

વિભેદક સમીકરણો પરની આ શ્રેણીના પાંચમા વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે આજે આપણે સજાતીય સમીકરણો પર એક પ્રકરણ કરીશું

તેથી ચાલો હું સૌપ્રથમ સજાતીય ડોમેન શું છે તેની જરૂરી વ્યાખ્યાઓ સાથે શરૂ કરીએ, અમે તે પણ વ્યાખ્યાયિત કરીશું કે સકારાત્મક રીતે સજાતીય શું છે.

ડોમેન અમે કેટલાક સરળ ઉદાહરણો જોઈએ છીએ અમે સજાતીય કાર્યોને હકારાત્મક રીતે સજાતીય વિધેયો અને અંતે સજાતીય વિભેદક સમીકરણો જોઈએ છીએ અને તે બધાને કેવી રીતે હલ કરવા તે બરાબર છે

તેથી ચાલો આપણે જે પ્લેન પર જઈએ છીએ તેના સબસેટ d પર તમે તેને સ્વાઈડ પર જુઓ છો તે વ્યાખ્યાથી શરૂઆત કરીએ.

\mathbb{R}^2 ના સબસેટ્સ જોવા માટે પ્લેન \mathbb{R}^2 નો સબસેટ d એ સજાતીય હોવાનું કહેવાય છે જો તમે જ્યારે પણ ડોમેન d માં બિંદુ xy લો અને તેને સ્કેલર t વડે ગુણાકાર કરો 0 બરાબર n હોય ત્યારે બિંદુ tx અલ્પવિરામ ટાઇમ ફરીથી હોવો જોઈએ d બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો તમે જુઓ છો કે જ્યારે તમે ડોમેનમાં બિંદુ xy લો છો ત્યારે t ગુણ્યા xy એ મૂળ સાથે xy ની સમકક્ષ બિંદુ છે તે માત્ર t ના પરિબળ દ્વારા બિંદુ xy નું માપન છે.

સ્કેલ કરેલ પોઈન્ટ ડોમેનમાં પણ હોવો જોઈએ જેથી તમે જોશો કે તમામ અને સ્કેલિંગ પરિબળ કાં તો હકારાત્મક હોઈ શકે છે અથવા તે નકારાત્મક હોઈ શકે છે જેથી ટી એ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ પર બદલાય છે જે બિંદુઓના સમૂહને થાય છે tx અલ્પવિરામ ty તે એક રેખા છે

તેથી એકરૂપ ડોમેન એ લીટીઓનું એક સંઘ છે, સિવાય કે સંભવતઃ મૂળના મૂળને દૂર કરી શકાય છે કારણ કે આપણે જે વ્યાખ્યાની જરૂર છે તે યાદ રાખો કે xy d નું છે સૂચવે છે કે txy d માટે t માટે 0 ની બરાબર નથી.

તેથી હવે આ સજાતીય ડોમેનની બીજગણિત વ્યાખ્યા છે.

ચાલો આપણે સજાતીય ડોમેનના થોડાં ઉદાહરણો જોઈએ પણ તે પહેલાં આપણે સજાતીય ડોમેનનું ચિત્ર જોઈએ, હા અહીં તમે એક સજાતીય ડોમેન જુઓ છો જે પીળા રંગમાં શેડ કરેલું છે તે બે લીટીઓ વચ્ચેનો વિસ્તાર છે y બરાબર x બાય બે અને y બરાબર બે x પ્રથમ ચતુર્થાંશ અને ત્રીજા ચતુર્થાંશમાં આ બે રેખાઓ વચ્ચેનો વિસ્તાર પીળો રંગનો શેડ કરવામાં આવ્યો છે હવે આ બે ટુકડાઓ પીળા ટુકડાઓનું આ જોડાણ એક સજાતીય ડોમેન છે તે એક સમાન ડોમાઈ કેમ છે? n આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે જો તમે પીળા પ્રદેશમાં એક બિંદુ xy લો છો તો t વડે ગુણાકાર કરો છો અને તમારા t ગુણ્યા xy પણ છે

તેથી તમે જુઓ છો કે આ બિંદુ xy છે તમે તેને t વડે ગુણાકાર કરશો તો તમે સમસ્તર બિંદુ txy પર આવો છો જો t છે શૂન્ય કરતા મોટા અને તમે સામેની બાજુએ આ ચોક્કસ બિંદુ પર આવો છો જો t શૂન્ય કરતા ઓછો હોય તો આ આવા દરેક બિંદુ માટે સાચું છે

તેથી આ ડોમેન એક સજાતીય ડોમેન છે હવે ચાલો આપણે ઘણી વાર આગળ જઈએ આ સંદર્ભમાં આપણને એકરૂપતામાં રસ નથી.

બધી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ પરંતુ માત્ર સકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સંદર્ભમાં

તેથી તે જ રીતે ચાલો એક સકારાત્મક સજાતીય ડોમેનને વ્યાખ્યાયિત કરીએ જ્યારે કોઈ ડોમેનને સકારાત્મક રીતે સજાતીય કહેવામાં આવે છે જો જ્યારે પણ xy dt ગુણ્યા xy સાથે સંબંધ ધરાવે છે જે બિંદુ tx અલ્પવિરામ ટાઈ પણ d સાથે સંબંધિત છે પરંતુ આ જરૂરિયાત સજાતીય ડોમેન માટે અગાઉના કિસ્સામાં માત્ર t પોઝિટિવ માટે છે અમે ઇચ્છીએ છીએ કે t ગુણ્યા xy બધા t માટે d સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ $t = 0$ ની બરાબર નથી આ વખતે અમને તે માત્ર હકારાત્મકતા માટે જરૂરી છે

તેથી ચાલો આવા ડોમેનને p કોલ કરીએ **ositively homogeneous domain**

તેથી અમને સજાતીય ડોમેન્સ મળ્યા અને અમને સકારાત્મક રૂપે સજાતીય ડોમેન્સ મળ્યા

તેથી હવે ચાલો આપણે એવા ડોમેનનું ઉદાહરણ જોઈએ જે સકારાત્મક રૂપે સજાતીય છે પરંતુ સજાતીય નથી તે ડોમેનનું નિર્માણ કરવું ખૂબ જ સરળ છે અહીં એક ચિત્ર પ્રથમ ખુલ્લું છે.

ચતુર્થાંશ d એ સમતલમાં તમામ બિંદુઓ xy ના સમૂહની બરાબરી કરે છે જેમ કે x ધન છે અને y ધન છે ખુલ્લું પ્રથમ ચતુર્થાંશ શા માટે હું તેને ખુલ્લું પ્રથમ ચતુર્થાંશ કહું કારણ કે આ ચતુર્થાંશને બંધાયેલ સમન્વય ધરીના ભાગોની સમકક્ષ બાઉન્ડ્રી કિરણો કરે છે ડોમેનમાં સમાવેલ નથી ડોમેન d એ તમામ પોઈન્ટ xy નો સમૂહ છે જેમ કે x ધન છે અને y ધન છે

તેથી x બરાબર 0 સમાયેલ નથી

તેથી તે ઓપન ફર્સ્ટ ચતુર્થાંશ છે આ ઓપન ફર્સ્ટ ચતુર્થાંશ જો હું લઉં તો દેખીતી રીતે હકારાત્મક રીતે સજાતીય અધિકાર છે ખુલ્લા પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં x અલ્પવિરામ y પછી tx અલ્પવિરામ ty પણ t હકારાત્મક માટે ખુલ્લા પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં હશે પરંતુ t નકારાત્મક માટે નહીં ઉદાહરણ તરીકે 1 1 ઉદાહરણ તરીકે બિંદુ 1 1 છે ડોમેનમાં પરંતુ ટીને માઈનસ 2 ની બરાબર લો અને માઈનસ 2 ઓછા 2 ડોમેનમાં નથી

તેથી આ સજાતીય નથી પરંતુ તે હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે

તેથી હું આશા રાખું છું કે તમે સજાતીય ડોમેન અને સકારાત્મક સમાનતાવાળા ડોમેન વચ્ચેનો તફાવત સમજો છો બંને ખ્યાલો હશે.

નીચે શું વારંવાર વપરાય છે ચાલો આપણે સજાતીય ડોમેન્સ અને હકારાત્મક સજાતીય ડોમેન્સનાં કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ સમગ્ર પ્લેન દેખીતી રીતે એક સજાતીય ડોમેન છે તે પ્લેનમાં એક બિંદુ xy લે છે tx અલ્પવિરામ ટાઈ પણ પ્લેનમાં છે આગવું ઉદાહરણ એ છે કે મૂળ સાથેનું પ્લેન દૂર કર્યું હું પ્લેનમાંથી મૂળ દૂર કરું છું જેથી પંચર થયેલ પ્લેન તે એક સમાનતા ધરાવતું ડોમેન છે એક બિંદુ xy લો બંને શૂન્ય ન હોઈ શકે x અને y શૂન્ય ન હોઈ શકે

તેથી કાં તો x શૂન્ય બરાબર નથી અથવા $y = 0$ બરાબર નથી t વડે ગુણાકાર થાય છે જ્યાં t એ કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે જે 0 નથી તો tx અલ્પવિરામ ty બંને 0 ન હોઈ શકે કારણ કે t પહેલેથી 0 નથી અને આપણે જાણીએ છીએ કે x અથવા $y = 0$ થી અલગ છે

તેથી આ ડોમેન \mathbb{R}^2 મૂળમાંથી ઓછા છે એક સજાતીય ડોમેન એ પ્રથમ ચતુર્થાંશ છે જે આપણે જોયું તેમ સકારાત્મક રીતે સજાતીય

ડોમેન છે જે સજાતીય ડોમેન નથી તેના બદલે હવે આપણે આગળનું ઉદાહરણ લઈએ, યાલો આપણે પહેલો ચતુર્થાંશ લઈએ અને ત્રીજો ચતુર્થાંશ પીળા પ્રદેશો જેવો પીળો હોય.
પહેલી જ સ્વાઈડમાં જે આપણે તે બે તે બે ટુકડા લીધા તે બે પીળા ટુકડા જે આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશ લીધા અને ત્રીજો ચતુર્થાંશ જે સજાતીય ડોમેન છે હવે યાલો xy નું ફંક્શન f લઈએ.

y આ ફંક્શન ક્યાં વ્યાખ્યાયિત છે આ ફંક્શન x ની બરાબર y લાઇન સાથે વ્યાખ્યાયિત નથી અને આ ફંક્શન પણ x ની બરાબર y રેખા સાથે વ્યાખ્યાયિત નથી

તેથી પ્લેન લો આ બે લીટીઓ દૂર કરો અને પછી તમને ચાર ટુકડા મળશે આ ચાર ટુકડાઓ એક સજાતીય ડોમેન છે જો તમે પોઈન્ટ xy લો અને t સાથે ગુણાકાર કરો તો 0 ના બરાબર ફરીથી બિંદુ tx અલ્પવિરામ ટાઈ આ ચાર ટુકડાઓમાંથી છેલ્લા એકમાં હશે તમારા માટે થોડી કસરત છે કે શું પ્લેન xy માં પોઈન્ટનો સમૂહ કે જે x y કરતા મોટો છે તેને તમે ઓપન હાફ પ્લેન કહેવા માંગો છો શું આ ઓપન હાફ પ્લેન સજાતીય છે કે શું તે હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે તે વિશે વિચારો કે તે મુશ્કેલ નથી તેથી આ સજાતીય ડોમેન્સનાં કેટલાક ઉદાહરણો છે હવે યાલો આ પ્રકરણના મુખ્ય મુદ્દા પર આવીએ સજાતીય કાર્યો અને સજાતીય વિભેદક સમીકરણો

તેથી જ્યારે કોઈ ફંક્શનને સજાતીય કહેવાય છે ત્યારે સૌ પ્રથમ તો એવું થવું જોઈએ કે ડોમેન એક સજાતીય ડોમેન હોવું જોઈએ જે જ્યારે પણ xy .

ફંક્શનના ડોમેનમાં છે tx અલ્પવિરામ ty એ ફંક્શનના ડોમેનમાં પણ હોવું આવશ્યક છે અન્યથા વ્યાખ્યાનો અર્થ થશે નહીં તેથી જ આપણે સજાતીય કાર્યોને વ્યાખ્યાયિત કરતા પહેલા સજાતીય ડોમેન્સ વ્યાખ્યાયિત કર્યા છે

તેથી xy નું ફંક્શન f કહેવામાં આવે છે સજાતીય બનો જો tx અલ્પવિરામ ty નો f xy ના ઘાત k ગુણ્યા f સાથે t હોય તો જમણી બાજુ અને ડાબી બાજુ બોટ છે h વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે કારણ કે જ્યારે પણ xy ડોમેનમાં હોય છે tx અલ્પવિરામ ty પણ ડોમેનમાં હોય છે આ k ને એકરૂપતાની ડિગ્રી કહેવામાં આવે છે આ k ને એકરૂપતાની ડિગ્રી કહેવામાં આવે છે અને આપણે કહીશું કે f ડિગ્રી k ની સજાતીય છે તેથી યાલો ફરીથી લઈએ ઉદાહરણોની સંખ્યા x વર્ગ વત્તા y વર્ગ ઓછા xy તે ડિગ્રી 2 ની સજાતીય છે. જો તમે x અને y ને $txnty$ વડે બદલો છો, તો તમે tx અલ્પવિરામ ty ના f બહાર આવતા t વર્ગના અવયવને xy ના t વર્ગ ગુણ્યા f સીધો જ દેખાશે.

તમારા માટે હવે આ તપાસવું શક્ય છે, યાલો હવે પછીનું ઉદાહરણ લઈએ y ના \tan inverse by x હવે આ ફંક્શન જ્યારે x 0 હોય ત્યારે વ્યાખ્યાયિત થતું નથી

તેથી તે y અક્ષ સાથે વ્યાખ્યાયિત થતું નથી

તેથી y અક્ષને દૂર કરો અને પછી તમે જોશો કે જ્યારે તમે બદલો xy બાય tx અલ્પવિરામ ty કંઈપણ બદલાતું નથી y નું \tan વ્યુત્ક્રમ x બાય ty ના \tan વ્યુત્ક્રમ tx સમાન છે અન્ય શબ્દોમાં xy નું f tx અલ્પવિરામ t બારના f બરાબર છે તેથી આ એક કાર્ય છે જે ડિગ્રી શૂન્યનું સજાતીય છે આ સજાતીય છે શૂન્ય ડિગ્રીની યાલો આપણે તીર લઈએ d ઉદાહરણ x ક્યુબ માઈનસ y ક્યુબનું વર્ગમૂળ હવે આપણે વાસ્તવિક મૂલ્યવાન ફંક્શન્સ જ જોઈ રહ્યા છીએ

તેથી ડોમેનમાંથી આપણે 1 અલ્પવિરામ 2 જેવા પોઈન્ટ દૂર કરવા પડશે કારણ કે જ્યારે હું x બરાબર 1 અને y બરાબર 2 લઈશ ત્યારે નીચેનો જથ્થો વર્ગમૂળ નકારાત્મક બની જાય છે આપણે નથી ઈચ્છતા કે આ ફંક્શનનું ડોમેન શું છે આ ફંક્શનનું ડોમેન xy અને r બે એવા બધા પોઈન્ટનો સમૂહ છે કે x એ y કરતા મોટો છે તે અડધો સમતલ છે

તેથી આ ડોમેન હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે પરંતુ સજાતીય નથી

તેથી તમે કહો છો કે આ ફંક્શન ડિગ્રી 3 બાય 2 નું સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે તે સકારાત્મક રીતે સજાતીય કાર્ય શું

છે tx અલ્પવિરામ ty નું સમીકરણ t ની ઘાત k ગુણ્યા f xy નું t ધન માટે સમીકરણ હોવું જોઈએ tx અલ્પવિરામ ty નું પ્રદર્શિત સમીકરણ f બરાબર t ની ઘાત k ગુણ્યા xy નું f એ t ના હકારાત્મક મૂલ્યો ધરાવે છે જેથી તમે કહો કે આ કાર્ય હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે

તેથી છેલ્લું ઉદાહરણ જે તમે સ્વાઈડના વર્ગમૂળમાં જુઓ છો x ક્યુબ માઈનસ y ક્યુબને x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વડે ઘાત 3 વડે 2 તમે x અને y ને tx અલ્પવિરામ ty વડે બદલો અને પછી તમે જોશો કે તેની ડિગ્રી શૂન્યની સજાતીય છે પરંતુ t હકારાત્મક હોવા જોઈએ

તેથી તમને ફંક્શનના ઉદાહરણો મળ્યા જે સજાતીય છે અને ફંક્શન્સ જે માત્ર સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે

તેથી ફંક્શન્સ માટે આપણે કયા પ્રકારનાં ડોમેન્સ જોવા જઈ રહ્યા છીએ, આપણે xy ત્રણ ફંક્શનના xyn ના xym ના ફંક્શનને જોઈશું જે વિભેદક સમીકરણો $mxydx$ વત્તા $nxydy$ સમાન 0 માં વારંવાર બનતા હોય છે વિભેદક સમીકરણ યોગ્ય હશે

તેથી m એ x અને y નું કાર્ય છે અને n એ x અને y નું કાર્ય છે m અને n માટે ડોમેન્સ શું છે તે એકરૂપ અથવા હકારાત્મક રીતે સજાતીય હોવા જોઈએ

તેથી આપણે કયા પ્રકારનાં ડોમેન્સ છીએ મોટાભાગે આખા પ્લેનને જોવા જઈએ તો ઘણા ઉદાહરણોમાં આખું પ્લેન હશે કારણ કે ડેફિનેશન ઓપન હાફ પ્લેન્સ જેવું છેલ્લું ઉદાહરણ છે કે તમે x ક્યુબ માઈનસ વાય ક્યુબનું વર્ગમૂળ જોયું છે

તેથી તમારે અડધા પ્લેન્સને ઓપન ફર્સ્ટ ચતુર્થાંશ જોવાની જરૂર છે આ એક ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ ઉદાહરણ છે જે ઉપરની આઇટમ નંબર બેમાં વર્ણવેલ ખુલ્લા હાફ પ્લેન્સના ખુલ્લા પ્રથમ ચતુર્થાંશ અને મર્યાદિત આંતરછેદો છે

તેથી આ તે પ્રકારના ડોમેન્સ છે જે આપણે શોધી રહ્યા છીએ મોટે ભાગે આર 2 ઓછા મૂળ r 2 આખું પ્લેન આખું પ્લેન ઓરિજિન અર્ધ પ્લેન એક ચતુર્થાંશ છે

તેથી આવા ડોમેન્સ આપણે જોઈશું કે તે બધા સજાતીય છે અથવા હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે હવે યાલો આપણે સજાતીયની વ્યાખ્યા

લઈએ વિભેદક સમીકરણ ધારે છે કે xy નો m અને xy નો n બંને સમતલના સજાતીય સબસેટ d પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અને xy નો m અને xy નો n એ સમાન ડિગ્રીના સજાતીય છે જે m છે સજાતીય m છે ડિગ્રી 2 નું સજાતીય છે n ડિગ્રી 2 ની સજાતીય પણ હોવી જોઈએ.

જો m ડિગ્રી માઈનસ 3 ની સજાતીય હોય તો n પણ ડિગ્રી માઈનસ 3 ની સજાતીય હોવી જોઈએ.

તેથી m અને n ની એકરૂપતાની ડિગ્રી સમાન હોવી જોઈએ તો તમે કહો છો કે આ તફાવત છે અંશિયલ સમીકરણ $mxydx$ વત્તા $nxydy$ સમાન શૂન્ય એ સજાતીય વિભેદક સમીકરણ છે

તેથી યાલો આપણે સજાતીય વિભેદક સમીકરણોના બે ઉદાહરણો જોઈએ પહેલું છે x વર્ગ બાદબાકી y ચોરસ dx વત્તા $2xydy$ બરાબર 0 અવલોકન કરો કે અહીં m એ x વર્ગ ઓછા y છે n નો વર્ગ અહીં $2xy$ છે તે બંને સમગ્ર પ્લેન પર વ્યાખ્યાયિત છે અને તે બંને ડિગ્રી 2 ની સજાતીય છે .

તેથી પ્રથમ વિભેદક સમીકરણ એકરૂપ છે બીજા વિભેદક સમીકરણ વિશે શું બીજું વિભેદક સમીકરણ લોગ x સ્ક્વેર્ડ માઈનસ લોગ y સ્ક્વેર્ડ છે જો તરત જ $x = 0$ છે અથવા જો $y = 0$ છે તો કોઈ સમસ્યા છે

તેથી અમારે x અક્ષને દૂર કરવો પડશે અને અમે તમારી પાસે y અક્ષને દૂર કરીએ છીએ અમે તમામ ખુલ્લા ચતુર્થાંશ મેળવી રહ્યા છીએ, પ્રથમ ચતુર્થાંશ બીજા ચતુર્થાંશ ત્રીજા ચતુર્થાંશ અને ચોથા ચતુર્થાંશનો સંઘ એ છે.

સજાતીય ડોમેન એટલે x ને tx વડે અને y ને ty વડે બદલો લોગ x સ્ક્વેર માઈનસ લોગ y સ્ક્વેર્ડ એ લોગ ઓફ x સ્ક્વેર્ડ બાય y સ્ક્વેર્ડ છે અને પછી તમને બીજું મળ્યું છે જ્યારે તમે y અને x ને અનુક્રમે ty અને tx વડે બદલો છો ત્યારે y નું \tan વ્યુલ્કમ ટર્મ રદ થાય છે

તેથી બંને પદ શૂન્ય ડિગ્રીના સજાતીય છે

તેથી બીજું સમીકરણ પણ એક સજાતીય વિભેદક સમીકરણ છે આ વ્યાખ્યા મુજબ નીચેનું સમીકરણ હશે નહીં સજાતીય યાલો આપણે સમીકરણ 2.

1 x વત્તા y dx ઓછા x વર્ગનું વર્ગમૂળ વત્તા y વર્ગ dy સમીકરણ જોઈએ તે સજાતીય કેમ નથી xy ના xym નું પ્રથમ પદ m x વત્તા y છે તે સમગ્ર સમતલમાં એકરૂપ છે ડિગ્રી એકનું શું થાય છે x ચોરસ વત્તા y ચોરસનું વર્ગમૂળ x ને tx વડે બદલો અને y વડે ty શું થાય છે tx ચોરસ વત્તા ty ચોરસ મૂળની નીચે છે t ની નીચેનો વર્ગ છે x મૂળની નીચે x ચોરસ વત્તા y વર્ગ છે પણ t વર્ગના મૂળની નીચે છે tx અલ્પવિરામ ty નો વધુ df એ xy ના $\text{mod } t$ ગુણ્યા f છે

તેથી x ચોરસ વત્તા y વર્ગનું કાર્ય વર્ગમૂળ સજાતીય નથી તે માત્ર હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે

તેથી અહીં nxy શબ્દ સજાતીય નથી તે માત્ર સ્થિતિ છે ખૂબ જ સજાતીય તમે આ વિભેદક સમીકરણને સકારાત્મક સજાતીય વિભેદક સમીકરણ તરીકે ઓળખવા માંગો છો, સ્વાભાવિક રીતે તમે તેને સજાતીય વિભેદક સમીકરણ કહેવા માંગતા નથી, તમે તેને સકારાત્મક સજાતીય કહેવા માંગતા નથી કારણ કે તે સકારાત્મક હોય ત્યારે જ સજાતીય હોય છે, યાલો આપણે બીજું લઈએ.

ઉદાહરણ x વર્ગનું વર્ગમૂળ વત્તા y વર્ગનું dx વત્તા x વર્ગનું વર્ગમૂળ ઓછા y વર્ગ dy બરાબર 0.

તો યાલો આપણે કહીએ કે આ વિભેદક સમીકરણ y કરતાં મોટા x પર લેવામાં આવે છે

તેથી y કરતાં અડધો સમતલ x મોટો માત્ર આપણે લઈએ છીએ.

x y કરતા મોટો આપણે x અને y ને પણ ધન લઈએ છીએ

તેથી આ 2.

2 માં આપણે એક વધુ શરત ઉમેરીશું કે x y કરતા મોટો 0 કરતા મોટો ઠીક છે તો યાલો તે વધારાની ધારણા કરીએ તો x ચોરસ ઓછા y વર્ગ ધન હશે જો $x = 0$ કરતાં y મોટા કરતાં મોટું છે.

તેથી ડોમેન કે જેના પર x સ્ક્વેર માઈનસ y સ્ક્વેર વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે તે સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે

તેથી બીજી પદ સજાતીય નથી તે માત્ર હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે પ્રથમ પદ સજાતીય નથી તે માત્ર હકારાત્મક રીતે સજાતીય છે બીજી મુદત બે કારણોસર સજાતીય બનવામાં નિષ્ફળ જાય છે અને પ્રથમ પદ એક જ કારણસર સજાતીય બનવામાં નિષ્ફળ જાય છે એટલે કે બીજા કિસ્સામાં વધુ ટી બહાર આવે છે એટલું જ નહીં ડોમેનમાંથી મોડ બહાર આવે છે.

જેના પર આ શબ્દ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવ્યો છે તે માત્ર સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે હું તમારું ધ્યાન એ હકીકત તરફ દોરવા માંગુ છું કે મોટાભાગના પુસ્તકો 2.

2 ને એક સમાન સમીકરણ તરીકે પણ બોલાવશે અમે થોડી સાવચેતી રાખીએ છીએ અમે સજાતીય સમીકરણ અને સકારાત્મક સજાતીય સમીકરણ વચ્ચે તફાવત કરીએ છીએ

તેથી પુસ્તકો શા માટે 2.

2 ને સજાતીય કારણ તરીકે ઓળખે છે તે ખૂબ જ સરળ છે જ્યારે પણ આપણે 2.

2 જેવી પરિસ્થિતિઓમાં હોઈએ છીએ ત્યારે આપણે ફક્ત એમ માની લઈએ છીએ કે બધું પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં થઈ રહ્યું છે

તેથી તે એક અસ્પષ્ટ ધારણા છે જે પુસ્તકો બનાવે છે જેના કારણે તેઓ કોઈ મુશ્કેલીમાં ન આવે

તેથી પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં આપણે સજાતીય સમીકરણો માટે જે પદ્ધતિ લાગુ કરીશું તે પદ્ધતિ સમાન છે જે આપણે સકારાત્મક સજાતીય સમીકરણ પર લાગુ કરીએ છીએ.

જ્યાં સુધી ઉકેલની પદ્ધતિનો સંબંધ છે ત્યાં સુધી તે સમાન છે જો આપણે આપણી જાતને પ્રથમ ચતુર્થાંશ સુધી મર્યાદિત રાખીએ પરંતુ જો તમે એવા સમીકરણોને ઉકેલવાનો પ્રયાસ કરો જે સકારાત્મક રીતે એકરૂપ હોય પરંતુ પ્રથમ ચતુર્થાંશ સિવાયના ચતુર્થાંશમાં એકરૂપ ન હોય તો તમારે થોડી કાળજી લેવાની જરૂર છે.

અને અમે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ છીએ જ્યારે આપણે આગળ વધીએ છીએ તેથી ટૂંકમાં જે પદ્ધતિ અનુસરે છે તે સકારાત્મક સજાતીય સમીકરણો તેમજ પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં સજાતીય સમીકરણો માટે કામ કરે છે જ્યારે જો તે સજાતીય સમીકરણ હોય તો તમારે પ્રથમ ચતુર્થાંશ માન્ય વિશે ચિંતા કરવાની જરૂર નથી.

સમગ્ર ડોમેનમાં,

તેથી જ પુસ્તકો તેમની વચ્ચે ભેદ પાડતા નથી કારણ કે તેઓ ધારે છે કે જ્યારે સમીકરણ સજાતીય નથી અને માત્ર હકારાત્મક એકરૂપ નથી ત્યારે તેઓ સ્પષ્ટપણે માની લે છે કે અમે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં કામ કરી રહ્યા છીએ, અમે તેના પર ધ્યાન આપીને થોડા સાવધ રહ્યા છીએ.

વિગતો સરળ રાખવા માટે માત્ર એક અસ્વીકરણ અમે ધારીશું સિવાય કે અન્યથા જણાવ્યું હોય કે જો અલગ ટિચલ સમીકરણ માત્ર સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે પછી ડોમેન કાં તો પ્રથમ ચતુર્થાંશ છે અથવા પ્રથમ ચતુર્થાંશનો સકારાત્મક સજાતીય સબસેટ છે, તેથી હવે આપણે પ્રથમ લેક્ચરમાં આ y બરાબર vx અવેજીનો ઉલ્લેખ કર્યો છે.

આ વિચાર 1693 ની આસપાસ લીબનીઝમાં પાછો જાય છે

તમે આ નામ પ્રથમ વ્યાખ્યાનમાં જ દેખાશો અને તમે જોશો કે અવેજી y બરાબર x નો ઉલ્લેખ કરવામાં આવ્યો છે

તેથી પ્રમેય એક y સમાન vx એક સમાન વિભેદક સમીકરણને યલ વિભાજિતમાં પરિવર્તિત કરે છે.

સમીકરણ એ જ કારણ છે કે સજાતીય સમીકરણો સરસ છે કારણ કે ખૂબ જ સરળ અવેજી દ્વારા તમે તેને એક યલ વિભાજિત સમીકરણમાં ઘટાડી શકો છો જે હકારાત્મક સજાતીય સમીકરણ માટે પણ ધરાવે છે જ્યાં સુધી આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશને વળગી રહીએ, ચાલો સાબિતી y સમાન જોઈએ.

vx માટે

તેથી ઉત્પાદન નિયમ લાગુ કરો dy બાય dx બરાબર v વત્તા x dv બાય dx પ્રોડ્યુની સરળ એપ્લિકેશન સીટી નિયમ તમને સમીકરણ 2.

3 આપે છે

તેથી વિભેદક સમીકરણમાં અવેજી કરો વિભેદક સમીકરણને એમએક્સી વત્તા nxy માં dy બાય dx બાય શૂન્ય બરાબર શું ધારણા છે m અને n સમાન ડિગ્રી k ના સજાતીય છે

તેથી y બરાબર vx માં મૂકો આ સમીકરણ આપણે શું મેળવીએ છીએ આપણે મેળવીએ છીએ m નો x અલ્પવિરામ vx વત્તા n નો x અલ્પવિરામ vx ની dy માં dx ની જગ્યાએ v plus x dv dx વેલ m અને n સજાતીય છે

તેથી x અલ્પવિરામ vx નો m x બરાબર થશે ઘાત k ગુણ્યા m ના 1 અલ્પવિરામ vn ની x અલ્પવિરામ vx એ x ની ઘાત k ગુણ્યા n ની 1 ગામા સાથે x ની ઘાત k બંને પદોમાંથી એક સામાન્ય પરિબળ બને છે અને તે બહાર આવે છે અને હું ભાગાકાર કરવા જઈ રહ્યો છું x દ્વારા ઘાત k અને થોડી પુનઃ ગોઠવણી તમને એક યલ વિભાજિત સમીકરણ આપશે જે સાબિતી આપે છે કે શું થાય છે જો વિભેદક સમીકરણ માત્ર હકારાત્મક રીતે સજાતીય હોય તો તે કિસ્સામાં યાદ રાખો કે આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં કામ કરીએ છીએ અને પ્રથમ ચતુર્થાંશ x હકારાત્મક છે અને ફરીથી x અલ્પવિરામ v નો m x એ 1 અલ્પવિરામ v ની ઘાત k ગુણ્યા m ની x હશે

તેથી જ્યાં સુધી આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં હોઈએ ત્યાં સુધી સાબિતી સરળ રીતે પસાર થાય છે જેનો મેં ઉલ્લેખ કર્યો છે

તેથી પુરાવાની પદ્ધતિ આગળ વગર બંને કેસ માટે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં સમાન રીતે પસાર થાય છે ચાલો આપણે ઉદાહરણો તરફ આગળ વધીએ પ્રથમ ઉદાહરણ 2 $xydx$ માઈનસ x સ્ક્વેર્ડ માઈનસ y સ્ક્વેર્ડ dy ઈક્વલ ટુ 0 સમીકરણ 2.

4 જો તમે પાછલા લેક્ચર્સ પર પાછા જાઓ તો તમે જોશો કે અમને સમીકરણ 2.

4 સમીકરણ 2.

4 નો સામનો કરવો પડ્યો છે.

મૂળમાં x -અક્ષને સ્પર્શતા વર્તુળોનું કુટુંબ અને મેં કહ્યું કે તમે અત્યારે વિભેદક સમીકરણ હલ કરતા નથી જ્યાં સુધી આપણે સજાતીય સમીકરણના પ્રકરણ તરફ આગળ વધીએ ત્યાં સુધી આપણે રાહ જોવી પડશે અને અહીં આપણે હવે ઉકેલવાની સ્થિતિમાં છીએ.

આ વિભેદક સમીકરણ 0.

4 માટે અમે vx ની અવેજીમાં y બરાબરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અને અમે સમીકરણ 2.

3 નો ઉપયોગ કરીએ છીએ 2.

3 કહે છે કે dy એ dx દ્વારા v વત્તા x dv છે dx દ્વારા 2.

3 ને વધુ સરળ સ્વરૂપમાં વધુ સરળ સ્વરૂપમાં ફરીથી લખવું અનુકૂળ છે.

vdx plus x dv ની બરાબર માત્ર સરળતા માટે માત્ર dy ને vdx plus x dv તરીકે લખો, ઓછામાં ઓછું લેખિતમાં આમ કરવું સહેલું છે

તેથી આપણે ફક્ત y ને vx ની બરાબર બદલીએ આ $2x$ ચોરસ vdx x ચોરસ માઈનસ y ચોરસ x ચોરસ બને છે 1 ઓછા v સ્ક્વેર અને પછી dy એ vdx વ્હસ x dv એ x સ્ક્વેર્ડ કેન્સલ આઉટ થાય છે અને આપણી પાસે 2 v dx માઈનસ 1 માઈનસ v સ્ક્વેર્ડ v dx માઈનસ 1 માઈનસ v સ્ક્વેર્ડ x dv બાકી છે, તમને 2.

6 મળે છે જુઓ ડિફરન્સિયલ સમીકરણ યલ વિભાજિત v છે.

ક્યુબ વત્તા વીડીએક્સ વત્તા વી સ્ક્વેર માઈનસ 1 એક્સડીવી શૂન્ય બરાબર આ વિભેદક સમીકરણને હલ કરવું ખૂબ જ સરળ છે ફક્ત v ધન વત્તા v ખાલી ભાગાકાર કરીને x તમને શું મળે છે તમને dx પર x વત્તા v ચોરસ માઈનસ 1 પર v ધન વત્તા v dv બરાબર 0.

તેથી આંશિક અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ કરીને આ વિભેદક સમીકરણને ઉકેલવું ખૂબ જ સરળ બાબત છે, તમે જાણો છો કે તે કેવી રીતે

કરવું.

તેથી હું તેને પ્રથમ કસરત તરીકે છોડી દઉં છું, નિયમિત આંશિક અપૂર્ણાંકની ગણતરી કરો અને મેળવો.

2.

6 નું સોલ્યુશન એ v સ્કેલર વત્તા 1 માં x પર v બરાબર c અને પછી v v શું છે તે y પર x શું છે

તેથી v ની કિંમત મૂકો અને તમને આ સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ બરાબર cy ધ ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝ મળે છે.

શું વર્તુળો મૂળ પર x અક્ષને સ્પર્શે છે તે જ છે જેની આપણે ભૌમિતિક વિચારણાઓથી અપેક્ષા રાખીએ છીએ અને તે જ મેં છેલ્લા લેક્ચરમાં કહ્યું હતું

તેથી અમે સમસ્યા સંપૂર્ણપણે કરી લીધી છે હવે ચાલો આપણે ફરીથી આગળના ઉદાહરણ પર આગળ વધીએ જેથી ઓર્થોગોનલ શોધો વણાંકોની સિસ્ટમના માર્ગો x ક્યુબ માઈનસ 3 xy ચોરસ c બરાબર છે તો તમે કેવી રીતે કરશો કે સમીકરણ c સીધો જ અદૃશ્ય થઈ જાય છે તમને શું મળે છે 3 x ચોરસ બાદબાકી 3 y વર્ગ ઓછા 6 $xydy$ બાય dx બરાબર શૂન્ય ત્રણ પરિબલો આઉટ અને તમને એક સરળ દેખાતું વિભેદક સમીકરણ મળે છે જે બુદ્ધિશાળી વિદ્યાર્થી ઓળખશે કે x ક્યુબ ઓછા ત્રણ xy સ્કેલર એ z ક્યુબનો વાસ્તવિક ભાગ છે જ્યાં z એ જટિલ સંખ્યા x વત્તા iy છે અને અનુમાન માટે કોઈ કિંમત નથી ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝ શું હશે તે ગાઓ મને ખાતરી છે કે વિદ્યાર્થીઓએ અનુમાન લગાવ્યું હશે કે ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝ શું છે હું તમને અનુમાન અને અનુમાન યોગ્ય રીતે કહીશ નહીં, કૃપા કરીને ઠીક છે

તેથી c અદૃશ્ય થઈ જાય છે તેનો તફાવત કરો કારણ કે મેં કહ્યું હતું કે તમને વિભેદક સમીકરણ x સ્કેલર માઈનસ y મળે છે સ્કેલર્ડ dx ઓછા $2xy$ dy બરાબર 0.

ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટોરીઝ માટે શું વિભેદક સમીકરણ પાછલા લેક્ચર્સ પર પાછા જાય છે અને તમે તેને શોધી કાઢો છો કે તે x સ્કેલર માઈનસ y સ્કેલર dy વત્તા $2xy$ dx બરાબર 0 બરાબર છે જે સજાતીય વિભેદક સમીકરણ m $2x$ છે અને n એ x ચોરસ માઈનસ y સ્કેલર છે તે આખા પ્લેનમાં એકરૂપ છે અને

તેથી vx અવેજીમાં y બરાબરનો ઉપયોગ કરવો પડશે અને તમે ફક્ત વિગતોને પૂર્ણ કરવા માટે લઈ શકો છો

તેથી કૃપા કરીને તે કરો અને પછી તપાસો કે તમારું અનુમાન સાચું છે કે નહીં

તેથી અમે ફરીથી જટિલ પૃથ્થકરણમાંથી આવતા ઓર્થોગોનલ ટ્રેજેક્ટરીઝનું બીજું ઉદાહરણ મળ્યું

પરંતુ અમે તેને વધુ સમજવા માટે વિભેદક સમીકરણોનો સિદ્ધાંત લાગુ કર્યો ઉદાહરણો ચાલો આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં એક ઉદાહરણ જોઈએ, ચાલો આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં એક ઉદાહરણ જોઈએ કારણ કે તે માત્ર સકારાત્મક રીતે સજાતીય હશે, અમે તમને લોગ x અને લોગ y જોશું

તેથી આપોઆપ x હકારાત્મક અને y હોવું જોઈએ સકારાત્મક હોવું જોઈએ વિભેદક સમીકરણ ફક્ત પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અને પ્રથમ ચતુર્થાંશ સકારાત્મક રીતે સજાતીય છે પરંતુ સજાતીય નથી પરંતુ તે ઠીક છે તેથી તમારું વિભેદક સમીકરણ હકારાત્મક સજાતીય વિભેદક સમીકરણ છે 2.

7 x અને y ને અનુક્રમે tx અને ty વડે બદલો અને t તમે જુઓ છો કે વસ્તુઓ એક અંશની સમાન છે એક સકારાત્મક રીતે સજાતીય ડિગ્રી એક

તેથી ચાલો આપણે પણ આ વિભેદક સમીકરણનો ઉકેલ માંગીએ જે 1 બરાબર 1 ની શરતને સંતોષે છે જે 2.

7 નો ઉકેલ છે યાદ રાખો એ વળાંકોનું કુટુંબ છે અને તેમાંથી એક વણાંકો બિંદુ 1 1 માંથી પસાર થશે અને તમને તે શોધવાનું કહેવામાં આવશે કે આમાંથી કયો એક વક્ર છે

તેથી x ને y ના કાર્ય તરીકે વિચારો

તેથી x ને a તરીકે વિચારો y નું કાર્ય અને અમે yx નું xx લખીશું એ y નું કાર્ય છે

તેથી અમે y નું x લખીશું અને y એ સ્વતંત્ર ચલ છે જે વિભેદક સમીકરણ સરળતાથી સકારાત્મક રીતે સજાતીય હોવાનું જોવામાં આવે છે અને તમે vx ની અવેજી y બરાબર વાપરી શકો છો અને અમને vx સમીકરણ મળશે v dx વત્તા લોગ v માં v dx પ્લસ x dv બરાબર 0 તમે જે સામાન્ય દિનચર્યામાંથી પસાર થાવ છો

તેથી તમને એક વેરીએબલ વિભાજિત સમીકરણ મળશે જે ચલ વિભાજિત સમીકરણ શું છે જે તમને મળે છે તે સમીકરણ 2.

8 છે સ્વાઇડ સમીકરણ 2.

8 માં દર્શાવવામાં આવેલ વેરીએબલને અલગ કરી શકાય તેવું સહેલાઈથી જોવામાં આવે છે

જ્યારે x 1 y 1 હોય ત્યારે x 1 y હોય ત્યારે vv ની કિંમત પણ 1 છે

તેથી 2.

8 ને એકીકૃત કરવા માટે તમે ચોક્કસ પૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરી શકો છો કારણ કે ચોક્કસ પૂર્ણાંકો પ્રારંભિકને સમાવિષ્ટ કરે છે સોલ્યુશન પ્રક્રિયામાં શરતો અથવા જો તમે ઈચ્છો તો તમે અનિશ્ચિત પૂર્ણાંકો લાગુ કરી શકો છો પરંતુ તમે ચોક્કસપણે તેને તમે જે રીતે ઈચ્છો તે રીતે ઉકેલી શકો છો હું ચોક્કસ પૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરું છું અને મને એક સરળ સંકલન મળ્યું છે

તેથી તમે આ પૂર્ણ કરો egration અને તમને સમીકરણ 2.

9 લોગ y માઈનસ લોગ ઓફ 1 વત્તા લોગ y માઈનસ લોગ x 0 છે.

તેથી લોગમાંથી એકને ઘાત કરીને દૂર કરી શકાય છે તમને y બરાબર 1 વત્તા લોગ y માઈનસ લોગ x મળે છે જે સમીકરણ 2.

10 છે

તેથી 2.

10 તેનું વર્ણન કરે છે અમારા વિભેદક સમીકરણ 2.

7 નો સોલ્યુશન વક્ર બિંદુ એક અલ્પવિરામ એક કૂવામાંથી પસાર થાય છે, અહીં કોઈ રોકી શકે છે અને કહી શકે છે કે ઠીક છે અમે

વિભેદક સમીકરણ ઉકેલી લીધું છે, તમારે વધુ શું જોઈએ છે પરંતુ હું આ વળાંકને કેવી રીતે સ્કેચ કરવો તે જાણવા માંગુ છું ઉકેલ વળાંકને કેવી રીતે સ્કેચ કરવો તે કરવું રસનું છે

તેથી આપણે તે કેવી રીતે સારી રીતે કરીએ તે સૌ પ્રથમ અવલોકન કરો કે વિભેદક સમીકરણ ડેરિવેટિવ dx પર d ને 0 ની કિંમત આપે છે યાદ રાખો કે મેં કહ્યું x ને y ના કાર્ય તરીકે વિચારો અને

તેથી dy/dx પર dy/dx પર dx/dx ની ગણતરી કરો સમીકરણ 2.

7 પર શું દેખાય છે તે સમીકરણ 2.

7 ને જુઓ અને બિંદુ 1 1 પર dy પર dx ની ગણતરી કરો શું થશે લોગ y માઈનસ લોગ x શબ્દ 0 બને છે

તેથી dx બાય dy 0 થાય છે આ બરાબર કારણ છે કે મેં કહ્યું કે અમે x ને માનીએ છીએ કૂ તરીકે y ની નક્તિય અને બીજી રીતે નહીં

તેથી હવે આપણને 1 નો x પ્રાઇમ 0 છે x નું વ્યુત્પન્ન 0 y બરાબર 1 છે.

તેથી તે જાણવું રસપ્રદ છે કે 1 ની બરાબર આ બિંદુ y સ્થાનિકનો બિંદુ છે કે કેમ મહત્તમ તે સ્થાનિક લઘુત્તમનો એક બિંદુ છે અથવા તે શું છે જ્યારે તમે વળાંકનું સ્કેચિંગ કરવા માંગો છો ત્યારે આ બિંદુ મેક્સિમા મિનિમા પોઈન્ટ ઓફ ઈન્ફ્લેક્શનના મહત્વપૂર્ણ બિંદુઓ બની જાય છે અને તેના જેવી સામગ્રી

તેથી આપણે હવે y ના બીજા ડેરિવેટિવ x ડબલ પ્રાઇમની ગણતરી કરવી જોઈએ કહો કે તમારો પ્રારંભિક આવેગ એ છે કે સમીકરણ 2.

10 લો અને 2.

10 થી એક ગર્ભિત ભિન્નતા શરૂ કરો અને ગર્ભિત ભેદ કરો અને dy સ્કેલર દ્વારા d^2x ની ગણતરી કરો પરંતુ હું તમને વિનંતી કરું છું કે આમ ન કરો તેના બદલે હું ઇચ્છું છું કે તમે વિભેદક સમીકરણનો તેટલો ઉપયોગ કરો શક્ય હોય ત્યાં સુધી ઉકેલનો ઉપયોગ કરશો નહીં, શક્ય હોય ત્યાં સુધી વિભેદક સમીકરણનો ઉપયોગ કરો

તેથી યાલો જોઈએ કે વિભેદક સમીકરણમાંથી બીજા વ્યુત્પન્નની સીધી ગણતરી કેવી રીતે કરવી

અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપીએ કે y એ મિનીમા એક બિંદુની બરાબર છે.

મમ એક મહત્તમ અથવા વિભેદકનો બિંદુ છે ત્યાં y નું મૂલ્ય એક કરતાં મોટું છે કે જેના પર વ્યુત્પન્ન થઈ જાય છે ત્યાં મેક્સિમા

મિનિમાના કેટલા બિંદુઓ છે જો તમને ગમે તો તમે y ના કાર્ય x વિશે કંઈક કહી શકો કે તે એકવિધતા વધી રહી છે કે ઘટી રહી છે

આ ફક્શનના ગુણધર્મો બિંદુ 1 અલ્પવિરામ 1 ની નજીક y ના ફક્શન x ના ગ્રાફને સ્કેચ કરે છે, શું તમને લાગે છે કે y નો x 0 તરફ વલણ ધરાવે છે કારણ કે y એ 1 કરતા મોટા ધન માટે a તરફ વલણ ધરાવે છે જે થાય છે તે y અનંતમાં જાય છે

તેથી આ જ્યારે તમે વળાંકનું સ્કેચિંગ કરવા માંગો છો ત્યારે તમે ચર્ચા કરો છો તે કુદરતી પ્રશ્નો છે, તો યાલો આપણે પહેલા પ્રશ્ન પર પાછા જઈએ કે વિભેદક સમીકરણમાંથી બીજા વ્યુત્પન્નની ગણતરી કેવી રીતે કરવી

તે મહત્વનું છે કે હું આ પર પાછો આવીશ પછીથી ફરી નિર્દેશ કરો તે મહત્વનું છે કે તમે વિભેદક સમીકરણને ઉકેલ્યા વિના વિભેદક સમીકરણમાંથી સીધી રીતે મેળવી શકો તેટલી માહિતી મેળવવી મહત્વપૂર્ણ છે કારણ કે વિભેદક સમીકરણો કે જે વાસ્તવિકતામાં

ઉદભવે છે 1 જીવન સંપૂર્ણ રીતે હલ કરી શકાતું નથી તે આપણે જાણીએ છીએ અને

તેથી આ ફક્ત રમકડાની સમસ્યાઓ છે જે તમને વિભેદક સમીકરણો સાથે કેવી રીતે વ્યવહાર કરવો તે શીખવશે વાસ્તવિક સમસ્યાઓ વધુ જટિલ છે

તેથી આપણે આ રમકડાના ઉદાહરણોનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ અને તે વસ્તુઓ કરવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ જે તમે વાસ્તવમાં વાસ્તવિક જીવનમાં કરશો એટલે કે વિભેદક સમીકરણમાંથી સીધા ઉકેલનો ઉપયોગ કર્યા વિના તમે શક્ય તેટલી માહિતી મેળવી શકો છો,

તેથી યાલો પ્રથમ વસ્તુ સાથે પૂછપરછ કરીએ કે તમારી પાસે y ના ફક્શન x માટે એક મેક્સિમા બિંદુ છે કે મિનિમા છે.

બીજા વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરવા માટે બીજા વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરો જ્યાં બિંદુ y બરાબર 1 છે.

તો યાલો આપણે પ્રથમ વ્યુત્પન્ન લઈએ વિભેદક સમીકરણ dx દ્વારા dy જ્યારે ફરીથી ગોઠવવામાં આવે ત્યારે તમને x માં લોગ x માઈનસ લોગ y પર y લખવામાં આવેલ વિભેદક સમીકરણ પર જાઓ જેમ $m dx$ વત્તા ndy 0 ની બરાબર છે તો તમારું dx

મેળવો $dy dx$ બાય dy એ માઈનસ n હશે m ઉપર લખો કે આપણે જે કર્યું છે તે છે x માં લોગ x માઈનસ લોગ y પર y

તેથી આપણે જોઈએ ઉત્પાદન નિયમ અને ભાગાંક નિયમનો ઉપયોગ કરીને y ના સંદર્ભમાં આ અભિવ્યક્તિને અલગ કરો જ્યારે તમે ભાગના નિયમનો ઉપયોગ કરો છો ત્યારે શું થાય છે તમે ay વર્ગ મેળવશો અને તમને નીચ અભિવ્યક્તિ મળશે અને તમને છેદમાં y

વર્ગની નીચ અભિવ્યક્તિ મળશે પરંતુ આપણે બીજા વ્યુત્પન્નની ગણતરી 1 ની બરાબર y પર કરી રહ્યા છીએ

તેથી છેદ 1 બનશે

તેથી મને માત્ર અંશમાં જ રસ છે મને છેદ પણ લખવાની જરૂર નથી જ્યારે તમે વ્યુત્પન્નના આના અંશની ગણતરી કરવા માંગતા હો ત્યારે શું થાય છે તે અંશના વ્યુત્પન્ન ગુણો અંશના વ્યુત્પન્ન ગુણો છેદના વ્યુત્પન્ન ગુણો હશે

તેથી હું તે જ કહું છું તે અંશના વ્યુત્પન્ન ગુણો છે જે અંશના વ્યુત્પન્ન બે શબ્દો છે અને તમે તેનો ઉપયોગ કરો છો ઉત્પાદન નિયમ

તેથી લોગ x માઈનસ લોગ y માઈનસ x ઇન લોગ x માઈનસ લોગ y ગણો y ના ડેરિવેટિવ વત્તા ત્યાં ત્રીજી ટર્મ વત્તા x પ્રાઇમ ઇન લોગ x માઈનસ લોગમાં y છે y તે શબ્દ અહીં આગળની પંક્તિમાં લખવામાં આવ્યો નથી, મેં શા માટે લખ્યું નથી, કારણ કે મેં ભૂલ કરી છે, ના મેં ભૂલ કરી નથી x 1 નું પ્રાઇમ 0 છે

તેથી તે શબ્દ આઉટ થઈ જશે

તેથી લખવાની જરૂર નથી તે શબ્દ

તેથી 1 નો x પ્રાઇમ શબ્દ લખ્યો નથી કારણ કે તે ડ્રોપ આઉટ થઈ જશે

તેથી મારી પાસે અહીં બે પદ છે અને x એક છે અને y એક છે તો લોગ x નો ddy શું છે તે x પર x પ્રાઇમ છે પણ ફરીથી x પ્રાઇમ શૂન્ય છે y બરાબર એક પર જેથી તે શબ્દ પણ બાદબાકી લોગ y ની આગામી ટર્મ ddy જે માઇનસ 1 છે કારણ કે y 1 છે અને અહીં આ પદમાં તમે x બરાબર 1 અને y બરાબર 1 મૂકી છો લોગ x માઇનસ લોગ y શબ્દ અદૃશ્ય થઈ જાય છે

તેથી 1 પરનું બીજું વ્યુત્પન્ન માઇનસ 1 છે.

નોંધ લો કે આપણે ઉકેલનો ઉપયોગ જરા પણ કરતા નથી અમે સીધા વિભેદક સમીકરણ સાથે કામ કર્યું છે અને અમને માહિતીનો મહત્વપૂર્ણ ભાગ મળ્યો છે કે 1 ની બરાબર તે બિંદુ y એ સ્થાનિક મહત્તમનો એક બિંદુ છે.

અને

તેથી તમે જાણો છો કે સ્થાનિક મહત્તમની નજીક ગ્રાફ કેવો હોવો જોઈએ, યાવો ગ્રાફ દોરવાનું શરૂ કરીએ હવે અમારી પાસે ગ્રાફ દોરવા માટે પૂરતી માહિતી છે અહીં અમારી પાસે ગ્રાફ નોટિસ છે કે આપણે x ને y ના ફંક્શન તરીકે જોઈ રહ્યા છીએ તેથી ખરેખર આપણે ગ્રાફ આ રીતે કરવો જોઈએ આપણે આ રીતે આલેખ દોરવો જોઈએ પણ વાંધો નહીં.

પહેલેથી જ ગ્રાફ દોરેલ છે અને આડી અક્ષ એ x અક્ષ છે અને ઊભી અક્ષ એ y અક્ષ છે

તેથી x એ y નું કાર્ય છે અને

તેથી તમે જોશો કે બિંદુ 1 1 એ સ્થાનિક મહત્તમ છે

તેથી ગ્રાફ આના જેવો હોવો જોઈએ પોઈન્ટ વન વન એટલે આપણે ક્વાયટમાં બીજા પ્રશ્નનો જવાબ આપીએ છીએ.

હું જાણવા માંગુ છું કે જો આ આલેખ મુજબ y વધે તો x ઘટશે કારણ કે y મોટો અને મોટો થશે x ની કિંમત શૂન્યની નજીક આવે છે અને પછી અને પછી જ્યારે y શૂન્યથી એક વધે છે ત્યારે x મૂલ્ય શૂન્યથી એકમાં વધશે બીજા શબ્દ મા y ના ફંક્શન તરીકે dx અહીં વધે છે અને અહીં ઘટે છે આપણે કેવી રીતે જાણી શકીએ કે પ્રથમ વસ્તુ એ છે કે ફરીથી વિભેદક સમીકરણ પર પાછા જાઓ કે વિભેદક સમીકરણ તમને શું આપે છે વિભેદક સમીકરણ તમને y ના લોગની બરાબર x પ્રાઇમ આપે છે y બાય x પર y ની બાદબાકી x બાય x

તેથી x અવિભાજ્યમાં અન્ય કોઈ મૂળ નથી તમે જુઓ છો અમે જોઈ રહ્યા છીએ અમે પ્રથમ ચતુર્થાંશ જોઈ રહ્યા છીએ માત્ર xy ની સ્થાનિક મહત્તમ y એકની બરાબર છે તો તે કહેવાનો અર્થ શું છે એકની બરાબર y પર સ્થાનિક મહત્તમ હોય છે

તેથી જ્યારે y 1 કરતા મોટો થાય ત્યારે x નું મૂલ્ય 1 કરતા નાનું બને છે કારણ કે xy બરાબર 1 પર x ની કિંમત 1 ની બરાબર હોય છે, તો યાવો હું ધ્યાન આપું કે જો x y ની બરાબર કિંમત પર હોય તો 1 આપણે જાણીએ છીએ કે x બરાબર 1 બરાબર

તેથી y બરાબર 1 એ સ્થાનિક મહત્તમ છે

તેથી જો y 1 થી વધી જાય તો x એ ઘટાડવું જોઈએ તે સ્થાનિક મહત્તમ છે 1 માટે મહત્તમ મૂલ્ય છે

તેથી જ્યારે તમે મહત્તમ મૂલ્યથી આગળ વધો ત્યારે x ની કિંમત ઘટી છે x ની કિંમત મારા કરતા ઘટી છે જવાબ શું x 1 કરતા ઓછું હશે અને y 1 કરતા મોટું થશે તો x દ્વારા y નો લોગ શું છે

તેથી x દ્વારા y નો લોગ 1 કરતા મોટો છે

તેથી x દ્વારા y નો લોગ ઘન છે તો અહીં શું થાય છે

તેથી તમે જુઓ x પ્રાઇમ ઓફ yx પ્રાઇમ એ y નો લોગ છે x પર y ની બાદબાકી x બાય x યાદ રાખો કે આપણે હમણાં જ જોયું છે કે અંશ હકારાત્મક છે અને આપણે પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં છીએ

તેથી છેદ ઋણ છે

તેથી વ્યુત્પન્ન 1 થી આગળ નકારાત્મક છે.

પરિણામે xy ઘટતું જ રહે છે કારણ કે y 1 થી આગળ વધે છે

તેથી y x x

તેથી y બાય x 1 કરતા મોટો હોવો જોઈએ અને

તેથી x દ્વારા y નો લોગ ઘન હોવો જ જોઈએ અને

તેથી વ્યુત્પન્ન નકારાત્મક યાવું રહે છે અને

તેથી x y ની 1 અનંતતા પર સખત રીતે એકવિધ છે અને તે જ રીતે તમે જોઈ શકો છો કે તે 0 થી 1 સુધી વધવું જોઈએ.

તેથી જ ગ્રાફ આ રીતે દોરવામાં આવ્યો છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે હું કેવી રીતે જાણું કે આ આલેખ સમગ્ર રીતે આગળ વધે છે.

મૂળ હું કેવી રીતે જાણી શકું કે જ્યારે y 0 x પર જાય છે ત્યારે 0 પર જવું આવશ્યક છે અને જ્યારે y i પર જાય છે ત્યારે મને કેવી રીતે ખબર પડે છે n finity x એ 0 પર જવું જોઈએ.

અહીં આપણે આ તબક્કે પાછા જવું પડશે આપણે સમીકરણ 2.

10 પર પાછા જવું પડશે અહીં આપણે સમીકરણ 2.

10 પર પાછા જઈએ અને આ સમીકરણ y બરાબર 1 વત્તા લોગ y માઇનસ લોગ x જોઈએ તો ધારો કે y અનંતમાં જાય છે ધારો કે y અનંતમાં જાય છે તો શું થાય છે ડાબી બાજુ અનંતમાં જાય છે હવે લોગ y ને ડાબી બાજુ લાવો જ્યારે y અનંતમાં જાય ત્યારે તમે y માઇનસ લોગ y માઇનસ 1 વિશે શું કહી શકો તમે y વિશે શું કહી શકો માઇનસ લોગ વાય માઇનસ 1 જે અનંતમાં પણ જશે તે મને ફરીથી કાગળની શીટ પર તમારા માટે કરવા દો આપણી પાસે શું છે y માઇનસ લોગ y માઇનસ 1 બરાબર છે માઇનસ લોગ x

તેથી જ્યારે y અનંત પર જાય છે તે સાચું છે? કહો કે y માઇનસ લોગ વાય માઇનસ 1 પણ વત્તા અનંતમાં કેવી રીતે જાય છે જો તમે આ માનતા હોવ તો તેનો અર્થ એ છે કે જો એમ હોય તો માઇનસ લોગ x એ વત્તા અનંત પર જવો જોઈએ

તેથી x એ શૂન્ય પર જવો જોઈએ આ કેમ સાચું છે હું શા માટે કહું છું કે વાય માઇનસ લોગ વાય જ જોઈએ વત્તા અનંત પર જાઓ કારણ કે તમે જુઓ છો કે જ્યારે y અનંત લોગ પર જાય છે ત્યારે y પણ અનંત પર જાય છે

તેથી શું આ અનંત માઈનસ અનંત પ્રકારનો અનિશ્ચિત પ્રકાર નથી તો હું આકસ્મિક રીતે કેવી રીતે કહી શકું કે y માઈનસ લોગ વાય વતા અનંત પર જાય છે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે y લોગ કરતા વધુ ઝડપથી અનંત પર જાય છે y લોગ y કરતા વધુ ઝડપથી અનંત પર જાય છે

તેથી y માઈનસ લોગ y હજુ પણ વતા અનંત પર જશે, ચાલો આપણે સ્વાઇડ્સ પર તમને આપેલી ક્વાયટ જોઈએ, તો આ ક્વાયટ વિશે વિચારવા માટે ચાલો આપણે સમીકરણ 2.

10 y બરાબર 1 વતા લોગ y માઈનસ લોગ x પર એક નજર નાખીએ, નોંધ કરો કે x માટે વલણ હોવું જોઈએ 0 જેમ y છેલ્લો ભાગ અનંત તરફ વળે છે 3d જેમ y વતા અનંત તરફ જાય છે તેમ એવું થવું જોઈએ કે x એ શૂન્ય વતા પર જવો જોઈએ નહીંતર બે બિંદુ એક શૂન્યની જમણી બાજુ ડાબી બાજુ કરતાં ધીમી અનંત તરફ જશે જે એક વિરોધાભાસ છે અથવા બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો લોગ y ને ડાબી બાજુએ લાવો અને તમે દલીલ કરી શકો છો જેમ કે મેં પહેલાં દલીલ કરી હતી

તેથી મૂળભૂત રીતે હું શું કહી રહ્યો છું અમે કહીએ છીએ કે અમુક વસ્તુઓ અમુક અન્ય વસ્તુઓ કરતાં વધુ ઝડપથી અનંતમાં જાય છે લોગ y લોગ લોગ કરતાં વધુ ઝડપથી અનંતમાં જાય છે yy inf પર જાય છે લોગ કરતાં inity faster yy સ્કેવર y y કરતાં વધુ ઝડપથી અનંતમાં જાય છે y y કરતાં વધુ ઝડપથી અનંતમાં જશે તો આ બધી બાબતોથી તમારો શું મતલબ છે

તેથી અહીં એક ક્વાયટ છે આ છેલ્લા ભાગની ચોક્કસ ચર્ચા કરો કે એ કહેવાનો અર્થ શું છે t નું કાર્ય f એ t ના g કરતાં ધીમી અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે જ્યાં f અને g એ સમાન અંતરાલ પર વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે જેમાં a અને t a પર જાય છે તેથી યોગ્ય વ્યાખ્યા શું હશે અમે કહી શકીએ કે f t જો ગુણોત્તર g t કરતા ધીમા અનંત પર જાય છે હાલના સંદર્ભમાં f t દ્વારા g t શૂન્ય પર જાય છે શું તમે સાબિત કરી શકો છો કે લોગ y y કરતાં ધીમી અનંત પર જાય છે ઉદાહરણ તરીકે 1'hopital ના નિયમને લાગુ કરીને સમાન તર્ક દ્વારા લોગ t થી પાવર હજાર અનંતમાં t કરતાં ધીમું જશે પાવર વન પર દસ હજાર સામાન્ય રીતે ભલે તમારું n કેટલું મોટું હોય અને તમારું a લોગ t સાથે કેટલું નાનું પોઝિટિવ હોય n એ પાવર n કરતાં t ની શક્તિ કરતાં ધીમી અનંતતામાં જાય છે a t તરીકે અનંતમાં જાય છે

તેથી

વૃદ્ધિની સરખામણી કરવા વિશે આ હકીકત જે બે ફંક્શન દર કે જેના પર બે ફંક્શન અનંત સુધી જાય છે તેની સરખામણી કરવી એ ગણતરીમાં અત્યંત મહત્વનું છે હું પુનરાવર્તન કરું છું કે એક ફંક્શન બીજા ફંક્શનની તુલનામાં કેટલી ઝડપથી અનંત સુધી જાય છે અથવા એક ફંક્શન શૂન્ય પર કેટલી ઝડપથી જાય છે તે જાણવું કેલ્ક્યુલસમાં અત્યંત મહત્વનું છે.

અન્ય ફંક્શનની સાપેક્ષમાં તમારી પાસે g પર ગુણોત્તર f હોઈ શકે છે f અને g બંને અનંતમાં જઈ શકે છે અથવા તે બંને 0 પર જઈ શકે છે પરંતુ જે એક ઝડપી કલન કરે છે તે સારમાં વિધેયોની વૃદ્ધિની તુલના છે.

અનંત સુધી અથવા શૂન્ય સુધીનો ક્ષીણ જે યોગ્ય કેસ હોય તે નોંધવું જોઈએ કે બે ફંક્શન f t અને g t આપેલ છે કે શું f t ઝડપથી અનંત પર જાય છે કે g t ઝડપથી અનંત પર જાય છે તે સામાન્ય રીતે સરળ નથી તે લોગ y ના કિસ્સામાં સરળ છે.

અને y કારણ કે તમે તરત જ 1'hopital નો નિયમ લાગુ કરી શકો છો પરંતુ ઘણીવાર તમે 1'hopital નો નિયમ લાગુ કરવા માટે એટલા ભાગ્યશાળી નથી હોતા અને સમસ્યા ખૂબ જ મુશ્કેલ બની જાય છે નક્કી કરો કે કયું ઝડપથી અનંતમાં જાય છે અથવા આ બે ફંક્શન એક જ દરે અનંત પર જાય છે ઉદાહરણ તરીકે ચાલો આપણે ફંક્શન f t ને અંતરાલ 1 થી t માં પ્રાઇમ્સની સંખ્યા તરીકે લઈએ

તેથી ધારો કે જો t 10 છે તો t નું f ચાર છે ત્યાં ચાર અવિભાજ્ય બે ત્રણ પાંચ અને સાત છે તેવી જ રીતે જો t નું સો f હોય તો તે એક અને સો વચ્ચેના અવિભાજ્યની સંખ્યા છે અને તમે જાણો છો કે અવિભાજ્યની સંખ્યા t સાથે અનંતમાં જાય છે અને અવિભાજ્યની સંખ્યા અનંત છે

તેથી f ની સંખ્યા t અનંતમાં જાય છે કારણ કે t અનંતમાં જાય છે, ચાલો આપણે અન્ય ફંક્શન જોઈએ g t બરાબર t પર લોગ t પર લોગ t પણ અનંતમાં જાય છે કારણ કે t અનંતમાં જાય છે લોપિથલનો નિયમ લાગુ કરો આપણે હમણાં જ જોયું છે કે t લોગ t કરતાં વધુ ઝડપથી અનંતમાં જાય છે.

પરંતુ f t બાય g t ના ગુણોત્તર વિશે શું f g t કરતા વધુ ઝડપથી અનંતતા તરફ જાય છે અથવા શું તે બીજી રીતે છે અથવા તેઓ તે જ ગતિએ અનંત તરફ જઈ રહ્યા છે આ પ્રશ્ન ગૌસિયન દ્વારા એક કુખ્યાત અનુમાન હતો સ્વતંત્ર રીતે અનુમાન કર્યું હતું કે f t અને g t અનંતમાં જાય છે તે જ દરે પરંતુ આ અનુમાન લગભગ 100 વર્ષ સુધી અપ્રમાણિત રહ્યું, તે સ્વતંત્ર રીતે બે ફ્રેન્ચ ગણિતશાસ્ત્રીઓ દ્વારા 1896 માં હાદમાર્ડ દ્વારા અને બીજા એક 1898 માં સ્ટરના નબળા ગીત સાથે સ્વતંત્ર રીતે પતાવટ કરવામાં આવ્યું હતું અને આ પ્રમેયને અવિભાજ્ય સંખ્યા પ્રમેય કહેવામાં આવે છે તે એક છે.

નંબર થિયરીમાં સૌથી નોંધપાત્ર પ્રમેય જેથી તમે જોશો કે અનંતતાની સરખામણી કરવી એ સરળ કાર્ય નથી અને અનંતની સરખામણીના વિચારને g t હાર્ડી દ્વારા આ નાનકડા ટ્રેક્ટમાં સુંદર રીતે સમજાવવામાં આવ્યો છે જેને ઓર્ડર ઓફ ઇન્ફિનિટી કહેવાય છે, આપણે હવે બીજું ઉદાહરણ લઈશું પરંતુ સંભવતઃ આગામી લેક્ચરમાં આપણે આ નિર્દોષ દેખાતા વિભેદક સમીકરણ dy ને dx બરાબર y પર 1 વતા y ને x માં લઈશું આ એક ચલ વિભાજિત સમીકરણ છે અને આપણે ખરેખર ઉકેલ શોધી શકીએ છીએ ઉકેલ પોતાને ગભિત સ્વરૂપમાં રજૂ કરશે અને આપણે શું જોઈએ છે કારણ કે આપણે આ ઉદાહરણમાં પૂર્ણ કરીએ છીએ આપણે સમજવા માંગીએ છીએ કે જ્યારે x અનંતમાં જાય છે ત્યારે શું થાય છે જ્યારે y અનંતમાં કેવી રીતે જાય છે અમે તે લઈશું આગલી વખતે અમે આજે અહીં રોકાઈશું પરંતુ તે દરમિયાન તમે સમીકરણ 2.

11 હલ કરી શકશો અને તૈયાર રહો તમે