

अंतर समीकरणों पर इस श्रृंखला के पांचवें व्याख्यान में आपका स्वागत है, आज हम सजातीय समीकरणों पर एक अध्याय करेंगे, तो आइए पहले मैं आवश्यक परिभाषाओं के साथ शुरू करता हूँ कि एक सजातीय डोमेन क्या है, हम यह भी परिभाषित करेंगे कि एक सकारात्मक सजातीय क्या है डोमेन हम कुछ सरल उदाहरणों को देखते हैं हम सजातीय कार्यों को सकारात्मक रूप से सजातीय कार्यों और अंत में सजातीय अंतर समीकरणों को देखते हैं और उन सभी को कैसे हल करें r^2 के उपसमुच्चय को देखने के लिए समतल r^2 के एक उपसमुच्चय d को समांगी कहा जाता है यदि जब भी आप डोमेन d में एक बिंदु xy लेते हैं और इसे स्केलर t से गुणा करते हैं जो 0 के बराबर नहीं है तो बिंदु tx अल्पविराम फिर से होना चाहिए d दूसरे शब्दों में आप देखते हैं कि जब आप डोमेन में एक बिंदु xy लेते हैं तो t टाइम्स xy मूल बिंदु के साथ xy के लिए बस एक बिंदु है, यह t के कारक द्वारा बिंदु xy का केवल एक स्केलिंग है।

स्केल किया गया बिंदु भी डोमेन में होना चाहिए ताकि आप देख सकें कि सभी और स्केलिंग कारक या तो सकारात्मक हो सकते हैं या यह नकारात्मक हो सकता है, क्योंकि t वास्तविक संख्याओं पर भिन्न होता है, बिंदुओं के सेट के साथ क्या होता है tx अल्पविराम यह एक रेखा है

इसलिए एक सजातीय डोमेन लाइनों का एक संघ है, संभवतः मूल उत्पत्ति को छोड़कर हटाया जा सकता है क्योंकि जिस परिभाषा की हमें आवश्यकता है, उसे याद रखें कि xy d से संबंधित है, जिसका अर्थ है कि txy d से संबंधित है, t के बराबर नहीं है।

इसलिए यह अब एक सजातीय डोमेन की बीजगणितीय परिभाषा है।

आइए हम सजातीय डोमेन के कुछ उदाहरण देखते हैं लेकिन इससे पहले हम एक सजातीय डोमेन की तस्वीर देखते हैं हाँ यहाँ आप पीले रंग में छायांकित एक सजातीय डोमेन देखते हैं यह दो लाइनों के बीच का क्षेत्र है y के बराबर x बटा दो और y दो x के बराबर है इन दो रेखाओं के बीच के क्षेत्र को पहले चतुर्थांश और तीसरे चतुर्थांश में पीले रंग में छायांकित किया गया है अब इन दो टुकड़ों का यह मिलन एक सजातीय डोमेन है, यह एक सजातीय डोमेन क्यों है n हम देख सकते हैं कि यदि आप पीले क्षेत्र में एक बिंदु xy को t से गुणा करते हैं, तो आपका t गुणा xy भी होता है,

इसलिए आप देखते हैं कि यह एक बिंदु xy है जिसे आप t से गुणा करते हैं, आप सख्त बिंदु txy पर आते हैं यदि t है शून्य से बड़ा है और आप इस विशेष बिंदु पर विपरीत दिशा में आते हैं यदि t शून्य से कम है तो यह ऐसे प्रत्येक बिंदु के लिए सच है

इसलिए यह डोमेन एक सजातीय डोमेन है अब आगे चलते हैं हम एक समरूपता में रुचि नहीं रखते हैं सभी वास्तविक संख्याएँ लेकिन केवल सकारात्मक वास्तविक संख्याओं के संबंध में, इसी तरह आइए एक सकारात्मक सजातीय डोमेन को परिभाषित करें जब एक डोमेन को सकारात्मक रूप से सजातीय कहा जाता है यदि जब भी xy dt टाइम्स xy से संबंधित होता है तो बिंदु tx अल्पविराम भी d से संबंधित होता है लेकिन यह आवश्यकता सजातीय डोमेन के लिए पहले के मामले में केवल t पॉजिटिव के लिए है, हम चाहते हैं कि t गुणा xy सभी t के लिए d से संबंधित हो, 0 के बराबर न हो, इस बार हमें केवल सकारात्मकता के लिए इसकी आवश्यकता है

इसलिए आइए हम ऐसे डोमेन p को कॉल करें सजातीय रूप से सजातीय डोमेन

इसलिए हमें सजातीय डोमेन मिले और हमें सकारात्मक रूप से सजातीय डोमेन मिले,

इसलिए अब हम एक ऐसे डोमेन का उदाहरण देखते हैं जो सकारात्मक रूप से सजातीय है, लेकिन सजातीय नहीं है, उस डोमेन का निर्माण करना बहुत आसान है।

चतुर्भुज d समतल में सभी बिंदुओं xy के समुच्चय के बराबर है जैसे कि x धनात्मक है और y धनात्मक है खुला प्रथम चतुर्थांश डोमेन में शामिल नहीं है डोमेन डी सभी बिंदुओं का सेट है xy जैसे कि x सकारात्मक है और y सकारात्मक है

इसलिए x के बराबर 0 शामिल नहीं है,

इसलिए यह खुला पहला चतुर्थांश है यह खुला पहला चतुर्थांश स्पष्ट रूप से सकारात्मक रूप से सजातीय अधिकार है यदि मैं लेता हूँ x अल्पविराम y खुले पहले चतुर्थांश में फिर tx अल्पविराम भी t धनात्मक के लिए खुले प्रथम चतुर्थांश में होगा लेकिन t ऋणात्मक के लिए नहीं उदाहरण के लिए 1 1 उदाहरण के लिए बिंदु 1 1 है डोमेन में लेकिन t बराबर माइनस 2 और माइनस 2 माइनस 2 डोमेन में नहीं है,

इसलिए यह सजातीय नहीं है, लेकिन यह सकारात्मक रूप से सजातीय है,

इसलिए मुझे आशा है कि आप एक सजातीय डोमेन और एक सकारात्मक सजातीय डोमेन के बीच के अंतर को समझते हैं, दोनों अवधारणाएँ होंगी निम्नलिखित में बार-बार उपयोग किया जाता है आइए हम सजातीय डोमेन और सकारात्मक सजातीय डोमेन के कुछ उदाहरणों को देखें, पूरा विमान स्पष्ट रूप से एक सजातीय डोमेन है, विमान में एक बिंदु xy ले लो tx अल्पविराम भी विमान में है अगला उदाहरण यह है कि मूल के साथ विमान हटा दिया गया मैं विमान से मूल को हटा देता हूँ

इसलिए पंचर विमान क्या यह एक सजातीय डोमेन है एक बिंदु xy दोनों शून्य नहीं हो सकते हैं दोनों x और y शून्य नहीं हो सकते हैं इसलिए या तो x शून्य के बराबर नहीं है या y 0 के बराबर नहीं है जहाँ t से गुणा किया जाता है जहाँ t कोई वास्तविक संख्या है जो 0 नहीं है तो tx अल्पविराम दोनों 0 नहीं हो सकते क्योंकि t पहले से ही 0 नहीं है और हम जानते हैं कि x या y 0 से भिन्न है इसलिए यह डोमेन r^2 मूल को घटाता है एक सजातीय डोमेन है जैसा कि हमने देखा है कि पहला चतुर्थांश एक सकारात्मक सजातीय डोमेन है जो एक सजातीय डोमेन नहीं है, इसके बजाय अब हम अगला उदाहरण लेते हैं आइए हम पहले चतुर्थांश और तीसरे चतुर्थांश को पीले क्षेत्रों के समान पीले रंग की तरह लेते हैं।

पहली स्लाइड में हमने उन दो उन दो टुकड़ों को उन दो पीले टुकड़ों को लिया जिन्हें हमने पहला चतुर्थांश लिया और तीसरा चतुर्थांश जो सजातीय डोमेन है अब आइए हम xy का फ़ंक्शन f लेते हैं जो $\text{mod } x$ घटाव y बटा x प्लस का लघुगणक है।

y यह फ़ंक्शन कहाँ परिभाषित किया गया है यह फ़ंक्शन x के बराबर लाइन y के साथ परिभाषित नहीं है और यह फ़ंक्शन भी माइनस x के बराबर लाइन y के साथ परिभाषित नहीं है,

इसलिए विमान को इन दो पंक्तियों को हटा दें और फिर आपको चार टुकड़े मिलें वे चार टुकड़े एक सजातीय डोमेन हैं यदि आप एक

बिंदु xy लेते हैं और tt शून्य के बराबर 0 से गुणा करते हैं तो बिंदु tx अल्पविराम इन चार टुकड़ों में से एक में होगा।

आपके लिए एक छोटा सा व्यायाम यह जांचता है कि क्या समतल xy में बिंदुओं का सेट ऐसा है कि x y से बड़ा है जिसे आप इसे खुला आधा विमान कहना चाहेंगे, क्या यह खुला आधा तल सजातीय है क्या यह सकारात्मक रूप से सजातीय है ठीक है इसके बारे में सोचें यह मुश्किल नहीं है

इसलिए ये सजातीय डोमेन के कुछ उदाहरण हैं अब हम इस अध्याय के मुख्य बिंदु पर आते हैं सजातीय कार्य और सजातीय अंतर समीकरण

इसलिए जब एक फंक्शन को सजातीय कहा जाता है तो सबसे पहले यह होना चाहिए कि डोमेन एक सजातीय डोमेन होना चाहिए जो कि जब भी हो xy फंक्शन के डोमेन में है tx अल्पविराम भी फंक्शन के डोमेन में होना चाहिए अन्यथा परिभाषा का कोई मतलब नहीं होगा, यही कारण है कि हमने सजातीय कार्यों को परिभाषित करने से पहले सजातीय डोमेन को परिभाषित किया है,

इसलिए xy के फंक्शन f को कहा जाता है सजातीय बनें यदि tx अल्पविराम का

f , xy के k गुणा f की घात के बराबर है, तो दायां हाथ और बायां हाथ bot हैं h परिभाषित किया गया है क्योंकि जब भी xy डोमेन में होता है tx अल्पविराम भी डोमेन में होता है तो इस k को समरूपता की डिग्री कहा जाता है इस k को समरूपता की डिग्री कहा जाता है और हम कहेंगे कि f डिग्री k का सजातीय है तो आइए हम फिर से लेते हैं उदाहरणों की संख्या x चुकता जमा y चुकता घटा 7 xy यह डिग्री 2 का सजातीय है।

यदि आप x और y को $txnty$ से प्रतिस्थापित करते हैं, तो आप देखते हैं कि t वर्ग का गुणनफल tx अल्पविराम से f निकलता है, t वर्ग गुणा होगा xy का f सीधे है आपके लिए इसे जांचना संभव है, अब अगला उदाहरण y बटा x का टैन व्युत्क्रम लेते हैं, अब यह फंक्शन परिभाषित नहीं है जब $x = 0$ है,

इसलिए इसे y अक्ष के साथ परिभाषित नहीं किया गया है

इसलिए y अक्ष को हटा दें और फिर आप देखते हैं कि जब आप प्रतिस्थापित करते हैं xy by tx कॉमा ty कुछ भी नहीं बदलता है, y बटा x का तन व्युत्क्रम ty बटा tx का तन व्युत्क्रम है, दूसरे शब्दों में xy का f , tx अल्पविराम के f के बराबर है, इसलिए यह एक फंक्शन है जो डिग्री शून्य का सजातीय है यह सजातीय है डिग्री जीरो आइए हम तीसरा लेते हैं d उदाहरण x क्यूब माइनस y क्यूब का वर्गमूल अब हम केवल वास्तविक मान फंक्शन देख रहे हैं

इसलिए डोमेन से हमें 1 कॉमा 2 जैसे बिंदुओं को हटाना होगा क्योंकि जब x को 1 के बराबर और y को 2 के बराबर मात्रा के तहत लेता हूँ वर्गमूल ऋणात्मक हो जाता है, हम यह नहीं चाहते हैं कि इस फलन का प्रांत क्या है, इस फलन का प्रांत xy और r दो सभी बिंदुओं का एक समुच्चय है जैसे कि x , y से बड़ा है, यह एक आधा तल है,

इसलिए यह प्रांत सकारात्मक रूप से समरूप है लेकिन सजातीय नहीं है,

इसलिए आप कहते हैं कि यह फंक्शन सकारात्मक रूप से डिग्री 3 बटा 2 का सजातीय है, सकारात्मक रूप से सजातीय कार्य क्या है, tx अल्पविराम का समीकरण f के बराबर t से घात के k गुणा f को t सकारात्मक के लिए धारण करना चाहिए, एक समीकरण है tx अल्पविराम का प्रदर्शित समीकरण f के बराबर t की शक्ति k गुणा f को t के सकारात्मक मानों के लिए धारण करना चाहिए ताकि आप कहें कि यह फंक्शन सकारात्मक रूप से सजातीय है

इसलिए अंतिम उदाहरण जो आप स्लाइड में देखते हैं वर्गमूल x क्यूब माइनस y क्यूब को x स्क्वायर प्लस y स्क्वायर से घात 3 बटा 2 में विभाजित किया जाता है, आप x और y को tx कॉमा ty से बदलते हैं और फिर आप देखते हैं कि इसका समरूप डिग्री शून्य लेकिन t सकारात्मक होना चाहिए,

इसलिए आपको फंक्शंस के उदाहरण मिलते हैं जो सजातीय और कार्य हैं जो केवल सकारात्मक रूप से सजातीय हैं,

इसलिए हम कार्यों के लिए किस प्रकार के डोमेन देखने जा रहे हैं, हम xy के xyn के xym के फलनों को देखने जा रहे हैं, जो कि अंतर समीकरणों में अक्सर होने वाले तीन फलन होते हैं $mxydx$ प्लस $nxydy$ बराबर 0 डिफरेंशियल इक्वेशन होगा

इसलिए m x और y का एक फंक्शन है और n x और y का एक फंक्शन है m और n के लिए डोमेन क्या हैं, डोमेन को या तो सजातीय या सकारात्मक रूप से सजातीय होना चाहिए तो हम किस तरह के डोमेन हैं ज्यादातर पूरे विमान को देखने जा रहे हैं, कई उदाहरणों में पूरे विमान होंगे क्योंकि परिभाषा खुले आधे विमानों की तरह अंतिम उदाहरण है कि आपने एक्स क्यूब माइनस वाई क्यूब का वर्गमूल देखा है

इसलिए आपको आधे विमानों को खुले पहले चतुर्थांश को देखने की जरूरत है यह एक बहुत ही महत्वपूर्ण उदाहरण है ऊपर दिए गए आइटम नंबर दो में वर्णित खुले आधे विमानों के खुले पहले चतुर्थांश और परिमित चौराहों,

इसलिए ये उस प्रकार के डोमेन हैं जिन्हें हम देखने जा रहे हैं अधिकतर $r = 2$ घटा मूल $r = 2$ पूरा विमान पूरा विमान घटा मूल आधा विमान एक चतुर्थांश

इसलिए ऐसे डोमेन जिन्हें हम देखने जा रहे हैं वे सभी सजातीय या सकारात्मक रूप से सजातीय हैं अब हम एक सजातीय की परिभाषा लेते हैं अवकल समीकरण मान लें कि xy का m और xy का n दोनों समतल के एक समांगी उपसमुच्चय d पर परिभाषित हैं और xy का m और xy का n एक ही अंश का समांगी है जो कि m समरूप है m डिग्री 2 का सजातीय है जिसे आप n चाहते हैं डिग्री 2 का सजातीय होना भी है।

यदि m डिग्री माइनस 3 का सजातीय है तो n भी डिग्री माइनस 3 का सजातीय होना चाहिए।

इसलिए m और n की समरूपता की डिग्री समान होनी चाहिए, तो आप कहते हैं कि यह भिन्न है संभावित समीकरण $mxydx$ प्लस $nxydy$ बराबर शून्य एक सजातीय अंतर समीकरण है, तो आइए हम सजातीय अंतर समीकरणों के दो उदाहरण देखें।

यहां n का वर्ग $2xy$ है, वे दोनों पूरे तल पर परिभाषित हैं और वे दोनों डिग्री 2 के सजातीय हैं।

इसलिए पहला अंतर समीकरण सजातीय है, दूसरे अंतर समीकरण के बारे में क्या दूसरा अंतर समीकरण है लॉग x वर्ग घटाकर लॉग y तुरंत चुकता करें यदि $x \neq 0$ है या यदि $y \neq 0$ है तो कोई समस्या है

इसलिए हमें x अक्ष को हटाना होगा और हमने y अक्ष को हटा दिया है, हम सभी खुले चतुर्थांश प्राप्त कर रहे हैं पहला पहला चतुर्थांश दूसरा चतुर्थांश तीसरा चतुर्थांश और चौथा चतुर्थांश संघ है सजातीय डोमेन इसलिए x को tx से और y को ty से बदलें, लॉग का क्या होता है x चुकता ऋण लॉग y चुकता यह x वर्ग का y वर्ग से लघुगणक है और फिर आपको दूसरा मिल गया है जब आप y और x को क्रमशः ty और tx से प्रतिस्थापित करते हैं, तो y का तान व्युत्क्रमानुपाती शब्द t रद्द हो जाता है, इसलिए दोनों पद शून्य डिग्री के समांगी हैं, इसलिए दूसरा समीकरण भी एक सजातीय अंतर समीकरण है, इस परिभाषा के अनुसार निम्नलिखित समीकरण नहीं होगा सजातीय आइए हम समीकरण 2.

1 को देखें x जमा y dx घटा x वर्ग का वर्गमूल जमा y वर्ग डाई सजातीय नहीं है, यह सजातीय क्यों नहीं है xy का xym का पहला पद x प्लस y है यह पूरे तल में सजातीय है डिग्री एक के बारे में क्या है x वर्ग प्लस y वर्ग के वर्गमूल के बारे में x को tx से और y को ty से प्रतिस्थापित करें क्या होता है tx वर्ग प्लस ty वर्ग रूट के अंतर्गत होता है t वर्ग के अंतर्गत रूट x वर्ग प्लस y वर्ग के अंतर्गत लेकिन t वर्ग के मूल के अंतर्गत होता है tx अल्पविराम का अधिक df , xy का $mod t$ गुना f है, इसलिए x वर्ग और y वर्ग का फ़ंक्शन वर्गमूल सजातीय नहीं है, यह केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है इसलिए यहां nxy शब्द सजातीय नहीं है यह केवल सकारात्मक है बहुत सजातीय आप इस अंतर समीकरण को एक सकारात्मक सजातीय अंतर समीकरण के रूप में कॉल करना चाहेंगे स्वाभाविक रूप से आप इसे एक सजातीय अंतर समीकरण नहीं कहना चाहेंगे, आप इसे सकारात्मक रूप से सजातीय कहना चाहेंगे क्योंकि यह केवल सजातीय है जब टी सकारात्मक है तो आइए हम एक और लेते हैं उदाहरण x वर्ग का वर्गमूल जोड़ y वर्ग dx प्लस x वर्ग का वर्गमूल घटा y वर्ग $dy \neq 0$ के बराबर है। तो मान लीजिए कि यह अंतर समीकरण y से बड़ा x पर लिया गया है, इसलिए y से आधा समतल x बड़ा न केवल हम लेते हैं x , y से बड़ा है, हम x और y को भी धनात्मक मानते हैं, इसलिए इस 2.

2 में हम एक और शर्त जोड़ेंगे कि x , y से बड़ा है, 0 से बड़ा है, तो आइए हम उस अतिरिक्त धारणा को बनाते हैं, तो x वर्ग ऋण y वर्ग सकारात्मक होगा यदि x y से बड़ा है 0 से बड़ा है।

इसलिए जिस डोमेन पर x चुकता घटा y चुकता परिभाषित किया गया है वह सकारात्मक रूप से सजातीय है इसलिए दूसरा पद सजातीय नहीं है यह केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है पहला पद सजातीय नहीं है यह केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है दूसरा शब्द दो कारणों से सजातीय होने में विफल रहता है और पहला एक ही कारण के लिए सजातीय होने में विफल रहता है अर्थात् दूसरे मामले में अधिक t बाहर आता है न केवल आधुनिक डोमेन से बाहर आता है जिस पर यह शब्द परिभाषित किया गया है वह केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है मैं इस तथ्य पर आपका ध्यान आकर्षित करना चाहता हूँ कि अधिकांश पुस्तकें 2.

2 को एक सजातीय समीकरण के रूप में भी बुलाएंगी, हम थोड़ा सावधान रह रहे हैं हम एक सजातीय समीकरण और एक सकारात्मक सजातीय समीकरण के बीच प्रतिष्ठित हैं इसलिए जब हम 2.

2 जैसी स्थितियों में होते हैं तो किताबें 2.

2 को भी सजातीय कारण के रूप में क्यों बुलाती

हैं, हम बस यह मान लेते हैं कि सब कुछ पहले चतुर्थांश में हो रहा है,

इसलिए यह एक मौन धारणा है कि किताबें बनाती हैं, यही कारण है कि वे किसी भी परेशानी में नहीं पड़ते हैं।

पहले चतुर्थांश में जिस विधि को हम सजातीय समीकरणों के लिए लागू करेंगे, वह उस विधि के समान है जिसे हम सकारात्मक सजातीय समीकरण पर लागू करते हैं।

जहां तक समाधान की विधि का संबंध है, वे वही हैं यदि हम स्वयं को पहले चतुर्थांश तक सीमित रखते हैं, लेकिन यदि आप उन समीकरणों को हल करने का प्रयास करते हैं जो सकारात्मक रूप से सजातीय हैं, लेकिन पहले चतुर्थांश के अलावा किसी अन्य चतुर्थांश में सजातीय नहीं हैं, तो आपको कुछ सावधानी बरतने की आवश्यकता है और हम कुछ उदाहरणों को देखते हैं जैसे हम साथ चलते हैं इसलिए संक्षेप में विधि जो पहले चतुर्थांश में सकारात्मक सजातीय समीकरणों के साथ-साथ सजातीय समीकरणों के लिए काम करती है, जबकि यदि यह एक सजातीय समीकरण है तो आपको पहले चतुर्थांश के बारे में चिंता करने की आवश्यकता नहीं है।

पूरे डोमेन में यही कारण है कि किताबें उनके बीच अंतर नहीं करती हैं क्योंकि वे मान लेंगी कि जब समीकरण सजातीय नहीं है और केवल सकारात्मक सजातीय है तो वे चुपचाप मान लेते हैं कि हम पहले चतुर्थांश में काम कर रहे हैं, हम थोड़ा सतर्क रहे हैं।

विवरण सिर्फ एक अस्वीकरण है बस चीजों को सरल रखने के लिए हम तब तक मानेंगे जब तक कि अन्यथा न कहा जाए कि यदि भिन्न $tial$ समीकरण केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है तो डोमेन या तो पहला चतुर्थांश है या पहले चतुर्थांश का एक सकारात्मक सजातीय उपसमुच्चय है,

इसलिए अब हम पहले व्याख्यान में v_x प्रतिस्थापन के बराबर मनाए गए y पर आते हैं मैंने इसका उल्लेख किया है y v_x प्रतिस्थापन के बराबर है यह विचार 1693 के आसपास लिबनिज़ में वापस जाता है,

आप इस नाम को पहले व्याख्यान में सही रूप से प्रदर्शित होते हुए देखेंगे और आप प्रतिस्थापन y को x के बराबर देखेंगे जिसका उल्लेख किया जा रहा है,

इसलिए प्रमेय एक प्रतिस्थापन y के बराबर vx एक सजातीय अंतर समीकरण को एक चर वियोज्य में बदल देता है समीकरण यही कारण है कि सजातीय समीकरण अच्छे हैं क्योंकि एक बहुत ही सरल प्रतिस्थापन के माध्यम से आप इसे एक चर वियोज्य समीकरण में कम कर सकते हैं, वही सकारात्मक सजातीय समीकरण के लिए भी धारण करता है जब तक हम पहले चतुर्भुज से चिपके रहते हैं आइए सबूत y बराबर देखें वीएक्स के लिए

इसलिए उत्पाद नियम लागू करें डाई बाय डीएक्स बराबर वी प्लस एक्स डीवी बाय डीएक्स प्रोडू का सरल अनुप्रयोग सीटी नियम आपको समीकरण 2.

3 देता है

इसलिए अंतर समीकरण में स्थानापन्न करने के लिए अंतर समीकरण को एमएक्सवाई प्लस एनएक्सवाई में डीई गुणा डीएक्स बराबर शून्य के रूप में लें, क्या धारणा है कि एम और एन एक ही डिग्री के समरूप हैं,

इसलिए वाई को वीएक्स के बराबर रखें यह समीकरण हमें क्या मिलता है हमें x अल्पविराम का m मिलता है vx प्लस n का x अल्पविराम vx से dy में dx द्वारा प्रतिस्थापित किया गया है v जोड़ $x dv$ द्वारा dx अच्छी तरह से m और n समरूप हैं

इसलिए x अल्पविराम का m x के बराबर होगा घात k गुणा m 1 अल्पविराम vn x अल्पविराम vx x होगा घात k गुणा n 1 गामा x के साथ घात k दोनों पदों से एक सामान्य कारक बन जाता है और यह बाहर आता है और मैं विभाजित करने जा रहा हूँ x से घात k तक और थोड़ा सा पुनर्व्यवस्था आपको एक चर वियोज्य समीकरण देगा जो इस बात का प्रमाण है कि क्या होता है यदि अंतर समीकरण केवल सकारात्मक रूप से सजातीय है तो उस स्थिति में याद रखें कि हम पहले चतुर्थांश में काम करते हैं और पहला चतुर्थांश x सकारात्मक है और फिर से x अल्पविराम v .

का मी x , 1 अल्पविराम के k गुणा m की शक्ति के लिए x होगा,

इसलिए प्रमाण केवल तब तक चलता है जब तक हम पहले चतुर्थांश में हैं, जिसका मैंने उल्लेख किया है,

इसलिए प्रमाण की विधि दोनों मामलों के लिए पहले चतुर्थांश में समान रूप से बिना आगे के चलती है आइए हम उदाहरणों पर चलते हैं पहला उदाहरण 2 $xy dx$ घटा x वर्ग ऋण y चुकता dy बराबर 0 समीकरण 2.

4 यदि आप पिछले व्याख्यानों पर वापस जाते हैं तो आप देखेंगे कि हमने समीकरण 2.

4 समीकरण 2.

4 का सामना किया है जो कि एक अंतर समीकरण है मूल रूप से एक्स-अक्ष को छूने वाले मंडलियों का परिवार और मैंने कहा कि आप अभी अंतर समीकरण को हल नहीं करते हैं, हमें तब तक इंतजार करना होगा जब तक हम सजातीय समीकरण पर अध्याय पर आगे नहीं बढ़ते हैं और यहां अब हम हल करने की स्थिति में हैं 0.

4 के लिए यह अंतर समीकरण हम प्रतिस्थापन y को vx के बराबर नियोजित करते हैं और हम समीकरण 2.

3 2.

3 का उपयोग करते हैं, कहते हैं कि dy बटा dx है v प्लस x dv बटा dx यह 2.

3 को अधिक आसान रूप में अधिक आसान रूप में फिर से लिखना सुविधाजनक है dy वीडिीएक्स प्लस एक्सडीवी के बराबर बस डीई को वीडिीएक्स प्लस एक्सडीवी के रूप में लिखें बस सादगी के लिए ऐसा करना बहुत आसान है कम से कम लिखित रूप में आसान है

इसलिए हम बस वाई को वीएक्स के बराबर प्रतिस्थापित करते हैं यह एक $2x$ स्क्वायर बन जाता है वीडिीएक्स एक्स स्क्वायर माइनस वाई स्क्वायर एक्स स्क्वायर बन जाता है 1 माइनस वी स्केर्ड और फिर डाई वीडिीएक्स प्लस एक्सडीवी है एक्स स्केर्ड कैसिल आउट हो जाता है और हमारे पास 2 वी डीएक्स माइनस 1 माइनस वी स्केर्ड वी डीएक्स माइनस 1 माइनस वी स्केर्ड एक्सडीवी के साथ छोड़ दिया जाता है।

क्यूब प्लस वीडिीएक्स प्लस वी स्क्वायर माइनस 1 एक्सडीवी शून्य के बराबर इस अंतर समीकरण को हल करना बहुत आसान है बस वी क्यूब प्लस वी से विभाजित करें एक्स से विभाजित करें आपको क्या मिलता है आपको एक्स प्लस वी स्क्वायर माइनस 1 बटा वी क्यूब मिलता है प्लस वी डीवी 0 के बराबर है।

इसलिए आंशिक अंशों को नियोजित करके इस अंतर समीकरण को हल करना बहुत आसान मामला है, आप जानते हैं कि यह कैसे करना है

इसलिए मैं इसे पहले अभ्यास के रूप में छोड़ देता हूँ नियमित आंशिक अंश गणना करता हूँ और प्राप्त करता हूँ 2.

6 का समाधान है वी स्क्वायर प्लस 1 गुणा एक्स बटा वी बराबर सी और फिर क्या है वीवी क्या है वाई बटा एक्स

इसलिए वी के मूल्य में डाल दिया और आपको यह समीकरण एक्स वर्ग प्लस वाई स्क्वायर साई के ऑर्थोगोनल ट्रेजेक्टोरियों के बराबर मिलता है

मूल रूप से x अक्ष को छूने वाले वृत्त हैं जो हम ज्यामितीय विचारों से उम्मीद करते हैं और यही मैंने पिछले व्याख्यान में कहा था

इसलिए हमने पूरी तरह से समस्या का समाधान किया है अब हम अगले उदाहरण ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र पर फिर से चलते हैं

इसलिए ऑर्थोगोनल खोजें वक्र प्रणाली के प्रक्षेप पथ x घन घटा $3xy$ वर्ग बराबर c तो आप यह कैसे करते हैं कि समीकरण को

अलग करें c सीधे गायब हो जाता है आपको क्या मिलता है $3x$ चुकता ऋण $3y$ वर्ग ऋण $6xy dy$ बटा dx बराबर शून्य तीन

कारक बाहर और आपको एक साधारण दिखने वाला अंतर समीकरण मिलता है, चतुर छात्र यह पहचान लेगा कि x घन घटा तीन xy

वर्ग z घन का एक वास्तविक हिस्सा है जहां z एक जटिल संख्या x प्लस iy है और कोई कीमत $gues$ के लिए नहीं है गाओ

ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र क्या होगा मुझे पूरा यकीन है कि छात्रों ने अनुमान लगाया होगा कि ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र क्या हैं मैं आपको अनुमान नहीं बताऊंगा और सही ढंग से अनुमान लगाऊंगा कृपया ठीक है

इसलिए अंतर करें सी गायब हो जाता है जैसा कि मैंने कहा था कि आपको अंतर समीकरण x चुकता माइनस y मिलता है वर्ग dx

माइनस $2xy dy$ बराबर 0.

ऑर्थोगोनल ट्रेजेक्टोरियों के लिए डिफरेंशियल इक्वेशन क्या है जो पिछले लेक्चर पर वापस जाता है और आप यह पता लगाते हैं कि यह x

स्केड माइनस y स्कायर डाई प्लस $2xy \, dx$ बराबर 0 राइट है जो एक सजातीय डिफरेंशियल इक्वेशन है $m \, 2xy$ है और $n \, x$ वर्ग माइनस y चुकता है यह पूरे विमान में सजातीय है और

इसलिए y बराबर $v \, x$ प्रतिस्थापन को नियोजित किया जाना है और आप केवल विवरण को पूरा करने के लिए पूरा कर सकते हैं इसलिए कृपया इसे करें और फिर जांचें कि क्या आपका अनुमान सही है तो फिर से हम जटिल विश्लेषण से आने वाले ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र का एक और उदाहरण मिला

लेकिन हमने इसे और अधिक समझने के लिए अंतर समीकरणों के सिद्धांत को लागू किया उदाहरण आइए पहले चतुर्थांश में एक उदाहरण देखें आइए पहले चतुर्थांश में एक उदाहरण देखें क्योंकि यह केवल सकारात्मक रूप से सजातीय होने जा रहा है हमारे पास आपको एक लॉग x और एक लॉग y मौजूद है,

इसलिए स्वचालित रूप से x को सकारात्मक होना चाहिए और y सकारात्मक होना चाहिए अंतर समीकरण केवल पहले चतुर्थांश में परिभाषित किया गया है और पहला चतुर्थांश सकारात्मक रूप से सजातीय है, लेकिन सजातीय नहीं है, लेकिन यह ठीक है इसलिए आपका अंतर समीकरण एक सकारात्मक सजातीय अंतर समीकरण है 2.

$7 \, x$ और y को क्रमशः $t \, x$ और $t \, y$ द्वारा प्रतिस्थापित करें और t आप देखते हैं कि चीजें एक डिग्री के सजातीय हैं, सकारात्मक रूप से सजातीय डिग्री एक तो आइए हम इस अंतर समीकरण के समाधान के लिए भी पूछें

जो 1 के बराबर 1 की स्थिति को संतुष्ट करता है जो कि 2.

7 का समाधान है याद रखें कि वक्रों का एक परिवार है और उनमें से एक है वक्र बिंदु 1 1 से होकर गुजरेंगे और आपको यह पता लगाने के लिए कहा जाता है कि इनमें से कौन सा वक्र है

इसलिए x को y के एक फलन के रूप में सोचें

इसलिए x को एक के रूप में सोचें y का फलन है और हम लिखेंगे $y \, x$ का $x \, x$, y का एक फलन है,

इसलिए हम y का x लिखेंगे और y स्वतंत्र चर है, अंतर समीकरण को आसानी से सकारात्मक रूप से समरूप माना जाता है और आप $v \, x$ के बराबर प्रतिस्थापन y का उपयोग कर सकते हैं और हम वीएक्स समीकरण प्राप्त करेंगे वी डीएक्स प्लस लॉग वी वी डीएक्स प्लस एक्स डीवी 0 के बराबर आप जिस सामान्य दिनचर्या से गुजरते हैं,

इसलिए आपको एक चर वियोज्य समीकरण मिलता है जो आपको मिलता है वह चर वियोज्य समीकरण है जो समीकरण 2.

8 है स्लाइड समीकरण में प्रदर्शित 2.

8 को आसानी से परिवर्तनीय वियोज्य देखा जा सकता है जब $x \, 1$ है तो एकीकृत चर को अलग किया जा सकता है $y \, 1$ है तो $v \, v$ का मान भी 1 है

इसलिए 2.

8 को एकीकृत करने के लिए आप निश्चित इंटीग्रल को नियोजित कर सकते हैं क्योंकि निश्चित इंटीग्रल में प्रारंभिक शामिल होता है समाधान प्रक्रिया में स्थितियां या यदि आप चाहें तो अनिश्चितकालीन इंटीग्रल लागू कर सकते हैं, लेकिन आप निश्चित रूप से इसे किसी भी तरह से हल कर सकते हैं, मैं निश्चित इंटीग्रल को नियोजित करता हूँ और मुझे एक आसान एकीकरण मिला है, इसलिए आप इसे करते हैं इग्रेसन और आपको समीकरण 2.

9 लॉग y माइनस लॉग ऑफ 1 प्लस लॉग y माइनस लॉग $x \, 0$ है।

इसलिए लॉग में से एक को घातांक द्वारा हटाया जा सकता है, आपको y बराबर 1 प्लस लॉग y माइनस लॉग x मिलता है जो कि समीकरण 2.

10 है,

इसलिए 2.

10 का वर्णन करता है हमारे डिफरेंशियल इक्वेशन का सॉल्यूशन कर्व 2.

7, पॉइंट वन कॉमा से गुजरते हुए, एक अच्छी तरह से यहाँ रुक सकता है और कह सकता है कि हमने डिफरेंशियल इक्वेशन को हल कर लिया है, आप और क्या चाहते हैं, लेकिन मैं जानना चाहूंगा कि इस कर्व को कैसे स्केच करना है सॉल्यूशन कर्व को कैसे स्केच करना है ऐसा करना रुचिकर है तो हम इसे अच्छी तरह से कैसे करते हैं सबसे पहले यह देखें कि अंतर समीकरण व्युत्पन्न dx को d पर मान 0 देता है याद रखें मैंने कहा था कि x को y के एक फंक्शन के रूप में सोचें और

इसलिए $dx \, d$ अप $dy \, dx$ पर dy की गणना करें वह होगा जो समीकरण 2.

7 को देखता है समीकरण 2.

7 को देखता है और बिंदु 1 1 पर dx पर dy की गणना करता है, क्या होगा लॉग y माइनस लॉग x टर्म 0 हो जाता है

इसलिए $dx \, by \, dy \, 0$ है यही कारण है कि मैंने कहा कि हम x को मानते हैं एक फू के रूप में y की संख्या और दूसरी तरफ नहीं तो अब हमें 1 का x अभाज्य 0 है, x का व्युत्पन्न 0 है, y के बराबर 1 है।

इसलिए यह जानना दिलचस्प है कि क्या यह बिंदु $y \, 1$ के बराबर है, स्थानीय का एक बिंदु है अधिकतम क्या यह स्थानीय न्यूनतम का एक बिंदु है या यह क्या है जब आप एक वक्र स्केचिंग करना चाहते हैं तो यह बिंदु विभक्ति के मैक्सिमा मिनिमा बिंदुओं के महत्वपूर्ण बिंदु बन जाता है और इस तरह की चीजें

इसलिए हमें y के दूसरे व्युत्पन्न x डबल प्राइम की गणना करनी चाहिए।

कहते हैं कि आपका प्रारंभिक आवेग यह होगा कि समीकरण 2.

10 लें और 2.

10 से एक अंतर्निहित विभेदन शुरू करें और एक अंतर्निहित विभेदन करें और d^2x की गणना डाई वर्ग द्वारा करें, लेकिन मैं आपसे ऐसा

नहीं करने का आग्रह करता हूँ, इसके बजाय मैं चाहता हूँ कि आप अंतर समीकरण का अधिक से अधिक उपयोग करें संभव है समाधान का उपयोग न करें जहाँ तक संभव हो विभेदक समीकरण का उपयोग करें तो आइए देखें कि अंतर समीकरण से सीधे दूसरे व्युत्पन्न की गणना कैसे करें और निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर y के बराबर है जो कि मिनी के एक बिंदु के बराबर है मम अधिकतम या विभक्ति का एक बिंदु है, क्या y का मान एक से बड़ा है जिस पर व्युत्पन्न गायब हो जाता है मैक्सिमा मिनिमा के कितने बिंदु हैं यदि आप चाहें तो क्या आप y के फ़ंक्शन x के बारे में कुछ कह सकते हैं कि क्या यह एकरसता बढ़ रही है या घट रही है इस फ़ंक्शन के गुण बिंदु 1 अल्पविराम 1 के पास y के फ़ंक्शन x के ग्राफ को स्केच करते हैं क्या आपको लगता है कि y का $x = 0$ की ओर जाएगा क्योंकि y कुछ सकारात्मक के लिए 1 से बड़ा होता है क्या होता है y अनंत तक जाता है

इसलिए ये क्या स्वाभाविक प्रश्न हैं जिन पर आप चर्चा करते हैं जब आप वक्र स्केचिंग करना चाहते हैं ठीक है तो आइए हम पहले प्रश्न पर वापस जाएं कि दूसरे व्युत्पन्न की गणना सीधे अंतर समीकरण से कैसे करें, यह करना महत्वपूर्ण है कि मैं इस पर वापस आऊंगा बाद में फिर से इंगित करें

कि अंतर समीकरण को हल किए बिना जितना संभव हो उतना अधिक जानकारी प्राप्त करना महत्वपूर्ण है क्योंकि अंतर समीकरण जो वास्तविक में उत्पन्न होते हैं जीवन को पूरी तरह से हल नहीं किया जा सकता है, हम जानते हैं कि और

इसलिए ये केवल खिलौना समस्याएं हैं जो आपको अंतर समीकरणों से निपटने के तरीके सिखाएंगे, वास्तविक समस्याएं बहुत अधिक जटिल हैं

इसलिए हमें इन खिलौनों के उदाहरणों का उपयोग करने का प्रयास करना चाहिए और उन चीजों को करने का प्रयास करना चाहिए जो आप वास्तव में वास्तविक जीवन में करेंगे, अर्थात् अंतर समीकरण से सीधे समाधान का उपयोग किए बिना जितना संभव हो उतना अधिक जानकारी प्राप्त करें, तो आइए पहली बात से पूछताछ करें कि क्या आपके पास y के फ़ंक्शन x के लिए मैक्सिमा या मिनीमा का बिंदु है या नहीं दूसरे व्युत्पन्न दूसरे व्युत्पन्न की गणना करने के लिए जहां बिंदु $y = 1$ के बराबर है।

तो आइए हम पहले व्युत्पन्न को लेते हैं अंतर समीकरण dx by dy जब पुनर्व्यवस्थित किया जाता है तो आपको x को लॉग x में घटाया जाता है।

जैसा कि $m dx$ जमा $ndy = 0$ के बराबर है,

इसलिए अपना dx बटा dy प्राप्त करें dx बटा dy माइनस n बटा m होगा लिखिए कि हम जो कर रहे हैं वह है x में लॉग x घटा लॉग y बटा y तो हमें अवश्य करना चाहिए उत्पाद नियम और भागफल नियम का उपयोग करते हुए y के संबंध में इस अभिव्यक्ति को अलग करें जब आप भागफल नियम का उपयोग करते हैं तो क्या होता है आपको आय वर्ग मिल जाएगा और आपको बदसूरत अभिव्यक्ति मिलने वाली है, आपको हर में y वर्ग की एक बदसूरत अभिव्यक्ति मिलेगी लेकिन हम 1 के बराबर y पर दूसरे व्युत्पन्न की गणना कर रहे हैं,

इसलिए हर 1 बन जाएगा,

इसलिए मुझे केवल अंश में दिलचस्पी है, मुझे हर भी लिखना नहीं है, जब आप व्युत्पन्न के अंश की गणना करना चाहते हैं तो क्या होता है यह अंश के व्युत्पन्न का y गुना होने जा रहा है, अंश का अंश हर का व्युत्पन्न है,

इसलिए मैं कह रहा हूँ कि यह अंश के व्युत्पन्न का y गुना है अंश के व्युत्पन्न दो शब्द हैं और आप इसका उपयोग करते हैं उत्पाद नियम इसलिए yx में dy में लॉग x माइनस लॉग y माइनस x लॉग इन x माइनस लॉग y गुणा y का व्युत्पन्न प्लस एक तीसरा टर्म है प्लस x प्राइम में y में लॉग x माइनस लॉग y वह शब्द यहाँ अगली पंक्ति में नहीं लिखा गया है, मैंने ऐसा क्यों नहीं लिखा है क्योंकि मैंने गलती की है नहीं, मैंने कोई गलती नहीं की है $x = 1$ का अभाज्य 0 है,

इसलिए यह पद छोड़ने वाला है

इसलिए लिखने की कोई आवश्यकता नहीं है वह शब्द

इसलिए 1 का एक्स प्राइम नहीं लिखा है क्योंकि यह छोड़ने जा रहा है

इसलिए मेरे यहां दो शब्द हैं और एक्स एक है और वाई एक है तो लॉग एक्स का डीडी क्या है यह एक्स पर एक्स प्राइम है लेकिन फिर एक्स प्राइम शून्य है y पर एक के बराबर है तो वह पद भी

माइनस लॉग y का अगला टर्म डीडी निकल जाता है जो कि माइनस 1 है क्योंकि $y = 1$ है और यहां इस टर्म में आप x को 1 के बराबर और y को 1 के बराबर रखते हैं लॉग x माइनस लॉग y टर्म गायब हो जाता है

इसलिए 1 पर दूसरा व्युत्पन्न ऋण 1 है।

ध्यान दें कि हम समाधान का बिल्कुल भी उपयोग नहीं कर रहे हैं हम सीधे अंतर समीकरण के साथ काम कर रहे हैं और हमें महत्वपूर्ण जानकारी मिली है कि बिंदु $y = 1$ के बराबर स्थानीय अधिकतम का एक बिंदु है और

इसलिए आप जानते हैं कि ग्राफ को स्थानीय अधिकतम के पास कैसा दिखना चाहिए, आइए हम ग्राफ बनाना शुरू करें अब हमारे पास ग्राफ बनाने के लिए पर्याप्त जानकारी है यहाँ हमारे पास ग्राफ नोटिस है कि हम x को y के एक फ़ंक्शन के रूप में देख रहे हैं,

इसलिए वास्तव में हमें ग्राफ को इस तरह से करना चाहिए, हमें इस तरह से ग्राफ बनाना चाहिए, लेकिन कोई बात नहीं मैं पहले से ही ग्राफ खींचा गया है और क्षैतिज अक्ष x अक्ष है और ऊर्ध्वाधर अक्ष y अक्ष है

इसलिए x y का एक कार्य है और

इसलिए आप देखते हैं कि बिंदु 1 1 एक स्थानीय अधिकतम है

इसलिए ग्राफ को इस तरह दिखना चाहिए एक को इंगित करें

इसलिए हम अभ्यास में दूसरे प्रश्न का उत्तर बिंदु एक के पास फ़ंक्शन समाधान वक्र का ग्राफ खींचते हैं अब हम पूछते हैं कि मैंने इस तरह से ग्राफ को क्यों जारी रखा है और मैंने इस तरह के ग्राफ को अगले प्रश्न के रूप में क्यों जारी रखा है मैं जानना चाहता हूँ कि यदि इस ग्राफ के अनुसार y बढ़ता है तो x घट जाएगा क्योंकि y बढ़ा और बढ़ा हो जाता है x मान शून्य के करीब आता है और फिर जब y शून्य से बढ़कर एक हो जाता है तो x मान शून्य से बढ़कर एक हो जाएगा दूसरे शब्दों में sx , y के एक फलन के रूप में यहाँ बढ़ता

है और यहाँ घटता है हम कैसे जानते हैं कि पहली बात यह है कि फिर से डिफरेंशियल इक्वेशन पर वापस जाएँ जो डिफरेंशियल इक्वेशन आपको डिफरेंशियल इक्वेशन देता है डिफरेंशियल इक्वेशन आपको y का x अभाज्य लॉग के बराबर देता है y बटा x बटा y बटा x तो x अभाज्य का कोई अन्य मूल नहीं है जो आप देख रहे हैं हम पहले चतुर्थांश को देख रहे हैं केवल xy का स्थानीय अधिकतम y एक के बराबर है तो यह कहने का क्या अर्थ है कि यह y पर एक स्थानीय अधिकतम एक के बराबर है,

इसलिए जब $y = 1$ से बड़ा हो जाता है तो x मान 1 से छोटा हो जाता है क्योंकि xy पर 1 के बराबर x का मान 1 के बराबर होता है, तो मुझे ध्यान दें कि यदि x मान y के बराबर है 1 हम जानते हैं कि 1 के बराबर x ठीक है तो y बराबर 1 एक स्थानीय अधिकतम है इसलिए यदि $y = 1$ से आगे बढ़ता है तो x को घटाना चाहिए यह 1 के लिए एक स्थानीय अधिकतम अधिकतम मान है, इसलिए जब आप अधिकतम मान से आगे जाते हैं तो x का मान घटा दिया जाता है x का मान घटा दिया जाता है कि मे उत्तर क्या $x = 1$ से कम होने वाला है और $y = 1$ से बड़ा होने वाला है तो y बटा x का लघुगणक क्या है

इसलिए y बटा $x = 1$ से बड़ा है

इसलिए y बटा x का लघुगणक धनात्मक है तो यहाँ क्या होता है तो आप देख सकते हैं y का x अभाज्य y का अभाज्य, y बटा x बटा y बटा x का लघुगणक है, याद रखें कि हमने अभी देखा है कि अंश धनात्मक है और हम पहले चतुर्थांश में हैं इसलिए हर ऋणात्मक है

इसलिए अवकलज 1 से आगे ऋणात्मक है।

इसलिए परिणामस्वरूप xy में कमी जारी है क्योंकि $y = 1$ से आगे बढ़ता है

इसलिए y बटा x

इसलिए y बटा $x = 1$ से बड़ा होना चाहिए और

इसलिए y बटा x का लघुगणक सकारात्मक बना रहना चाहिए और

इसलिए व्युत्पन्न ऋणात्मक बना रहता है और

इसलिए $x = y$ का 1 अनंत पर सख्ती से एकरस है और इसी तरह आप देख सकते हैं कि इसे 0 से 1 तक बढ़ाना चाहिए, इसलिए ग्राफ़ को इस तरह से खींचा गया है अब सवाल यह है कि मुझे कैसे पता चलेगा कि यह ग्राफ़ सभी तरह से जाता है मूल मुझे कैसे पता चलेगा कि जब $y = 0$ पर जाता है तो x को 0 पर जाना चाहिए और मुझे कैसे पता चलेगा कि जब y मेरे पास जाता है $nfinity$ x को 0 पर जाना होगा।

यहाँ हमें इस स्तर पर वापस जाना होगा हमें समीकरण 2.

10 पर वापस जाना होगा यहाँ हम समीकरण 2.

10 पर वापस जाते हैं और इस समीकरण y को 1 के बराबर देखते हैं लॉग y घटा लॉग x मान लीजिए यदि y अनंत में जाता है मान लीजिए कि यदि y अनंत में जाता है तो क्या होता है बाईं ओर अनंत तक जाता है अब लॉग y को बाईं ओर लाएं जब y अनंत में जाता है तो आप y घटा लॉग y घटा 1 के बारे में क्या कह सकते हैं आप y के बारे में क्या कह सकते हैं माइनस लॉग y माइनस 1 जो कि अनंत में भी जाएगा, मुझे आपके लिए फिर से कागज की शीट पर यह करने दें कि हमारे पास क्या है हमारे पास y माइनस लॉग y माइनस 1 बराबर माइनस लॉग x है,

इसलिए जब y अनंत में जाता है तो क्या यह सही है मान लें कि y माइनस लॉग y माइनस 1 भी प्लस इन्फिनिटी में जाता है, यदि आप ऐसा मानते हैं तो इसका मतलब है कि यदि ऐसा है तो माइनस लॉग x को प्लस इन्फिनिटी में जाना चाहिए,

इसलिए x को शून्य पर जाना चाहिए, यह सच क्यों है मैं यह क्यों कहता हूँ कि y माइनस लॉग y होना चाहिए प्लस इन्फिनिटी पर जाएँ क्योंकि आप देखते हैं कि जब y इन्फिनिटी लॉग में जाता है तो y भी इन्फिनिटी में जाता है क्या यह एक इन्फिनिटी माइनस इन्फिनिटी प्रकार का अनिश्चित नहीं है तो मैं कैसे लापरवाही से कह सकता हूँ कि y माइनस लॉग y प्लस इन्फिनिटी में जाता है हम देख सकते हैं कि y लॉग की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है yy लॉग y की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है

इसलिए y माइनस लॉग y अभी भी प्लस इन्फिनिटी पर जाएगा आइए हम आपको स्लाइड पर दिए गए अभ्यास को देखें,

इसलिए इस अभ्यास के बारे में सोचने के लिए आइए हम समीकरण 2.

10 y के बराबर 1 प्लस लॉग y माइनस लॉग x पर एक नज़र डालें, ध्यान दें कि x की ओर रुझान होना चाहिए 0 जैसा कि y अंतिम भाग 3d को अनंत करता है क्योंकि y प्लस अनंत में जाता है, ऐसा होना चाहिए कि x को शून्य प्लस पर जाना चाहिए अन्यथा दो बिंदु एक शून्य का दाहिना हाथ बाएं हाथ की तुलना में अनंत धीमी गति से जाएगा जो एक विरोधाभास है या दूसरे शब्दों में लॉग वाई को बाईं ओर लाएं और आप तर्क दे सकते हैं जैसा कि मैंने पहले तर्क दिया था कि मूल रूप से मैं क्या कह रहा हूँ कि हम कह रहे हैं कि कुछ चीजें कुछ अन्य चीजों की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाती हैं लॉग वाई लॉग लॉग की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है yy जानकारी के लिए जाता है yy चुकता लॉग की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है, y की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है y की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है, तो इन सभी चीजों से आपका क्या मतलब है,

इसलिए यहां एक अभ्यास है इस अंतिम भाग पर ठीक से चर्चा करें कि इसका क्या मतलब है t का फ़ंक्शन f , t के g की तुलना में अनंत धीमा होता है, जहां f और g को एक ही अंतराल पर परिभाषित किया जाता है जिसमें a और t होता है,

इसलिए एक उपयुक्त परिभाषा क्या होगी जिसे हम कह सकते हैं कि ft , gt की तुलना में धीमी गति से चला जाता है यदि अनुपात वर्तमान संदर्भ में ft gt शून्य हो जाता है, क्या आप यह साबित कर सकते हैं कि लॉग $y = 1$ 'hopital के नियम को लागू करके y की तुलना में धीमी गति से जाता है, उदाहरण के लिए समान तर्क द्वारा लॉग t से पावर हज़ार तक t से अनंत तक धीमी गति से जाएगा।

शक्ति एक से दस हजार आम तौर पर कोई फर्क नहीं पड़ता कि आपका n कितना बड़ा है और आपका a कितना छोटा सकारात्मक है, t शक्ति n के लिए t की तुलना में अनंत तक धीमी गति से जाएगा क्योंकि t अनंत तक जाता है,

इसलिए

विकास की तुलना करने के बारे में यह तथ्य कौन से दो जिस दर पर दो फ़ंक्शन अनंत तक जाते हैं, उसकी तुलना करना कैलकुलस में अत्यंत महत्वपूर्ण है, मैं दोहराता हूँ कि कैलकुलस में यह जानना अत्यंत महत्वपूर्ण है कि एक फ़ंक्शन किसी अन्य फ़ंक्शन के सापेक्ष कितनी तेज़ी से अनंत तक जाता है या एक फ़ंक्शन कितनी तेज़ी से शून्य पर जाता है किसी अन्य फ़ंक्शन के सापेक्ष आपके पास f पर g का अनुपात हो सकता है, f और g दोनों अनंत तक जा सकते हैं या दोनों 0 पर जा सकते हैं, लेकिन जो तेज़ी से कैलकुलस करता है वह एक दूसरे के सापेक्ष कार्य की वृद्धि की तुलना है या तो विकास अनंत या शून्य से शून्य तक, जो भी उपयुक्त मामला हो, यह ध्यान दिया जाना चाहिए कि दो फ़ंक्शन $f(t)$ और $g(t)$ दिए गए हैं, यह सवाल कि क्या $f(t)$ अनंत तक तेज़ी से जाता है या $g(t)$ अनंत तक तेज़ी से जाता है, आमतौर पर यह आसान नहीं है लॉग y के मामले में यह आसान है और y क्योंकि आप सीधे $1/hopital$ के नियम को लागू कर सकते हैं लेकिन अक्सर आप $1/hopital$ के नियम को लागू करने के लिए इतने भाग्यशाली नहीं होंगे और समस्या बहुत कठिन होने वाली है तय करें कि कौन सा तेज़ी से अनंत तक जाता है या क्या यह दो कार्य एक ही दर पर अनंत तक जाते हैं, उदाहरण के लिए आइए हम फ़ंक्शन $f(t)$ को अंतराल 1 से t में अभाज्य संख्याओं की संख्या के रूप में लेते हैं,

इसलिए मान लें कि यदि $t = 10$ है तो t का f चार है चार अभाज्य दो तीन पांच और सात इसी तरह यदि t सौ है तो t एक और सौ के बीच अभाज्य संख्याओं की संख्या है और आप जानते हैं कि अभाज्य संख्याओं की संख्या t के साथ अनंत तक जाती है अभाज्य संख्याओं की संख्या अनंत है

इसलिए f का t अनंत तक जाता है क्योंकि t अनंत तक जाता है आइए हम एक अन्य फ़ंक्शन को देखें $g(t)$ के बराबर t लॉग पर t लॉग पर t भी अनंत तक जाता है क्योंकि t अनंत पर जाता है लोपिथल के नियम को लागू करें हमने अभी देखा है कि t लॉग t की तुलना में तेज़ी से अनंत तक जाता है लेकिन जीटी द्वारा फीट के अनुपात के बारे में क्या जीटी की तुलना में फीट तेज़ी से अनंत तक जाता है या क्या यह दूसरी तरफ है या क्या वे उसी गति से अनंत तक जा रहे हैं यह सवाल गॉसियन द्वारा एक कुख्यात अनुमान था स्वतंत्र रूप से अनुमान लगाया गया था कि फीट और जीटी अनंत तक जाते हैं उसी दर पर लेकिन यह अनुमान लगभग 100 वर्षों तक अप्रमाणित रहा, इसे दो फ्रांसीसी गणितज्ञों द्वारा स्वतंत्र रूप से 1896 में हैडमर्ड द्वारा और दूसरे को 1898 में स्तर के खराब गीत के साथ तय किया गया था और इस प्रमेय को अभाज्य संख्या प्रमेय कहा जाता है।

संख्या सिद्धांत में सबसे उल्लेखनीय प्रमेय

इसलिए आप देखते हैं कि अनंत की तुलना एक आसान काम नहीं है और अनंत की तुलना के विचार को gh हार्डी द्वारा इस छोटे से पथ में खूबसूरती से समझाया गया है जिसे अनंत के आदेश कहा जाता है, अब हम एक और उदाहरण लेंगे लेकिन हम करेंगे शायद अगले व्याख्यान में हम इस मासूम दिखने वाले अंतर समीकरण को dx बटा y बटा 1 जमा y गुणा x में लेंगे, यह एक चर वियोज्य समीकरण है और हम वास्तव में समाधान फिर से पा सकते हैं समाधान स्वयं को निहित रूप में प्रस्तुत करेगा और हम क्या चाहते हैं जैसा कि हम इस उदाहरण में कर रहे हैं हम यह समझना चाहते हैं कि क्या होता है जब x अनंत तक जाता है y अनंत तक कैसे जाता है हम इसे लेंगे अगली बार हम आज के लिए यहाँ रुकेंगे लेकिन इस बीच आप समीकरण 2.

11 को हल कर सकते हैं और तैयार रहें आप