لہذا 3.10 کا بائیں ہاتھ 1 سے
کیوبڈ ٹرم واضح طور پر x فعل ہے لہذا 3.10 کا بائیں ہاتھ کی طرف فرق ہے اس لئے دائیں ہاتھ کی طرف بھی فرق ہے اور دائیں ہاتھ کی طرف
بھی قابل تفریق ہے کوئی حرج نہیں ہے لہذا آپ کو اس مفروضے میں x y کی y مختلف ہے لہذا xyx قابل تفریق ہے لہذا پہلی اصطلاح 3
کو تفریق کرنے پر y مسلسل ہے کیونکہ مساوات 3.10 y کا x قابل تفریق ہے یہ کہنا کافی ہے کہ yx یہ کہنے کی ضرورت نہیں ہے کہ
سے اور کیلکولس کے بنیادی نظریہ سے اپیل کریں بائیں ہاتھ کی x مجبور کرے گی اس کے بعد ہمیں احترام کے ساتھ 3.10 کو فرق کرنا چاہئے۔
بن جاتا ہے 3.10 کے ہاتھ کی طرف آپ کو بہت ساری اصطلاحات y کا 6 گنا x بنتا ہے بائیں ہاتھ کی طرف دائیں طرف y کا 6 گنا x طرف
کیوبڈ اصطلاح میں فرق کریں گے کیا ہوتا ہے آپ x کو فرق کریں گے اور آپ x xyملیں گی آپ پروڈکٹ کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے 3
y کو ایک تفریق مساوات کا نوٹس ملتا ہے میں نے آپ کو بتایا تھا کہ 3.10 میں سے آپ ایک تفریق مساوات پیدا کرنے جا رہے ہیں اور یہاں یہ
x کے برابر ہے اگر x مائنس 1 پر x کا p یہ ایک لکیری تفریق مساوات ہے جس کے ساتھ x کے برابر ہے x پر y مائنس x پرائم آف
x ٹھیک ہے لہذا ہمیں تفریق مساوات کو 1 پر x جو ایک پر x مائنس لاگ xx مائنس لاگ x ہے px dx انٹیگرل xx مائنس 1 پر p کا
x ہے جو کہ 1 پر x کمپیوٹنگ x کا مائنس لاگ px dx مرحلہ 2 سے ضرب کرنا چاہئے۔ مرحلہ 1 مرحلہ 1 سے زیادہ ہے جو کہ انٹیگرل
پر 1 سے ضرب دیں x مرحلہ 2 ہے جو ضرب ہے جو کچھ بھی آپ نے ابھی حاصل کیا ہے اس کے ذریعہ تفریق مساوات کو
ایکس جو ddx کا 3.11 y پر x کا مشتق ہے y مربع اور یہ بالکل x پر y مائنس x پرائم xy تو تفریق مساوات 1 کا کیا ہوتا ہے
پر 1 کو ضرب دیا اور اس طرح دائیں x تھا اور آپ نے x بائیں ہاتھ کی سائیڈ دائیں ہاتھ کی طرف بن جائے گی وہ 1 ہے کیونکہ آپ کے پاس ایک
ہاتھ کی طرف 1 بن گیا ہے۔ لہذا 3.11 ایک معصوم نظر آنے والی مساوات ہے آپ کو 3.11 کو 1 سے 2 تک مربوط کرنا ہوگا۔ آپ کیا چاہتے ہیں
کی قدر کے بارے میں پوچھے y کہ سوال آپ سے 2 کی
تو آپ کو اب یقینی انٹیگرلز کا استعمال کرنا چاہیے اگر آپ مساوات 3.10 کو دیکھتے ہیں اگر آپ مساوات 3.10 کو گھورتے ہیں
کو 1 کے برابر 3.10 میں ڈالتے ہیں x کے برابر 1. لہذا اگر آپ x کی ایک مخصوص قدر ہے جو بہت دلچسپ ہے یعنی x تو
مائنس ایک y تو بائیں ہاتھ کی طرف کیا ہوتا ہے بائیں ہاتھ کی طرف سیدھا صفر ہو جاتا ہے جو دائیں ہاتھ کی طرف ہوتا ہے دائیں ہاتھ کی طرف تین
ہو جاتا ہے
مائنس ایک صفر ہوتا ہے y تو تین
ہے y 1 3 تو
ہے x 1 y تو جب
تو 1 3 ہے
ایک ہے x کی قدر ایک تہائی ہے جب y کے برابر ہے 1 3۔ لہذا y 1 تو آپ کو اپنی ابتدائی شرائط
دو ہے x کی قدر معلوم کرنے کو کہا گیا ہے جب y تو آپ سے
کا y تو آپ کو کیا کرنا چاہئے آپ کو تین پوائنٹ ایک کو ایک سے ضم کرنا چاہئے۔ 2 میں اگر آپ 3.11 کو 1 سے 2 میں ضم کرتے ہیں اور آپ کو
کی قدر ملے گی اور یہ مسئلہ مکمل کرتا ہے یہ ایک بہت آسان y کے برابر 1 ملتا ہے اس سے آپ کو 2 کے 1 x کا 1 y مائنس 2 x 2
dy by dx plus مسئلہ ہے چلیں اگلے مسئلے کی طرف پھر میں نے ایک سوال لیا تھا جو 2014 میں پیپر میں شائع ہوا تھا تفریق مساوات
دی گئی 0 y مربع کے مربع جڑ اور ابتدائی حالات آپ کو 0 کی x پر 1 مائنس x کے پاور 4 جمع 2 x مربع مائنس 1 مساوی xy by x
سے ظاہر کیا جاتا ہے سوال آپ سے کیا تعین کرنے کے لیے کہتا fx ہیں اور اس مخصوص ابتدائی حالت کے ساتھ اس تفریق مساوات کے حل کو
کے انضمام کا تعین کرنے کو کہتا ہے 2 سے روٹ 3 بائے 2۔ f کے x ہے یہ آپ سے مائنس روٹ 3 سے
تو سوال آپ سے حل کے لیے نہیں بلکہ ایک خاص وقفے پر حل کے انضمام کے لیے پوچھ رہا ہے 3.12 ایک لکیری تفریق مساوات ہے یہ ایک
مربع مائنس 1۔ یاد رکھیں کہ کچھ حالات میں آپ کی لکیری تفریق مساوات x پر x کیا ہے؟ p کا xp کے x لکیری تفریق مساوات ہے
dy in dx مربع مائنس 1 سے ضرب کی ایک مساوات دیں گے۔ x کی شکل میں نہیں دی جائے گی جو وہ آپ کو دیں گے وہ آپ کو 3.12
مربع اگر ایسا ہے x ضرب مائنس مربع جڑ سے ضرب 1 مائنس x to the power 4 plus 2 x برابر plus xy
سے تقسیم کرنا ہوگا یاد رکھیں جب آپ یہ مسائل کرتے ہیں dx کے عدد کو dy تو آپ کو
کے سامنے کچھ نہیں ہونا چاہیے dy کے q برابر py جمع dx بذریعہ dy تو یہ ہے تفریق مساوات لکھنے کے لیے ضروری ہے کہ فارم
ٹرم کے ذریعے الگ کریں dx کو dy تقسیم اور dx کے سامنے کچھ ردی ہے بذریعہ dy کے سامنے کچھ ہے اگر dx بذریعہ dy اگر
dx بذریعہ dy کے برابر لکھا جانا چاہیے اور کچھ نہیں ہونا چاہیے صرف q کی شکل میں py پلس dx بذریعہ dy اس لیے اسے پہلے
وہاں بیٹھ کر یقینی بنائیں کہ تفریق مساوات خوش قسمتی سے اسی شکل میں لکھی گئی ہے۔ 3.12 پہلے سے ہی اس شکل میں ہے
کی pxdx ہے ہمیں انٹیگرل pxdx اتنا انٹیگرل p کا x مربع مائنس 1۔ لہذا x پر x مربع مائنس 1 ٹھیک ہے x پر xx کا p تو کیا ہے
گنتی کرنی ہے لہذا میں نے اسے قدرے مختلف شکل میں لکھا ہے ۔ واضح وجوہات کی بنا پر 2 سے ضرب اور تقسیم کیا جاتا ہے اور میں واضح
وجوہات کی بناء پر عدد کے ساتھ ساتھ ڈینومینیٹر کے نشان کو دوبارہ تبدیل کرتا ہوں یاد رکھیں کہ ہماری تفریق مساوات وقفہ مائنس 1 سے 1 پر
کی حد -1 سے 1 تک ہے x بیان کی گئی ہے لہذا
کو 1 مائنس ایکس اسکوائر پر انٹیگریٹ کرتے ہیں اور انٹیگرل لاگ موڈ 1 مائنس ایکس اسکوائر ہے x dx تو کیا ہیں؟ ہم مائنس 2
نصف px dx سے 1 تک چلتا ہے۔ لہذا انٹیگرل -1 x تو پھر موڈ لگانے کی ضرورت نہیں ہے کیونکہ 1 مائنس ایکس اسکوائر مثبت ہے جب
ہے۔ لاگ 1 مائنس ایکس اسکوائر کیا ہے
کا e مربع کیا ہے x کا پاور ہاف لاگ 1 مائنس e سے کیا حساب دینا چاہئے وہ pxdx کو پاور انٹیگرل e یا x کا pxdx تو ہمیں انٹیگرل
x مائنس 1 x کی اگلی سلائیڈ px dx مربع 1 کا مربع جڑ مائنس ایکس مربع وہی ہے جو آپ دیکھتے ہیں۔ انٹیگرل x پاور ہاف لاگ 1 مائنس
مربع کے مربع جڑ سے ضرب کرنا چاہئے اور بائیں ہاتھ کی طرف ہمیشہ x مربع کے مربع جڑ کے برابر ہے ہمیں اب تفریق مساوات کو 1 مائنس
مربع ختم ہو جائے گا کیونکہ آپ 1 x مائنس 1 x کی طرح ایک درست مشتق اور مساوات کا دائیں ہاتھ کی طرف بن جائے گا۔ 3.12 1 آن روٹ

رہ گیا ہے لہذا بائیں ہاتھ کی طرف ایک x سے پاور 4 جمع 2 x مربع کے مربع جڑ سے ضرب کر رہے ہیں اور آپ کے پاس صرف x مائنس
جڑ 1 y تک ضم کرنا ضروری ہے لہذا کیلکولس کے بنیادی تھیورم کا استعمال کریں یہ x عین مشتق بن گیا ہے لہذا آپ اس مساوات کو 0 سے
کا 0 ہے 0 تاکم دوسری اصطلاح 0 سے آنے والی y ہے 0 کو یاد رکھیں 0 y مربع مائنس 0 کا 1 کے مربع جڑ میں ہوگا لیکن 0 کا x مائنس
تک طاقت 4 جمع xt کے 0 جمع انٹیگرل 0 سے f مربع کے برابر x کا جڑ 1 مائنس f کا x اصطلاح 0 ہو جائے گی۔ اس لیے آپ کو صرف
مربع بلاشبہ آپ sx 1 مربع اس کے بعد آپ 1 منٹ کے مربع جڑ سے تقسیم کریں گے x کے برابر ہے۔ پاور 5 بائی 5 جمع 2 t dt f 0
مربع کے مربع جڑ سے تقسیم کرنے جا رہے ہیں لیکن نوٹ کریں کہ آپ کو دو اصطلاحات ملیں گی ایک اصطلاح ایک عجیب فعل ہے x مائنس
کی طاقت کے برابر فعل ہو گی۔ 5 اب ایک طاق فنکشن کو جنم دے گا جب آپ ایک طاق فنکشن کو مائنس روٹ 3 بائے 2 سے x دوسری اصطلاح
روٹ 3 بائی 2 میں ضم کریں گے

تک انٹیگرل کا دوگنا ہے آپ کو قطعی انٹیگرلز کی ان خصوصیات کا a تک 0 انٹیگرل ہو جائے گا۔ ایون فنکشن 0 سے a سے a تو جواب مائنس
مربع کے عنصر کے ساتھ x پر 1 مائنس dx مربع x 2 x علم ہے اور ہمیں اسے استعمال کرنا چاہئے لہذا آپ کو صرف 0 سے جڑ تک 3
کو سائن تھیٹا کے برابر x انٹیگرل ملے گا۔ 2 ڈالا کیونکہ یہ ایک یکساں فنکشن ہے اس انٹیگرل سے نمٹنے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ
تھیٹا کی اصطلاح منسوخ ہو جائے گی آپ کو صرف 2 سائن اسکوائر cos تھیٹا ہے cos تھیٹا ڈی تھیٹا ہے ڈینومینیٹر بھی dx cos ڈالیں پھر
تھیٹا اور آپ آسانی سے انضمام کر سکتے ہیں اور یہ us cosine 2 تھیٹا کتنا آسان 2 سائن اسکوائر تھیٹا 1 منٹ ہے۔ d تھیٹا مل جائے گا
آپ کے لیے پہلی مشق ہے کہ آپ اس انٹیگرل کی قدر کا حساب لگائیں اس لیے جی کے مسائل کافی آسان ہیں ایسا لگتا ہے کہ ٹھیک ہے آئیے اگلے
کے پیپر ون کی طرف چلتے ہیں j 2016 مسئلے

کو یاد x پر x کے y پرائم مساوی 2 مائنس y تو کچھ نوٹیشنل تبدیلیوں کے ساتھ۔ تفریق مساوات 0 انفینٹی پر دی گئی ہے اور یہ پڑھتا ہے
کے طور پر دوبارہ لکھیں۔ q برابر ey پلس dx بذریعہ dy کو بائیں طرف لانا چاہئے ہمیشہ تفریق مساوات کو x پر yx رکھیں کہ مائنس
پر بائیں طرف x کو yx سب سے پہلے کرنا ہے اور میں پہلے ہی کر چکا ہوں کہ حل کے عمل میں میں نے سب سے پہلے یہ کیا کہ میں نے
ہے لہذا آپ کو تفریق x x کا x ہے اور لاگ x کا مکمل لاگ px dx ہے اور x پر 1 p کا x لانا ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ
کا مشتق ہے دائیں ہاتھ کی طرف x میں y کا x سے ضرب کرنا چاہئے اور بائیں ہاتھ کی طرف ایک عین مشتق بن جائے گا یہ x مساوات کو
ٹھیک ہے xیقیناً 2

تو اب کوئی ابتدائی شرط نہیں۔ آئیشنز ٹھیک ہیں

تو آئیے کہتے ہیں کہ ہم 0 انفینٹی پر کچھ آسان پوائنٹ لیں پوائنٹ 1 لیں پوائنٹ ایکس کو 1 کے برابر صرف سادگی کے لیے لیں اور کچھ قدر دیں
کچھ ہے حقیقی نمبر a ایک ہے جہاں y آئیے ہم فرض کریں کہ 1 کا

انٹیگریٹ انٹیگریٹ x کے برابر اس کو 1 سے xملی 2 ddx کی یہ مساوات xy کے برابر ملی، ہمیں ddx 2x کی یہ مساوات xy تو ہمیں
ہے a کا 1 y کا بنیادی تھیوری استعمال کرتے ہیں لیکن y مائنس xyx تک اور آپ کیلکولس x سے 1
x کے برابر ہے 1 سے dx xایک جمع انٹیگرل 2 x کا x تو آپ کو کیا ملے گا
مربع مائنس 1 ہے x تو یہ
ہوگا x مربع مائنس 1 پر x جمع x ایک پر a دیتا ہے y کا x تو آخری ڈسپلے آپ کو
سے تقسیم کرتے ہیں x تو آپ

xxy پرائم کی حد کا حساب کرتے ہیں 1 کے y اور پھر آپ x مائنس 1 پر x کے برابر x کے برابر a کیا ملتا ہے y کا x تو آپ کو
پرائم کا استعمال کرتے ہوئے سلائیڈ میں آخری ڈسپلے اور میں چاہوں گا کہ آپ ان حدود کا حساب لگائیں اور سوال کا y کے مربع xx کے 1 پر
مربع کے برابر آسان بناتا ہے یہ ہو جائے گا اگر x کو xyx جواب دیں اب نوٹس کریں کہ اگر ایک 1 کے برابر ہے پھر دائیں ہاتھ کی طرف دائیں
کے برابر نہیں ہے 1 پھر کیا ہوتا a کے برابر ملے گا اگر x کے برابر x منسوخ ہو جائے گا اور دوسری طرف آپ کو x ہوتا ہے اور a 1
کے برابر نہ ہو a 1 ہے جب

پر مائنس 1 x ٹرم کوئی مسئلہ نہیں ہے کیونکہ یہ 0 سے 2 پر پابند ہونے والا ہے لیکن x جمع x پلس x مائنس 1 ہو جائے گا y کا x تو
پر جاتا ہے یہ یا 0 x پر جاتا ہے جیسا کہ 0 x کیا ہوتا ہے جیسا کہ

تو پلس انفینٹی پر جائے گا یا یہ مائنس 1 کی اصطلاح کی علامت کے لحاظ سے مائنس انفینٹی پر جائے گا ۔ لہذا اگر آپ اصل پیپر میں سوال کو
دیکھیں

ایک کے برابر نہیں ہے جو ایک کے برابر نہیں ہے اب آپ سمجھ گئے ہیں کہ اصل سوالیہ پرچہ میں یہ استثنا کیوں دیا f تو یہ کہتا ہے۔ ایک کا
گیا ہے لہذا میں نے اسے اس سلائیڈ میں تبصرہ کے طور پر لکھا کہ 1 کے برابر کے ساتھ حل ہے۔ 0 سے 2 پر پابند ہے بصورت دیگر حل ہے
e برابر ential equation dy by dx plus 2 xy تک پہنچتا ہے۔ فرق کے لیے اگلا سوال لیں۔ 0 x حد ہو جاتا ہے جیسے ہی
پلس انفینٹی کی طرف جاتا ہے x مربع کیا یہ سچ ہے کہ تمام حلوں کی ایک حد ہوتی ہے کیونکہ plus x مربع پر 1 x مائنس to power 2
px dx کا پاور انٹیگرل e مربع ہے اور px dx x ہے کیا انٹیگرل px 2x آپ اسے کیسے کریں گے یہ ایک لکیری تفریق مساوات ہے کیا
مربع ہے x کا پاور e

سے ضرب کرنے جا رہے e مربع سے ضرب دیں گے ' تفرقی مساوات کو x سے پاور e تو آپ کیا کرنے جا رہے ہیں آپ تفریق مساوات کو
مربع سے ملے گا x بائیں ہاتھ کے پاور d dx اسکوائرڈ پاور سے آپ کو آپ کا x ہیں

تو آئیے دیکھتے ہیں کہ اس مسئلے کو کیسے کیا جائے

مربع پر یہ ایک لکیری x مربع پر 1 جمع x کے پاور e 2 مائنس برابر ہے xy جمع 2 dx ہے۔ بذریعہ dy تو یہ دی گئی تفریق مساوات
مربع ہے x ہے px dx انٹیگرل xہے 2 px px تفریق مساوات ہے جو آپ کا

مربع اگر ہم یہ x سے پاور e کی تفریق مساوات e مربع کا کیا ہے اگلا مرحلہ ضرب ویں x کا کفایتی ہے integral px dx تو
کرتے ہیں کہ ہم کیا حاصل کرنے جا رہے ہیں

سے ضرب کرنے کے بعد 3.4 کے بائیں ہاتھ کی طرف ایک عین e تو ہم مساوات 3.14 حاصل کریں گے بائیں ہاتھ کی طرف ہمیشہ کی طرح
کا e اسکوائر کا جو دائیں ہاتھ کی طرف ہوتا ہے یقیناً دائیں ہاتھ کی طرف x بن جائے گا پاور d dx مربع آپ کا x مشتق ہو جائے گا۔ پاور
مربع بن جاتا ہے اگلا مرحلہ کیا ہے اگلا مرحلہ کیا ہوگا 3.14 پرائم کو انٹیگریٹ کرنے کے لیے ہم یہ کرتے x مربع پر 1 جمع x پاور مائنس
ہیں کہ ہم دونوں اطراف کو انٹیگریٹ کر سکتے ہیں لیکن ایک چھوٹا سا مسئلہ ہے کہ دائیں ہاتھ کے انٹیگرل کو بند شکل میں شمار نہیں کیا جا سکتا
کے غیر معینہ انضمام کا حساب نہیں کر سکتے ہیں واضح طور پر e ہے آپ

تو ہمیں کیا کرنا ہے ہمیں قطعی انٹیگرلز کو طے کرنا ہے ٹھیک ہے ہم صرف اتنا کر سکتے ہیں کہ ہمیں قطعی انٹیگرلز کا استعمال کرنا چاہیے
سے زیادہ ہے اور آپ کو کیا ملتا ہے xوقفہ pr ime 0 تو آئیے مندرجہ ذیل کرتے ہیں آئیے ہم مساوات کے دونوں اطراف کو ضم کریں 3.14
کیلکولس کا بنیادی نظریہ استعمال کرتے ہوئے آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے جب آپ ایک مشتق کو ضم کرتے ہیں

کے ساتھ ضم کر رہے ہیں d dx تو کیلکولس کا بنیادی تھیورم دیتے ہیں جو آپ انضمام کر رہے ہیں آپ اس چیز کو ضم کر رہے ہیں جسے آپ

پاور ایکس اسکوائرڈ
مربع t تک پاور مائنس xe پر قیمت 0 سے y کے دائیں ہاتھ کی 0 y اسکوائر مائنس میں مل جائے گا 0 x تو آپ کو جو ملے گا آپ کو پاور
کے 0 کے مائنس ایکس اسکوائرڈ کے ایکسپنینشل اور y کے برابر y کے x مربع ٹھیک ہے تھوڑی سی دوبارہ ترتیب آپ کو t پر 1 جمع dt
اسکوائر پر دیں گے جو کہ مساوات t پر 1 پلس dt مربع t میں پاور مائنس xe اسکوائر کے ایکسپونینشل کو انٹیگرل 0 سے x مائنس
انفینٹی میں جاتا ہے اور دیکھیں کہ 3.14 ڈبل پرائم x ڈبل پرائم ہے جو سلائیڈ میں دکھائی گئی ہے ۔ اب ہمیں حد سے گزرنا ہوگا کیونکہ 3.14
پر مربع جاتا ہے 0 x پاور مائنس e کے دائیں ہاتھ کی پہلی اصطلاح کیا ہوتا ہے جو 0 کی اس سلائیڈ میں سرخ رنگ میں لکھا ہے ایک مستقل اور
اسکوائر سے 0 تک جاتی ہے۔ اب آئیے دوسری ٹرم پر ایک نظر ڈالتے ہیں x پاور مائنس y کی پہلی ٹرم e سے بہت تیزی سے اس ٹرم میں 0
مربع t پر 1 پلس dt مربع xe to the power minus t اسکوائر کو انٹیگرل 0 میں x کیا ہے پاور مائنس e ٹھیک ہے دوسری ٹرم
کے لیے 1 سے کم یا اس کے برابر ہے لیکن اس t مربع تمام t کی طاقت مائنس e آئیے دیکھتے ہیں کہ اس کا کیا ہوتا ہے ہم جانتے ہیں کہ
مربع کیا ہے مثبت t t سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آپ کا
مربع 1 سے کم یا اس کے برابر ہے t کا پاور مائنس e تو
مربع 1 سے کم یا برابر 1 t مربع 1 جمع t کی طاقت مائنس e تو آپ کو کیا ملے گا کہ آپ کو عدم مساوات 0 سے کم یا اس کے برابر ہے
مربع t جمع
مربع جو کہ غیر منفی ہے انٹیگرل 0 سے d پر 1 جمع dt مربع t کا کیا انٹیگرل حاصل کرتے ہیں پاور مائنس e تو آپ کو ضم کریں کہ آپ
کا ٹین الٹا ہے اور ہر کوئی جانتا ہے x مربع ہر کوئی انضمام کر سکتا ہے ۔ دوسرا انٹیگرل جو کہ t سے کم یا اس کے برابر ہے 1 جمع x dt
سے۔ pi 2 سے eq ual کا ٹین انورس کم ہے یا x کہ
مربع انٹیگرل 0 x سے 0 کم یا برابر طاقت مائنس e مربع سے ضرب کرنے کے بعد کیا حاصل ہوتا ہے ہمیں x سے ضرب مائنس e تو ہمیں
مربع x سے پاور مائنس e سے pi 2 اسکوائر کم یا برابر d جمع dt by 1 مربع سے کیا ملتا ہے؟ t سے پاور مائنس xe سے
مربع 0 پر جاتا ہے x کی طاقت مائنس pi by 2 e صحیح سب سے زیادہ چیز
تو سینڈوچ تھیوریم کے ذریعہ درمیانی اصطلاح بھی جاتی ہے 0 تک اور ہمارا کام کیا جاتا ہے یعنی 3.14 ڈبل پرائم کے دائیں طرف دونوں
انفینٹی میں جاتا ہے اور ہم نے اس سوال کا جواب دیا ہے جو پیش کیا گیا ہے کیا یہ سچ ہے کہ تمام حل کی ایک x اصطلاحات 0 پر جائیں کیونکہ
کی طرف ہوتا ہے لامحدودیت ہاں نہ صرف یہ کہ ہم جانتے ہیں کہ اس حد کو صفر ہونا چاہیے تمام حل درحقیقت صفر پر x حد ہوتی ہے جیسا کہ
لامحدودیت کی طرف جاتا ہے، ہم نے حقیقت میں یہ نوٹس قائم کیا ہے کہ ہم ایک ایسے مرحلے پر پہنچ چکے ہیں جہاں ہم x جاتے ہیں کیونکہ
اس انٹیگرل کو واضح طور پر شمار x مربع 0 سے t پر 1 جمع dt مربع t واضح طور پر انٹیگرلز کی گنتی نہیں کر سکتے ۔ پاور مائنس
نہیں کیا جا سکتا حتمی جواب کو ایک قطعی انٹیگرل کے طور پر لکھنا ہوگا ٹھیک ہے اب آتے ہیں اس برنولی مساوات کی طرف یہ اس مساوات 3.15
یہ لکیری n کی طاقت کے برابر ہے qx y کے ذریعے دکھائی گئی ہے۔ dx plus pxy میں dy کی ایک برنولی مساوات ہے جو سلائیڈ
وقفہ پر لگاتار ہے میں نے کہا کہ ہم برنولی مساوات کو ایک لکیری مساوات میں کم کرنے جا رہے ہیں سب qx کا بند کزن ہے اور px مساوات
ہے یہ پہلے سے ہی ایک لکیری مساوات ہے qx ہے پھر دائیں ہاتھ کی طرف صرف n 0 سے پہلے اگر
ہے n 1 تو اسے کم کرنے کی ضرورت نہیں اگر
میں 0 کے برابر لکھیں۔ یہ ایک بار qx y مائنس px پلس dx بذریعہ dy کی اصطلاح کو بھی بائیں ہاتھ کی طرف لائیں اور اسے qx تو
کے برابر 1 غیر دلچسپ ہیں کیونکہ یہ پہلے ہی لکیری معاملے میں جمع n کے برابر 0 اور n پھر ایک لکیری مساوات ہے لہذا یہ دو صورتیں
اور 1 سے مختلف ہے ۔ n 0 ہو چکے ہیں اور بحث ختم ہو چکی ہے لہذا اب بحث کو مزید آگے بڑھانے کے لیے آئیے فرض کرتے ہیں۔ ٹوپی
dx لکھیں y پر 1 پر ndy سے تقسیم کریں اور پاور y کو n اور 1 سے مختلف ہے اور اس لیے اب ہم پاور n 0 تو آئیے فرض کریں کہ
y کو u دائیں ہاتھ کی طرف کو الگ کر دیا گیا ہے اب آگے کیا ہوگا اگر میں qx برابر ہے n سے پاور 1. مائنس y میں y سے px پلس
کے برابر کر دوں n کے برابر طاقت 1 مائنس
تقسیم کرتے ہیں تفریق n سے اس قوت کو y تو 1 3.15 ایک لکیری تفریق مساوات بن جائے گا آئیے دیکھتے ہیں کہ ایسا کیسے ہوتا ہے ہم
n سے پاور 1 مائنس pxy پلس dx سے ndy حاصل ہوتا ہے y اور ہم کیا حاصل کرتے ہیں ہمیں 1 پر n پاور y مساوات 3.15 بذریعہ
ny چین رول 1 مائنس dx بذریعہ du تاکہ n کے برابر رکھیں پاور 1 مائنس y اصطلاح کو سرخ رنگ میں دیکھیں اب یو کو qx برابر
کا استعمال کرتے ہوئے برابر ہو dx بذریعہ dy میں n سے پاور مائنس
تو آپ پہلی دکھائی گئی مساوات میں سرخ رنگ میں دو اصطلاحات کا موازنہ کریں دوسری ظاہر کردہ مساوات سے ظاہر ہے کہ ہم جا رہے ہیں
پہلی مساوات میں بدلنے کے لیے
میں بدل جاتی ہے qx برابر pxu پلس dx سے n du تفریق مساوات 1 پر 1 مائنس ential equation تو فرق کے ساتھ کیا ہوتا ہے۔
سے ضرب کریں اور دیکھیں ان کو ایک لکیری تفریق مساوات بھی ملی ہے میں آپ کو یاد دلاتا ہوں کہ ہم نے فرض کیا lo اور n اب آپ 1 مائنس
کے برابر نہیں ہے کیونکہ یہ دونوں صور n 0 برابر نہیں ہے 1 سے اور ہم نے فرض کیا کہ n ہے کہ
توں میں تفریق مساوات 3.15 پہلے سے ہی لکیری ہوگی اور تفریق مساوات کو تبدیل کرنے کی ضرورت نہیں ہے لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ برنولی
وارننگ کا لفظ اس سلائیڈ میں سرخ رنگ میں نظر آتا ہے ہم فرض کر رہے a مساوات کو لکیری مساوات میں کیسے کم کیا جائے بالکل ٹھیک اور
کی طاقت سے تقسیم کر رہے ہیں n کو y نہیں ہے کیونکہ ہم 0 y کا x ہیں کہ
مثبت ہے n تو اگر
ہے ہم مصیبت میں پڑنے والے ہیں لہذا ہم ایک مفروضہ بنانے جا رہے 0 y کی x y کی مثبت قوت سے تقسیم کر رہے ہیں اور اگر y تو ہم
برابر 0 x کا y نہیں ہے۔ فرض کریں کہ آپ کو ابتدائی شرائط دی گئی ہیں جیسے کہ 0 y کا x ہیں کہ
تو ہم یہ طریقہ استعمال نہیں کر سکتے
ایک لکیری مساوات پر uced تو آپ دیکھیں گے برنولی مساوات آسانی سے سرخ ہو سکتی ہے۔
کے برابر 0 minus yy of میں 1 y کے برابر dt کو dy تو آئیے ایک مثال لیتے ہیں آئیے ایک معصوم نظر آنے والی تفریق مساوات
نہیں 0 کے برابر کرتے ہیں اسے متغیرات کی علیحدگی کے طریقہ کار سے حل کریں اور اسے برنولی مساوات کے طور پر حل کریں۔ مساوات
مربع سے تقسیم کرنے کی اجازت دیتی ہے لہذا y کے برابر نہیں 0 ہمیں 0 y کی شرط y مربع کیا ہے y مائنس y برابر dt بذریعہ dy
کے برابر 1 y مربع جمع 1 ملتا ہے y پرائم بذریعہ y مربع سے تقسیم کرتے ہیں اور آپ کو مائنس y آپ تفریق مساوات 3.16 کو
کے برابر 1 ڈالتے ہیں y کے برابر 1 ڈالتے ہیں اگر آپ y تو یہ ایک اچھی معصوم نظر آنے والی مساوات ہے اب آپ
ہوتا ہے du by dx اسکوائر y پرائم بذریعہ y تو مائنس
کے برابر ہے جس کا حل فوری طور پر کیا جا سکتا ہے کیونکہ یہ ایک لکیری تفریق u 1 تو تفریق مساوات یو پرائم پلس میں بدل جاتی ہے۔
کے x طاقت مائنس ce جمع u 1 کیا ہے یہ u مساوات ہے جس سے آپ لکیری مساوات کو حل کرتے ہیں اور آپ کو حاصل ہوتا ہے کہ
y مل گیا لہذا آپ کو اپنا u برابر ہے اور اس طرح آپ کو اپنا

ایک برنولی مساوات کے طور پر اور میرا خیال ہے کہ آپ مجھ سے اتفاق کریں گے کہ یہ متغیرات کو الگ کرنے olved 3.16 تو آپ ایس
y مربع مائنس x جمع xydx کے طریقہ سے کہیں زیادہ آسان ہے آئیے دو مزید مشقیں کرتے ہیں درج ذیل ہم جنس مساوات کو حل کریں 2
برابر 0 مساوات 3.17 اب میں آپ سے کہہ رہا ہوں کہ اسے ایکس میں برنولی مساوات کے طور پر حل کریں مشاہدہ کریں کہ 3.17 dy مربع
ایک یکساں مساوات ہے جسے آپ پہلے ہی جانتے ہیں کہ 3.17 کو یکساں مساوات کے طور پر کیسے حل کرنا ہے لیکن میں آپ سے کہہ رہا ہوں
کہ اسے یکساں مساوات کے طور پر نہیں بلکہ برنولی مساوات کے طور پر حل کریں۔ آئیے دیکھتے ہیں کہ اسے کیسے کرنا ہے
برابر 0۔ dy مربع y مربع مائنس x جمع xydx تو کیا مساوات ہے 2
لکھیں dy بذریعہ dx تو آئیے اسے
یہ وہی مساوات ہے جو 3.17 ہے اور اسے 3.17 پرائم کہتے ہیں x بوقت 2 y برابر y لکھیں 2 x جمع dy بذریعہ dx تو آپ اسے
برابر ہے pyx پلس dy بذریعہ dx میں ایک برنولی مساوات ہے اس کی شکل ہے x بالکل ٹھیک ہے لہذا آپ دیکھیں گے کہ یہ تفریق مساوات
مائنس 1 ہے اس صورت میں n جہاں n پاور qyx
پر رکھیں اور پھر آگے بڑھیں کیا آپ u برابر n کو طاقت 1 مائنس x سے تقسیم کیسے کریں گے اور n کی طاقت x تو آپ اس مساوات کو
کے خیال میں اسے برنولی مساوات کے طور پر حل کرنا یکساں مساوات کے طور پر حل کرنے سے آسان ہے 3.17 دونوں طریقوں سے دونوں
e secant y to e to power کے برابر dx plus 2 x tan y کو حل کریں dy طریقوں سے حل کریں اور آپ تفریق مساوات
کچھ ہوتا ہے cos y مربع اوہ یہ تھوڑا خوفناک لگتا ہے یہ ہے لیکن مشاہدہ کریں کہ اگر آپ ضرب کریں بذریعہ x مائنس
مربع x مائنس secant ye to the power برابر ہے dy by dx plus 2 x tan y تو مساوات کیا ہے
سے cos y تو کیا تجویز کیا گیا تھا ضرب
سے ضرب کرتے ہیں cos تو جب آپ
اور دائیں طرف سے ydy by dx plus 2 x tan y cos y sine y میں ملتی ہے cos تو کیا ہوتا ہے آپ کو یہ اصطلاح سرخ
du by dx پھر کیا ہے sine y equals u بنتا ہے آپ کو مساوات 3.18 پرائم ملتا ہے اب آئیے ڈالتے ہیں secant y cos y 1
cos ydy by dx ہے du by dx
du کی اصطلاح بھی ہے۔ سرخ رنگ میں لکھا گیا ہے لہذا تفریق مساوات 3.18 پرائم کا کیا ہوتا ہے یہ لکیری مساوات cos ydy by dx تو
مربع میں بدل جاتا ہے اور آپ جان سکتے ہیں کہ اس مساوات سے کیسے نمٹا جائے یہ ایک x کے پاور e مائنس برابر xu پلس 2 dx میں
لکیری تفریق مساوات ہے ٹھیک ہے
تو مجھے لگتا ہے کہ اس سلائیڈ کے ساتھ میں آپ کو آج کے لیکچرز روک دوں گا۔