

विभेदक समीकरणांवरील या मालिकेतील पाचव्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे. डोमेन आम्ही काही सोपी उदाहरणे पाहतो आम्ही एकसंध फंक्शनस सकारात्मक एकसंध फंक्शनस आणि शेवटी एकसंध विभेदक समीकरणे पाहतो आणि ते कसे सोडवायचे ते कसे सोडवायचे, चला तर मग आपण नेहमी जात असलेल्या प्लेनच्या उपसंच d वर आपण पहात असलेल्या व्याख्येपासून सुरुवात करूया.

\mathbb{R}^2 च्या उपसंचांकडे पाहण्यासाठी \mathbb{R}^2 चा उपसंच d हा एकसंध आहे असे म्हटले जाते जेव्हा तुम्ही डोमेन d मध्ये xy बिंदू घ्या आणि त्याला स्केलर t ने गुणाकार केला तर 0 च्या बरोबरीचे नाही तर बिंदू tx स्वल्पविराम पुन्हा असणे आवश्यक आहे d दुस-या शब्दात तुम्ही डोमेनमध्ये xy बिंदू घेता तेव्हा तुम्ही पहात असता t गुणिले xy हा मूळ सह xy ला फक्त एक बिंदू सरिखित आहे तो फक्त t च्या घटकाद्वारे बिंदू xy ची मोजणी आहे स्केल केलेला बिंदू डोमेनमध्ये देखील असणे आवश्यक आहे जेणेकरून आपण पहाल की सर्व आणि स्केलिंग घटक एकतर सकारात्मक असू शकतात किंवा ते नकारात्मक असू शकतात म्हणून टी वास्तविक संख्येवर बदलते म्हणून बिंदूच्या संचाचे काय होते tx स्वल्पविराम ty ही एक रेषा आहे म्हणून एकसंध आहे डोमेन हे ओळीचे एकसंध आहे, शक्यतो मूळ मूळ वगळता काढले जाऊ शकते कारण आम्ही आवश्यक असलेली व्याख्या लक्षात ठेवा की $xy \in d$ च्या मालकीचे आहे याचा अर्थ $t \in d$ च्या मालकीचे आहे t साठी 0 च्या बरोबरीचे नाही.

त्यामुळे आता ही एकसंध डोमेनची बीजगणितीय व्याख्या आहे आपण एकसंध डोमेनची काही उदाहरणे पाहू या पण त्याआधी आपण एकसंध डोमेनचे चित्र

पाहू, होय येथे तुम्हाला एक एकसंध डोमेन पिवळ्या रंगात छटा दाखवलेला दिसतो तो y समान x x दोन आणि y बरोबर दोन x दोन ओळीमधील प्रदेश आहे.

या दोन रेषांमधला प्रदेश पहिल्या चतुर्थांशात पिवळा छटा दाखवला गेला आहे आणि तिसऱ्या चतुर्थांशा आता या दोन तुकड्यांचे हे पिवळे तुकडे हे एकसंध डोमेन आहे ते एकसंध डोमेन का आहे? n आपण पाहू शकतो की आपण पिवळ्या प्रदेशात xy बिंदू घेतल्यास t ने गुणाकार केला तर आपल्या t ने xy देखील आहे म्हणून आपण पहाल की हा एक बिंदू xy आहे आपण तो t ने गुणाकार केल्यास आपण समरेख बिंदू $t \cdot xy$ वर येतो.

शून्यापेक्षा मोठे आणि जर टी शून्य पेक्षा कमी असेल तर तुम्ही विरुद्ध बाजूने या विशिष्ट बिंदूवर आलात तर हे अशा प्रत्येक बिंदूसाठी खरे आहे म्हणून हे डोमेन एकसंध डोमेन आहे आता आपण पुढे जाऊ या सर्व वास्तविक संख्या परंतु केवळ सकारात्मक वास्तविक संख्यांच्या संदर्भात, म्हणून आपण एक सकारात्मक एकसंध डोमेन परिभाषित करूया जेव्हा जेव्हा $xy \in d$ गुणा xy च्या मालकीचा असेल तेव्हा डोमेन सकारात्मक एकसंध आहे असे म्हटले जाते तेव्हा बिंदू tx स्वल्पविराम ty देखील d च्या मालकीचा असतो परंतु ही आवश्यकता एकसंध डोमेनसाठी पूर्वीच्या बाबतीत फक्त टी पॉझिटिव्हसाठी आहे आम्हाला t वेळा xy सर्व t साठी d चा असावा 0 च्या बरोबरीचा नाही यावेळी आम्हाला ते फक्त सकारात्मकतेसाठी आवश्यक आहे म्हणून आपण अशा डोमेनला p कॉल करूया **ositivey homogeneous domain** म्हणून आम्हाला एकसंध डोमेन मिळाले आणि आम्हाला सकारात्मक एकसंध डोमेन मिळाले म्हणून आता आपण एका डोमेनचे उदाहरण पाहू जे सकारात्मक एकसंध आहे परंतु एकसंध नाही ते डोमेन तयार करणे खूप सोपे आहे येथे पहिले चित्र आहे.

चतुर्थांश d हा समतलातील सर्व बिंदू xy च्या संचाशी बरोबरी करतो जसे की x धनात्मक आहे आणि y धनात्मक आहे उघडा पहिला चतुर्थांश मी त्याला उघडा पहिला चतुर्थांश का म्हणतो कारण सीमारेषा समन्वय अक्षाच्या भागांच्या समतुल्य किरणांना या चौकोनाला बांधतात डोमेनमध्ये समाविष्ट नाही डोमेन d हा xy सर्व बिंदूंचा संच आहे जसे की x धनात्मक आहे आणि y सकारात्मक आहे म्हणून x बरोबर 0 समाविष्ट नाही म्हणून तो उघडा पहिला चतुर्थांश आहे हा खुला पहिला चतुर्थांश स्पष्टपणे सकारात्मक एकसंध अधिकार आहे जर मी घेतले तर x स्वल्पविराम y खुल्या पहिल्या चतुर्थांश मध्ये नंतर tx स्वल्पविराम ty देखील t सकारात्मक साठी खुल्या पहिल्या चतुर्थांश मध्ये असेल परंतु t नकारात्मक साठी नाही उदाहरणार्थ 1 1 उदाहरणार्थ बिंदू 1 1 आहे डोमेनमध्ये पण टी घ्या वजा 2 आणि उणे 2 उणे 2 डोमेनमध्ये नाही

त्यामुळे हे एकसंध नाही परंतु ते सकारात्मक एकसंध आहे

त्यामुळे मला आशा आहे की तुम्हाला एकसंध डोमेन आणि सकारात्मक एकसंध डोमेनमधील फरक समजला असेल दोन्ही संकल्पना पुढील गोष्टींमध्ये वारंवार वापरलेले आपण एकसंध डोमेन आणि सकारात्मक एकसंध डोमेनची काही उदाहरणे पाहू या संपूर्ण विमान स्पष्टपणे एकसंध डोमेन आहे प्लेनमध्ये xy बिंदू घ्या tx स्वल्पविराम ty देखील विमानात आहे पुढील उदाहरण म्हणजे मूळ असलेले विमान काढले मी विमानातून मूळ काढून टाकले म्हणजे पंचर केलेले विमान हे एकसंध डोमेन आहे एक बिंदू xy दोन्ही शून्य असू शकत नाही x आणि y शून्य असू शकत नाही म्हणून एकतर x शून्याच्या समान नाही किंवा $y = 0$ च्या बरोबर नाही t ने गुणाकार केला आहे जेथे t ही कोणतीही वास्तविक संख्या आहे जी 0 नाही तर tx स्वल्पविराम ty दोन्ही 0 असू शकत नाही कारण t आधीपासून 0 नाही आणि आम्हाला माहित आहे की x किंवा $y = 0$ पेक्षा भिन्न आहे म्हणून हे डोमेन \mathbb{R}^2 उणे मूळ एकसंध डोमेन हे पहिले चतुर्थांश आहे जसे आपण पाहिले आहे की सकारात्मक एकसंध डोमेन आहे जे एकसंध डोमेन नाही त्याऐवजी आता आपण पुढचे उदाहरण घेऊ या पहिल्या चतुर्थांश आणि पिवळ्या प्रदेशांसारखे तिसरे चतुर्थांश घेऊ.

पहिल्याच स्लाईडमध्ये आपण ते दोन ते दोन तुकडे घेतले ते दोन पिवळे तुकडे जे आपण पहिले चतुर्थांश घेतले आणि तिसरा चतुर्थांश जो एकसंध डोमेन आहे आता आपण f चे फंक्शन घेऊ या $\text{mod } x$ वजा y बाय x प्लसचे लॉगरिथम y हे फंक्शन कोठे परिभाषित केले आहे हे फंक्शन x च्या y च्या बरोबरीच्या रेषेने परिभाषित केलेले नाही आणि हे फंक्शन y बरोबर x उणे x च्या रेषेने देखील परिभाषित केलेले नाही म्हणून प्लेन घ्या या दोन ओळी काढून टाका आणि नंतर तुम्हाला चार तुकडे मिळतील हे चार तुकडे एक एकसंध डोमेन आहे जर तुम्ही बिंदू xy घेतला आणि tt ने गुणाकार केला तर शून्य बरोबर पुन्हा बिंदू tx स्वल्पविराम ty या चार तुकड्यांपैकी शेवटचा i असेल तुमच्यासाठी एक छोटासा व्यायाम आहे की समतल xy मधील बिंदूंचा संच म्हणजे x y पेक्षा मोठा आहे की तुम्ही त्याला ओपन हाफ प्लेन म्हणू इच्छिता हे ओपन हाफ प्लेन एकसंध आहे का ते सकारात्मकरीत्या एकसंध आहे का याचा विचार करा की हे अवघड नाही म्हणून हे एकसंध डोमेनची काही उदाहरणे आहेत आता आपण या प्रकरणाच्या एकसंध कार्ये आणि

एकसंध भिन्न समीकरणांच्या मुख्य मुद्द्याकडे येऊ या, म्हणून जेव्हा फंक्शन एकसंध असल्याचे म्हटले जाते तेव्हा सर्वप्रथम असे घडले पाहिजे की डोमेन हे एकसंध डोमेन असावे जे जेव्हा जेव्हा xy असेल.

फंक्शनच्या डोमेनमध्ये आहे tx स्वल्पविराम ty देखील फंक्शनच्या डोमेनमध्ये असणे आवश्यक आहे अन्यथा व्याख्येला काही अर्थ नाही म्हणूनच आम्ही एकसंध फंक्शन्स परिभाषित करण्याआधी एकसंध डोमेन परिभाषित केले आहे म्हणून xy चे फंक्शन f असे म्हटले जाते tx स्वल्पविराम ty चा

f हा xy च्या k गुणिले f च्या घात t च्या बरोबरीचा असल्यास एकसंध व्हा

त्यामुळे उजवीकडे आणि डाव्या हाताची बाजू बॉट असेल h ची व्याख्या केली आहे कारण जेव्हा जेव्हा xy डोमेनमध्ये असतो तेव्हा tx स्वल्पविराम ty देखील डोमेनमध्ये असतो या k ला एकजिनसीपणाची डिग्री म्हणतात या k ला एकसंधतेची डिग्री म्हणतात आणि आपण म्हणू की f डिग्री k चे एकसंध आहे म्हणून आपण पुन्हा घेऊया उदाहरणांची संख्या x वर्ग अधिक y वर्ग वजा $7xy$ हे अंश 2 चे एकसंध आहे.

जर तुम्ही x आणि y च्या जागी $txnty$ नेले तर तुम्हाला tx स्वल्पविराम ty च्या f बाहेर येणारा t वर्गाचा घटक xy च्या t वर्ग गुणा f थेट असेल आता हे तपासणे तुमच्यासाठी शक्य आहे, आता पुढील उदाहरण घेऊया y चा \tan inverse by x आता हे फंक्शन $x \neq 0$ असताना परिभाषित केले जात नाही म्हणून ते y अक्षाच्या बाजूने परिभाषित केले जात नाही म्हणून y अक्ष काढून टाका आणि नंतर तुम्हाला दिसले की जेव्हा तुम्ही बदलता xy द्वारे tx स्वल्पविराम ty काहीही बदलत नाही \tan व्युत्क्रम y द्वारे x ty च्या \tan व्युत्क्रम ty x tx समान आहे दुसऱ्या शब्दांत f xy चा f tx स्वल्पविराम t बार च्या बरोबरीचा आहे म्हणून हे एक फंक्शन आहे जे अंश शून्याचे एकसंध आहे हे एकसंध आहे शून्य अंशाची तीर घेऊ d उदाहरण x क्यूबचे वर्गमूळ वजा y क्यूब आता आपण वास्तविक मूल्यवान फंक्शन्स पाहत आहोत म्हणून डोमेनमधून आपल्याला 1 स्वल्पविराम 2 सारखे बिंदू काढावे लागतील कारण जेव्हा m x बरोबर 1 आणि y बरोबर 2 घेतो तेव्हा त्याखालील प्रमाण वर्गमूळ ऋणात्मक होते आपल्याला ते नको आहे तर या फंक्शनचे डोमेन काय आहे या फंक्शनचे डोमेन xy आणि r दोन अशा सर्व बिंदूंचा संच आहे की x y पेक्षा मोठा आहे तो अर्धा समतल आहे

त्यामुळे हे डोमेन सकारात्मक एकसंध आहे पण एकसंध नाही म्हणून तुम्ही म्हणता की हे फंक्शन डिग्री 3 बाय 2 चे पॉझिटिव्हली एकसंध आहे हे पॉझिटिव्ह एकसंध फंक्शन म्हणजे tx स्वल्पविराम ty बरोबर t च्या पॉवर k गुणा xy च्या f चे समीकरण t पॉझिटिव्ह साठी धरले पाहिजे तेथे एक समीकरण आहे tx स्वल्पविराम ty बरोबर t च्या पॉवर k गुणा xy च्या f चे प्रदर्शित केलेले समीकरण t च्या सकारात्मक मूल्यांसाठी धरले पाहिजे म्हणून तुम्ही म्हणता की हे फंक्शन सकारात्मक एकसंध आहे म्हणून शेवटचे उदाहरण जे तुम्ही स्लाइडच्या वर्गमूळात पहा x घन वजा y घन x चौरस व y वर्गाने भागून घात 3 ने 2 तुम्ही x आणि y ला tx स्वल्पविराम ty ने बदलता आणि नंतर तुम्हाला दिसले की ते शून्य अंशाचे एकसंध असले पाहिजे परंतु t सकारात्मक असणे आवश्यक आहे म्हणून तुम्हाला फंक्शन्सची उदाहरणे मिळाली आहेत एकसंध आहेत आणि फंक्शन्स जे केवळ सकारात्मक एकसंध आहेत म्हणून फंक्शन्ससाठी आपण कोणत्या प्रकारचे डोमेन पाहणार आहोत आपण xy च्या xym च्या xy तीन फंक्शन्सची फंक्शन्स पाहणार आहोत जे विभेदक समीकरण $mxydx$ अधिक $nxydy$ समान 0 मध्ये वारंवार घडतात विभेदक समीकरण असेल बरोबर म्हणजे m हे x आणि y चे फंक्शन आहे आणि n हे x आणि y चे कार्य आहे m आणि n साठी डोमेन काय आहेत ते एकसंध किंवा सकारात्मकपणे एकसंध असले पाहिजेत

त्यामुळे आपण कोणत्या प्रकारचे डोमेन आहोत मुख्यतः संपूर्ण समतल पाहण्यासाठी जात असलेल्या

अनेक उदाहरणांमध्ये संपूर्ण समतल असेल कारण व्याख्या अर्धा समतल उघडल्या गेल्या उदाहरणाप्रमाणे तुम्ही x क्यूब वजा y क्यूब चे वर्गमूळ पाहिले आहे.

त्यामुळे तुम्हाला हाफ फ्लेन्स ओपन फर्स्ट क्वार्टर पाहण्याची गरज आहे हे वरील आयटम क्रमांक दोन मध्ये वर्णन केलेल्या ओपन हाफ प्लेनचे ओपन फर्स्ट क्वार्टर आणि मर्यादित छेदनबिंदू हे एक अतिशय महत्त्वाचे उदाहरण आहे, त्यामुळे हे असे डोमेन्स आहेत जे आम्ही पाहणार आहोत.

मुख्यतः $r \geq 2$ उणे मूळ $r \geq 2$ संपूर्ण समतल वजा मूळ समतल अर्धा समतल एक चतुर्भुज

त्यामुळे अशा डोमेन्सकडे आपण पाहणार आहोत ते सर्व एकसंध किंवा सकारात्मक एकसंध आहेत आता आपण एकसंध ची व्याख्या घेऊ.

विभेदक समीकरण असे गृहीत धरा की xy चा m आणि xy चा n दोन्ही समतल d च्या एकसंध उपसमूहावर परिभाषित केले आहेत आणि xy चा

m आणि xy चा n समान पदवीचे एकसंध आहेत जे m आहे एकसंध m आहे पदवी 2 चा एकसंध आहे n अंश 2 चे एकसंध असणे देखील.

जर m अंश उणे 3 चे एकसंध असेल तर n देखील अंश उणे 3 चे एकसंध असणे आवश्यक आहे.

म्हणून m आणि n च्या एकसंधतेची पदवी समान असणे आवश्यक आहे तर तुम्ही म्हणता की हे भिन्न आहे ential समीकरण $mxydx$ plus $nxydy$ इकल टू शून्य हे एकसंध विभेदक समीकरण आहे म्हणून आपण एकसंध विभेदक समीकरणांची दोन उदाहरणे पाहू या पहिले म्हणजे x वर्ग वजा y चौरस dx अधिक 2 $xydy$ बरोबर 0 हे पाहा की येथे m x वर्ग वजा y आहे येथे n चा वर्ग $2xy$ आहे ते दोन्ही संपूर्ण समतलावर परिभाषित केले आहेत आणि ते दोन्ही अंश 2 चे एकसंध आहेत.

म्हणून पहिले विभेदक समीकरण एकसंध आहे दुसऱ्या विभेदक समीकरणाचे काय तर दुसरे विभेदक समीकरण लॉग x वर्ग वजा लॉग y वर्ग असेल तर लगेच $x \neq 0$ आहे किंवा $y \neq 0$ असल्यास एक समस्या आहे म्हणून आपल्याला x अक्ष काढून टाकावा लागेल आणि आपण y अक्ष काढून टाकला आहे, आम्हाला सर्व खुले चतुर्थांश मिळत आहेत उघडा पहिला चतुर्थांश दुसरा चतुर्थांश तिसरा चतुर्थांश आणि चौथा चतुर्थांश युनियन आहे एकसंध डोमेन म्हणून x ला tx ने आणि y ने ty ने बदला लॉग x स्केअर वजा लॉग y स्केअर हे

लॉग चे x स्केअर बाय y स्केअर आहे आणि नंतर तुम्हाला दुसरे मिळाले आहे y चे \tan व्युत्क्रम x द्वारे x ला तुम्ही अनुक्रमे y आणि x ला ty आणि tx ने बदलता तेव्हा t रद्द होतो
त्यामुळे दोन्ही संज्ञा शून्य अंशाच्या एकसंध आहेत म्हणून दुसरे समीकरण देखील एकसंध विभेदक समीकरण आहे या व्याख्येनुसार पुढील समीकरण असे होणार नाही एकसंध समीकरण 2.

1 x अधिक y dx वजा x वर्गाचे वर्गमूळ अधिक y वर्ग dy हे एकसंध का नाही ते एकसंध का नाही xy च्या xym च्या पहिल्या पदावर x अधिक y हे समीकरण पाहू पदवी एक म्हणजे x चौरस अधिक y वर्गाचे वर्गमूळ x द्वारे tx आणि y ने ty ने बदलले की काय होते tx वर्ग अधिक ty वर्ग रूट अंतर्गत t चा वर्ग रूट अंतर्गत x वर्ग अधिक y वर्ग आहे परंतु t च्या मुळाखाली वर्ग वर्ग आहे tx स्वल्पविराम ty चा अधिक df हा xy च्या $\text{mod } t$ गुणिले f आहे
त्यामुळे x स्केअर अधिक y वर्गाचे फंक्शन वर्गमूळ एकसंध नाही ते फक्त सकारात्मक एकसंध आहे म्हणून येथे nxy संज्ञा एकसंध नाही ती फक्त पॉझिटिव्ह आहे अतिशय एकसंध, तुम्ही या विभेदक समीकरणाला सकारात्मक एकसंध विभेदक समीकरण म्हणू इच्छिता

उदाहरण x वर्गाचे वर्गमूळ अधिक y वर्गाचे dx अधिक x वर्गाचे वर्गमूळ वजा y वर्ग dy बरोबर 0.

तर आपण असे म्हणूया की हे विभेदक समीकरण y पेक्षा मोठ्या x वर घेतले आहे, तर अर्धा समतल x y पेक्षा मोठा आहे एवढेच नाही.

x y पेक्षा मोठा आपण x आणि y देखील सकारात्मक मानतो म्हणून या 2.

2 मध्ये आपण आणखी एक अट जोडू की x y पेक्षा मोठा 0 पेक्षा मोठा ठीक आहे म्हणून आपण ते अतिरिक्त गृहीत धरूया तर x चौरस वजा y चा वर्ग सकारात्मक असेल तर x y पेक्षा मोठा 0 पेक्षा मोठा आहे.

म्हणून ज्या डोमेनवर x स्केअर वजा y स्केअर परिभाषित केले आहे ते सकारात्मक एकसंध आहे म्हणून दुसरी संज्ञा एकसंध नाही ती फक्त सकारात्मक एकसंध आहे पहिली संज्ञा एकसंध नसते ती केवळ सकारात्मक एकसंध असते दुसरी टर्म दोन कारणांमुळे एकसंध असण्यात अपयशी ठरते आणि पहिली संज्ञा एकाच कारणासाठी एकसंध राहण्यात अयशस्वी ठरते म्हणजे दुसऱ्या प्रकरणात अधिक टी बाहेर येते इतकेच नाही तर मॉड टी डोमेनमधून बाहेर पडत नाही ज्यावर ही संज्ञा परिभाषित केली आहे ती केवळ सकारात्मक एकसंध आहे, मी तुमचे लक्ष या वस्तुस्थितीकडे आकर्षित करू इच्छितो की बहुतेक पुस्तके 2.

2 देखील एक एकसंध समीकरण म्हणून कॉल करतील आम्ही थोडी सावधगिरी बाळगत आहोत आम्ही एकसंध समीकरण आणि सकारात्मक एकसंध समीकरण यांच्यात फरक केला आहे.

पुस्तके 2.

2 ला एकसंध का म्हणतात कारण हे अगदी सोपे आहे जेव्हा जेव्हा आपण 2.

2 सारख्या परिस्थितीत असतो तेव्हा आपण फक्त असे गृहीत धरतो की सर्व काही पहिल्या चतुर्थांशात घडत आहे, त्यामुळे पुस्तके बनवलेली एक निर्विकार गृहीतक आहे ज्यामुळे ते कोणत्याही अडचणीत येत नाहीत.

पहिल्या चतुर्थांश मध्ये आपण एकसंध समीकरणांसाठी जी पद्धत लागू करणार आहोत ती पद्धत आपण सकारात्मक एकसंध समीकरणांसाठी लागू करतो.

uation जोपर्यंत सोल्युशनच्या पद्धतीचा संबंध आहे तो जर आपण स्वतःला पहिल्या चतुर्थांशपुरते मर्यादित ठेवले तर ते सारखेच असतात परंतु जर तुम्ही पहिल्या चतुर्थांश व्यतिरिक्त इतर क्वार्टमध्ये सकारात्मक एकसंध परंतु एकसंध नसलेली समीकरणे सोडवण्याचा प्रयत्न केला तर

तुम्हाला थोडी काळजी घेणे आवश्यक आहे.

आणि आम्ही पुढे जात असताना काही उदाहरणे पाहतो

त्यामुळे थोडक्यात खालील पद्धती सकारात्मक एकसंध समीकरणांसाठी तसेच पहिल्या चतुर्थांशातील एकसंध समीकरणांसाठी कार्य करते आणि

जर ते एकसंध समीकरण असेल तर तुम्हाला पहिल्या चतुर्थांश वैधतेबद्दल काळजी करण्याची गरज नाही.

संपूर्ण डोमेनमध्ये त्यामुळेच पुस्तके त्यांच्यात फरक करत नाहीत कारण ते असे गृहीत धरतील की जेव्हा समीकरण एकसंध नसते आणि केवळ सकारात्मक एकसंध असते तेव्हा ते स्पष्टपणे गृहीत धरतात की आम्ही पहिल्या चतुर्थांशात काम करत आहोत याकडे लक्ष देऊन आम्ही थोडे सावध आहोत तपशील फक्त एक अस्वीकरण फक्त गोष्टी सोप्या ठेवण्यासाठी आम्ही असे गृहीत धरू जोपर्यंत अन्यथा सांगितले नाही की भिन्न असल्यास $tial$ समीकरण हे फक्त सकारात्मक एकसंध असते मग डोमेन हा एकतर पहिला चतुर्थांश असतो किंवा पहिल्या चतुर्थांशाचा सकारात्मक एकसंध उपसंच असतो, म्हणून आता आपण पहिल्या व्याख्यानात या y समान टू vx प्रतिस्थापनाचा उल्लेख केला होता.

कल्पना 1693 च्या आसपास लीबनिझमध्ये परत जाते

तुम्हाला हे नाव पहिल्या व्याख्यानात बरोबर दिसेल आणि तुम्हाला तेथे x च्या बरोबरीचे प्रतिस्थापन y नमूद केलेले दिसेल

त्यामुळे प्रमेय एक y इकल टू vx हे एकसंध विभेदक समीकरण व्हेरिएबल विभाज्य मध्ये रूपांतरित करते समीकरण हेच कारण आहे की एकसंध समीकरणे छान आहेत कारण एका अगदी सोप्या प्रतिस्थापनाद्वारे तुम्ही ते चल विभाज्य समीकरणापर्यंत कमी करू शकता जे सकारात्मक एकसंध समीकरणासाठी देखील आहे जोपर्यंत आपण पहिल्या चतुर्थांशाला चिकटून राहतो तोपर्यंत आपण y समान पुरावा पाहू.

vx ला म्हणून उत्पादन नियम dy द्वारे dx समान v अधिक x dv द्वारे dx उत्पादनाचा साधा अनुप्रयोग लागू करा ct नियम तुम्हाला समीकरण 2.

3 देतो

त्यामुळे विभेदक समीकरणात बदल करा विभेदक समीकरण mxy अधिक nxy मध्ये dy द्वारे dx बरोबर शून्य असे समजा m

आणि n समान डिग्री k चे एकसंध आहेत म्हणून y समान vx मध्ये ठेवा हे समीकरण आपण काय मिळवू शकतो m चा x स्वल्पविराम vx अधिक n चा x स्वल्पविराम vx च्या dy मध्ये dx ची जागा v अधिक $x dv$ ने dx ने बदलली आहे m आणि n एकसंध आहेत

त्यामुळे x स्वल्पविराम vx चे m x बरोबर असेल x स्वल्पविराम vx चा 1 स्वल्पविराम vn च्या घात k गुणिले m असेल x ची घात k गुणिले n च्या 1 गॅमा सह x ची घात k दोन्ही पदांमधून एक सामान्य घटक बनतो आणि तो बाहेर येतो आणि मी विभाजित करणार आहे x द्वारे पॉवर k आणि थोडेसे पुनर्रचना केल्याने तुम्हाला एक वेरियेबल विभाजीत समीकरण मिळेल जे विभेदक समीकरण केवळ सकारात्मक एकसंध असल्यास काय होते याचा पुरावा असेल तर त्या बाबतीत लक्षात ठेवा की आपण पहिल्या चतुर्थांशात काम करतो आणि पहिला चतुर्थांश x सकारात्मक आहे आणि पुन्हा x स्वल्पविराम v चा m x हा 1 स्वल्पविराम v च्या पॉवर k गुणिले m x असेल म्हणून पुरावा फक्त जोपर्यंत आपण पहिल्या चतुर्थांशात असतो तोपर्यंतच जातो आणि मी नमूद केले आहे की पुरावाची पद्धत दोन्ही प्रकरणांसाठी पहिल्या चतुर्थांशात सारखीच जाते

आता आपण उदाहरणांकडे वळू या पहिल्या उदाहरण $2xydx$ वजा x वर्ग वजा y वर्ग dy समान 0 समीकरण 2 .

4 जर तुम्ही मागील व्याख्यांनांवर परत गेलात तर तुम्हाला दिसेल की आम्हाला समीकरण 2 .

4 समीकरण 2 .

4 हे समीकरण 2 .

4 साठी एक भिन्न समीकरण आहे.

वर्तुळांचे कुटुंब मूळस्थानी x -अक्षाला स्पर्श करत आहे आणि मी म्हणालो की तुम्ही आत्ताच विभेदक समीकरण सोडवत नाही, आम्हाला एकसंध समीकरणाच्या अध्यायाकडे जाईपर्यंत वाट पहावी लागेल आणि येथे आम्ही आता निराकरण करण्याच्या स्थितीत आहोत.

0 .

8 चे हे विभेदक समीकरण आम्ही vx च्या बरोबर पर्यायी y वापरतो आणि आम्ही समीकरण 2 .

3 वापरतो 2 .

3 म्हणते की dy द्वारे dx आहे v अधिक x dv द्वारे dx

अधिक सोप्या फॉर्ममध्ये 2 .

3 पुन्हा लिहिणे सोयीचे आहे.

vdx plus $x dv$ च्या बरोबरीने फक्त dy ला vdx plus $x dv$ असे लिहा फक्त साधेपणासाठी असे करणे खूप सोपे आहे किमान लिखित स्वरूपात तसे करणे सोपे आहे म्हणून आम्ही फक्त y इकल vx ला बदलतो हे $2x$ स्केअर vdx x स्केअर वजा y स्केअर मध्ये x स्केअर बनते 1 वजा v स्केअर आणि नंतर dy म्हणजे vdx अधिक $x dv$ x स्केअर रद्द होतो आणि आमच्याकडे 2 $v dx$ उणे 1 वजा v स्केअर $v dx$ वजा 1 वजा v स्केअर $x dv$ शिल्लक आहे, तुम्हाला 2 .

6 मिळेल भिन्न समीकरण व्हेरिबल विभाजीत आहे.

क्यूब अधिक व्हीडीएक्स अधिक व्ही स्केअर वजा 1 $x dv$ शून्य बरोबर हे विभेदक समीकरण सोडवणे खूप सोपे आहे फक्त v क्यूब अधिक v फक्त x ने भागा म्हणजे काय मिळेल तुम्हाला dx वर x अधिक v स्केअर वजा 1 वर v घन plus $v dv$ बरोबर 0 .

त्यामुळे हे विभेदक समीकरण सोडवणे खूप सोपे आहे जे तुम्हाला माहित आहे की ते कसे करायचे ते आंशिक अपूर्णाक वापरून, म्हणून मी प्रथम व्यायाम म्हणून हे सोडतो, नियमित आंशिक अपूर्णाकांची गणना करा आणि मिळवा 2 .

6 चे द्रावण v चा वर्ग अधिक 1 मध्ये x वर v बरोबर c च्या बरोबर आहे आणि नंतर vv म्हणजे y वर x काय आहे म्हणून v चे मूल्य टाका आणि तुम्हाला हे समीकरण x चौरस अधिक y वर्ग cy च्या ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकाच्या बरोबर मिळेल.

उत्पत्तिस्थानी x अक्षाला स्पर्श करणारी वर्तुळ आहेत जी आपल्याला भौमितीय विचारांतून अपेक्षित आहे आणि हेच मी मागच्या लेक्चरमध्ये म्हटलं होतं

त्यामुळे आपण समस्या पूर्णपणे पूर्ण केली आहे आता आपण पुढील उदाहरणावर वळूया ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्ट्रीज कडे वळूया त्यामुळे ऑर्थोगोनल शोधा वक्र प्रणालीचे मार्ग x क्यूब वजा $3xy$ स्केअर c च्या बरोबरीचे आहेत तर तुम्ही ते कसे कराल ते समीकरण c मध्ये फरक करा लगेच नाहीसे होईल तुम्हाला काय मिळेल $3x$ स्केअर वजा $3y$ स्केअर वजा $6xydy$ by dx समान शून्य तीन घटक आऊट आणि तुम्हाला एक साधे दिसणारे विभेदक समीकरण मिळेल चतुर विद्यार्थ्यांला हे समजेल की x घन वजा तीन xy वर्ग हा z क्यूबचा खरा भाग आहे जेथे z ही जटिल संख्या x अधिक iy आहे आणि अंदाजासाठी किंमत नाही ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज काय असतील हे गा, मला खात्री आहे की विद्यार्थ्यांनी ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज काय आहेत याचा अंदाज लावला असेल, मी तुम्हाला अंदाज आणि अंदाज बरोबर सांगणार नाही, कृपया ठीक आहे म्हणून c मध्ये फरक करा, जसे मी तुम्हाला विभेदक समीकरण x वर्ग वजा y मिळेल असे सांगितले.

स्केअर dx वजा $2xy dy$ बरोबर 0 .

ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजचे विभेदक समीकरण मागील लेक्चर्सवर परत जाते आणि तुम्हाला समजले की ते x स्केअर वजा y स्केअर dy अधिक $2xy dx$ समान 0 बरोबर आहे हे एकसंध विभेदक समीकरण m $2x$ आहे आणि n हा x चौरस वजा y चौरस आहे तो संपूर्ण विमानात एकसंध आहे आणि म्हणून vx प्रतिस्थापनाच्या बरोबरीचा y वापरावा लागेल आणि तुम्ही फक्त तपशील पूर्ण करण्यासाठी पूर्ण करू शकता म्हणून कृपया ते करा आणि नंतर तुमचा अंदाज बरोबर आहे का ते तपासा म्हणून आम्ही पुन्हा जटिल विश्लेषणातून येणाऱ्या ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजचे आणखी एक उदाहरण मिळाले परंतु ते आता अधिक समजून घेण्यासाठी आम्ही भिन्न समीकरणांचा सिद्धांत लागू केला.

उदाहरणे आपण पहिल्या चतुर्थांशातील उदाहरण पाहू या पहिल्या चतुर्थांशातील उदाहरण पाहू कारण ते फक्त सकारात्मक एकसंध असणार आहे आपल्याला एक लॉग x आणि लॉग y दिसत आहे

त्यामुळे आपोआप x सकारात्मक आणि y असणे आवश्यक आहे पॉझिटिव्ह असायला हवे विभेदक समीकरण फक्त पहिल्या क्वांटमध्ये परिभाषित केले गेले आहे आणि पहिला चतुर्थांश सकारात्मक एकसंध आहे परंतु एकसंध नाही पण ते ठीक आहे म्हणून तुमचे विभेदक समीकरण हे सकारात्मक एकसंध विभेदक समीकरण आहे 2.

7 x आणि y ला अनुक्रमे tx आणि ty ने बदला आणि t तुम्ही पाहता, गोष्टी एकसमान अंशाच्या एकसमान आहेत आणि एक सकारात्मक एकसमान अंश आहेत म्हणून आपण

y 1 च्या 1 च्या बरोबरीच्या स्थितीचे समाधान करणाऱ्या या भिन्न समीकरणाचे समाधान देखील विचारू या जे 2.

7 चे समाधान आहे लक्षात ठेवा वक्रांचे एक कुटुंब आहे आणि त्यापैकी एक आहे.

वक्र बिंदू 1 1 मधून जातील आणि तुम्हाला यापैकी कोणता वक्र आहे हे शोधण्यास सांगितले जाईल म्हणून x ला y चे कार्य म्हणून विचार करा म्हणून x ला a म्हणून विचार करा y चे फंक्शन आणि आपण yx चे xx लिहू हे y चे फंक्शन आहे म्हणून आपण y चे x लिहू आणि y हे स्वतंत्र चल आहे विभेदक समीकरण सहजपणे सकारात्मक एकसंध असल्याचे दिसून येते आणि आपण vx च्या बरोबरीचे y पर्याय वापरू शकता आणि आम्हाला vx समीकरण मिळेल $v dx$ प्लस लॉग v मध्ये $v dx$ अधिक $x dv$ समान 0 तुम्ही ज्या नेहमीच्या दिनक्रमातून जात आहात

त्यामुळे तुम्हाला व्हेरिअबल विभाजीत समीकरण मिळेल जे व्हेरिअबल विभाजीत समीकरण काय आहे ते तुम्हाला मिळते ते समीकरण 2.

8 आहे स्लाईड समीकरण 2.

8 मध्ये दर्शविलेले व्हेरिअबल विभाजीत व्हेरिअबल्स वेगळे करा, x जेव्हा 1 y 1 असेल तेव्हा व्हेरिअबल्स वेगळे करा, तर vv चे मूल्य काय आहे ते देखील 1 आहे म्हणून 2.

8 समाकलित करण्यासाठी तुम्ही निश्चित अविभाज्य वापरू शकता कारण निश्चित अविभाज्यांमध्ये प्रारंभिक अंतर्भूत असतात.

सोल्यूशन प्रक्रियेतील अटी किंवा आपण इच्छित असल्यास अनिश्चित पूर्णांक लागू करू शकता परंतु आपण ते निश्चितपणे आपल्याला पाहिजे त्या मार्गाने सोडवू शकता मी निश्चित पूर्णांक वापरतो आणि मला एक सोपे एकत्रीकरण मिळाले आहे म्हणून आपण हे पूर्ण करू शकता egration आणि तुम्हाला 2.

9 $\log y$ वजा लॉगचे 1 अधिक $\log y$ वजा लॉग x 0 हे समीकरण मिळेल.

त्यामुळे तुम्हाला y बरोबर 1 अधिक लॉग y वजा लॉग x हे 2.

10 हे समीकरण 2.

10 असे घातांक देऊन काढले जाऊ शकते

त्यामुळे 2.

10 चे वर्णन करते.

आमच्या विभेदक समीकरण 2.

7 चा सोल्यूशन वक्र बिंदू एक स्वल्पविरामाने एक विहिरीमधून जात आहे, कोणीही येथे थांबू शकतो आणि म्हणू शकतो की ठीक आहे आम्ही विभेदक समीकरण सोडवले आहे तुम्हाला आणखी काय हवे आहे परंतु मला हे वक्र कसे रेखाटायचे हे जाणून घ्यायचे आहे सोल्यूशन वक्र कसे स्केच करायचे हे करणे स्वारस्य आहे म्हणून आपण ते कसे चांगले करू हे सर्व प्रथम पहा की विभेदक समीकरण d वर व्युत्पन्न dx ला 0 चे मूल्य देते हे लक्षात ठेवा मी म्हटलो की x ला y चे कार्य म्हणून विचार करा आणि म्हणून $dydx$ वर $dydx$ वर dxd मोजा 2.

7 समीकरण 2.

7 कडे पहा आणि 1 बिंदूवर dy वर dx ची गणना करा 1 1 वर लॉग y वजा लॉग x टर्म 0 होईल म्हणून dx बाय dy 0 असेल काय होईल हेच कारण मी म्हटले की आम्ही x मानतो फू म्हणून y चे nction आणि इतर मार्गाने नाही म्हणून आता आपल्याला 1 चा x प्राइम 0 आहे x चे व्युत्पन्न 0 y बरोबर 1 आहे.

त्यामुळे 1 च्या बरोबरीचा y हा बिंदू स्थानिक बिंदू आहे की नाही हे जाणून घेणे स्वारस्यपूर्ण आहे कमाल हा स्थानिक किमान बिंदू आहे किंवा जेव्हा तुम्हाला वक्र रेखाटायचे असेल तेव्हा ते काय आहे हा बिंदू विक्षेपणाच्या मॅक्सिमा मिनिमम पॉइंटसचा महत्त्वाचा बिंदू बनतो आणि त्यासारख्या गोष्टी म्हणून आम्ही आता y च्या दुसऱ्या व्युत्पन्न x दुहेरी प्राइमची गणना केली पाहिजे सांगा तुमचा प्रारंभिक आवेग 2.

10 समीकरण घ्या आणि 2.

10 पासून एक अंतर्निहित भिन्नता करा आणि 2.

10 पासून एक अंतर्निहित भिन्नता करा आणि dy वर्गानुसार $d2x$ ची गणना करा असे म्हणणे असेल परंतु मी तुम्हाला असे करू नये असे आवाहन करतो त्याऐवजी तुम्ही विभेदक समीकरण वापरावे अशी माझी इच्छा आहे शक्य तितक्या प्रमाणात सोल्यूशन वापरू नका डिफरेंशियल इन्केशन वापरा, तर आपण थेट डिफरेंशियल समीकरणातून दुसऱ्या व्युत्पन्नाची गणना कशी करायची ते पाहू आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे y एक बिंदूच्या बरोबर आहे मम कमाल किंवा वळणाचा बिंदू आहे y चे मूल्य एकापेक्षा मोठे आहे ज्यावर डेरिव्हेटिव्ह गायब होतो maxima minima चे किती बिंदू आहेत तुम्हाला आवडत असेल तर तुम्ही y च्या फंक्शन x बदल काही सांगू शकता की ते मोनोटोनिसिटी वाढत आहे किंवा कमी करत आहे या फंक्शनचे गुणधर्म बिंदू 1 स्वल्पविराम 1 च्या जवळ y च्या x फंक्शनचा आलेख रेखाटतात का तुम्हाला असे वाटते की y चा x 0 असेल कारण y काही सकारात्मक 1 पेक्षा मोठा असेल तर y अनंतात जाईल म्हणून हे जेव्हा तुम्हाला वक्र रेखाटन करायचे असेल तेव्हा तुम्हाला येणारे हे नैसर्गिक प्रश्न आहेत ज्यावर तुम्ही चर्चा करता, तर आपण पहिल्या प्रश्नाकडे परत जाऊ या विभेदक समीकरणातून थेट दुसऱ्या व्युत्पन्नाची गणना कशी करायची हे करणे महत्त्वाचे आहे की मी यावर परत येईन नंतर पुन्हा पॉइंट करा

, विभेदक समीकरण न सोडवता थेट विभेदक समीकरणातून जितकी माहिती मिळवता येईल तितकी माहिती मिळवणे महत्त्वाचे आहे

कारण विभेदक समीकरणे जी रियामध्ये उद्भवतात 1 जीवन पूर्णपणे सोडवता येत नाही हे आम्हाला माहित आहे आणि म्हणूनच या फक्त खेळण्यांच्या समस्या आहेत ज्या तुम्हाला भिन्न समीकरणांना कसे सामोरे जावे हे शिकवतील वास्तविक समस्या अधिक क्लिष्ट आहेत म्हणून आम्ही या खेळण्यांची उदाहरणे वापरण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे आणि त्या गोष्टी करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे ज्या आपण वास्तविक जीवनात प्रत्यक्षपणे विभेदक समीकरणाचा उपाय न वापरता

तुम्ही शक्य तितकी माहिती गोळा करू शकता, म्हणून तुमच्याकडे असलेल्या y च्या x फंक्शनचा एक पॉइंट ऑफ मॅक्सिमा आहे की मिनिमा आहे याची चौकशी करूया.

दुसऱ्या व्युत्पन्नाची गणना करण्यासाठी दुसऱ्या व्युत्पन्नाची गणना करण्यासाठी जेथे y बिंदूवर 1 च्या बरोबरीचे आहे.

तर आपण पहिले व्युत्पन्न घेऊ या विभेदक समीकरण dx द्वारे dy ने पुनर्रचना केल्यावर तुम्हाला x मध्ये लॉग x वजा लॉग y वर y लिहिलेल्या विभेदक समीकरणावर जा $m dx$ अधिक ndy बरोबर 0 म्हणून dx द्वारे dy dx द्वारे dy मिळवा वजा n असेल m वर लिहा की आम्ही जे केले आहे ते x मध्ये लॉग x वजा लॉग y वर y म्हणून आपण हे केले पाहिजे उत्पादन नियम आणि भागफल नियम वापरून y च्या संदर्भात या अभिव्यक्तीमध्ये फरक करा जेव्हा तुम्ही भागफल नियम वापरता तेव्हा काय होईल तुम्हाला ay वर्ग मिळेल आणि तुम्हाला कुरूप अभिव्यक्ती मिळेल तुम्हाला भाजकात y वर्गाची कुरूप अभिव्यक्ती मिळेल परंतु आपण दुसऱ्या व्युत्पन्नाची गणना y च्या 1 च्या बरोबरीने करत आहोत

त्यामुळे भाजक 1 होईल

त्यामुळे मला फक्त अंशामध्ये रस आहे मला भाजक देखील लिहिण्याची गरज नाही जेव्हा तुम्हाला या व्युत्पन्नाच्या अंशाची गणना करायची असेल तेव्हा काय होते अंशाच्या व्युत्पन्नाची y पट व्युत्पन्न होणार आहे व्युत्पन्न अंशाची व्युत्पन्न गुणाकाराची व्युत्पत्ती आहे म्हणून मी असे म्हणत आहे की ते y गुणाकाराचे व्युत्पन्न आहे काय अंशाचे व्युत्पन्न दोन संज्ञा आहेत आणि तुम्ही वापरता उत्पादन नियम म्हणून yx मध्ये ddy मध्ये लॉग x वजा लॉग y वजा x मध्ये लॉग x वजा लॉग y गुणिले y च्या व्युत्पन्न अधिक तिसरी संज्ञा अधिक x प्राइम इन y मध्ये लॉग x वजा लॉग y ते पद इथे पुढच्या ओळीत लिहिलेले नाही मी का लिहिले नाही कारण मी चूक केली नाही मी चूक केली नाही x 1 चा प्राइम 0 आहे

त्यामुळे ते पद बाद होणार आहे

त्यामुळे लिहिण्याची गरज नाही ते पद म्हणून 1 चा x अविभाज्य शब्द लिहिला नाही कारण तो बाहेर पडणार आहे म्हणून माझ्याकडे येथे दोन संज्ञा आहेत आणि x एक आहे आणि y एक आहे म्हणून लॉग x चा ddy म्हणजे x हा x वर x प्राइम आहे पण पुन्हा x प्राइम शून्य आहे y च्या बरोबरीने एक म्हणजे ती संज्ञा देखील

उणे लॉग y चे पुढील टर्म ddy बाहेर पडते जे उणे 1 आहे कारण y 1 आहे आणि येथे तुम्ही x बरोबर 1 आणि y बरोबर 1 लावा लॉग x वजा लॉग y संज्ञा नाहीशी होईल म्हणून 1 वरील दुसरा व्युत्पन्न वजा 1 आहे.

लक्षात घ्या की आम्ही सोल्यूशन अजिबात वापरत नाही आम्ही थेट भिन्न समीकरणासह कार्य केले आहे आणि आम्हाला माहितीचा महत्त्वाचा भाग मिळाला आहे की 1 च्या बरोबरीचा y हा बिंदू स्थानिक कमालचा एक बिंदू आहे आणि म्हणून तुम्हाला माहिती आहे की स्थानिक कमाल जवळ आलेख कसा दिसावा, चला आलेख काढण्यास सुरुवात करूया आता आमच्याकडे आलेख काढण्यासाठी आमच्याकडे पुरेशी माहिती आहे आमच्याकडे आलेखाची सूचना आहे की आम्ही x कडे y चे कार्य म्हणून पाहत आहोत

त्यामुळे खरोखरच आपण आलेख असा केला पाहिजे आपण असा आलेख काढला पाहिजे पण हरकत नाही आधीच आलेख काढलेला आहे आणि क्षैतिज अक्ष हा x अक्ष आहे आणि उभ्या अक्ष हा y अक्ष आहे म्हणून x हे y चे फंक्शन आहे आणि म्हणून तुम्हाला दिसेल की बिंदू 1 हा स्थानिक कमाल आहे

त्यामुळे आलेख जवळ असा दिसला पाहिजे बिंदू एक एक म्हणून आपण व्यायामातील दुसऱ्या प्रश्नाचे उत्तर बिंदू एक जवळ फंक्शन सोल्यूशन वक्राचा आलेख काढतो आता आपण विचारू या की मी असा आलेख का चालू ठेवला आहे आणि मी असा आलेख का चालू ठेवला आहे पुढील प्रश्न मला हे जाणून घ्यायचे आहे की जर या आलेखानुसार y वाढला तर x कमी होईल कारण y मोठे आणि मोठे होईल x चे मूल्य शून्याच्या जवळ येईल आणि नंतर आणि नंतर जेव्हा y शून्य ते एक वाढेल तेव्हा x मूल्य शून्य वरून एक होईल दुसऱ्या शब्दात y चे फंक्शन म्हणून sx येथे वाढते आणि येथे कमी होते हे आपल्याला कसे कळेल की पहिली गोष्ट म्हणजे पुन्हा विभेदक समीकरणाकडे परत जा जे विभेदक समीकरण तुम्हाला देते ते विभेदक समीकरण तुम्हाला y च्या लॉगच्या x अविभाज्य मूल्य देते y by x वर y च्या वजा x द्वारे x म्हणून x अविभाज्य मुळे इतर कोणतीही मुळे नाहीत आपण पाहत आहोत आपण पाहत आहोत आपण पाहत आहोत फक्त xy ची स्थानिक कमाल y बरोबर एक आहे

त्यामुळे असे म्हणण्याचा अर्थ काय आहे? y ची स्थानिक कमाल एका बरोबर असते म्हणून जेव्हा y 1 पेक्षा मोठे होते तेव्हा x चे मूल्य 1 पेक्षा लहान होते कारण xy बरोबर 1 वर x चे मूल्य 1 च्या बरोबरीचे असते

त्यामुळे मला लक्षात येऊ द्या की x y च्या बरोबरीच्या मूल्यावर असल्यास 1 आम्हाला माहित आहे की x बरोबर 1 ठीक आहे म्हणून y बरोबर 1 ही स्थानिक कमाल आहे

त्यामुळे y 1 च्या पुढे वाढल्यास x कमी करणे आवश्यक आहे ते 1 साठी स्थानिक कमाल आहे 1 हे कमाल मूल्य आहे म्हणून जेव्हा तुम्ही कमाल मूल्याच्या पलीकडे जाता तेव्हा x चे मूल्य कमी झाले x चे मूल्य माझ्यापेक्षा कमी झाले उत्तर काय x 1 पेक्षा कमी असेल आणि y 1 पेक्षा मोठा असेल तर y चा लॉग x x पेक्षा y चा लॉग काय असेल तर x y चा लॉग 1 पेक्षा मोठा असेल तर x द्वारे y चा लॉग सकारात्मक आहे म्हणून येथे काय होते ते आपण पाहू y चा x अविभाज्य yx अविभाज्य म्हणजे y चा लॉग x वर x वर y च्या वजा x द्वारे x आहे लक्षात ठेवा की आपण नुकतेच पाहिले आहे की अंश धनात्मक आहे आणि आपण पहिल्या चतुर्थांशात आहोत म्हणून भाजक ऋण आहे

त्यामुळे व्युत्पन्न 1 च्या पुढे ऋण आहे.

परिणामी xy 1 च्या पुढे y वाढतो म्हणून कमी होत जातो

त्यामुळे y ने x म्हणून y ने x 1 पेक्षा मोठा असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून y चा लॉग x x हा सकारात्मक असणे आवश्यक

आहे आणि

त्यामुळे डेरिव्हेटिव्ह नकारात्मक होत राहते आणि

त्यामुळे x y चा 1 अनंतावर काटेकोरपणे मोनोटोन आहे आणि त्याचप्रमाणे तुम्ही पाहू शकता की ते 0 ते 1 पर्यंत वाढले पाहिजे.

म्हणूनच आलेख अशा प्रकारे काढला गेला आहे आता प्रश्न असा आहे की हा आलेख सर्व मार्गावर जातो हे मला कसे कळेल? मूळ मला कसे कळेल की जेव्हा $y \rightarrow 0$ x वर जाते तेव्हा 0 वर जाणे आवश्यक आहे आणि मला कसे कळेल की जेव्हा $y \rightarrow \infty$ x ला 0 वर जाणे आवश्यक आहे.

येथे आपल्याला या टप्प्यावर परत जावे लागेल आपल्याला समीकरण 2.

10 वर परत जावे लागेल येथे आपण समीकरण 2.

10 वर परत जाऊ आणि हे समीकरण y बरोबर 1 अधिक लॉग y वजा लॉग x पाहू.

समजा जर y अनंतात जातो समजा y अनंतात गेला तर काय होईल डाव्या हाताची बाजू अनंताकडे जाते आता लॉग y ला डावीकडे आणा जेव्हा y अनंताकडे जाईल तेव्हा तुम्ही y वजा लॉग y वजा 1 बदल काय म्हणू शकता तुम्ही y बदल काय म्हणू शकता? उणे लॉग y उणे 1 जे अनंताकडे देखील जाईल ते मला पुन्हा कागदाच्या शीटवर तुमच्यासाठी करू दे आमच्याकडे काय आहे आमच्याकडे y उणे लॉग y उणे 1 समान आहे वजा लॉग x तर जेव्हा y अनंताकडे जाईल ते योग्य आहे का? y मायनस लॉग y वजा 1 सुद्धा अधिक अनंतात जातो असे कसे म्हणता, जर तुमचा यावर विश्वास असेल तर याचा अर्थ असा असेल तर मायनस लॉग x ला अधिक अनंतावर जाणे आवश्यक आहे म्हणून x ला शून्यावर जाणे आवश्यक आहे हे खरे का आहे मी असे का म्हणतो की y उणे लॉग y आवश्यक आहे प्लस इन्फिनिटी वर जा कारण जेव्हा y अनंत लॉगवर जाते तेव्हा तुम्ही पाहता तेव्हा y देखील अनंताकडे जाते म्हणून हा अनंत वजा अनंत प्रकारचा अनिश्चित प्रकार नाही का, मग मी सहज कसे म्हणू की y मायनस लॉग y अधिक अनंताकडे जातो आपण पाहू शकतो की y लॉग पेक्षा अनंतावर वेगाने जातो y लॉग y पेक्षा अनंताकडे जातो म्हणून y वजा लॉग y अजूनही प्लस अनंताकडे जाईल, मी तुम्हाला स्लाइड्सवर दिलेला व्यायाम पाहू या, तर या व्यायामाचा विचार करण्यासाठी आपण 2.

10 y समान 1 अधिक लॉग y वजा लॉग x हे समीकरण पाहू या लक्षात घ्या की x कडे कल असणे आवश्यक आहे.

0 जसा y शेवटचा भाग अनंताकडे झुकतो $3d$ जसजसा y अधिक अनंताकडे जातो तसतसे x ने शून्य अधिक वर जाणे आवश्यक आहे अन्यथा दोन बिंदू एक शून्याची उजवी बाजू डाव्या बाजूपेक्षा अनंताकडे हळू जाईल जी एक विरोधाभास आहे किंवा दुसऱ्या शब्दात लॉग y डाव्या बाजूला आणा आणि तुम्ही तर्क करू शकता जसे मी आधी युक्तिवाद केला होता म्हणून मुळात मी काय म्हणत आहे आम्ही असे म्हणत आहोत की विशिष्ट गोष्टी इतर गोष्टीपेक्षा अनंताकडे वेगाने जातात लॉग y लॉग लॉगपेक्षा अधिक वेगाने अनंताकडे जातो yy \ln ला जातो लॉग पेक्षा \ln पेक्षा जास्त वेगाने अनंताकडे जातो y y पेक्षा जास्त वेगाने अनंताकडे जाईल मग या सर्व गोष्टींमधून तुम्हाला काय म्हणायचे आहे म्हणून येथे एक व्यायाम आहे या शेवटच्या भागावर तंतोतंत चर्चा करा की a t चे फंक्शन हे t च्या g पेक्षा अनंततेकडे कमी असते जेथे f आणि g समान अंतरावर परिभाषित केले जातात ज्यामध्ये a आणि t a ला जातो

त्यामुळे योग्य व्याख्या काय असेल आपण असे म्हणू शकतो की $f(t)$ हे गुणोत्तर $g(t)$ पेक्षा अनंताकडे हळू जाते सध्याच्या संदर्भात $f(t)$ द्वारे $g(t)$ शून्यावर जातो, तुम्ही हे सिद्ध करू शकता की लॉग y y पेक्षा y पेक्षा हळू जातो पॉवर वन वर दहा हजार साधारणपणे तुमचा n कितीही मोठा असला आणि तुमचा a कितीही लहान पॉझिटिव्ह असला तरी n पॉवर n ला लॉग t कितीही कमी आहे n पॉवर t पेक्षा अनंताकडे हळू जाईल a जसा t अनंताकडे जातो

त्यामुळे वाढीची तुलना करताना ही वस्तुस्थिती आहे जे दोन फंक्शन्स ज्या दराने दोन फंक्शन्स अनंताकडे जातात त्या दराची तुलना करणे कॅल्क्युलसमध्ये अत्यंत महत्त्वाचे आहे.

मी पुन्हा सांगतो की एक फंक्शन दुसऱ्या फंक्शनच्या तुलनेत किती वेगाने अनंताकडे जाते किंवा एक फंक्शन शून्यावर किती वेगाने जाते हे जाणून घेणे कॅल्क्युलसमध्ये अत्यंत महत्त्वाचे आहे दुसऱ्या फंक्शनच्या सापेक्ष तुमचे गुणोत्तर f वर g दोन्ही f आणि g अनंतात जाऊ शकतात किंवा ते दोन्ही 0 वर जाऊ शकतात परंतु कोणते कॅल्क्युलस वेगवान करते ते म्हणजे एकमेकांशी संबंधित फंक्शन्सच्या वाढीची तुलना.

अनंतापर्यंत किंवा शून्यावर क्षय यापैकी जे योग्य असेल ते लक्षात घेतले पाहिजे की $f(t)$ आणि $g(t)$ दोन फंक्शन्स दिल्यास फूट जलद अनंताकडे जाते की $g(t)$ जलद अनंताकडे जाते हा प्रश्न सहसा सोपा नसतो लॉग y च्या बाबतीत ते सोपे असते.

आणि y कारण तुम्ही l' hopital चा नियम ताबडतोब लागू करू शकता परंतु अनेकदा तुम्ही l' hopital चा नियम लागू करण्यास इतके भाग्यवान नसाल आणि समस्या खूप कठीण होणार आहे कोणते इन्फिनिटी वेगाने जाते ते ठरवा किंवा ही दोन फंक्शन्स एकाच दराने इन्फिनिटीवर जा.

उदाहरणप्रमाणे 1 ते t मध्यांतरातील प्राइम्सची संख्या म्हणून फंक्शन $f(t)$ हे घेऊ म्हणजे समजा $t \rightarrow \infty$ असेल तर t चा f चार म्हणजे चार अविभाज्य दोन तीन पाच आणि सात आहेत त्याचप्रमाणे t जर t चा शंभर f असेल तर एक आणि शंभर मधील अविभाज्यांची संख्या आहे आणि तुम्हाला माहिती आहे की अविभाज्यांची संख्या t सह अविभाज्यांची संख्या अनंतात जाते त्यामुळे f ची संख्या अनंत आहे.

t अनंतात जातो म्हणून t अनंताकडे जातो आपण दुसरे फंक्शन बघूया $g(t)$ बरोबर t बरोबर $t \log t$ वर $\log t$ प्रमाणे $t \rightarrow \infty$ ला जातो म्हणून $t \rightarrow \infty$ ला जातो l' hopital चा नियम लागू करा $T \log t$ पेक्षा \ln ला जास्त वेगाने जातो हे आपण पाहिले आहे.

पण $f(t)$ बाय $g(t)$ या गुणोत्तराबद्दल काय $f(t)$ हे $g(t)$ पेक्षा जास्त वेगाने अनंताकडे जाते किंवा ते उलट आहे किंवा ते त्याच गतीने अनंताकडे जात आहेत हा प्रश्न

गॉसियनने स्वतंत्रपणे $f(t)$ आणि $g(t)$ अनंताकडे जातो असा एक कुप्रसिद्ध अंदाज होता त्याच दराने परंतु हे अनुमान जवळजवळ 100 वर्षे सिद्ध झाले नाही हे दोन फ्रेंच गणितज्ञांनी स्वतंत्रपणे सेटल केले एक 1896 मध्ये हॅडमर्ड आणि दुसरे 1898 मध्ये लेव्हल खराब गाण्याने

आणि या प्रमेयाला अविभाज्य संख्या प्रमेय असे म्हटले जाते ते त्यापैकी एक आहे.

संख्या सिद्धांतातील सर्वात उल्लेखनीय प्रमेये

त्यामुळे तुम्हाला दिसेल की अनंतांची तुलना करणे सोपे काम नाही आणि अनंताच्या तुलनेची कल्पना gh हार्डी यांनी ऑर्डर ऑफ इन्फिनिटी नावाच्या या छोट्या पत्रिकेत सुंदरपणे स्पष्ट केली आहे , आम्ही आता आणखी एक उदाहरण घेऊ.

बहुधा पुढील लेखरमध्ये आपण हे निर्दोष दिसणारे विभेदक समीकरण dy by dx समान y वर 1 अधिक y ला x मध्ये घेऊ, हे एक परिवर्तनीय विभाजित समीकरण आहे आणि आपण प्रत्यक्षात पुन्हा समाधान शोधू शकतो तो समाधान स्वतःला अंतर्भूत स्वरूपात सादर करेल आणि आपल्याला काय हवे आहे जसे आपण या उदाहरणात पूर्ण केले आहे तेव्हा x अनंताकडे जातो तेव्हा काय होते हे समजून घ्यायचे आहे की y अनंताकडे कसे जाते आपण ते घेऊ पुढच्या वेळी आम्ही आज येथे थांबू पण दरम्यान तुम्ही समीकरण 2.

11 सोडवू शकता आणि तयार रहा तुम्ही