تفریق مساوات پر اس سیریز کے چھٹے لیکچر میں خوش آمدید لہذا ہم یکساں مساوات کا مطالعہ جاری رکھیں گے جہاں سے ہم نے پچھلی بار
دیے گئے تھے۔ کہنے کا مطلب g اور f چھوڑا تھا یاد رہے کہ پچھلی بار ہم نے انفینیٹیز کے موازنہ کے بارے میں بات کی تھی جو دو فنکشنز
اسی جگہ لامحدود پر جاتا ہے ہم نے پچھلی بار ان مسائل میں g سے سست اور f یا g سے تیز یا g لامحدودیت پر جاتا ہے f یہ ہے کہ
سے کچھ پر بات کی تھی
تو آئیے اس معاملے پر ایک اور مثال لیتے ہیں تاکہ لامحدودیت اور تفریق کے احکامات مساوات
میں ہم اس تفریق مساوات کو پہلے y x پر 1 جمع y برابر dx بذریعہ dy تو آئیے دیکھتے ہیں ایک معصوم نظر آنے والی تفریق مساوات
سے بڑا ۔ ٹھیک ہے 0 y سے بڑا اور 0 x کواڈرینٹ میں دیکھ رہے ہیں یعنی
تو مساوات 2.11 جو آپ سلائیڈ میں دیکھ رہے ہیں ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے لہذا آپ اچھی طرح سے پوچھ سکتے ہیں کہ کیا کرنا ہے
کیا یہ سب آسان نہیں ہے لیکن آئیے مساوات 2.11 پر ان مشقوں کو دیکھتے ہیں پہلی مشق تلاش کرنا ہے۔ 2.11 کا حل اور پھر یہ ظاہر کرنے
کے لیے کہ حل محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف نہیں جا سکتا اور پھر آپ کو یہ دکھانا ہوگا کہ حل لاگ ایکس کی طرح لامحدودیت کی طرف
جاتا ہے کہنے کا کیا مطلب ہے کہ حل لامحدودیت کی طرف جاتا ہے۔ لاگ ایکس کے طور پر ایک ہی شرح اس کا مطلب ہے کہ لاگ ایکس پر ایکس کا
کے برابر نہیں ہوتا ہے لاگ ایکس پر موجود ہوتا ہے اور غیر صفر ہوتا ہے اور y یاد کریں ایک مستقل حد تک جاتا ہے جو صفر کی حد y تناسب
کو دیکھنے کا ہے۔ لاگ لاگ ایکس پر ایکس مائنس لاگ ایکس اور آپ سے حد تلاش کرنے کو کہا جائے گا کیونکہ اگر یہ حد غیر y پھر اگلا مسئلہ
صفر ہے
تو آپ کہیں گے کہ y کا x مائنس لاگ x مائنس لاگ لاگ x یا x کی طرح برتاؤ کرتا ہے y کا x برتاؤ کرتا ہے۔ log x plus log
آئیے اس دل لگی مشق کو آزماتے ہیں یہ مشکل نہیں ہے یہ مشکل دکھائی دے سکتا ہے لیکن یہ واقعی مشکل نہیں ہے تفریق مساوات ایک log x
متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے
تو آپ کیا کرنے جا رہے ہیں آپ متغیرات کو الگ کرنے جا رہے ہیں اور آپ فوری طور پر انضمام ہو جائیں گے یعنی آپ تقسیم کریں گے۔ e
سے ضرب دیں گے اور آپ درست انضمام کریں گے اور آپ چیزوں کو ضم کر رہے ہوں گے جیسے y آپ 2.11 کو 1 جمع y بذریعہ 2.11
وغیرہ x پر 1 y
پر 1
یہ بہت آسان ہے۔ اب یہاں سے مساوات دیکھ رہے ہیں ہمیں ان سوالات log x جمع c برابر y جمع لاگ y تو آپ کو یہ مساوات ملے گی
محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف نہیں جا سکتا ٹھیک ہے ہم اسے تھوڑی تفصیل y کا x کے جوابات دینے ہیں آپ کو یہ ظاہر کرنا ہے کہ
سے دیکھتے ہیں ہاں ہم یہاں ہیں
لامحدود وقت کی لامحدود مقدار میں فرار y کا x ابھی فرض کریں کہ plus log x ملی c برابر y جمع لاگ y تو ہمیں یہ مساوات
ہے جمع انفینٹی تک جاتا ہے y کا ایک محدود عدد x اس طرف جاتا ہے جہاں x ہوتا ہے اس کا کیا مطلب ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ جیسا کہ
جاتا ہے y کا x اگر
بھی انفینٹی میں جاتا ہے اس مساوات کا بائیں ہاتھ انفینٹی میں جاتا ہے y بھی انفینٹی پر جاتا ہے y تو کیا ایسا ہو سکتا ہے پلس انفینٹی میں پھر لاگ
اور دائیں ہاتھ کا حصہ مستقل کی طرف جاتا ہے یہ کیسے ممکن ہے کہ ایک سائیڈ انفینٹی میں جائے اور دوسری طرف ایک محدود حد جو جی آئی
آپ کا تضاد ہے ve گی۔
محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف نہیں جا سکتا مجھے ایک قدرے مختلف دلیل دی گئی ہے لیکن یہ اس کے مترادف ہے جو میں نے y کا x تو
دائیں y بذریعہ y میں 1 جمع لاگ y اس سلائیڈ میں کیا ہے وہ یہ ہے کہ میں نے صرف بائیں ہاتھ سے لکھا ہے۔ قدرے مختلف شکل میں
سے آہستہ y انفینٹی پر جاتا ہے y انفینٹی پر جاتا ہے اور پچھلی بار ہم نے دیکھا ہے کہ لاگ y تو
پر جائے گا 0 y بذریعہ y تو لاگ
سے کنورج ہو جائے گا 1 y بذریعہ y تو 1 جمع لاگ
انفینٹی پر جائے گا y تو یہ قوسین 1 پر جائے گا۔ اور
تو بائیں ہاتھ کی طرف انفینٹی پر جائے گا
نہیں کر سکتا y کا x تو دائیں ہاتھ کی طرف محدود حد تک جائے گا یہ ایک تضاد ہے اس لیے ہم نے سوال کا فوراً جواب دیا ہے ہم دیکھتے ہیں کہ
انفینٹی میں جاتا ہے x لامحدود وقت میں لامحدودیت کی طرف فرار اگلا سوال یہ تھا کہ جب
لامحدودیت میں جاتا ہے x تو کیا ہوتا ہے جب
تھی مجھے یہاں آپ کے لئے صرف dy کے ذریعہ dx تو کیا ہوتا ہے سب سے پہلے اچھی طرح سے نوٹ کریں کہ تفریق مساوات dy by
مثبت ہے x میں درست کریں کہ یہ تفریق مساوات تھی کہ کیا ہیں اور ہم کہاں ہیں جہاں y کو 1 جمع x کے برابر ہے۔ dx y لکھنے دیں۔
بھی مثبت ہے y اور
تو تفریق مساوات کیا ہیں آپ کو بتائیں کہ یہ آپ کو بتاتا ہے کہ مشتق ہمیشہ مثبت ہوتا ہے
تو مونوٹون کیوں بڑھ رہا ہے؟ اگر آپ کے پاس مونوٹون بڑھنے کا فنکشن ہے یا
تو اس کی ایک محدود حد ہونی چاہیے یا اسے لامحدود تک جانا چاہیے اس کے لیے کوئی دوسرا راستہ درست نہیں ہے
ظاہر کرنا ہوگا ایک محدود y کا x انفینٹی پر جاتا ہے جس کا مطلب ہے کہ ہمیں y کا x تو اب اگلے سوال میں سے ایک یہ ظاہر کرتا ہے کہ
ایک محدود حد لاگ پر جاتا ہے y کا x حد تک نہ جائیں یہاں مساوات کو دیکھیں اگر
لامحدودیت کی طرف جا رہا ہے۔ x ایک مستقل ہے اور c کی ایک محدود حد ہوگی y جمع لاگ y بھی ایک محدود حد تک جائے گا لہذا y تو
لہذا لاگ ایکس انفینٹی میں جا رہا ہے
تو پھر آپ کو ایک تضاد ملے گا
کو بھی لامحدودیت میں جانا چاہئے لیکن جو سوال آپ y انفینٹی میں جاتا ہے لازمی طور پر x تو یہ کیا ہے کہ ہم نے یہ نتیجہ اخذ کیا ہے کہ
اسی شرح پر x لاگ x کا x اندر ہوتا ہے۔ اسی شرح پر فائنٹی جس طرح لاگ y کا x سے پوچھتا ہے وہ آپ کو دکھانے کے لئے کہتا ہے
انفینٹی x پر جاتا ہے جیسا کہ x انفینٹی لاگ x انفینٹی میں جاتا ہے جیسا کہ y کا x لامحدودیت کی طرف جاتا ہے جو ہم نے ابھی دکھایا ہے
لامحدودیت پر جاتا ہے x کے تناسب کو ضرور دیکھیں اور دیکھیں کہ جب yx پر جاتا ہے اب ہم لاگ ایکس پر
کی طرف جاتا ہے، صرف yx لاگ ایکس پر انفینٹی x تو تناسب کا کیا ہوتا ہے، آئیے دیکھتے ہیں کہ ہمیں اس تناسب کی حد کو دیکھنا ہوگا کیونکہ
پرائم ملتا ہے یا آپ اس حد y پر x کے اصول کو لاگو کریں جس سے آپ کو 1 پر l'hopital کے اصول کو لاگو کریں l'hopital
پرائم کیا ہے تفریق مساوات پر واپس جائیں کیا تفریق مساوات دوبارہ xy فائی پرائم کی طرف جاتا ہے لیکن x انفینٹی x کو دیکھ رہے ہیں کیونکہ
درست یہ ایک تفریق مساوات ہے y میں 1 جمع x کے برابر y پر y ہے dy by dx یہ
y پر 1 جمع x y پرائم کیا ہے xy پرائم میں xy تو
اسی شرح سے لامحدود پر جاتا y کا x کا ایک اور اطلاق آپ کو دیتا ہے لہذا ہم دیکھیں کہ L'hopital ہے y پر 1 جمع y پرائم xy تو
جس طرح لاگ x ہے تناسب g ہوتا ہے۔ oes to one

علام y کا x تو ہم کہتے ہیں کہ
لکھیں گے اگلی چیز جو ہمیں کرنے کی ضرورت ہے وہ حد کو y کا x wiggles log x کی طرح برتاؤ کرتا ہے ہم log x توں میں
کے l'hopital اب آپ کیسے جانتے ہیں کہ ہم log log x کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے۔ x مائنس لاگ x x دیکھنا ہے کیونکہ
مائنس y انفینٹی پر جاتا ہے آنیے اگلی سلائیڈ پر دیکھتے ہیں کہ x مائنس لاگ yx اصول کو لاگو کر سکتے ہیں آپ کو کیسے معلوم ہے کہ عدد
ایک مستقل ہے اور ہم uc ایک مستقل دماغ ہے yc کے برابر ہوگا مائنس لاگ log x c مائنس کو دیکھیں y کیا ہے اس مساوات x لاگ
انفینٹی میں جاتا ہے y کا x پہلے ہی جانتے ہیں کہ
مائنس انفینٹی پر جائے گا y مائنس لاگ c تو
مائنس x کی y مائنس پر جائے گا۔ لامحدودیت اس لیے جس حد کی ہم گنتی کرنے کی کوشش کر رہے ہیں وہ ہے x مائنس لاگ x کا y تو
کے اصول کو لاگو l'hopital پر لاگ لاگ ایکس پر ہندسہ مائنس انفینٹی پر جاتا ہے ڈینومینیٹر انفینٹی پر جاتا ہے اور اس لیے ہمیں x لاگ
کے تناسب پر x مائنس لاگ yx کے اصول کو لاگ لاگ ایکس پر l'hopital کرنے کی اجازت ہے ٹھیک ہے اس لیے ہمیں ابھی کرنا چاہیے۔
پرائم مائنس xy پر آپ ان فریکشنز کو صاف کر دیں گے آپ کو x ملے گا عدد میں پرائم مائنس 1 پر y لاگو کریں تاکہ آپ فرق کریں کہ آپ کو
منتخب کریں گے جب آپ ڈینومینیٹر میں فرق کریں گے x ملے گا اور آپ ڈینومینیٹر میں ایک 1
x تو یہ 1 ہو جائے گا لاگ ایکس پر 1 پر
منسوخ ہو جائے گا x تو
xy پرائم مائنس 1 کی طرف جاتا ہے لیکن xy میں انفینٹی x لاگ x تو آپ کے پاس کیا بچا ہے ہمارے پاس کمپیوٹنگ کی حد باقی ہے کیونکہ
پر یاد رکھیں تاکہ آپ کو یہی ملتا ہے لہذا ہمیں کمپیوٹنگ y جمع xy prime is y 1 پرائم مائنس 1 کیا ہے تفریق مساوات پر واپس جائیں
پرائم کیا ہے یاد رکھیں تفریق xy پرائم مائنس 1 کی طرف جاتا ہے لیکن xy میں انفینٹی x لاگ x کی حد کی طرف لے جایا جاتا ہے کیونکہ
ہے y پر 1 جمع y پرائم xy مساوات
x مائنس 1 آپ اسے آسان بنا سکتے ہیں اور آپ کو وہی ملتا ہے جو سلائیڈ کی حد میں ہے کیونکہ y پر 1 پلس y کیا ہے پرائم مائنس xy 1 تو
دے گا۔ li کا ایک اور اطلاق قاعدہ آپ کو L'hopital's جمع 1 پر ہوتا ہے پھر یہ انفینٹی بائی انفینٹی ہے y پر x انفینٹی مائنس لاگ
mit as -1
تو ہم نے مسئلہ کو مکمل کر لیا ہے مسئلہ تھوڑا پیچیدہ لگ رہا تھا لیکن مجھے امید ہے کہ آپ کو یقین نہیں ہو گا کہ ایسا نہیں ہے کہ ہم نے لاگ لاگ
مائنس x کا y کی حد کی گنتی کی ہے یہ تناسب مائنس 1 پر جاتا ہے۔ لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ y کے اس تناسب x مائنس لاگ x ایکس پر
کی طرح برتاؤ کرتا ہے شاید یہ کہنے کا ایک درست x مائنس لاگ لاگ y log x کا x کی طرح برتاؤ کرتا ہے یا x مائنس لاگ لاگ x لاگ
طریقہ ہے کہ یہ بالکل مائنس 1 ہے ہم جس حد کا حساب کر رہے ہیں وہ مائنس 1 ہے۔ لہذا یہ ایک دلچسپ مشق تھی کہ حل کے رویے کو کیسے
yx کی نمو کے بارے میں بہت درست معلومات ملی ہیں ہم کہتے ہیں کہ yx حل لامحدودیت پر جاتا ہے لہذا ہمیں حل x سمجھنا ہے کیونکہ
کی طرح برتاؤ کرتا ہے اس مساوات کو حل کرنے کی کوشش کرنا ناامید ہے آپ کہہ سکتے ہیں کہ ہم ایسا کیوں log x minus log x
لیکن کیا یہ ہے log x جمع c برابر ہے y جمع لاگ y کرتے ہیں ہمارے پاس پہلے سے ہی واضح حل موجود ہے صحیح ہمارے پاس حل
x کو واضح طور پر y کو جوڑتا ہے یہ ایک بند شکل کا حل ہے لیکن y اور x کا ہونا یہ ایک مساوات ہے جو e حل جیسا کہ ہم چاہتے ہیں۔
کا اظہار کرنا چاہیں گے لیکن ایسی کوشش بہت بیکار ہوگی۔ y کے لحاظ سے x کے لحاظ سے دیا گیا ہے اور آپ اسے حل کرنا چاہیں گے اور
کے رویے کے بارے میں بالکل درست معلومات حاصل کی ہیں کہ ہم نے کیا کیا ہے اس مشق سے یہ ظاہر ہوتا y کے x ایسا کیے بغیر ہم نے
کے اصول کو استعمال l'hopital ہے کہ یہ آپ کو کیلکولس کی ایپلی کیشنز دکھاتا ہے ہمارے پاس گنتی کی حدیں ہیں ہم آخری مثال میں
کرتے ہیں مثال کے طور پر آخری سلائیڈ میں حل کا گراف بنائیں، ہارڈی فیلڈ سلوشنز کی
توسیع میں پائے جانے والے جے شیکل گروتھ آرڈرز کے ایک مخصوص پیپر سے لیا گیا ہے، یہ ایک بہت ہی خوفناک قسم کا عنوان لگتا ہے لیکن اس
مقالے میں ایسا کچھ نہیں ہے جو جا رہا ہے۔ میں یہ حوالہ اس لیے دے رہا ہوں کہ یہیں سے مجھے مثال ملی ہے اور ہم نے جو کچھ کیا ہے اس
کے لیے دیا گیا ہے۔ اس کو دیکھنے کے بجائے مکمل اور درستگی آپ com کا اس مقالے کے مرکزی تھیم سے کوئی تعلق نہیں ہے اور یہ حوالہ
اس کاغذ کو بالکل بھی نہیں دیکھتے ہیں یہ آپ کے لیے مناسب نہیں ہے بڑے وق
توں کے لیے تفریق مساوات کے حل کے رویے کو واضح طور پر سمجھنا ضروری ہے کیونکہ یہ آپ کو اس کے بارے میں معلومات فراہم کرنے
جا رہا ہے۔ جسمانی نظام کے رویے کو یاد رکھیں کہ ہماری تفریق مساوات کہاں سے آرہی ہیں ہماری تفریق مساواتیں طبیعیات سے آرہی ہیں وہ
حیاتیات سے آرہی ہیں وہ کیمیائی حرکیات وغیرہ سے آرہی ہیں لہذا آپ یہ سمجھنا چاہتے ہیں کہ جسمانی نظام کی حالت کا کیا ہوتا ہے وقت
دوسرے لفظوں میں لامحدودیت تک تیار ہوتا ہے آپ وقت کی بڑی قدروں کے حل کے رویے کو سمجھنا چاہتے ہیں اور ہم نے اس کی دو سادہ مثالیں
قاعدہ اور تفریق مساوات کو استعمال کرتے ہوئے دیکھی ہیں جن کی ضرورت ہے تھیوریمز جنرل تھیومز کو تیار کرنے کے لیے l'hopital's
e کیونکہ ہم واضح طور پر تفریق مساوات کو حل کیے بغیر یہ معلومات حاصل کرنا پسند کریں کیونکہ حقیقی زندگی میں آپ حل نہیں کر سکتے
تفریق مساوات اور پھر بحث کریں کہ تفریق مساوات کے حل کا کیا ہوتا ہے تفریق مساوات کا نظریہ دراصل حل کیے بغیر حل کے بارے میں
معلومات حاصل کرنے کی کوشش کرنے کے بارے میں ہے لہذا کسی کو تفریق مساوات کے بعض طبقات کے حل کے رویے کے بارے میں
نے دریافت کیا تھا جسے آپ گھرڈی کے بارے میں جانتے ہیں کیونکہ آپ GHRD نظریات کو ثابت کرنے کی ضرورت ہے اور ایسا ہی ایک نظریہ
نے شاید فلمی آدمی کو دیکھا ہوگا جو انفینٹی کو جانتا تھا وہ وہ شخص ہے جس نے رامانوج کو کیمبرج میں مدعو کیا تھا اور گھرڈی کے نتائج کو بعد
میں چندر شیکھر نے حقیقت میں چند دہائیوں کے بعد چندر شیکھر کے طور پر استعمال کیا تھا۔ بعد میں اپنے ستاروں کی فلکی طبیعیات کے مطالعہ
میں ہارڈی کے تھیوریم کو لاگو کیا یہ بہت دلچسپ ہے کہ ایک ریاضیاتی تھیوریم جو 1910 میں ثابت ہوا تھا اس کا اطلاق بہت بعد میں ہوا اب آئیے
متبادل کے برابر ہے۔ کے بارے میں بات کر رہا ہوں لہذا میں اس bx ہم یکساں تفریق مساوات پر کچھ اور مشقوں کی طرف واپس چلتے ہیں جو کہ
کی وضاحت کرنا چاہتا ہوں۔ رین ویل کی کتاب سے دو مثالیں میں نے پہلے ہی رین ول کی کتاب کا ذکر کیا ہے اور ہم رین ویل کی کتاب سے دو
برابر 0 مساوات xdy 2.12 مائنس dx مربع x مائنس مربع جڑ جمع y اسکوائر کا 6 y مزید مثالیں لینے جا رہے ہیں مثال کے طور پر
جڑ 3 بذریعہ 2 ہونے کے لیے لیا ہے نصف حل کریں تفریق y بارش ہمیں تھوڑا سا دے گی۔ مختلف ابتدائی حالات میں نے ابتدائی شرائط کو
مساوات کا خاکہ حل کے منحنی خطوط اور مخصوص خاکہ بنائیں جس کے لیے جڑ کا 3 بذریعہ 2 نصف مسئلہ سات کے برابر ہے میں اسے آپ
پر چھوڑ دوں گا۔ خود کام کرنے کے لیے ہم صرف مسئلہ نمبر چھ پر
مربع y ٹرم یکساں ہے لیکن x پر دیکھیں xdy توجہ مرکوز کریں گے پہلی بات یہ ہے کہ یہ ایک یکساں تفریق مساوات ہے دوسری ٹرم مائنس
اسکوائرڈ یہ یکساں نہیں ہے یہ صرف مثبت طور پر یکساں ہے اور اس لیے ہمیں پہلے x مائنس مربع جڑ کو دیکھیں y پلس کی پہلی اصطلاح
متبادل کے برابر استعمال کرنے جارہے ہیں۔ اور ابتدائی حالت پہلے کواڈرینٹ میں دی گئی ہے یاد vx کو y کواڈرینٹ میں رہنا چاہیے اگر ہم
رکھیں احتیاط سے منتخب کیا گیا ہے لہذا بارش صرف پہلے کواڈرینٹ میں ہی حل طلب کرے گی
تو اب ہم پوچھتے ہیں کہ دوسرے کواڈرینٹ میں کیا کرنا ہے ہم دوسرے کواڈرینٹ میں اس مساوات 2.12 کو کیسے حل کریں گے تاکہ آپ یہ
کے برابر رکھنا ہے اور کام مکمل کرنا ہے یہ بہت معمول کا ہے پھر ہم نے اس قسم کی دو تین مثالیں vx کو y مشق 6 خود کریں کیونکہ آپ کو

پہلے ہی کر لی ہیں لیکن ہم یہ سمجھنا چاہتے ہیں کہ دوسرے کواڈرینٹ میں مساوات 2.12 کو کیسے حل کیا جائے
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیسے اس مساوات کو دوسرے کواڈرینٹ کی مساوات 2.12 میں حل کرنے کے لیے دوسرے کواڈرینٹ میں کیسے حل
جمع مربع x dv متبادل کے ذریعے آگے بڑھیں، آپ صرف رگمارول سے گزریں گے اور آپ کو vx کے برابر vy کریں آئیے آنکھ بند کر کے
مربع کے مربع جڑ v سے تقسیم کرتے ہیں اور آپ 1 جمع x کے برابر ملے گا۔ 0 اور آپ اسے حل کرتے ہیں آپ dx مربع v جڑ 1 جمع
منفی x کی لاگ مطلق قدر ہے لیکن اب ہم دوسرے کواڈرینٹ میں ہیں لہذا x پر ضم کرنا ہوگا جو x کو dx سے تقسیم کرتے ہیں لہذا آپ کو
مربع کے اندر مقدار b جمع جڑ 1 جمع v کے مربع جڑ سے تقسیم کیا گیا لاگ v کو 1 جمع dv ہو گا دوسری اصطلاح کے بارے میں کیا کہ
مربع کا مربع جڑ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے لہذا اس کی ضرورت نہیں ہے۔ وہاں مطلق قدر ڈالیں لیکن لاگ موڈ ایکس v جمع 1 جمع v کو مربع کریں
مائنس ایکس کے لاگ کے برابر ہوگا لہذا جب آپ دونوں لاگز کو ایک ساتھ جوڑیں گے
پاور سی e مربع کے برابر y مربع جمع x جمع جڑ y ہے لہذا حل پڑھتا ہے مائنس y مائنس xv ملے گا لیکن مائنس xv تو آپ کو مائنس
کو جو کہ ڈسپلے شدہ سلائیڈ میں 2.14 ہے لیکن یہ غلط تفریق 2.14 ہے پھر آپ کو احساس ہوگا کہ آپ کو تفریق مساوات واپس نہیں ملتی ہے
لہذا 2.14 تفریق مساوات کا حل نہیں ہے لہذا اگر آپ آنکھیں بند کرکے آگے بڑھیں گے
تو آپ کو غلط جواب ملے گا۔ یہ سنجیدہ ہے آپ کو سمجھنا چاہیے کہ کیا غلط ہوتا ہے یاد رکھیں کہ میں نے آپ کو احتیاط سے کہا تھا کہ اگر
تفریق مساوات صرف مثبت طور پر یکساں ہے
احتیاط کی ضرورت ہے زیادہ احتیاط کی ضرورت ہے nt تو پہلے کواڈرینٹ میں رہیں اور سب ٹھیک ہے اگر آپ دوسرے کواڈرا میں چلے جائیں
کیونکہ اگر آپ صرف آنکھ بند کر کے طریقہ کار سے گزریں گے
تو آپ کو غلط جواب ملے گا اور یہاں ایک مثال ہے اگر آپ 2.14 میں فرق کرتے ہیں
تو آپ جو ختم کرتے ہیں وہ مساوات 2.15 ہے جو اصل تفریق مساوات نہیں ہے
تو اب پوچھتے ہیں۔ اپنے آپ میں خامی کہاں ہے تفریق مساوات صرف مثبت طور پر یکساں ہے آپ کو پہلے ہی بتا دیا ہے اور اس طرح حل کا
طریقہ کار صرف پہلے کواڈرینٹ میں ہی درست ہے آئیے اب ہم پورے حساب کو نئے سرے سے کرتے ہیں آئیے اس نظریہ پر یقین نہ کریں کہ ہم
y کیا ہے اس کا متبادل جو ہم mdx plus ndy ترقی یافتہ ہیں۔ ہم پوری چیز کو احتیاط سے دوبارہ حاصل کرتے ہیں کہ تفریق مساوات کیا ہے
کیا ہے vx برابر y کے برابر بنا رہے ہیں ٹھیک ہے اگر آپ کہتے ہیں کہ vx کو
کی تفریق x comma vxdy کے n کے علاوہ vxdx کوما x کیا ہے بہت کچھ ٹھیک ہے اب آئیے دیکھتے ہیں dy dx plus xdv تو
ہے مائنس آف مائنس ایکس کے طور پر لکھا گیا ہے کہ میں xx کا مائنس آف مائنس m لکھا گیا ہے vx کوما x کا m مساوات پر کیا کریں کہ
کو نکال سکتا ہوں کیونکہ افعال مثبت طور پر ہم x مثبت ہے میں مائنس x دوسرے کواڈرینٹ میں ہے اور مائنس x نے ایسا کیوں کیا کیونکہ
حاصل v میں مائنس 1 کوما مائنس k سے پاور x پر نکالا اور میں دوسری ٹرم سے مائنس k کو پاور x جنس ہیں یاد رکھیں میں نے مائنس
یقیناً ہے dy اصطلاح یکساں ہے میں جانتا ہوں کہ کوئی مسئلہ نہیں ہے اور n تک نکال سکتا ہے کیونکہ k کو پاور x ایک ni کر رہا ہوں
vdx plus x dv
n جمع v dx کے مائنس 1 کوما مائنس m میں k تو اب اس کے ساتھ تفریق مساوات کا کیا ہوتا ہے تبدیل شدہ مساوات سلائیڈ مائنس 1 میں پاور
کے برابر ہے لہذا حساب میں تھوڑا سا فرق ہے مائنس کے plus x dv 0 میں آخری دکھائی گئی مساوات ہے۔ v dx میں v کے 1 کوما
نشانات ادھر ادھر تیر رہے ہیں لیکن اس کے باوجود آخری دکھائی گئی مساوات ایک بار پھر متغیر سپاری ایبل ہے
کیا ہے تفریق مساوات سے ہمیں ملتا n کیا ہے اور m تو آئیے اس کے ذریعے آگے بڑھتے ہیں جیسا کہ آخری سلائیڈ میں اشارہ کیا گیا ہے واپس
منفی ہے bx x برابر y برابر 0 آپ ڈالتے ہیں xdy مائنس dx مربع x مربع پلس y مائنس مربع جڑ کا y ہے
منفی ہے x تو جب
نکلتا ہے اور دوسری اصطلاح کوئی مسئلہ نہیں mod x کا نہیں نکلتا x اسکوائرڈ x اسکوائر پلس y تو مربع جڑ کیا ہے dy vdx plus
ہے اب x مائنس x mod کا مربع جڑ 0 کے برابر کیوں ایسا ہے کیونکہ xtv مائنس dx مربع v ہے اب یہ آسان بناتا ہے ایک جمع xt
جمع کے نیچے b آن mod x کے حل ہے c مربع برابر v جمع جڑ 1 جمع v پر mod x ہے اور اس آخری کا حل x مائنس mod x
x مثبت ہے کیونکہ اب ہم نے وضاحت کی ہے کہ آپ 2.16 میں 2.16 میں برج کو ناطق بناتے ہیں اور آپ کو c مربع برابر پھر v جڑ 1 جمع
جمع جڑ ملے گا y مربع کا صحیح حل y مربع جمع
تو کیا سبق سیکھنا ہے جب تفریق مساوات صرف مثبت طور پر یکساں ہے اور اگر آپ ہیں دوسرے کواڈرینٹ میں کام کرنے والے ہوشیار رہیں اب
کچھ جگہوں پر صرف ایک موڈ ایکس نکلے گا اور جہاں بھی کوئی موڈ ایکس نکلے گا آپ کو اسے مائنس ایکس ڈاٹ ایکس سے بدل دینا چاہیے ٹھیک
ہے میں ان دونوں کے بارے میں کچھ حتمی تبصرے کرنا چاہوں گا رین ویل کی کتاب سے مثالیں اگر آپ ان دو مساوا
توں کو دیکھیں
تو آئیے ہم مساوات دو پوائنٹ ایک دو کو دیکھتے ہیں آئیے مساوات 2.12 پر واپس چلتے ہیں 2.12 آپ سے ایک حل تلاش کرنے کے لیے کہتا ہے
جس کا مطلب ہے کہ یا
محور پر ایک نقطہ سے y درست ہے اب فرض کریں کہ میں آپ سے y کا فنکشن ہونا چاہیے۔ x کا فنکشن ہونا چاہیے یا x کو y تو
محور پر ایک نقطہ لیں دوسرے الفاظ میں یہ ہو سکتا ہے کہ y گزرنے والے حل کا منحنی خطوط تلاش کرنے کے لئے کہتا ہوں dy by dx
ہو سکتا ہے۔ ٹینجنٹ عمودی ہو سکتا ہے یا یہ افقی ہو سکتا ہے یا ڈھلوان بالکل بھی متعین نہیں ہو سکتا کیونکہ آپ dy 0 بہ dx ہو سکتا ہے یا 0
دونوں اصطلاحات ہیں 0 بننا اگر آپ دیکھیں n اور m دیکھتے ہیں کہ
محور پر ایک نقطہ پر 0 بن رہا ہے y مثبت n کا 0 اور xy کا 2.12 میٹر بن رہا ہے۔ xy تو
محور پر پوائنٹس کا کیا ہوتا ہے y تو آئیے اس کو تھوڑا غور سے دیکھتے ہیں تاکہ میں سمجھنا چاہتا ہوں کہ
کے x مربع y مربع پلس x مائنس مربع جڑ کا y پڑھتا ہے dx بذریعہ dy اور مساوات 2.12 لیتے ہیں۔ t تو آئیے ایک پوائنٹ 0 کوما
مربع کے طور پر لکھ سکتا ہوں پہلا y اسکوائر پلس x جمع کے نیچے y پر x برابر ہے یا میں عدد کو منطقی بنا سکتا ہوں اور اسے مائنس
محور کے اوپری حصے کو لیتے ہیں اگر میں مثبت کے ساتھ پوائنٹ y مثبت ہے اگر آپ t اظہار صفر بہ صفر ہے اگر آپ فرض کریں کہ
لیتا ہوں t صفر
x 0 تو پہلا اظہار صفر بہ صفر ہے دوسرے اظہار کو دیکھیں دوسرا اظہار بالکل معنی رکھتا ہے کیونکہ کیا ہوتا ہے ڈینومینیٹر یاد رکھیں کہ
dx بذریعہ dy مثبت ہے لہذا دوسرا اظہار قدر 0 کو t ہے کیونکہ mod y t ہے اور mod y مربع کا مربع جڑ y ہے y t ہے اور
مربع جمع x مائنس مربع جڑ کا y برابر ایکس پر dy بذریعہ dx رکھتا ہے اب دوسری طرف آپ تفریق مساوات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔
y سے کم ہے 0 t سے کم پر معنی رکھتا ہے لہذا اگر 0 t کے ساتھ t مربع کیا یہ اظہار پوائنٹس 0 کوما
پر کیا ہوتا ہے t تو 0 کوما
ہے x 0 مربع y مربع کے ریڈیکل نشان مربع جڑ کو دیکھیں جمع x تو
ہے mod y مربع کا مربع جڑ باقی ہے جو y تو آپ کے پاس

ملے گا y مائنس موڈ y تو آپ کو
x مربع جب آپ y مربع کا مربع جڑ جمع x مائنس ہے y پر x مطلب dy کیا ہے بذریعہ t dx مائنس mod y کیا ہے اور yy t تو
کو 0 کے برابر ڈالتے ہیں
کو y کے فنکشن کے طور پر یا y کو x منفی ہے لہذا آپ کو t ہے کیونکہ t مائنس mod t ملتا ہے لیکن mod d مائنس t تو آپ کو
محور کے ساتھ مکمل طور پر ناکام y طریقہ vx مساوی y کے فنکشن کے طور پر لکھنا پڑے گا۔ کوآرڈینیٹ محور کے ساتھ یاد رکھیں کہ x
کے لیے یکساں مساوات y متبادل کے برابر bx کا وہاں کوئی مطلب نہیں ہے اس لیے یہاں تین مزید مشقیں ہیں کہ b ہو جاتا ہے کیونکہ متغیر
ہم صرف اس بات پر بحث کر omma c کے ذریعے اسی رین وِل کے مسئلے کی طرف 2.1 کا وکر c کے حل کیسے تلاش کیے جائیں نقطہ 0
متغیر کا کوئی مطلب نہیں ہے y by x کے برابر v محور کے ساتھ طریقہ کار کو مکمل طور پر ناکام ہونا چاہیے کیونکہ y رہے ہیں کہ
کے متبادل v مساوی x کے برابر ہے یہاں آپ متبادل لیتے ہیں vx برابر y تو آپ کون سا متبادل استعمال کرنے جا رہے ہیں یہ مت کہو کہ
اسے دوسری طرف کریں اور یہی چیز طریقہ کار میں مناسب طریقے سے ترمیم کرے گی تاکہ آپ مسئلہ نمبر آٹھ کو اس طرح vy کے برابر x
یہ y مائنس x plus y by x برابر dx کو دیکھتے ہیں۔ dy کرتے ہیں آئیے ہم مختصراً مسئلہ نمبر نو کی مساوات دو پوائنٹ ایک سات
کے ساتھ تفریق مساوات کوئی معنی نہیں رکھتی لیکن اس لائن سے y کے برابر x متبادل یقیناً لائن vx کے برابر ہے y ایک یکساں مساوات
مربع y مربع جمع log x ہٹ کر یہ بالکل سمجھ میں آتا ہے کہ تفریق مساوات یکساں ہے کوئی مسئلہ نہیں آپ جواب حاصل کر سکتے ہیں
دوبارہ یہ ایک یکساں تفریق x بذریعہ x y برابر y x مائنس dx بذریعہ dy اگلی مساوات c برابر x بذریعہ y مائنس 2 ٹین الٹا
متبادل یہ چال کرے گا ٹھیک ہے لہذا آپ کو بڑی تعداد میں مشقیں کرنی ہیں اب آئیے اگلی چند سلائیڈوں میں ny equal to vx مساوات ہے
تھوڑا آگے چلتے ہیں میں کوئی نیا مسئلہ نہیں کرنے جا رہا ہوں اس کے بجائے میں اس یکساں فرق کو دیکھنے جا رہا ہوں۔ مساوات اور تھوڑی سی
جیومیٹری کو دیکھیں اس یکساں تفریق مساوات کے پیچھے ہندسی تشریح یہ کچھ بہت ہی دلچسپ خصوصیات کو ظاہر کرتی ہے یہ خصوصیات عام
دلچسپی کی ہیں وہ اس مساوات کو حل کرنے یا اس مساوات کو حل کرنے میں آپ کی مدد نہیں کریں گی لیکن ان چیزوں کو دیکھ کر دل لگی ہے۔
ہندسی طور پر
ایک fxy f برابر dx بذریعہ dy تو آئیے چند منٹ نکالیں اور دیکھتے ہیں کہ کیا ہو رہا ہے آپ دیکھتے ہیں کہ یکساں تفریق مساوات 2.19
ایک ہی ڈگری کے ہم جنس ہیں n اور m کا تناسب ہے لیکن m پر n منفی نشان کے ساتھ
ڈگری صفر کا یکساں ہے f کا xy تو تناسب صفر ڈگری کا یکساں ہے
لیتے ہیں پوائنٹ ایکس کوما ایم ایکس اور پوائنٹ ایکس a لیتے ہیں اگر آپ mx کوما x تو مساوات 2.19 کیا کہتی ہے کہ اگر ہم ایک پوائنٹ
کوما ایم ایکس پر ٹینجنٹ کی ڈھلوان کا پتہ لگانے کی کوشش کریں آئیے ایسا کرتے ہیں
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ تفریق مساوات 2.19 کیا ہے جیومیٹریکل طور پر ایک پوائنٹ ایکس کوما ایم ایکس لے لیجیے ڈیفرینشل مساوات کا حل وکر
x کے مساوی لیں جو اصل میں سے گزرتی ہے اور یہ لائن محلول وکر کو پوائنٹ mx کو y کے برابر لیں اور لائن mx کو y لیں اور لائن
پر کاٹ دے گی comma mx
ہے mx کوما x ہے لیکن نقطہ f کا dx xy بذریعہ dy تو چوراہے کے اس خاص نقطہ پر وکر کی ڈھلوان کیا ہے دیکھیں تفریق مساوات
ڈگری صفر کا ہم جنس ہے لہذا نتیجہ یہ f ہے کیونکہ f کا m ایک کوما f کا mx کوما x دیکھنا ہے لیکن f کا mx کوما x لہذا ہمیں
پر منحصر x پر منحصر ہے یہ m ہے یہ صرف f کا m پر محلول وکر کی ڈھلوان mx 1 کوما x ہے کہ منحنی خطوط کی ڈھلوان نقطہ
میں تمام حل کے منحنی خطوط اس لائن کو ایک ہی زاویہ سے mx کے برابر ملتے ہیں y نہیں ہے لہذا جب بھی یہ منحنی خطوط اس لائن
دکھاتی ہے اور تفریق مساوات کے لئے y کے برابر ایک لائن mx جوڑتے ہیں آئیے ہم اس کو دیکھتے ہیں جیسے تصویر کو دیکھیں تصویر آپ کو
حل کے منحنی خطوط کا ایک خاندان دکھاتا ہے ہر حل کے منحنی خطوط اگلے نقطہ پر اس لائن سے ملتے ہیں۔ حل کا منحنی خطوط ایک مختلف
نقطہ پر ملتا ہے مماس اسی زاویہ پر اس لکیر سے ملتا ہے جس کا زاویہ تقطیع کا زاویہ تمام منحنی خطوط کے لئے بالکل یکساں ہوتا ہے یا کوئی
کے برابر ان پوائنٹس پر یہ زاویہ سب ایک جیسے ہیں لہذا تفریق مساوات کے تمام mx سے ملتے ہیں y اور لائن لیں یہ منحنی خطوط اس لائن
کے برابر ایک ہی زاویہ پر ایک ہی زاویہ پر کاٹتے ہیں یہ درست نہیں ہے لہذا یہ ہم جنس تفریق مساوات کا mx کو y منحنی خطوط ہر ایک لائن
ہندسی معنی ہے لہذا اب تھوڑا آگے چلتے ہیں اور اس زاویہ کورس آپ بنیادی مثلث کا استعمال کرکے آسانی سے حساب لگاسکتے ہیں لہذا
اس خاصیت کے ساتھ s کلاسیکی جیومیٹری میں منحنی خطوط کا ایک خاندان جس کی خاصیت پچھلی سلائیڈ میں بیان کی گئی ہے وکر کا خاندان
کے برابر ایک ہی زاویہ پر کاٹتے ہیں اس طرح کے منحنی خطوط کے خاندان کو کہا جاتا ہے کہ اسی طرح ایک جیسا mx کو y کہ وہ سب لائن
رکھا گیا ہے اور اصل کو مرکز تشبیہ کہا جاتا ہے میں ان الفاظ کی وضاحت نہیں کروں گا کہ میں صرف بیان کردہ تمام منحنی خطوط ایک ہی
سے ملتے ہیں اس خاصیت کو منحنی خطوط کہا جاتا ہے جو اسی طرح ایک جیسے منحنی خطوط پر رکھے y کے برابر ہر لائن mx زاویہ پر
جاتے ہیں مماثلت کے مرکز کے طور پر یہ بہت کلاسیکی جیومیٹری ہے بدقسمتی سے یہ رائج ہو گئی ہے لیکن وہ لوگ جو فن تعمیر کرتے ہیں ان
علاقوں میں وہ ایک جیسے رکھے ہوئے اعداد و شمار اور مماثلت کا مرکز جیسے خیالات میں بہت زیادہ دلچسپی رکھتے ہیں یہ چیزیں فن تعمیر میں
کے xy لوگوں کو ریاضی کی بجائے زیادہ واقف ہوں گی لیکن ان منحنی خطوط کی ایک خاصیت ہے اگر منحنی خطوط کے اس خاندان کو phi
کے طور پر بیان کیا جائے۔ 0 کے برابر ہے
پر اگر آپ خاندان کے ایک ممبر کو لیں اور اسے لکھیں c پر cy کے طور پر حاصل کیا جا سکتا ہے phi کے x تو باقی تمام ممبران کو
y پر cy سے x کو x سے بدلیں جہاں لیمبڈا ایک مستقل ہے یا y سے لیمبڈا xy کو لیمبڈا x کی 3 مساوات 0 کے برابر ہے اور xy
پر y مل جائے گی۔ کوما phi کی ایک اور مساوات c پر x سے 0 کے برابر شروع ہونے پر آپ کو phi کے xy بدل دیں لہذا c سے
برابر 0۔ دوسرے لفظوں میں مساوات 2.21 کی سلائیڈ کو دیکھیں آپ کو مساوات 2.22 ملتی ہے لہذا اگر ایک منحنی خطوط 2.21 سے دیا c
جائے
کو تبدیل کرتے رہیں گے۔ تمام منحنی خطوط کا خاندان ہے لہذا یہ یکساں تفریق c تو دوسرا منحنی خطوط 2.22 سے دیا جائے گا کیونکہ آپ
مساوات کی ایک بہت ہی خوبصورت ہندسی تشریح ہے اور بدقسمتی سے یہ زیادہ تر کتابوں میں نہیں پائی جاتی ہے میں نے بہت سی کتابیں چیک
کیں اور مجھے یہ 1913 میں لکھی گئی ایک بہت قدیم کتاب میں ملی جسے میں صرف شیئر کرنا چاہتا تھا۔ یہ آپ کے ساتھ ہے اور میں اسے تفریق
مساوات میں
کے برابر لیتے ہیں phi 0 کا ایک حل xy توازن کے اصول کو کہنا چاہتا ہوں کہ یہ کیا کہتا ہے کہ اگر آپ
x مساوی 0 ایک حل ہے یا y کو حل کرتے ہیں فرنشل مساوات dif تو ایک عام حل ان غیر معمولی حلوں میں سے ایک نہیں کبھی کبھی جب آپ
کی c پر x کی جگہ x لیتے ہیں 0 کے برابر p کا ایک عام حل xy مساوی 0 ایک حل ہے یہ کچھ خاص حل ہیں وہ عام حل نہیں ہیں اگر آپ
کو تبدیل کرتے رہیں گے آپ کو تمام حل مل جائیں گے لہذا یہ ایک ہم آہنگی ہے میں اسے تفریق مساوات میں c اور آپ c پر y کو y جگہ
توازن کو تفریق مساوات میں
توازن کا اصول کہنا چاہوں گا لہذا عام طور پر اگر کوئی ایسا حل جانتا ہے جو عام ہے
تو کوئی بھی تمام حل حاصل کرسکتا ہے لہذا لفظ عام کے کیا معنی ہیں جو مثالوں کو دیکھتے ہی ابھریں گے لہذا میں ان تمام مثالوں کے ذریعے اس

کی وضاحت کرنا چاہتا ہوں جو ہم دیکھ رہے ہیں کہ ہم نے ہم جنس مساوات کی بہت سی مثالوں کو حل کیا ہے اور اب ہم لاگو کرنا چاہتے ہیں۔ یہ
اور ان مثالوں میں سے ہر ایک کو اور اس کے پیچھے اس جیومیٹری کو سمجھنے کے لیے یقیناً جو میں نے ابھی کہا ہے وہ کچھ معاملات میں کام
صفر ہے اگر آپ کے پاس صفر کا حل ہے y کا x نہیں کرے گا جیسے کہ اگر
سے بدل دیتے ہیں۔ ایک بار پھر آپ کو صفر کا حل ملتا ہے آپ کو کچھ اور نہیں ملتا ہے لہذا صفر حل ایک استثناء ہوگا c سے y کو y تو آپ
یہ عام حل نہیں ہوگا لہذا اس طرح لفظ عام طور پر ڈالا جاتا ہے اور میں اسے ایک نظریہ کے طور پر نہیں ڈال رہا ہوں کیونکہ لمحہ آپ میں اسے
ایک تھیوریم کے طور پر رکھنا چاہتا ہوں اسے انتہائی درستگی کے ساتھ بیان کرنا ہوگا اور میں اسے انتہائی درستگی کے ساتھ نہیں بتا رہا ہوں اس
لیے میں بیان کو تھیوریم کی حیثیت نہیں دے رہا ہوں اور نہ ہی میں تھیوریم کو ثابت کرنے جا رہا ہوں۔ لہذا اسی وجہ سے ہم نتیجہ کے ثبوت پر
بحث نہیں کریں گے جس کے بارے میں حوالہ دیا گیا ہے آئیے اس ہم آہنگی کے ایک مختلف پہلو کو دیکھتے ہیں
کے برابر رکھیں۔ 2.23 کو مماثلت کی تبدیلی ty کے برابر y کیپٹل tx کو x لیتے ہیں اور آئیے کیپٹل t تو آئیے ایک غیر صفر حقیقی نمبر
سمت یہ تصویر کو بڑا کرنے کے y کے عنصر سے x کے عنصر سے اور t سمت میں اضافہ ہے t کہا جاتا ہے یا ہومو تھیٹا 2.23 کو
سمت y اور x کرو t مترادف ہے آپ کے پاس ایک تصویر ہے آپ کے پاس پاسپورٹ سائز کی تصویر ہے اور آپ اسے بڑا کرنا چاہتے ہیں۔
کو ایک ہی بڑا کرنے سے آپ کو ایک بڑی تصویر ملتی ہے
تو یہ ایک مماثلت ہے دونوں تصویریں ملتی جلتی مثلث کی طرح ہیں اطراف کو ایک ہی مقدار سے بڑھایا جاتا ہے لہذا یہ ایک مماثلت کی تبدیلی ہے
ڈگری 0 کا ہم جنس ہے۔ جب میں متبادل 2.23 بناتا ہوں dy by dx equal fxyf لہذا تفریق مساوات پر واپس جائیں
y لٹل d بذریعہ y کیپیٹل d لیکن y لٹل d بذریعہ y کیپیٹل d مساوی x کیپیٹل d بذریعہ y کیپیٹل d تو کیا ہوتا ہے سلسلہ اصول
اور 1 آن ٹی t بذریعہ 1 x کیپٹل d ہے بذریعہ dx لیکن جو x کیپیٹل d بذریعہ dx اور پھر dx کیا ہے بذریعہ y لٹل d اور پھر
منسوخ ہو جائے گا
کو x کیا ہے دائیں ہاتھ کی طرف 2.24 ہوتا ہے جب آپ چھوٹا x لٹل d بذریعہ y لٹل d وہی ہے جو x کیپٹل d بذریعہ y کیپٹل d تو
سے بدلتے ہیں t کو y کو کیپٹل y اور تھوڑا t پر x کیپٹل
ڈگری 0 کا ہم جنس ہے . f غائب ہو جاتا ہے کیونکہ t تو
تو نئی تفریق مساوات میں جو آپ کو 2.25 ملتا ہے وہی ہوتا ہے۔ پرانے فرق کے طور پر مساوات 2.24 تفریق مساوات 2.24 اور 2.25 ایک
جیسی ہیں لہذا ہم کہتے ہیں کہ تفریق مساوات 2.24 مماثلت کی تبدیلیوں کے تحت غیر متغیر ہے یا یہ ہومو تھیٹا کے تحت غیر متغیر ہے لہذا
برابر 0 ہے phi کا xy توازن کا اصول کہتا ہے کہ اگر
بھی ایک حل ہے اور تمام حل ایک ہی حل سے حاصل کیے جاسکتے ہیں بشرطیکہ آپ حل کا ایک cy کوما cx کے برابر 0 phi کا phi تو
کسی حل کا حل لیتا ہے یا حل کا سیٹ متغیر ہے ہاں یہ چیزیں homocity عام انتخاب منتخب کریں جس میں مختلف طریقے سے بیان کیا گیا ہو
بالکل نہیں ہیں۔ جی ای کے امتحان سے متعلقہ شاید لیکن یہ تعلیمی ہے اور میں سمجھتا ہوں کہ کسی کو یہ معلوم ہونا چاہیے
تو آئیے اس مثال کے ذریعے دیکھتے ہیں جس کا ہم پہلے ہی مطالعہ کر چکے ہیں
کے برابر کیا 0 مساوات 2.4 ہم نے اس dy مربع y مربع مائنس x مائنس xydx تو آئیے پہلی تفریق مساوات کو لیتے ہیں جسے ہم نے 2
کے برابر 1 c کے برابر 1 لیں c کے برابر 0 ٹیک ملا ہے cy مربع مائنس y مربع جمع x باب میں مطالعہ کیا کہ وہ حل کیا ہے جو ہمیں
دیکھتے ہیں y مربع مائنس y مربع جمع x لیں اور آئیے ایک خاص حل دیکھیں
c پر y پورا مربع مائنس c by y کے ساتھ پورا مربع جمع c x x x کیا ہوگا یہ c پر cy اس پر phi کا x تو
کے برابر 0 آپ نے دیکھا کہ ہمیں تمام حل مل cy مربع مائنس y مربع جمع x کے برابر 0 دیتا ہے c کے برابر cy پر x کا phi تو
c پر x کو x برابر 0 اس خاص حل کو ہم نے y مربع مائنس y مربع پلس x کا ایک مخصوص حل لیا phi کے برابر xy گئے ہم نے
پر x جمع xydx بدل دیا اور ہمیں تمام حل مل گئے لہذا آپ دیکھیں گے کہ ہم نے مثال کو ہم آہنگی کا اصول اگلی مثال 2 c پر y کو y اور
کے برابر 1۔ c لے c کیوبڈ برابر y مائنس y مربع x کے برابر 0 کیا عام حل تھا جو ہم نے حاصل کیا 3 dy مربع y دیا ہے۔ مربع مائنس
برابر 5 لے سکتے ہیں اگر آپ چاہیں c آپ
برابر 0 لیتے ہیں c لیتے ہیں 0 کے برابر یہ کام نہیں کرے گا لہذا جب آپ c تو کوئی فرق نہیں پڑتا لیکن اگر آپ
y مربع x برابر 3 phi کا xy برابر 1 لیں آپ کو c تو آپ کو ایک غیر معمولی حل ملتا ہے۔ ایک حل حاصل کریں جو عام نہیں ہے لہذا
دے کر ہم تیسرا لیتے ہیں۔ مثال کے c پر y پر cy کی جگہ x کو x مکعب مائنس 1 ملتا ہے لہذا تمام حل حاصل کیے جاتے ہیں y مائنس
میں 0 کے برابر جس کے لیے ہمیں حل ملا log xdy minus log y کو ydx plus x طور پر ایک اور مثال جو ہم نے حل کی وہ تھی
برابر 0 جو کہ مساوات دو پوائنٹ ایک صفر تھی log x پلس y مائنس 1 مائنس لاگ y
log x پلس log y مائنس ون مائنس y ہے p کا xy کیا ہے یہاں phi کا xy phi کا xy تو پھر ہمیں ایک ملا
پر بدلتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ کیا ہوتا ہے آئیے کرتے ہیں c کو y اور y پر c کو x کی جگہ x تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا ہم
یہاں یقیناً ہمیں پہلے x پلس لاگ y مائنس 1 مائنس لاگ y کا 3 ہے xy اس معاملے میں phi کا ہمارا xy تو کیا ہے اس معاملے میں
کے اوپر وہ ہے جو c cy آن phi کا x کواڈرینٹ میں کام کرنا ہے لیکن کوئی بات نہیں یہ اصول پہلے کواڈرینٹ پر بھی کام کرتا ہے لہذا
c پلس c log y مائنس c ہوگا مائنس y میں c by 1 b جو c کا لاگ اس پر x پلس c پر y مائنس 1 مائنس لاگ آف c پر y
log x
برابر 0 ڈالتے ہیں c بذریعہ cy بذریعہ phi کا x تو جب آپ
کے برابر ملتا ہے۔ آپ چیک کرتے ہیں کہ یہ عمومی حل ہے۔ رین ویل کی کتاب 0 log x c جمع log y c مائنس c مائنس y تو آپ کو
y مربع جمع x جمع مربع جڑ کا y برابر xy برابر 0 سے اگلی مثال۔ ہمیں xdy مائنس dx مربع y مربع پلس x مائنس مربع جڑ y
مربع x مائنس xydx مربع مائنس 1 کا حل ملا لیکن صرف پہلے کواڈرینٹ میں تفریق مساوات صرف مثبت طور پر یکساں ہے یکساں مساوات
phi کے xy برابر 0 پر غور کریں رین ویل کی کتاب سے مزید دو مثالیں لیتے ہوئے مشاہدہ کریں کہ اگر آپ dy xyمربع پلس 4 y جمع 4
کے برابر لیتے ہیں x جمع y کے برابر
ایک حل ہے لیکن پھر آپ کو یہاں سے تمام حل نہیں ملیں گے کیونکہ اگر x برابر مائنس y کے برابر 0 ایک حل ہے یعنی phi کے xy تو
سے بدل دیتے ہیں c سے x کو x اور c سے y کو y لیتے ہیں اور اگر آپ x جمع y آپ
برابر 0 دوبارہ ہے۔ ایک ہی حل تاکہ آپ کو وہی حل ملے آپ کو کوئی نئی چیز نہیں ملتی ہے کیا c بذریعہ y کوما c بذریعہ phi کا x تو
یہ
توازن کے اصول سے متصادم ہے کوئی مساوات 2.26 کو عام طور پر حل نہیں کرتا ہے اور خاص حل کو اچھی طرح سے شناخت کرتا ہے
متبادل کے برابر بناتا ہے جنرل حاصل کرتا ہے اس سلائیڈ میں اس سلوشن میں عمومی محلول سرخ vx کو y ایک یکساں مساوات ہے 2.26
برابر 0 ڈالتے ہیں c رنگ میں دکھایا گیا ہے اگر آپ
ایک خاص حل ہے اور اب آپ سمجھتے ہیں کہ یہ y جمع x برابر 0 میں ملتا ہے اس لیے آپ دیکھیں گے کہ y جمع x کیوب y تو آپ کو

xy dx 0 مربع جمع 7 y مربع جمع 2 x مائنس 4 dy مربع x واقعی خاص کیوں ہے ایک آخری مثال آپ تفریق مساوات کو دیکھتے ہیں
برابر برائے y یعنی y جمع x اور 2 y جمع x برابر 0 کے لئے ایک حل پیش کرتا ہے۔ انتخاب phi کا xy کے برابر ہم دیکھتے ہیں کہ
چال c بذریعہ cy کو x بھی ایک حل ہے اگر آپ ان حلوں کے ساتھ شروع کریں اور xبرابر برائے مائنس 2 y ایک حل ہے اور x مائنس
کرتے ہیں
ایک ہی حل دوبارہ تاکہ یہ دونوں حل عام نہیں ہیں وہ عام حل 2.27 کیوں نہیں ہیں معمول کے t تو آپ کو تمام حل نہیں ملیں گے۔ تم جیو گے
متبادل کے طور پر عام حل حاصل کریں اور دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے تفریق مساوات کو مکمل طور پر حل کریں اور یہ جاننے vx برابر y مطابق
ہے cy مائنس cx کیوبڈ مائنس x جمع 2 y مربع x کی کوشش کریں کہ کیا ہو رہا ہے اور آپ کو جواب دیا گیا ہے کہ یہ
برابر 0 لیتے ہیں c برابر 0 ڈالتے ہیں جب آپ c تو کیا ہوتا ہے جب آپ
جمع ملتا ہے 2 ایکس ایک بہت ہی خاص حل ہے ٹھیک ہے y برابر 0 کے برابر x جمع 2 y مربع x تو آپ کو
سے c پلس یا اسپیشل حل ڈسپلے میں آخری ڈسپلے کی آخری لائن کو دیکھیں جس کو آپ x ایک خاص حل ہے لیکن کیوں ہے xجمع 2 y تو
y مربع جمع 2 x مائنس 4 dy مربع x سے تقسیم کرتے ہیں پھر کیا ہوتا ہے آئیے دیکھتے ہیں تفریق مساوات ہے c تقسیم کرتے ہیں آپ
دونوں ہی غیر معمولی ہیں وہ خاص حل xبرابر مائنس 2 y اور x برابر مائنس y برابر 0۔ ٹھیک ہے میں کہہ رہا ہوں کہ xy dx مربع جمع 7
ہیں عام نہیں کیوں ہوں میں یہ کہہ رہا ہوں کہ آپ کے پاس ہے۔ اسے ایک مشق کے طور پر کرنے کے لیے یہ آپ کے لیے ایک مشق ہے تفریق
متبادل کا استعمال کرتے ہوئے تفریق مساوات کو حل کریں ٹھیک ہے آپ کو حل مل جائے vx مساوی y مساوات کو مکمل طور پر حل کریں یقیناً
میں پڑھا جائے گا۔ 0 کے برابر اب یہ ایک عمومی حل ہے جب آپ 0 کے برابر y جمع x میں c مائنس x جمع 2 y مربع کو x گا جس میں
سے تقسیم کرتے ہوئے دیکھتے c بطور خاص حل فراہم کرتا ہے لیکن یہ ایک خاص حل کیوں ہے جسے آپ x جمع 2 y لیتے ہیں جو آپ کو c
برابر 0 کے y جمع x کو لامحدودیت میں جانے دیتے ہیں اور کیا کریں آپ کو ملے گا آپ کو c ہیں اور اس
کے برابر بھی ایک خاص حل ہے اس لیے یہ غیر معمولی حل ہیں جو عام نہیں ہیں اور وہ ہمیشہ موجود x برابر مائنس y تو آپ دیکھیں گے کہ
سے بدل y پر c کو y اور c پر x کو x رہیں گے لیکن اگر آپ ان غیر معمولی حلوں کو چھوڑ دیں اور چنیں ایک عام حل تیار کریں اور
کے برابر تمام حل پیدا کریں گے یہ بدقسمتی سے ہم جنس تفریق مساوات کا ایک بہت خوبصورت 0 c پر y کوما c پر phi کے x دیں پھر
حصہ ہے۔ کتابوں میں اس پر بحث نہیں کی گئی ہے اس لیے میں نے سوچا کہ مجھے واقعی اس اندرونی جیومیٹری کی نشاندہی کرنی چاہیے جو
اس باب میں موجود ہے مجھے لگتا ہے کہ اس سے یہ لیکچر بند ہو جائے گا اور یہ باب بھی اگلی بار جب میں لکیری اور برنولی مساوات پر نیا باب
شروع کرنے جا رہا ہوں۔ اور اس کے بعد ہم شاید ایک اختتامی لیکچر دیں گے اور لیکچرز کا سلسلہ ختم کریں گے آپ کا بہت بہت شکریہ آپ کا