تفریق مساوات پر اس سیریز کے پانچویں لیکچر میں خوش آمدید آج ہم یکساں مساوات پر ایک باب کریں گے
تو آئیے پہلے میں مطلوبہ تعریفوں کے ساتھ شروعات کرتا ہوں کہ یکساں ڈومین کیا ہے ہم اس کی وضاحت بھی کریں گے کہ مثبت طور پر ہم جنس
کیا ہے۔ ڈومین ہم کچھ آسان مثالوں کو دیکھتے ہیں ہم یکساں افعال کو مثبت طور پر یکساں افعال اور آخر میں یکساں تفریق مساوات کو دیکھتے ہیں
اور ان سب کو ٹھیک طریقے سے حل کرنے کا طریقہ
کے ذیلی r2 پر دیکھتے ہیں جس پر ہم ہمیشہ جا رہے ہیں۔ d تو آئیے اس تعریف کے ساتھ شروع کریں جو آپ اسے ہوائی جہاز کے سب سیٹ
لیں اور xy میں ایک پوائنٹ d کو یکساں کہا جاتا ہے اگر آپ جب بھی ڈومین d کے ذیلی سیٹ r 2 سیٹوں کو دیکھنے کے لیے ہوائی جہاز
دوسرے لفظوں میں آپ دیکھتے ہیں کہ d دوبارہ ہونا چاہیے . ty کوما tx سے ضرب کریں جو 0 کے برابر نہ ہو پوائنٹ tt اسے اسکیلر
لیتے ہیں xy جب آپ ڈومین میں ایک پوائنٹ
کا پیمانہ ہوتا ہے۔ xy کے فیکٹر کے ذریعہ پوائنٹ t سے صرف ایک نقطہ کولینیئر ہوتا ہے یہ صرف xy اصل کے ساتھ xy بار t تو
سکیلڈ پوائنٹ کا بھی ڈومین میں ہونا ضروری ہے تاکہ آپ دیکھیں کہ تمام اور اسکیلنگ فیکٹر یا
یہ ty کوما tx اصل نمبروں سے مختلف ہوتا ہے کہ پوائنٹس کے سیٹ کا کیا ہوتا ہے t تو مثبت ہو سکتا ہے یا یہ منفی ہو سکتا ہے کیونکہ
ایک لائن ہے لہذا یکساں ڈومین لائنوں کا ایک اتحاد ہے سوائے ممکنہ طور پر اصل کے اصل کو ہٹا دیا جا سکتا ہے کیونکہ اس تعریف کو یاد رکھیں
کے لیے 0 کے برابر نہیں ہے ۔ لہٰذا اب یہ t سے ہے d کا تعلق txty سے ہے مطلب d کا تعلق xy جس کا ہم تقاضا کر رہے ہیں کہ
یکساں ڈومین کی الجبری تعریف ہے۔ آئیے ہم یکساں ڈومینز کی چند مثالیں دیکھتے ہیں لیکن اس سے پہلے ہم ایک ہم جنس ڈومین کی تصویر دیکھتے
برابر y دو اور x x برابر y ہیں ہاں یہاں آپ کو ایک یکساں ڈومین پیلے رنگ میں سایہ دار نظر آتا ہے یہ دو لائنوں کے درمیان کا خطہ ہے
ان دو لکیروں کے درمیان کا خطہ پہلے کواڈرینٹ میں پیلے رنگ کا ہو چکا ہے اور تیسرے کواڈرینٹ میں اب ان دو ٹکڑوں کا یہ زرد x ہے دو
xy ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اگر آپ پیلے رنگ کے علاقے میں ایک پوائنٹ n ٹکڑوں کا ملاپ ایک یکساں ڈومین ہے کیوں کہ یہ یکساں ڈومائی ہے؟
سے ضرب دیتے ہیں t کو
بھی ہے xy سے ضرب t تو آپ کا
سے ضرب دیتے ہیں t ہے آپ اسے xy تو آپ دیکھیں گے کہ یہ ایک نقطہ
صفر سے کم t ہے صفر سے بڑا ہے اور آپ مخالف سمت میں اس خاص نقطہ پر آتے ہیں اگر t پر آتے ہیں اگر txty تو آپ کولینیئر پوائنٹ
ہے
تو یہ ہر ایک ایسے نقطہ کے لئے درست ہے لہذا یہ ڈومین ایک یکساں ڈومین ہے اب آئیے مزید آگے بڑھتے ہیں اکثر ہم اس سلسلے میں یکسانیت
میں دلچسپی نہیں رکھتے ہیں۔ تمام حقیقی اعداد لیکن صرف مثبت حقیقی اعداد کے حوالے سے اسی طرح آئیے مثبت طور پر یکساں ڈومین کی
ty کوما tx سے ہے جو کہ پوائنٹ xy بار dt کا تعلق xy وضاحت کرتے ہیں جب کسی ڈومین کو مثبت طور پر یکساں کہا جاتا ہے اگر
بار t مثبت کے لیے ہے ہم چاہتے ہیں کہ t سے تعلق رکھتا ہے لیکن یہ ضرورت یکساں ڈومین کے لیے پہلے کی صورت میں صرف d بھی
xy سے ہونا چاہیے 0 کے برابر نہیں اس بار ہمیں یہ صرف مثبتیت کے لیے درکار ہے d کے لیے t کا تعلق تمام
تو آئیے ایسے ڈومین کو p ositively homogeneous domain کال کریں۔
تو ہمیں یکساں ڈومینز ملے اور ہمیں مثبت طور پر یکساں ڈومینز ملے
تو اب ہم ایک ایسے ڈومین کی مثال دیکھتے ہیں جو مثبت طور پر یکساں ہے لیکن یکساں نہیں ہے اس ڈومین کو بنانا بہت آسان ہے یہاں پر ایک
مثبت ہے y مثبت ہے اور x کے سیٹ کے برابر ہے اس طرح کہ xy ہوائی جہاز میں تمام پوائنٹس d تصویر پہلے کھلی ہوئی ہے۔ کواڈرینٹ
کھلا پہلا کواڈرینٹ کیوں میں اسے کھلا پہلا کواڈرینٹ کہوں کیونکہ باؤنڈری کوآرڈینیٹ محور کے ان حصوں کے برابر شعاعیں کرتی ہیں جو اس
x مثبت ہے لہذا y مثبت ہے اور x کا سیٹ ہے جیسے کہ xy تمام پوائنٹس d کواڈرینٹ کو باندھتے ہیں ڈومین میں شامل نہیں ہے ڈومین
کوما x کے برابر 0 شامل نہیں ہے لہذا یہ کھلا پہلا کواڈرینٹ ہے یہ کھلا پہلا کواڈرینٹ ظاہر ہے مثبت طور پر یکساں حق ہے اگر میں لیتا ہوں
منفی کے لئے نہیں مثال کے t مثبت کے لئے کھلے پہلے کواڈرینٹ میں ہوگا لیکن t بھی ty کوما tx کھلے پہلے کواڈرینٹ میں پھر y
کو مائنس 2 کے برابر لیں اور مائنس 2 مائنس 2 ڈومین میں نہیں ہے لہذا یہ t طور پر 1 مثال کے طور پر پوائنٹ 1 1 ہے ڈومین میں لیکن
یکساں نہیں ہے لیکن یہ مثبت طور پر یکساں ہے لہذا مجھے امید ہے کہ آپ یکساں ڈومین اور مثبت طور پر یکساں ڈومین کے درمیان فرق کو سمجھ
گئے ہوں گے دونوں تصورات ہوں گے۔ مندرجہ ذیل میں بار بار استعمال کیا جاتا ہے آئیے ہم یکساں ڈومینز اور مثبت طور پر یکساں ڈومینز کی کچھ
بھی ہوائی جہاز میں ty کوما tx لیں xy مثالوں کو دیکھتے ہیں کہ پورا طیارہ ظاہر ہے کہ ایک یکساں ڈومین ہے ہوائی جہاز میں ایک پوائنٹ
ہے اگلی مثال یہ ہے کہ اصل کے ساتھ ہوائی جہاز ہٹا دیا میں نے ہوائی جہاز سے اصلیت کو ہٹا دیا
صفر نہیں ہوسکتے ہیں لہذا یا y اور x دونوں صفر نہیں ہوسکتے ہیں دونوں xy تو پنکچر ہوائی جہاز کیا یہ ایک یکساں ڈومین ہے ایک نقطہ
کوئی بھی حقیقی نمبر ہے جو 0 نہیں ہے t سے ضرب کیا جائے گا جہاں t برابر نہیں ہے 0 کو y صفر کے برابر نہیں ہے یا x تو
سے مختلف ہے لہذا یہ 0 y یا x پہلے سے ہی 0 نہیں ہے اور ہم جانتے ہیں کہ t دونوں 0 نہیں ہوسکتے ہیں کیونکہ ty کوما tx تو
مائنس سے اصل ہے ایک یکساں ڈومین ہے پہلا کواڈرینٹ جیسا کہ ہم نے دیکھا ہے ایک مثبت طور پر یکساں ڈومین ہے جو کہ یکساں r2 ڈومین
ڈومین نہیں ہے اس کے بجائے اب ہم اگلی مثال لیتے ہیں آئیے پہلے کواڈرینٹ اور تیسرے کواڈرینٹ کو لیتے ہیں جیسا کہ پیلے رنگ کے خطوں
سے ملتا جلتا ہے۔ پہلی ہی سلائیڈ میں کہ ہم نے وہ دو وہ دو ٹکڑے لیے وہ دو پیلے رنگ کے ٹکڑے جو ہم نے پہلا کواڈرینٹ لیا اور تیسرا کواڈرینٹ
اس فنکشن کی mod x minus y by x plus y کے مساوی لوگارتھم کے xy جو کہ ہم جنس ڈومین ہے اب آئیے ہم فکشن کو لیں
کے ساتھ بیان y کے برابر لائن x لائن کے ساتھ بیان نہیں کیا گیا ہے اور یہ فنکشن بھی مائنس y کے برابر x وضاحت کہاں ہے یہ فنکشن
نہیں کیا گیا ہے لہذا ہوائی جہاز کو ان دو لائنوں کو ہٹا دیں اور پھر آپ کو چار ٹکڑے ملیں گے یہ چار ٹکڑے ایک یکساں ڈومین ہیں اگر آپ ایک
کو 0 کے برابر نہیں ضرب کرتے ہیں tt لیتے ہیں اور xy پوائنٹ
میں xy میں ہوگا۔ آپ کے لیے یہ ایک چھوٹی سی مشق ہے کہ آیا طیارہ i ان چار ٹکڑوں میں سے ایک میں آخری ty کوما tx تو پوائنٹ
سے بڑا ہے آپ اسے کھلا نصف طیارہ کہنا چاہیں گے کیا یہ کھلا آدھا طیارہ یکساں ہے کیا یہ مثبت طور پر x y پوائنٹس کا سیٹ ایسا ہے کہ
یکساں ہے ٹھیک ہے اس کے بارے میں سوچیں کہ یہ مشکل نہیں ہے
تو یہ یکساں ڈومینز کی کچھ مثالیں ہیں اب آئیے اس باب کے مرکزی نقطہ پر آتے ہیں ہم جنس افعال اور یکساں تفریق مساوات
تو جب کسی فنکشن کو یکساں کہا جاتا ہے
بھی ty کوما tx فنکشن کے ڈومین میں ہے xy تو سب سے پہلے یہ ہونا چاہیے کہ ڈومین ایک یکساں ڈومین ہونا چاہیے جو کہ جب بھی
فنکشن کے ڈومین میں ہونا چاہیے ورنہ تعریف کا کوئی مطلب نہیں ہوگا اسی لیے ہم نے یکساں فنکشنز کی وضاحت کرنے سے پہلے یکساں ڈومینز
کے برابر ہے f گنا k کی طاقت کے f xy کا ty کوما tx کہا جاتا ہے۔ یکساں ہو اگر f کا ایک فنکشن xy کی تعریف کی ہے لہذا
بھی ty کوما tx ڈومین میں ہوتا ہے xy کی وضاحت کی گئی ہے کیونکہ جب بھی h تو دائیں ہاتھ کی طرف اور بائیں ہاتھ کی طرف ہوٹ ہیں
کا ہم k ڈگری f کو یکسانیت کی ڈگری کہا جاتا ہے اور ہم کہیں گے کہ k کو یکسانیت کی ڈگری کہا جاتا ہے اس k ڈومین میں ہوتا ہے اس
جنس ہے

سے txnty کو y اور x یہ ڈگری 2 کا یکساں ہے۔ اگر آپ xy مربع مائنس 7 y مربع جمع x تو آئیے دوبارہ لیتے ہیں۔ مثالوں کی تعداد بدلتے ہیں

کا براہ راست ہے اب آپ کے لیے اسے چیک xy مربع ضرب t سے نکلتا ہے ty کوما f tx مربع کا عنصر t تو آپ دیکھیں گے کہ y ہوتا ہے اس لیے یہ x 0 اب یہ فعل متعین نہیں ہوتا ہے جب tan inverse of y by x کرنا ممکن ہے، آئیے اگلی مثال لیتے ہیں کچھ ty کوما tx بذریعہ xy محور کو ہٹا دیں اور پھر آپ دیکھیں گے کہ جب آپ تبدیل کرتے ہیں۔ y محور کے ساتھ متعین نہیں ہوتا اس لیے t کوما f tx کا f xy دوسرے لفظوں میں tan inverse of ty by tx وہی ہے tan inverse of y by x نہیں بدلتا بار کے برابر ہے

کیوب مائنس x مثال کے طور پر d تو یہ ایک فنکشن ہے جو ڈگری صفر کا ہم جنس ہے یہ ہم جنس ہے صفر کی ڈگری آئیے تھر کو لیتے ہیں۔ کیوب کا مربع جڑ اب ہم صرف حقیقی قابل قدر فنکشنز کو دیکھ رہے ہیں لہذا ہمیں ڈومین سے 1 کوما 2 جیسے پوائنٹس کو ہٹانا ہوگا کیونکہ جب y کے برابر 2 لیتا ہوں y اور x میں 1 کے برابر

r اور xy تو اس کے نیچے کی مقدار مربع جڑ منفی ہو جاتا ہے ہم نہیں چاہتے کہ اس فنکشن کا ڈومین کیا ہے اس فنکشن کا ڈومین تمام پوائنٹس سے بڑا ہے یہ نصف طیارہ ہے لہذا یہ ڈومین مثبت طور پر ہم جنس ہے لیکن ہم جنس نہیں ہے لہذا آپ x y دو کا ایک سیٹ ہے اس طرح کہ کی طاقت کے f کی مساوات ty کوما tx کہتے ہیں کہ یہ فنکشن ڈگری 3 بائی 2 کا مثبت طور پر یکساں ہے کیا مثبت طور پر یکساں فعل ہے کے t کے برابر f کی دکھائی گئی مساوات ty کوما tx مثبت کے لئے ایک مساوات ہے t کے f xy اوقات k کی طاقت کے t برابر کی مثبت قدروں کے لئے ہونا ضروری ہے لہذا آپ کہتے ہیں کہ یہ فنکشن مثبت طور پر یکساں ہے لہذا t میں f کے xy اوقات k پاور x مربع کو 3 سے 2 تک آپ y مربع سے تقسیم کرکے x کیوب کو y کیوب مائنس x آخری مثال جو آپ سلائیڈ مربع جڑ میں دیکھتے ہیں مثبت ہونا ضروری ہے لہذا آپ کو t سے بدل دیتے ہیں اور پھر آپ دیکھتے ہیں کہ اس کا یکساں ڈگری صفر لیکن ty کوما tx کو y اور فنکشنز کی مثالیں ملیں جو یکساں ہیں اور فنکشنز جو صرف مثبت طور پر یکساں ہیں

فنکشنز کو دیکھیں گے جو کہ تفریق f کے xym کے xyn کے xy تو ہم فنکشنز کے لیے کس قسم کے ڈومینز کو دیکھنے جا رہے ہیں ہم برابر 0 میں اکثر پائے جاتے ہیں تفریق مساوات ہوگی nxydy پلس mxydx مساوات

کے ڈومینز کیا ہیں یا n اور m کا ایک فنکشن ہے y اور n x کا ایک فنکشن ہے اور y اور m x تو

تو ہم جنس یا مثبت طور پر یکساں ہونے چاہئیں

تو ہم کس قسم کے ڈومین ہیں زیادہ تر پورے جہاز کو دیکھنے جا رہے ہیں بہت سی مثالوں میں پورا طیارہ ہوگا جیسا کہ تعریف میں آدھے طیاروں کیوب کا مربع جڑ ظاہر ہوتا ہے۔ لہذا آپ کو آدھے طیاروں y کیوب مائنس x کو کھولا جائے گا جیسا کہ آخری مثال کے طور پر آپ نے دیکھا کہ کو اوپن فرسٹ کواڈرینٹ کو دیکھنے کی ضرورت ہے یہ ایک بہت اہم مثال ہے کھلے نصف طیاروں کے کھلے کواڈرینٹ اور محدود چوراہوں کی r 2 مائنس اصل r 2 جو اوپر آئٹم نمبر دو میں بیان کی گئی ہے لہذا یہ اس قسم کے ڈومینز ہیں جنہیں ہم تلاش کرنے جا رہے ہیں۔ زیادہ تر پورا جہاز پورا جہاز مائنس اصل نصف طیارہ ایک کواڈرینٹ

تو اس طرح کے ڈومینز کو ہم دیکھیں گے کہ وہ سب یکساں ہیں یا مثبت طور پر یکساں ہیں اب آئیے ہم یکساں کی تعریف کرتے ہیں۔ تفریق مساوات n کا xy اور m کا xy پر بیان کیے گئے ہیں اور d دونوں ہوائی جہاز کے یکساں ذیلی سیٹ n کا xy اور m کا xy فرض کریں کہ ڈگری m ڈگری 2 کا بھی یکساں ہونا۔ اگر n ڈگری 2 کا یکساں ہے جو آپ چاہتے ہیں m یکساں ہے m ایک ہی ڈگری کے یکساں ہیں جو کہ مائنس 3 کا ہم جنس ہے

کی یکسانیت کی ڈگری ایک ہی ہونی چاہیے n اور m کو بھی ڈگری مائنس 3 کا یکساں ہونا ضروری ہے . لہذا n تو

ایک یکساں تفریق مساوات ہے ential equation mxydx plus nxydy equal to zero تو آپ کہتے ہیں کہ یہ فرق ہے

m برابر 0 ہے مشاہدہ کریں کہ یہاں xydy جمع 2 dx مربع y مربع مائنس x تو آئیے ہم یکساں تفریق مساوات کی دو مثالیں دیکھیں پہلی ایک ہے وہ دونوں پورے جہاز پر بیان کیے گئے ہیں اور وہ دونوں ڈگری 2 کے یکساں ہیں۔ لہذا پہلی xyیہاں 2 n ہے مربع y مربع مائنس x

x مربع ہے اگر فوری طور پر y تفریق مساوات یکساں ہے دوسری تفریق مساوات کا کیا ہوگا دوسری تفریق مساوات لاگ ایکس مربع مائنس لاگ ہے 0 y ہے یا اگر 0

تو کوئی مسئلہ ہے

محور ہٹانا ہے ہم تمام کھلے کواڈرینٹ کو حاصل کر رہے ہیں پہلا کواڈرینٹ دوسرا کواڈرینٹ y محور کو ہٹانا ہے اور ہم نے آپ کو x تو ہمیں تیسرا کواڈرینٹ اور چوتھا کواڈرینٹ ایک ہے یکساں ڈومین

مربع ہے اور پھر آپ کو y مربع بذریعہ x مربع یہ لاگ ان y مربع مائنس لاگ x سے بدل دیں لاگ ty کو y سے اور tx کو x تو سے تبدیل کرتے ہیں tx اور ty کو x اور y دوسرا مل گیا جب آپ

تو ٹرم ٹین الٹا ہوتا ہے

منسوخ ہو جاتا ہے لہذا دونوں اصطلاحات ڈگری صفر کی ہم جنس ہیں لہذا دوسری مساوات بھی ایک ہم جنس تفریق مساوات ہے اس تعریف t تو dy مربع y مربع جمع x مائنس مربع جڑ کا y dx جمع x کے مطابق مندرجہ ذیل مساوات نہیں ہوگی یکساں ہم مساوات کو دیکھتے ہیں 2.1 ہے یہ پورے جہاز میں ہم جنس ہے ڈگری x plus y کی پہلی اصطلاح میں یہ یکساں نظر نہیں ہے xym کے xy یکساں کیوں نہیں ہے مربع tx سے بدل دیں کیا ہوتا ہے ty کو y سے اور tx کو x مربع کو y مربع کے مربع کی جڑ جمع x ایک کے بارے میں کیا ہے کہ کا ty کوما tx مربع کی جڑ کے نیچے ہے t مربع ہے لیکن y مربع جمع x اسکوائر کے نیچے جڑ t مربع جڑ کے نیچے ہے ty جمع مربع کا فنکشن مربع جڑ یکساں نہیں ہے یہ صرف مثبت طور پر یکساں ہے لہذا y مربع جمع x ہے لہذا f گنا t mod کا df xy زیادہ اصطلاح ہم جنس نہیں ہے یہ صرف مثبت ہے بہت ہم جنس آپ اس تفریق مساوات کو مثبت طور پر یکساں تفریق مساوات کے طور پر nxy یہاں کہنا چاہیں گے قدرتی طور پر آپ اسے یکساں تفریق مساوات نہیں کہنا چاہیں گے آپ اسے مثبت طور پر یکساں کہنا چاہیں گے کیونکہ یہ یکساں مربع کا مربع جڑ x جمع dx مربع y مربع کا مربع جڑ جمع x مثبت ہو آئیے ایک اور لیتے ہیں۔ مثال کے طور پر t تب ہی ہوتا ہے جب برابر 0۔ dy مربع y مائنس

سے x y سے بڑا نہ صرف ہم لیتے ہیں۔ x y پر لی جاتی ہے لہذا نصف طیارہ x سے بڑے y تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ تفریق مساوات سے بڑا 0 سے بڑا ٹھیک ہے x y کو بھی مثبت لیتے ہیں لہذا اس 2.2 میں ہم ایک اور شرط شامل کریں گے کہ y اور x بڑا ہے ہم تو آئیے اس اضافی مفروضے کو بناتے ہیں

مربع کی تعریف کی گئی y مربع مائنس x سے بڑا ہے۔ لہذا وہ ڈومین جس پر y سے بڑا 0 x مربع مثبت ہوگا اگر y مربع مائنس x تو ہے مثبت طور پر ہم جنس ہے لہذا دوسری اصطلاح یکساں نہیں ہے یہ صرف مثبت طور پر یکساں ہے۔ پہلی اصطلاح یکساں نہیں ہے یہ صرف مثبت طور پر یکساں ہے دوسری اصطلاح دو وجوہات کی بناء پر یکساں ہونے میں ناکام رہتی ہے اور پہلی اصطلاح کسی ایک وجہ سے یکساں ہونے سامنے آتا ہے نہ صرف ڈومین سے باہر آتا ہے۔ جس پر اس اصطلاح کی تعریف کی گئی ہے t میں ناکام رہتی ہے یعنی دوسری صورت میں زیادہ وہ صرف مثبت طور پر یکساں ہے میں آپ کی

توجہ اس حقیقت کی طرف مبذول کرانا چاہتا ہوں کہ زیادہ تر کتابیں 2.2 کو بھی ایک ہم جنس مساوات کے طور پر کہیں گی ہم قدرے محتاط ہیں کہ
ہم ایک ہم جنس مساوات اور مثبت طور پر یکساں مساوات کے درمیان فرق کر رہے ہیں۔ کتابیں 2.2 کو یکساں کیوں قرار دیتی ہیں وجہ بہت آسان
ہے جب بھی ہم 2.2 جیسے حالات میں ہوتے ہیں
تو ہم صرف یہ فرض کر لیتے ہیں کہ سب کچھ پہلے کواڈرینٹ میں ہو رہا ہے لہذا یہ ایک مبہم مفروضہ ہے جو کتابیں بناتے ہیں جس کی وجہ
سے وہ کسی پریشانی میں نہیں پڑتے پہلے کواڈرینٹ میں ہم یکساں مساوات کے لیے جس طریقہ کا اطلاق کریں گے وہ اس طریقہ سے مماثل ہے
جسے ہم مثبت طور پر یکساں مساوات پر لاگو کرتے ہیں۔ جہاں تک حل کے طریقہ کار کا تعلق ہے
تو وہ ایک جیسے ہیں اگر ہم خود کو پہلے کواڈرینٹ تک محدود رکھیں لیکن اگر آپ ان مساوا
توں کو حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں جو مثبت طور پر یکساں ہیں لیکن پہلے کواڈرینٹ کے علاوہ کسی کواڈرینٹ میں یکساں نہیں ہیں
تو آپ کو کچھ احتیاط کرنے کی ضرورت ہے۔ اور ہم کچھ مثالوں کو دیکھتے ہیں جب ہم آگے بڑھتے ہیں
تو مختصر یہ کہ مندرجہ ذیل طریقہ کار مثبت طور پر یکساں مساوات کے ساتھ ساتھ پہلے کواڈرینٹ میں یکساں مساوات کے لیے بھی کام کرتا ہے
جبکہ اگر یہ یکساں مساوات ہے
تو آپ کو پہلے کواڈرینٹ درست ہونے کے بارے میں فکر کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔ پورے ڈومین میں یہی وجہ ہے کہ کتابیں ان کے درمیان
فرق نہیں کرتی ہیں کیونکہ وہ یہ فرض کریں گے کہ جب مساوات یکساں نہیں ہے اور صرف مثبت طور پر یکساں ہے
تو وہ صاف طور پر یہ فرض کر لیتے ہیں کہ ہم پہلے کواڈرینٹ میں کام کر رہے ہیں ہم نے اس پر
توجہ دینے میں تھوڑا محتاط رہے ہیں۔ تفصیلات صرف ایک تردید صرف چیزوں کو سادہ رکھنے کے لیے ہم فرض کریں گے جب تک کہ دوسری
مساوات صرف مثبت طور پر ہم جنس ہے پھر ڈومین یا tial صورت میں یہ نہ کہا جائے کہ اگر مختلف
vx کے مساوی y تو پہلا کواڈرینٹ ہے یا پہلے کواڈرینٹ کا مثبت طور پر یکساں ذیلی سیٹ بالکل ٹھیک ہے لہذا اب ہم پہلے لیکچر میں مشہور
متبادل کا ذکر کیا تھا۔ یہ خیال 1693 کے آس پاس لیبنز میں واپس چلا جاتا ہے vx کے برابر y متبادل کی طرف آتے ہیں جس میں میں نے اس
y کا ذکر کیا گیا ہے لہذا نظریہ ایک y کے برابر متبادل x آپ کو یہ نام پہلے لیکچر میں ظاہر ہوتا ہوا نظر آئے گا اور آپ دیکھیں گے کہ وہاں
ایک یکساں تفریق مساوات کو متغیر جدا کرنے میں تبدیل کرتا ہے۔ مساوات یہی وجہ ہے کہ یکساں مساوات اچھی ہیں کیونکہ ایک vx کے برابر
بہت ہی آسان متبادل کے ذریعے آپ اسے ایک متغیر الگ کرنے والی مساوات تک کم کر سکتے ہیں جو کہ مثبت طور پر یکساں مساوات کے لیے بھی
پر vx برابر کو دیکھتے ہیں۔ y ہوتا ہے جب تک کہ ہم پہلے کواڈرینٹ پر قائم رہتے ہیں آئیے ثبوت
قاعدہ آپ کو مساوات ct 2.3 پروڈکٹ کا سادہ اطلاق dx بذریعہ x dv جمع v برابر dx بذریعہ dy تو پروڈکٹ کا اصول لاگو کریں
ایک ہی n اور m بذریعہ صفر کے برابر کیا مفروضہ ہے dx میں dy کو mxy plus nxy دیتا ہے اس لیے تفریق مساوات کو تبدیل کریں
vx کوما x کا m کے برابر رکھیں اس مساوات سے ہم کیا حاصل کرتے ہیں ہم حاصل کرتے ہیں vx کو y کے ہم جنس ہیں لہذا k ڈگری
کوما x کا m یکساں ہیں لہذا n اور dx well m سے xdv جمع v سے بدل دیا گیا ہے dx میں dy کو vx کوما x کا n پلس
کا 1 گاما n اوقات k کی طاقت کے لئے x کے vn کوما x x کی طاقت کے لئے vn کے 1 کوما vn کوما x کے برابر ہوگا vx x
کی طرف سے x دونوں اصطلاحات سے ایک عام فیکٹر بن جاتا ہے اور یہ نکلتا ہے اور میں تقسیم کرنے جا رہا ہوں k سے قوت x کے ساتھ
اور تھوڑی سی دوبارہ ترتیب دینے سے آپ کو ایک متغیر الگ کرنے والی مساوات ملے گی جو اس بات کا ثبوت ہے کہ کیا ہوتا ہے اگر k پاور
تفریق مساوات صرف مثبت طور پر یکساں ہے
x 1 v کوما x کا m مثبت ہے اور دوبارہ x تو اس صورت میں یاد رکھیں کہ ہم پہلے کواڈرینٹ میں کام کرتے ہیں اور پہلا کواڈرینٹ
ہو گا لہذا ثبوت صرف اس وقت تک گزرتا ہے جب تک کہ ہم پہلے کواڈرینٹ میں ہیں جس کا میں نے ذکر کیا x سے m گنا k کی قوت v کوما
ہے لہذا ثبوت کا طریقہ دونوں صور
مربع x مائنس xydx توں کے لئے پہلے کواڈرینٹ میں یکساں طور پر گزرتا ہے بغیر مزید آئیے ہم مثالوں کی طرف چلتے ہیں پہلی مثال 2
برابر 0 مساوات 2.4 اگر آپ پچھلے لیکچرز پر واپس جائیں dy مربع y مائنس
تو آپ دیکھیں گے کہ ہمیں مساوات 2.4 مساوات کا سامنا کرنا پڑا ہے 2.4 ایک امتیازی مساوات ہے۔ دائروں کا خاندان اصل میں ایکس محور کو
چھو رہا ہے اور میں نے کہا کہ آپ ابھی تفریق مساوات کو حل نہیں کرتے ہیں ہمیں اس وقت تک انتظار کرنا ہوگا جب تک کہ ہم یکساں مساوات کے
کو استعمال کرتے ہیں اور ہم y کے برابر vx باب پر نہیں جاتے اور یہاں ہم اب حل کرنے کی پوزیشن میں ہیں۔ 0.4 کی یہ تفریق مساوات ہم
یہ آسان ہے کہ 2.3 کو زیادہ آسان شکل dx بذریعہ x dv جمع v ہے dx بذریعہ dy مساوات 2.3 استعمال کرتے ہیں 2.3 کہتا ہے کہ
کے طور پر لکھیں صرف vdx plus xdvy کو dy کے برابر صرف vdx plus xdv میں زیادہ آسان شکل میں دوبارہ لکھا جائے۔
vdx مربع xکے برابر بدل دیتے ہیں یہ vx 2 کو y سادگی کے لیے ایسا کرنا بہت آسان ہے کم از کم تحریری طور پر آسان ہے لہذا ہم صرف
اسکوائر منسوخ ہو جاتا ہے اور x ہے xdv پلس dy vdx مربع ہے اور پھر v مربع میں 1 مائنس x مربع بن جاتا ہے y مربع مائنس x
رہ جاتا ہے آسان بنائیں آپ کو 2.6 نظر آتا ہے کہ تفریق xdv مربع v مائنس 1 مائنس v dx مربع v مائنس 1 مائنس v dx ہمارے پاس 2
مساوات متغیر الگ الگ ہے کیوب پلس وی ڈی ایکس پلس وی اسکوائر مائنس 1 ایکس ڈی وی صفر کے برابر ہے اس تفریق مساوات کو حل کرنا بہت
آسان ہے صرف وی کیوب پلس وی کو ایکس سے تقسیم کریں آپ کو کیا ملے گا آپ کو ڈی ایکس پر ایکس پلس وی اسکوائر مائنس 1 پر وی کیوب
برابر 0۔ لہذا یہ ایک بہت ہی آسان معاملہ ہے کہ اس تفریق کی مساوات کو جزوی فریکشن لگا کر حل کریں جنہیں آپ جانتے ہیں plus v dv
کہ اسے کیسے کرنا ہے اس لیے میں اسے پہلی ورزش کے طور پر چھوڑتا ہوں کہ معمول کے جزوی فریکشن کا حساب کریں اور حاصل کریں
2.6 کا حل v میں 1 مربع جمع x کے برابر v کے برابر c جو ہے کیا پھر اور vv ہے y پر x ہے
محور x کے برابر ملتی ہے آرتھوگونل ٹریکجٹریز کیا دائرے اصل میں cy مربع y مربع جمع x کی قدر ڈالیں اور آپ کو یہ مساوات v تو
کو چھو رہے ہیں جس کی ہم جیومیٹریکل غور و فکر سے
توقع کرتے ہیں اور میں نے پچھلے لیکچر میں یہی کہا تھا لہذا ہم نے مسئلہ مکمل طور پر ختم کر دیا ہے اب آئیے اگلی مثال کی طرف پھر سے
کے برابر c مربع xy کیوب مائنس 3 x آرتھوگونل ٹریکجٹریز کی طرف چلتے ہیں لہذا آرتھوگونل تلاش کریں منحنی خطوط کے نظام کی رفتار
ہے
xydy by مربع مائنس 6 y مربع مائنس 3 x کو فرق کریں فوراً غائب ہو جائے آپ کو کیا ملے گا 3 c تو آپ یہ کیسے کریں گے کہ مساوات
x صفر کے برابر تین عوامل باہر نکلیں گے اور آپ کو ایک سادہ نظر آنے والی تفریق مساوات ملے گی، ذہین طالب علم یہ تسلیم کرے گا کہ dx
ہے اور اندازہ کے لیے کوئی قیمت نہیں iy جمع x ایک پیچیدہ نمبر z کیوب کا ایک حقیقی حصہ ہے جہاں z مربع xy کیوب مائنس تھری
ہے۔ گائیں کہ آرتھوگونل ٹریکجٹریز کیا ہوں گی مجھے پورا یقین ہے کہ طلباء نے اندازہ لگایا ہوگا کہ آرتھوگونل ٹریجٹریز کیا ہیں میں آپ کو اندازہ
اور صحیح اندازہ نہیں بتاؤں گا، براہ کرم ٹھیک ہے
برابر 0 کے xy dy مائنس 2 dx ملے گی مربع y مربع مائنس x غائب کو فرق کریں جیسا کہ میں نے کہا کہ آپ کو تفریق مساوات c تو
y مربع مائنس x برابر۔ آرتھوگونل ٹریجٹریز کے لئے کیا فرق مساوات پچھلے لیکچرز پر واپس جاتا ہے اور آپ اس کا اندازہ لگاتے ہیں کہ یہ
مربع ہے یہ پورے y مربع مائنس n x اور m 2xy برابر 0 کے برابر ہے جو کہ یکساں تفریق مساوات ہے xy dx پلس 2 dy مربع

متبادل کے لئے استعمال کیا جانا چاہئے اور آپ آسانی سے تفصیلات کو مکمل کرنے کے لئے لے vx برابر y جہاز میں یکساں ہے اور اس لئے
جاسکتے ہیں لہذا براہ کرم اسے کریں اور پھر چیک کریں کہ آیا آپ کا اندازہ درست ہے
تو ہم دوبارہ پیچیدہ تجزیے سے آرتھوگونل ٹریکجٹریز کی ایک اور مثال ملی لیکن ہم نے اسے مزید سمجھنے کے لیے تفریق مساوات کے نظریہ کو
لاگو کیا مثالیں آئیے پہلے کواڈرینٹ میں ایک مثال دیکھیں آئیے پہلے کواڈرینٹ میں ایک مثال دیکھیں کیونکہ یہ صرف مثبت طور پر یکساں ہونے والا
ہونا چاہئے۔ مثبت ہونا ضروری ہے کہ تفریق y کو مثبت اور x موجود دیکھا ہے لہذا خود بخود y اور لاگ x ہے ہم نے آپ کو ایک لاگ
مساوات صرف پہلے کواڈرینٹ میں بیان کی گئی ہے اور پہلا کواڈرینٹ مثبت طور پر یکساں ہے لیکن یکساں نہیں لیکن یہ ٹھیک ہے لہذا آپ کی
آپ دیکھتے ہیں کہ چیزیں t سے بدل دیں اور ty اور tx کو بالترتیب y اور x تفریق مساوات ایک مثبت یکساں تفریق مساوات ہے 2.7
ڈگری کی یکساں ہیں ایک مثبت طور پر یکساں ڈگری ایک
کو پورا کرتی ہے جو 2.7 کا حل ہے یاد رکھیں منحنی خطوط y تو آئیے ہم بھی اس تفریق مساوات کا حل طلب کریں جو 1 کے برابر 1 کی شرط
کا ایک خاندان ہے اور ان میں سے ایک منحنی خطوط 1 1 سے گزریں گے اور آپ سے پوچھا جائے گا کہ یہ ان منحنی خطوط میں سے کون سا
ہے
کے فعل کے طور پر سوچیں y کو x تو
ایک y لکھیں گے اور x کا y کا ایک فنکشن ہے لہذا ہم y لکھیں گے xx کا yx کا فنکشن اور ہم y کے طور پر سوچیں۔ a کو x تو
کا متبادل استعمال کرسکتے ہیں۔ اور y کے برابر vx آزاد متغیر ہے جس میں تفریق مساوات آسانی سے مثبت طور پر یکساں نظر آتی ہے اور آپ
کے برابر آپ جس معمول سے گزرتے ہیں اس طرح آپ log v in v dx plus x dv 0 پلس v dx مساوات حاصل کریں گے vx ہم
کو ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ملتی ہے جو متغیر الگ کرنے والی مساوات ہے جو آپ کو ملتی ہے وہ مساوات 2.8 ہے سلائیڈ مساوات 2.8
ہے x 1 y 1 میں دکھائے جانے والے آسانی سے متغیر الگ الگ متغیر متغیرات کو الگ کریں جب
کی قدر کیا ہے 1 بھی ہے لہذا 2.8 کو انضمام کرنے کے لیے آپ قطعی انٹیگرلز استعمال کر سکتے ہیں کیونکہ قطعی انٹیگرلز ابتدائی کو vv تو
شامل کرتے ہیں۔ حل کے عمل میں شرائط یا اگر آپ چاہیں
تو غیر معینہ مدت کے انٹیگرلز کو لاگو کر سکتے ہیں لیکن آپ اسے یقینی طور پر جس طریقے سے بھی آپ چاہیں حل کر سکتے ہیں میں یقینی
log y اور آپ کو مساوات 2.9 egration کریں int انٹیگرلز کو استعمال کرتا ہوں اور مجھے ایک آسان انضمام مل گیا ہے لہذا آپ یہ
مائنس لاگ y برابر 1 جمع لاگ y ہے 0۔ لہٰذا لاگوں میں سے ایک کو ختم کیا جا سکتا ہے آپ کو log x مائنس log y مائنس لاگ آف 1 پلس
ایکس ملتا ہے جو کہ مساوات 2.10 ہے لہذا 2.10 بیان کرتا ہے۔ ہماری تفریق مساوات 2.7 کا حل وکر پوائنٹ ون کوما ون ویل سے گزر رہا ہے
کوئی یہاں رک سکتا ہے اور کہہ سکتا ہے کہ ٹھیک ہے ہم نے تفریق مساوات کو حل کر لیا ہے آپ مزید کیا چاہتے ہیں لیکن میں یہ جاننا چاہوں گا کہ
اس وکر کا خاکہ کیسے بنایا جائے ایسا کرنا دلچسپی کی بات ہے
x پر 0 کی قدر دیتی ہے یاد رکھیں میں نے کہا تھا کہ d کو dx تو ہم یہ کیسے کریں کہ سب سے پہلے یہ دیکھیں کہ تفریق مساوات ڈیریویٹیو
کی گنتی کریں۔ وہی ہوگا جو مساوات 2.7 کو دیکھیں مساوات dxd پر dydx پر dydx کے فعل کے طور پر سوچیں اور اس طرح y کو
کی اصطلاح 0 بن جائے گی x مائنس لاگ y کی گنتی کریں کیا ہوگا لاگ dx پر dy کو دیکھیں اور پوائنٹ 1 1 پر 2.7
اور اس کے برعکس nction کا y کو سمجھتے ہیں۔ ایک فو کے طور پر x ہے یہی وجہ ہے کہ میں نے کہا کہ ہم 0 dy بہ dx تو
نہیں
کے برابر ہے مقامی 1 y کے برابر 1۔ لہذا یہ جاننا دلچسپی کا باعث ہے کہ آیا یہ نقطہ y کا مشتق 0 ہے x پرائم 0 ہے x تو اب ہمیں 1 کا
کا ایک نقطہ ہے زیادہ سے زیادہ کیا یہ مقامی کم از کم کا ایک نقطہ ہے یا یہ کیا ہے جب آپ وکر کی خاکہ نگاری کرنا چاہتے ہیں
x کے دوسرے مشتق y پوائنٹس آف انفلیکشن کے اہم نکات بن جاتا ہے اور اس طرح کی چیزیں اس لیے ہمیں maxima minima تو یہ نقطہ
ڈبل پرائم کی گنتی کرنی چاہیے اب آپ کریں گے کہئے کہ آپ کا ابتدائی تاثر یہ ہوگا کہ مساوات 2.10 لیں اور 2.10 سے ایک مضمر تفریق
کی گنتی کریں لیکن میں آپ سے گزارش کرتا ہوں کہ ایسا نہ کریں اس d2x اسکوائر کے ذریعہ dy شروع کریں اور ایک مضمر تفریق کریں اور
کے بجائے میں چاہتا ہوں کہ آپ تفریق مساوات کو زیادہ سے زیادہ استعمال کریں۔ ممکن ہے حل کا استعمال نہ کریں جہاں تک ممکن ہو تفریق
مساوات کا استعمال کریں لہذا آئیے دیکھتے ہیں کہ تفریق مساوات سے دوسرے مشتق کا براہ راست حساب کیسے کیا جائے اور درج ذیل سوالات
کی کوئی قدر ایک سے y کیا mum a maxim or an point of inflection منی کے ایک پوائنٹ کے برابر ہے y کا جواب دیں
بڑی ہوتی ہے جس پر مشتق ختم ہوجاتا ہے میکسیما منیما کے کتنے پوائنٹس ہوتے ہیں اگر آپ چاہیں
کے بارے میں کچھ کہہ سکتے ہیں کہ یہ یکجہتی کو بڑھا رہا ہے یا کم کر رہا ہے ؟ اس فنکشن کی خصوصیات x کے فنکشن y تو کیا آپ
کچھ مثبت y ہوتا ہے جیسا کہ 0 x کا y کے گراف کو خاکہ بناتی ہیں کیا آپ کو لگتا ہے کہ x کے فنکشن y پوائنٹ 1 کوما 1 کے قریب
انفینٹی میں جاتا ہے y کی طرف 1 سے بڑا ہوتا ہے کیا ہوتا ہے a کے لیے
تو یہ کیا وہ فطری سوالات ہیں جو آپ آتے ہیں جن پر آپ بحث کرتے ہیں جب آپ وکر اسکیچنگ کرنا چاہتے ہیں ٹھیک ہے
تو آئیے پہلے سوال کی طرف واپس چلتے ہیں کہ دوسرے مشتق کو براہ راست تفریق مساوات سے کیسے حساب کیا جائے یہ کرنا ضروری ہے
کہ میں اس پر واپس آؤں گا۔ بعد میں دوبارہ اشارہ کریں یہ ضروری ہے کہ تفریق مساوات کو حل کیے بغیر جتنی آپ ممکنہ طور پر براہ راست
زندگی مکمل طور پر حل l تفریق مساوات سے حاصل کر سکتے ہیں حاصل کرنا ضروری ہے کیوں کہ تفریق مساوات جو ری میں پیدا ہوتی ہیں
نہیں ہوسکتی ہے ہم جانتے ہیں کہ اور اس طرح یہ صرف کھلونا کے مسائل ہیں جو آپ کو سکھائیں گے کہ تفریق مساوات سے کیسے نمٹا جائے
اصل مسائل بہت زیادہ پیچیدہ ہیں لہذا ہمیں ان کھلونوں کی مثالوں کو استعمال کرنے کی کوشش کرنی چاہئے اور ان چیزوں کو کرنے کی کوشش
کرنی چاہئے جو آپ حقیقت میں حقیقی زندگی میں کرے گا یعنی تفریق مساوات سے براہ راست حل کا استعمال کیے بغیر جتنی آپ ممکنہ طور پر
معلومات اکٹھی کر سکتے ہیں،
کے لیے ایک نقطہ میکسیما ہے یا ایک منیما دوسرے x کے فنکشن y تو آئیے پہلی چیز کے ساتھ یہ دریافت کریں کہ آیا آپ کے پاس موجود
کے برابر ہے۔ 1 y مشتق دوسرے مشتق کی گنتی کریں جہاں نقطہ
جب دوبارہ ترتیب دیا جائے dy بذریعہ dx تو آئیے پہلے مشتق کو لیتے ہیں تفریق مساوات
کے برابر ہے ndy 0 جمع m dx اس تفریق مساوات پر جائیں جیسا کہ y ملتا ہے جب y مائنس لاگ x میں لاگ x تو آپ کو
y مائنس لاگ x انٹو لاگ x لکھیں کہ ہم نے کیا کیا یہ ہے m پر n مائنس ہو جائے گا dy بذریعہ dy dx حاصل کریں بذریعہ dx تو اپنا
آن y
کے حوالے سے پروڈکٹ قاعدہ اور اقتباس کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے فرق کریں جب آپ اقتباس کے y تو ہمیں چاہیے اس اظہار کو
اصول کو استعمال کرتے ہیں
مربع کا بدصورت اظہار ملتا ہے لیکن ہم 1 y مربع ملتا ہے اور آپ کو بدصورت اظہار ملتا ہے آپ کو ڈینومینیٹر میں ay تو کیا ہوتا ہے آپ کو
پر دوسرے مشتق کی گنتی کر رہے ہیں اس لیے ڈینومینیٹر 1 ہو جائے گا اس لیے مجھے صرف ہندسے میں دلچسپی ہے مجھے y کے برابر
ڈینومینیٹر کو بھی لکھنے کی ضرورت نہیں ہے جب آپ مشتق کے اس کے عدد کی گنتی کرنا چاہتے ہیں

گنا مشتق ہوگا مائنس مائنس ڈینومینیٹر کا مشتق گنا ہے y تو کیا ہوتا ہے یہ عدد کا
گنا ہے ہندسہ کا مشتق کیا عدد سے مشتق دو اصطلاحات ہیں اور آپ استعمال کرتے ہیں پروڈکٹ کا قاعدہ اس y تو میں یہی کہہ رہا ہوں کہ یہ
کے مشتق پلس ایک تیسری اصطلاح ہے جمع y گنا y مائنس لاگ log x ان میں x مائنس y مائنس لاگ ddy of log x ان yx طرح
وہ اصطلاح یہاں اگلی سطر میں نہیں لکھی گئی میں نے کیوں نہیں لکھی ہے کیوں کہ میں y مائنس لاگ log x میں y میں x prime y
کا پرائم 0 ہے اس لیے وہ اصطلاح ختم ہو جائے گی اس لیے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔ 1 x نے غلطی کی ہے نہیں میں نے غلطی نہیں کی
x پرائم کی اصطلاح نہیں لکھی ہے کیونکہ یہ ختم ہونے والی ہے اس لیے یہاں میرے پاس دو اصطلاحات ہیں اور x وہ اصطلاح اس لیے 1 کی
ایک ہے y ایک ہے اور
کی y پر اس طرح یہ اصطلاح بھی مائنس لاگ y پرائم صفر ہے ایک کے برابر x پرائم ہے لیکن دوبارہ x کیا ہے یہ ddy کا log x تو
کو 1 کے y کو 1 کے برابر اور x ہے اور یہاں اس اصطلاح میں آپ 1 y کو چھوڑ دیتی ہے جو کہ مائنس 1 ہے کیونکہ ddy اگلی ٹرم
کی اصطلاح غائب ہو جاتی ہے۔ لہذا 1 پر دوسرا مشتق مائنس 1 ہے۔ نوٹس کریں کہ ہم حل کو بالکل بھی y مائنس لاگ x برابر رکھتے ہیں لاگ
y استعمال نہیں کر رہے ہیں ہم براہ راست تفریق مساوات کے ساتھ کام کر رہے ہیں اور ہمیں معلومات کا اہم حصہ ملا ہے کہ 1 کے برابر پوائنٹ
مقامی زیادہ سے زیادہ کا ایک نقطہ ہے۔ اور اس لیے آپ جانتے ہیں کہ گراف کو مقامی زیادہ سے زیادہ کے قریب کیسا نظر آنا چاہیے، آئیے ہم
کے y کو x گراف بنانا شروع کریں۔ اب ہمارے پاس گراف کھینچنے کے لیے ہمارے پاس کافی معلومات ہیں ہمارے پاس گراف نوٹس ہے کہ ہم
فنکشن کے طور پر دیکھ رہے ہیں
تو واقعی ہمیں گراف کو اس طرح کرنا چاہیے ہمیں گراف کو اس طرح سے ڈرائنگ کرنا چاہیے لیکن کوئی اعتراض نہیں پہلے سے ہی گراف کھینچا
کا ایک فنکشن ہے اور آپ دیکھیں گے کہ نقطہ 1 1 مقامی زیادہ x y محور ہے لہذا y محور ہے اور عمودی محور x ہوا ہے اور افقی محور
سے زیادہ ہے لہذا گراف کو اس طرح نظر آنا چاہئے پوائنٹ ون ایک
تو ہم مشق میں دوسرے سوال کا جواب دیتے ہیں کہ فنکشن سلوشن کریو کا گراف پوائنٹ ون کے قریب کھینچیں ایک اب ہم پوچھتے ہیں کہ میں نے
اس گراف کے y گراف کو اس طرح کیوں جاری رکھا اور میں نے گراف کو اس طرح کیوں جاری رکھا اگلا سوال میں جاننا چاہتا ہوں کہ اگر
مطابق بڑھتا ہے
صفر سے بڑھتا ہے y کی قدر صفر کے قریب آتی ہے اور پھر اور پھر جب x بڑا اور بڑا ہوتا ہے y کم ہوتا جائے گا کیونکہ x تو
کے ایک فنکشن کے طور پر یہاں بڑھتا ہے اور یہاں کم ہوتا ہے ہم کیسے جانتے sx y کی قدر صفر سے بڑھ جاتی ہے دوسرے لفظ میں x تو
x کا y ہیں کہ سب سے پہلے یہ کرنا ہے کہ دوبارہ تفریق مساوات پر واپس جائیں جو تفریق مساوات آپ کو تفریق مساوات دیتی ہے آپ کو
x بذریعہ y مائنس پر x بذریعہ y پرائم لاگ کے برابر دیتا ہے
کا مقامی زیادہ xy پرائم کی کوئی دوسری جڑیں نہیں ہیں جو آپ دیکھتے ہیں ہم دیکھ رہے ہیں ہم پہلے کواڈرینٹ کو دیکھ رہے ہیں صرف x تو
ایک کے برابر ہے y سے زیادہ
سے بڑا ہو جاتا ہے 1 y میں ایک کے برابر ہے لہذا جب y تو یہ کہنے کا کیا مطلب ہے مقامی زیادہ سے زیادہ
کی قدر 1 کے برابر ہوتی ہے x برابر 1 پر xy کی قدر 1 سے چھوٹی ہو جاتی ہے کیونکہ x تو
کے برابر ایک مقامی زیادہ سے زیادہ 1 y ٹھیک ہے لہذا x کے برابر ہے 1 ہم جانتے ہیں کہ 1 کے برابر y قدر x تو میں دیکھتا ہوں کہ اگر
سے بڑھتا ہے 1 y ہے لہذا اگر
کو کم کرنا ضروری ہے یہ ایک مقامی زیادہ سے زیادہ ہے 1 کے لئے ایک زیادہ سے زیادہ قدر ہے لہذا جب آپ زیادہ سے زیادہ قدر سے x تو
سے بڑا ہو گا 1 y سے کم ہو گا اور 1 x کی قدر میں کمی ہوئی ہے۔ جواب کیا x کی قدر میں کمی ہوئی ہے x آگے جاتے ہیں
x x کا لاگ کیا ہے y تو
1 x x سے بڑا ہے y تو
x x کا لاگ مثبت ہے y تو
تو یہاں کیا ہوتا ہے
یاد رکھیں کہ ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ by x x کا مائنس y پر log by x کا y ہے log کا y پرائم yx پرائم آف x تو آپ دیکھیں
ہندسہ مثبت ہے اور ہم پہلے کواڈرینٹ میں ہیں اس لیے ڈینومینیٹر منفی ہے لہذا مشتق 1 سے آگے منفی ہے۔
سے بڑھتا ہے 1 y میں کمی ہوتی رہتی ہے کیونکہ xy تو نتیجہ کے طور پر
y x x تو
کا مثبت ہونا جاری رہنا چاہئے اور اس طرح مشتق منفی ہوتا رہتا ہے اور اس x x کا لاگ y کا 1 سے بڑا ہونا چاہئے اور اس لئے y x x تو
کا 1 انفینٹی پر سختی سے یکتا ہے اور اسی طرح آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اسے 0 سے 1 تک بڑھنا چاہیے۔ اسی لیے گراف کو اس y x طرح
پر x 0 y طرح کھینچا گیا ہے اب سوال یہ ہے کہ میں کیسے جان سکتا ہوں کہ یہ گراف پوری طرح سے اصل میں کیسے جانتا ہوں کہ جب
جاتا ہے
کو 0 پر جانا چاہئے۔ یہاں ہمیں اس مرحلے پر nfinity x پر جاتا ہے y i تو 0 پر جانا ضروری ہے اور مجھے کیسے معلوم ہوگا کہ جب
کو دیکھیں جو 1 جمع y واپس جانا پڑے گا ہمیں مساوات 2.10 پر واپس جانا پڑے گا یہاں ہم مساوات 2.10 پر واپس جائیں گے اور اس مساوات
انفینٹی میں جاتا ہے y انفینٹی میں جاتا ہے فرض کریں اگر y مائنس لاگ ایکس کے برابر ہے فرض کریں اگر y لاگ
انفینٹی میں جائے y کو بائیں طرف لائیں جب y تو کیا ہوتا ہے بائیں ہاتھ کی طرف انفینٹی میں جاتا ہے اب لاگ
مائنس 1 جو انفینٹی y کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟ مائنس لاگ y مائنس 1 کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں آپ y مائنس لاگ Y تو آپ
مائنس 1 برابر ہے y مائنس لاگ y میں بھی جائے گا مجھے دوبارہ کاغذ کے شیٹ پر آپ کے لئے یہ کرنے دو ہمارے پاس کیا ہے ہمارے پاس
x مائنس لاگ
انفینٹی پر جاتا ہے y تو کیا جب
مائنس 1 بھی پلس انفینٹی پر جاتا ہے اگر آپ اس پر یقین رکھتے ہیں y مائنس لاگ y تو کیا یہ درست ہے کہتے ہیں کہ
تو اس کا مطلب ہے کہ اگر ایسا ہے
کو پلس انفینٹی پر جانا چاہئے x تو مائنس لاگ
ضروری ہے پلس انفینٹی پر جائیں کیونکہ آپ دیکھتے ہیں y مائنس لاگ y کو صفر پر جانا چاہئے یہ کیوں سچ ہے میں کیوں کہتا ہوں کہ x تو
انفینٹی لاگ پر جاتا ہے y کہ جب
بھی انفینٹی پر جاتا ہے کیا یہ انفینٹی مائنس انفینٹی قسم کا غیر متعین نہیں ہے y تو
لاگ سے زیادہ تیزی سے انفینٹی y پلس انفینٹی پر جاتا ہے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ y مائنس لاگ y تو میں اتفاق سے یہ کیسے کہہ سکتا ہوں کہ
اب بھی پلس انفینٹی پر جائیں گے آئیے ہم اس مشق کو y مائنس لاگ y سے زیادہ تیزی سے انفینٹی پر جاتا ہے لہذا y لاگ y پر جاتا ہے
دیکھتے ہیں جو میں آپ کو سلائیڈز پر دیتا ہوں

x نوٹ کریں کہ x مائنس لاگ log y برابر 1 جمع y تو اس مشق کے بارے میں سوچنے کے لیے آئیے ایک نظر ڈالتے ہیں مساوات 2.10
کو x جمع انفینٹی پر جاتا ہے ایسا ہونا چاہیے کہ y انفینٹی کی طرف جاتا ہے جیسا کہ dآخری حصہ 3 y کا رجحان ہونا چاہیے . 0 جیسا کہ
صفر جمع پر جانا چاہیے ورنہ دو پوائنٹ ون صفر کا دایاں ہاتھ بائیں ہاتھ کی نسبت آہستہ انفینٹی پر جائے گا جو کہ ایک تضاد ہے۔ یا دوسرے لفظوں
میں log y کو بائیں طرف لائیں اور آپ بحث کر سکتے ہیں جیسا کہ میں نے پہلے بحث کی تھی
log تو بنیادی طور پر میں کیا کہہ رہا ہوں ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ کچھ چیزیں کچھ دوسری چیزوں کے مقابلے میں تیزی سے انفینٹی پر جاتی ہیں
مربع لامحدود کی طرف جاتا log y تیز رفتار سے inity پر جاتا ہے۔ yy inf لاگ لاگ سے زیادہ تیزی سے لامحدود پر جاتی ہے۔ y
سے زیادہ تیزی سے انفینٹی پر جائے گا y ہے آپ کی طاقت سے زیادہ تیزی سے انفینٹی تک جائے گا
تو ان تمام چیزوں سے آپ کا کیا مطلب ہے
کے مقابلے میں g کے t کا فنکشن t تو یہاں ایک مشق ہے اس آخری حصے پر واضح طور پر بحث کریں کہ یہ کہنے کا کیا مطلب ہے
ہوتا ہے t اور a کی تعریف ایک ہی وقفہ پر کی جاتی ہے جس میں g اور f لامحدودیت کو سست کرتا ہے جہاں
ft سے سست جاتا ہے اگر تناسب موجودہ سیاق و سباق میں gt لامحدودیت پر ft کیا مناسب تعریف ہوگی ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ a تو
کے اصول کو لاگو کر l'hopital سے سست رفتار پر جاتا ہے log y y صفر پر جاتا ہے کیا آپ یہ ثابت کر سکتے ہیں کہ gt بذریعہ
سے سست پاور ایک پر دس ہزار عام طور t ہزار لامحدودیت پر جاتا ہے log t to the power کے مثال کے طور پر اسی منطق سے
کے مقابلے میں log t سے n پاور n کتنا ہی مثبت ہے a کتنا بڑا ہے اور آپ کا n پر اس بات سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آپ کا
انفینٹی میں جاتا ہے لہذا ترقی کا موازنہ کرنے کے بارے میں یہ حقیقت کون سے دو t جیسے a سے طاقت t لامحدودیت میں جائے گا
فنکشن کی شرح جس پر اس شرح کا موازنہ کرنا جس پر دو فنکشنز انفینٹی پر جاتے ہیں حساب کتاب میں انتہائی اہم ہے میں دہراتا ہوں کیلکولس میں
یہ جاننا بہت ضروری ہے کہ ایک فنکشن دوسرے فنکشن کی نسبت انفینٹی تک کتنی تیزی سے جاتا ہے یا ایک فنکشن کتنی تیزی سے صفر پر جاتا
دونوں لامحدود پر جا سکتے ہیں یا دونوں 0 پر جا g اور f پر تناسب ہو سکتا ہے g ہے۔ کسی دوسرے فنکشن کے مقابلے میں آپ کے پاس
سکتے ہیں لیکن جو ایک تیزی سے کیلکولس کرتا ہے وہ ایک دوسرے کے نسبت فنکشنز کی نمو کا موازنہ ہے یا
کے پیش نظر یہ gt اور ft تو ترقی لامحدودیت یا زوال سے صفر تک جو بھی مناسب صورت ہو، یہ نوٹ کرنا ضروری ہے کہ دو فنکشنز
کی صورت میں یہ y تیزی سے انفینٹی پر جاتا ہے عام طور پر آسان نہیں ہوتا ہے لاگ gt تیزی سے انفینٹی پر جاتا ہے یا ft سوال کہ آیا
کے اصول کو l'hopital کے اصول کو لاگو کر سکتے ہیں لیکن اکثر آپ l'hopital کیونکہ آپ فوری طور پر y آسان ہوتا ہے۔ اور
لاگو کرنے میں اتنے خوش قسمت نہیں ہوں گے اور مسئلہ بہت مشکل ہو جائے گا فیصلہ کریں کہ کون سا تیزی سے لامحدودیت پر جاتا ہے یا یہ
میں پرائمز کی تعداد کے طور پر لیں t کو وقفہ 1 سے ft دو فنکشنز ایک ہی شرح سے انفینٹی پر جائیں مثال کے طور پر آئیے ہم فنکشن
ہے t 10 تو فرض کریں کہ اگر
چار ہے f کا t تو
ہے f کا سو t تو چار پرائمز ہیں دو تین پانچ اور سات اسی طرح اگر
کے ساتھ انفینٹی میں جاتی ہے پرائمز کی تعداد لامحدود t تو ایک اور سو کے درمیان پرائمز کی تعداد ہے اور آپ جانتے ہیں کہ پرائمز کی تعداد
آن t کے برابر t کے برابر gt انفینٹی میں جاتا ہے آئیے ایک اور فنکشن کو دیکھتے ہیں t انفینٹی میں جاتا ہے جیسا کہ t کا f ہے لہذا
t انفینٹی میں جاتا ہے لوپیتھل کے اصول کو لاگو کریں ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ t بھی انفینٹی میں جاتا ہے جیسا کہ log t آن log tt
سے زیادہ تیزی سے ft gt کیا gt بذریعہ ft سے زیادہ تیزی سے انفینٹی پر جاتا ہے۔ لیکن تناسب کے بارے میں کیا ہے کہ t لاگ
لامحدودیت کی طرف جاتا ہے یا کیا یہ اس کے برعکس ہے یا کیا وہ اسی رفتار سے لامحدود کی طرف جا رہے ہیں یہ سوال گاوسی کا ایک بدنام
انفینٹی میں جاتے ہیں اسی شرح پر لیکن یہ قیاس تقریباً 100 سال تک غیر ثابت gt اور ft زمانہ قیاس تھا آزادانہ طور پر یہ قیاس کیا گیا تھا کہ
ہوا اسے دو فرانسیسی ریاضی دانوں نے آزادانہ طور پر طے کیا ایک 1896 میں ہامرڈ نے اور دوسرا 1898 میں لیول ناقص گانے کے ساتھ اور
اس تھیوریم کو پرائم نمبر تھیوریم کہا جاتا ہے یہ ان میں سے ایک ہے۔ نمبر تھیوری میں سب سے زیادہ قابل ذکر تھیورمز اس لیے آپ دیکھیں گے کہ
لامحدودیت کا موازنہ کوئی آسان کام نہیں ہے اور لامحدودیت کے موازنہ کے خیال کو جی ہارڈی نے اس چھوٹے سے ٹریکٹ میں خوبصورتی سے
بیان کیا ہے جسے آرڈرز آف انفینٹی کہا جاتا ہے ہم اب ایک اور مثال لیں گے لیکن شاید اگلے لیکچر میں ہم اس معصوم نظر آنے والی تفریق مساوات
میں لیں گے یہ ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے اور ہم حقیقت میں دوبارہ حل تلاش کر x کو y پر 1 جمع y برابر dx بذریعہ dy کو
سکتے ہیں حل خود کو مضمر شکل میں پیش کرے گا اور ہم کیا چاہتے ہیں جیسا کہ اس مثال میں کیا گیا ہے ہم یہ سمجھنا چاہتے ہیں کہ کیا ہوتا ہے
جب x انفینٹی میں جاتا ہے
انفینٹی میں کیسے جاتا ہے ہم اسے لیں گے اگلی بار ہم آج کے لیے یہاں رکیں گے لیکن اس دوران آپ مساوات 2.11 کو حل کر سکتے ہیں y تو
آپ اور تیار رہیں