

ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ 'ਤੇ ਲੜੀ ਦੇ ਇਸ ਚੌਥੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਸੁਆਗਤ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਆਉ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਵਾਰ ਕਿੱਥੇ ਰੁਕੇ ਸੀ ਉਸ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ, ਆਓ ਸਲਾਈਡ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਜੋ ਕਿ ਕਸਰਤ ਨੰਬਰ 10 ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਰੁਕਿਆ ਸੀ, ਅਸੀਂ  $y$ -ਪੁਰੇ ਨੂੰ ਛੂਹਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਮੂਲ ਅਤੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਨੀਲੇ ਪੈਨ ਵਿੱਚ ਖਿੱਚਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਲਾਲ ਪੈਨ ਦੇ ਚੱਕਰਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਖਿੱਚੋ ਜੋ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੀ ਤਸਵੀਰ ਨਾਲ ਇਸ ਤਸਵੀਰ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਪੇਂਡੂ ਅਤੇ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਪੰਨਾ 635 'ਤੇ ਤਸਵੀਰ ਨਾਲ ਕਰਨਾ ਦਿਲਚਸਪ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਤੁਹਾਡੀ ਤਸਵੀਰ ਰੇਸ਼ਨਿਕ ਅਤੇ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ 'ਤੇ ਇਸ ਤਸਵੀਰ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਰੂਸੀ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਵਿੱਚ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਇਹ ਤਸਵੀਰ ਹੈ ਜੋ ਇਲੈਕਟ੍ਰਿਕ ਡਾਈਪੋਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਸਮਰੂਪ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇਹ ਸਵਾਲ ਹੈ ਡਾਈਪੋਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਛੋਟੀ ਅਤੇ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਤਸਵੀਰ ਤੁਸੀਂ ਬਣਾਈ ਹੈ ਉਹ ਰੇਸ਼ਨਿਕ ਅਤੇ ਛੁੱਟੀਆਂ 'ਤੇ ਲਗਭਗ ਤਸਵੀਰ ਬਿਹਤਰ ਓਕਾ ਹੈ।  $y$  ਮੈਨੂੰ ਪੱਕਾ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਸਕੈਲਿੰਗ ਕੀਤੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਪਰ ਫਿਰ ਵੀ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿਖਾਵਾਂਗਾ ਕਿ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ਕੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉੱਥੇ ਤੁਸੀਂ  $y$  ਪੁਰੇ ਨੂੰ ਛੂਹਣ ਵਾਲੇ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਮੈਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਚਾਰ ਬਣਾਏ ਸਨ ਅਤੇ ਮੈਂ ਵੀ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਕੋਣਾਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹੋਏ ਚਾਰ ਲਾਲ ਚੱਕਰ ਬਣਾਏ ਅਤੇ ਇਹ ਲਾਲ ਚੱਕਰ ਮੂਲ 'ਤੇ  $x$ -ਪੁਰੇ ਦੇ ਸਪਰਸ਼ ਚੱਕਰ ਹਨ ਜੋ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵਧੀਆ ਤਸਵੀਰ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਅਗਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਇਸ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਆਵਾਂਗੇ। ਇਹ ਲੈਕਚਰ ਲੜੀ ਬਿਲਕੁਲ ਠੀਕ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉੱਥੇ ਵਾਪਸ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਹਾਂ ਤਾਂ ਆਓ ਚੱਲੀਏ ਤਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ, ਇਕਾਈ ਰੇਡੀਆਈ ਅਤੇ ਕੇਂਦਰ 2 ਕੌਮਾ 0 ਅਤੇ ਘਟਾਓ 2 ਕੌਮਾ 0 ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਇਕਾਈ ਦਾ ਘੇਰਾ ਰੇਡੀਅਸ 1 ਹੈ। ਅਤੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ 2 ਕੌਮਾ 0 ਅਤੇ 2 ਕੌਮਾ 0 'ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਇਹਨਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸਹੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਚੱਕਰ  $x$  ਘਟਾਓ 2 ਵਰਗ ਅਤੇ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ 1 ਦਾ ਕੀ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਇੱਕ  $x$  ਲਈ ਪਲੱਸ 2 ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ 1. ਹੁਣ ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ  $s_1$  ਨੂੰ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕਾਲ ਕਰੋ  $e$  ਸਮੀਕਰਨ  $x$  ਘਟਾਓ 2 ਵਰਗ ਜੇੜ  $y$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ 1 ਨੂੰ ਸਰਲਤਾ ਲਈ  $s_1$  ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਸਮੀਕਰਨ  $x$  ਪਲੱਸ 2 ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ 1 ਨੂੰ ਕਾਲ ਕਰੀਏ। ਕਿ  $s_2$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਫਿਰ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ 1.37 ਨੂੰ ਸਲਾਈਡ  $s_1$  ਅਤੇ  $\lambda s_2$  ਵਿੱਚ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵੇਖੀਏ ਜਿੱਥੇ ਲਾਂਬਡਾ ਇੱਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਲਾਂਬਡਾ ਨੂੰ ਬਦਲਦੇ ਹੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ 1.37 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਮੀਕਰਨ 1.37 ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਵਾਲ ਜੋ ਪੁੱਛਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਉਹ ਹੈ ਪਰਿਵਾਰ 1.37 ਲਈ ਪਹਿਲੇ ਕ੍ਰਮ ਦੇ ਅੰਤਰ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਹੈ, ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤੁਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ 1.37 ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ  $x$  ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਲੈਮਬਡਾ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਠੀਕ ਹੈ ਨੀਲੇ ਪੈਨ ਨਾਲ ਚੱਕਰ 1.37 ਦਾ ਸਕੈਚ ਕਰੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਕੀ ਕੋਈ ਅਪਵਾਦ ਹੈ ਲਾਂਬਡਾ ਦਾ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੁੱਲ ਜਿਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਕੋਈ ਚੱਕਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਲਾਂਬਡਾ ਦਾ ਇੱਕ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜਿਸ ਲਈ 1.37 ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਹੋਰ ਕਰਵ ਹੈ ਇੱਕ ਸੀਮਤ ਕੇਸ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਹ ਸੀਮਤ ਕੇਸ ਕੀ ਹੈ ਤੁਹਾਡੀ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਸੀਮਿਤ ਕੇਸ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਲਾਲ ਪੈਨ ਦੇ ਚੱਕਰਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਸਕੈਚ ਕਰੋ ਜੋ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਸੁੰਦਰ ਤਸਵੀਰ ਮਿਲ ਸਕੇ। ਅਤੇ ਅਗਲੀ ਸਲਾਈਡ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ  $s_x$  ਘਟਾਓ 2 ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $y$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ 1 ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਸਧਾਰਨ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ  $x$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $y$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $4x$  ਪਲੱਸ 3 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਅਤੇ  $s_2$   $x$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $y$  ਵਰਗ ਜੇੜ  $4x$  ਪਲੱਸ 3 ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ 1.37 ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਲਾਈਡ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ  $x$  ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਵੱਖਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਮਿਲਦੇ ਹਨ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਲਾਂਬਡਾ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤੁਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਲਾਂਬਡਾ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਆਪਣੀ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਸਟੈਟਿਕਸ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨਤਾ ਵਾਲੇ ਕਰਵ ਬਾਰੇ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਰੇਸ਼ਨਿਕ ਅਤੇ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਪੰਨਾ 635 'ਤੇ ਤਸਵੀਰਾਂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਸੰਕੇਤ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਹੁਣ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਿਆ ਹੈ ਇਹ ਸਰਕਲ ਇੱਕ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਲਾਈਨਾਂ ਹਨ ਚਾਰਜਾਂ ਦੀ ਸੰਰਚਨਾ ਵਿੱਚ ਮੈਂ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ ਕੀ ਤੁਹਾਡੀ ਸਰੀਰਕ ਸੁਝ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕੀ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚਾਰਜ ਦੇ ਸੈਂਟਰ ਦੇ ਨਾਲ ਸੈਂਟਰ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਮਰੂਪ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ  $x$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $y$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $4x$  ਪਲੱਸ 3 ਪਲੱਸ ਲੈਂਬਡਾ ਗੁਣਾ  $x$  ਵਰਗ ਜੇੜ  $y$  ਵਰਗ  $4x$  ਪਲੱਸ 3 ਬਰਾਬਰ 0। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਅਜਿਹੀ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਸਥਾਪਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਫਲ ਹੋ ਗਏ ਹੋ ਜਿਸ ਦੇ  $eq$  ਸੰਭਾਵੀ ਵਕਰ ਅਭਿਆਸ 12 ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਮਤੋਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਕੀ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਪੰਨਾ 635 'ਤੇ ਰੈਸਲਿੰਗ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੀਆਂ ਤਸਵੀਰਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਉਹ ਠੋਸ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਮਤੋਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਬਿੰਦੀਆਂ ਵਾਲੀਆਂ ਲਾਈਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਪੰਨਾ 635 'ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਤਸਵੀਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀ ਦੇਖਦੇ ਹੋ? ਬਿੰਦੀਆਂ ਵਾਲੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਠੋਸ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣਾਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮ-ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਮਰੂਪ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ  $t$  ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਲ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਉਹ ਲਾਲ ਚੱਕਰ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਸਨ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਰੇਖਾਵਾਂ ਉਹ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਸਨ ਠੀਕ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਸੰਕੇਤ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੈਂਟਰ ਬਾਰੇ ਤਿੰਨ ਅਯਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸੋਚਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਸੈਂਟਰ ਤਿੰਨ ਅਯਾਮੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਤਿੰਨ ਅਯਾਮੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਇਹ ਬਰਾਬਰੀ ਵਾਲੀ ਸਤ੍ਹਾ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਸਤਹ ਨੂੰ  $xy$  ਸਮਤਲ ਦੁਆਰਾ ਕੱਟਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ  $xy$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਤਸਵੀਰ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸਤਹ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ  $xy$  ਸਮਤਲ ਨਾਲ ਕੱਟਦੇ ਹੋ ਤੁਹਾਨੂੰ  $xy$  ਪਲੇਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕਰਵ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਥ੍ਰੀ ਡਾਇਮੈਨਸ਼ਨਲ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਸੈਂਟਰ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ  $xy$  ਪਲੇਨ ਦੁਆਰਾ ਤਸਵੀਰ ਨੂੰ ਕੱਟਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਰਾਸ ਸੈਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜਵਾਬ ਦੇਵਾਂਗਾ ਜਿਸ 'ਤੇ ਜਵਾਬ ਲੱਭਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪੰਨਾ 107 ਸਮੱਸਿਆ 2.47 ਦੀ ਗਿਫਿਥ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੀ ਜਾਣ-ਪਛਾਣ ਟੂ ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਸਟੈਟਿਕਸ ਦਾ ਤੀਜਾ ਐਡੀਸ਼ਨ ਜੋ 1999 ਵਿੱਚ ਛਪਿਆ ਸੀ, ਕਿਰਪਾ ਕਰਕੇ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਐਡੀਸ਼ਨ ਨੰਬਰ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਸਟੈਟਿਕਸ ਤੋਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਕੀ ਹਨ? ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿਖਾ ਰਹੀਆਂ ਹਨ ਕਿ ਉਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਦੋ ਪਰਿਵਾਰ ਦਿਖਾ ਰਹੇ ਹਨ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਅਤੇ ਲਾਲ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਅਤੇ ਲਾਲ ਵਕਰ ਅਤੇ ਨੀਲੇ ਵਕਰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਹੀ ਕੋਣਾਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ, ਆਓ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਅਭਿਆਸਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟ੍ਰਿਕ ਪਰਿਵਾਰ ਦੁਆਰਾ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦੋਨਾਂ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਪੁਰਿਆਂ ਨੂੰ ਛੂਹਣ ਵਾਲੇ ਪਹਿਲੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਕਿ ਘੇਰੇ  $cx$  ਮਾਇਨਸ ਦੇ ਨਾਲ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ  $c$  ਕੌਮਾ  $c$  ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?  $c$  ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਜੇੜ  $y$  ਘਟਾਓ  $c$  ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $c$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $x$  ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ  $c$  ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਖਤਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਪਣੀ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਸਮੱਸਿਆ ਨੰਬਰ 15 ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਤੁਸੀਂ  $8x$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ  $y$  ਵਰਗ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇਸ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹੈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਲਾਈਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਟੈਂਜੈਂਟ ਰੇਖਾਵਾਂ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਲਈ

ਇਸ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਟੈਂਜੈਂਟ ਲਾਈਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲ ਗਿਆ ਹੈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗ 280 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਕਿਵੇਂ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿੱਥੇ ਟੀ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਲਈ 80 ਵਰਗ ਕੌਮਾ 280 ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ 2 ਹੈ, ਇਸਲਈ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗ ਕੌਮਾ 280 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਲੱਭਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ  $t$  ਦੁਆਰਾ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਈਜ਼ਡ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਲਾਈਨਾਂ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਜੋ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਤੀਜੀ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਵਕਰਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ  $x$  ਵਰਗ 9 ਪਲੱਸ  $c$  ਅਤੇ  $y$  ਵਰਗ 4 ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ 1। ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਕੀ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਹਨ  $cc$  ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੁੰਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਉਹ ਕੋਨਿਕ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਅੰਭਾਕਾਰ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਹਨ ਬੇਸ਼ੱਕ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $c$  ਨੂੰ ਘਟਾਓ 100 ਮੰਨਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੋਈ ਕਰਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ  $c$  ਬਹੁਤ ਨੈਗੇਟਿਵ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

ਇਸ ਲਈ ਕਰੋ ਮਾਇਨਸ 9 ਤੋਂ ਅਨੰਤ ਮਾਇਨਸ 9 ਤੱਕ  $c$  ਦੀ ਇੱਕ ਖਾਸ ਰੇਂਜ ਲਈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੋਨਿਕਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੋਨਿਕਸ ਦਾ ਇੱਕ

ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਵਿੱਚ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਇਸ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਕਨਫੋਕਲ ਪਰਿਵਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹੋ? ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਇਸ ਪਰਿਵਾਰ ਦੁਆਰਾ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ  $x$  ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਕਿਵੇਂ ਵੱਖਰਾ ਕਰੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ  $2x$  ਉੱਤੇ  $9$  ਪਲੱਸ  $c$  ਪਲੱਸ  $2yy$  ਡੈਸ ਉੱਤੇ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ  $0$  ਮਿਲੇਗਾ।  $2$  ਇਹ ਰੱਦ ਕਰ ਦੇਵੋਗਾ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਸਲ ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਵੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ  $1$  ਤੋਂ  $9$  ਪਲੱਸ  $c$  ਅਤੇ  $1$  ਤੋਂ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨਦੀ ਹੈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਸਲਾਈਡ 'ਤੇ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਸਲਾਈਡ 'ਤੇ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਸਮੀਕਰਨ  $x$  ਹੈ।  $9$  ਪਲੱਸ  $c$  ਪਲੱਸ  $y$  ਦਾ ਵਰਗ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ  $1$  ਉੱਤੇ  $x$  ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਫਰਕ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਤੁਹਾਨੂੰ  $1$  ਤੋਂ  $9$  ਪਲੱਸ  $c$  ਅਤੇ  $1$  ਉੱਤੇ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਲਈ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਮਿਲੀਆਂ ਹਨ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਹੱਲ ਕਰੋ।  $1$  ਤੋਂ  $9$  ਪਲੱਸ  $sc$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇ ਵੀ  $1$  ਤੋਂ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇ ਵੀ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਪਰਸਪਰ  $9$  ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਦੇ  $4$  ਪਲੱਸ  $c$  ਬਰਾਬਰ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਫਰਕ  $c$  ਦੂਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਦੁਆਰਾ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਵਿਭੇਦ ਸਮੀਕਰਨ ਹੋਵੇਗਾ ਕੋਨਿਕਸ ਇਹ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਦਿਲਚਸਪ ਅਭਿਆਸ ਹੈ ਕਿਰਪਾ ਕਰਕੇ ਇਸਨੂੰ ਕਰੋ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਬਹੁਤ ਜਲਦੀ ਵਾਪਸ ਆਉਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਅਗਲੀ ਗੱਲ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਰੈਜ਼ਨਿਕ ਅਤੇ ਛੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਪੰਨਾ 635 ਵੱਲ ਮੁੜਦੇ ਹੋ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸੁਝਾਅ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੁਦਰਤੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਲੈ ਜਾਵੇਗਾ। ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦੀ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰੀਕਲ ਸੰਰਚਨਾ ਜਿਸਨੂੰ ਜਗਜ਼ ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦੀਆਂ ਔਰਥੋਗੋਨਲ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਜਗਜ਼ ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦੀਆਂ ਔਰਥੋਗੋਨਲ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਕੀ ਹਨ, ਉਹ ਜਗਜ਼ ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦੀਆਂ ਦੋ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਹਨ  $c1$  ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਅਤੇ  $c1$  ਵਿੱਚ ਹਰ ਵਕਰ  $c2$  ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਹਰੇਕ ਕਰਵ ਨੂੰ  $c2$  ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਕੋਣਾਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਹਾਡੇ ਨੀਲੇ ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਲਾਲ ਚੱਕਰ ਹਰੇਕ ਨੀਲਾ ਚੱਕਰ ਹਰ ਇੱਕ ਲਾਲ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਔਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਵਾਰ  $c2$  ਵਕਰ  $c1$  ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਵਕਰਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਵਾਕਾਂਸ਼ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਨੂੰ ਇਸ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਅਕਸਰ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਵਾਰ  $c2$  ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਹੈ ਪਰਿਵਾਰ  $c1$  ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਾਂਗੇ ਕਿ  $c1$  ਅਤੇ  $c2$  ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਹਨ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਹਨ, ਸਾਨੂੰ ਓਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਿਉਂ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਪਰਵਾਹ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਾਰਨ ਨੰਬਰ ਇੱਕ ਉਹ ਸੁੰਦਰ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਹਮੇਸ਼ਾ ਆਕਰਸ਼ਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਉਹ ਸੁੰਦਰ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਕਾਫ਼ੀ ਚੰਗਾ ਕਾਰਨ ਹੈ ਪਰ ਜਿਹੜੇ ਲੋਕ ਯਥਾਰਥਵਾਦੀ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹ ਤਰਲ ਮਕੈਨਿਕਸ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਉਹ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਆਪਟਿਕਸ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਤਰੰਗ ਮੋਰਚੇ ਮਿਲੇ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਰਨਾਂ ਮਿਲੀਆਂ ਹਨ ਕਿਰਨਾਂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਦੋਸਤਾਂ ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਇਸਲਈ ਤਰੰਗ ਮਿੱਤਰ ਇੱਕ ਬਣਦੇ ਹਨ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਅਤੇ ਕਿਰਨਾਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਵੱਖਰਾ ਸਮੂਹ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਦੇ ਤੱਤ ਦੂਜੇ ਦੇ ਤੱਤਾਂ ਨੂੰ ਰਿਗ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।  $ht$  ਕੋਣ ਤਾਂ ਓਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਕੁਦਰਤੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਆਪਟਿਕਸ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਗਣਿਤਿਕ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਕੀ ਹੈ ਇਹ ਨਕਸ਼ਾ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਵਿਗਿਆਨ ਹੈ ਨਕਸ਼ਾ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਵਿਗਿਆਨ ਬਹੁਤ ਪੁਰਾਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਬਹੁਤ ਅਮੀਰ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਗਣਿਤਿਕ ਹੈ ਫਿਨਲੈਂਡ ਦੇ ਫਿਨਲੈਂਡ ਦੇ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫਰ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫਰ ਉਹ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸ਼ਾਨਦਾਰ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਕਦੇ ਇੱਕ ਗਲੋਬ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਅਕਸ਼ਾਂਸ਼ ਅਤੇ ਲੰਬਕਾਰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਅਕਸ਼ਾਂਸ਼ਾਂ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਅਤੇ ਲੰਬਕਾਰ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਭੂਗੋਲ ਵਿੱਚ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਕੈਲਕੂਲਸ ਭੂਗੋਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੂਮਿਕਾ ਅਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਮੈਕਲੇਰੀ ਜੌਹਨ ਮੈਕਲੇਰੀ ਜੀਓਮੈਟਰੀ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਅਧਿਆਇ 8 ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਭਿੰਨ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਤੋਂ ਦੇਖੋ ਅਧਿਆਇ 8 'ਤੇ ਇੱਕ ਅਦਭੁਤ ਕਿਤਾਬ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਉੱਥੇ ਕੁਝ ਸੁੰਦਰ ਇਤਿਹਾਸਕ ਹਵਾਲੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਗੱਲ ਕਰਦਾ ਹੈ ਥਿਊਰਮ ਦੇ ਕੁਝ ਬਾਰੇ ਯੂਲਰ ਤੇ ਵਾਪਸ ਜਾਓ ਅਤੇ 18ਵੀਂ ਅਤੇ 19ਵੀਂ ਸਦੀ ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਦੇ ਦੋ ਮਹਾਨ ਮਾਸਟਰਾਂ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿੱਚ ਯੋਗਦਾਨ ਪਾਇਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਹੋਰ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਜਿਸਦਾ ਨਾਮ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਲੈਂਬਰਟ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਵੀ ਹੈ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਖੇਤਰ ਵੱਲ ਵਧਾਂਗੇ। ਗਣਿਤ ਦੇ ਅੰਦਰ ਅਤੇ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ ਕਿ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਇੱਥੇ ਕਿਵੇਂ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਇਸ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਥਿਊਰੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਏਰੋਸਪੇਸ ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਦੁਆਰਾ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਟਿਲ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਥਿਊਰੀ ਐਰੋਸਪੇਸ ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਦੁਆਰਾ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਤੋਂ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ, ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਭਰੋਸਾ ਦਿਵਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀ ਕੋਈ ਵੀ ਚੀਜ਼ ਨਹੀਂ ਵਰਤਾਂਗੇ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਚੀਜ਼ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਨਹੀਂ ਹੋ, ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਮੈਂ ਇੱਥੇ ਗੱਲ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਤੁਹਾਡੇ 12 ਮਿਆਰੀ ਸਿਲੇਬਸ ਤੋਂ ਪਰੇ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ,

ਇਸ ਲਈ ਡਰੋ ਨਾ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਥਿਊਰੀ ਤਾਂ ਆਉ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਲੈ ਲਈਏ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸਲੀ ਅਤੇ ਕਾਲਪਨਿਕ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਜਾ ਦਿਓ,  $f$  ਦਾ  $z$  ਬਰਾਬਰ  $uxy$  ਅਤੇ  $ivxy$  ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $z$  ਦੇ  $f$  ਦੇ ਅਸਲ ਭਾਗ ਕੀ ਹਨ  $z$  ਨੂੰ  $x$  ਪਲੱਸ  $iy$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸਦਾ ਵਰਗ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਕਾਲਪਨਿਕ ਉੱਤੇ ਅਸਲ ਭਾਗ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਕੀ ਹੈ  $xy$  ਦਾ ਭਾਗ

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕਰਵ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ  $u$  ਬਰਾਬਰ ਸਥਿਰ ਅਤੇ  $v$  ਬਰਾਬਰ ਸਥਿਰ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਆਓ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $a$  ਅਤੇ  $2xy$  ਬਰਾਬਰ  $b$  ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦਾ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਲੈ ਰਹੇ ਹੋ ਅਰਥਾਤ  $z$  ਦਾ  $f$   $z$  ਬਰਾਬਰ  $z$  ਵਰਗ  $z$  ਹੈ  $x$  ਜੋੜ  $iy$  ਵਰਗ ਇਹ ਅਸਲ ਭਾਗ  $uxy$  ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਕਾਲਪਨਿਕ ਭਾਗ  $bxy$  ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ  $uxyx$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਕੀ ਹੈ  $vxy$   $2xy$  ਸੱਜੇ ਅਤੇ  $u$  ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸੈੱਟ ਕਰੋ ਅਤੇ  $v$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸੈੱਟ ਕਰੋ  $a$  ਸਥਿਰ,

ਇਸ ਲਈ  $uxy$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $a$  ਅਤੇ  $vxy$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $b$  ਕੀ ਹੈ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਇਹ ਪਰਿਵਾਰ  $uxy$  ਬਰਾਬਰ  $a$  ਜੇ ਕਿ ਵਕਰ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $a$  ਉਹ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਹੈ ਇਹ ਪਰਿਵਾਰ  $v$  ਬਰਾਬਰ  $b$  ਕੀ ਹੈ?  $2xy$  ਬਰਾਬਰ  $b$  ਦੁਬਾਰਾ ਤੁਹਾਨੂੰ  $af$  ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਦੀ  $amily$  ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਤਸਦੀਕ ਕਰਨ ਲਈ ਛੱਡਾਂਗਾ ਕਿ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $a$  ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਤੋਂ  $xy$  ਬਰਾਬਰ  $b$  orthogonally ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ  $x$  naught  $y$  naught ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਵਕਰਾਂ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ, ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। ਬਿੰਦੂ  $x$  'ਤੇ ਦੋ ਵਕਰਾਂ ਦੀਆਂ ਢਲਾਣਾਂ  $x$  nought  $y$  nought ਢਲਾਣਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ  $-1$  ਹੈ ਕੈਲਕੂਲਸ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੱਸੇਗਾ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਢਲਾਣਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ ਇਹ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਇਹ ਦੋ ਕਰਵ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ  $a$  ਅਤੇ  $2$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।  $xy$  ਬਰਾਬਰ  $b$  ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਲਈ ਔਰਥੋਗੋਨਲ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਦੀ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਦੇ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਤਸਦੀਰ ਹੈ ਲਾਲ ਵਕਰ ਵਕਰ  $2xy$  ਬਰਾਬਰ  $b$  ਅਤੇ ਨੀਲੇ ਵਕਰ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਤਸਦੀਰ ਵਿੱਚ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੰਟਰਸੈਕਸ਼ਨ ਦੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਉਹ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ, ਤਸਦੀਰ ਗਣਿਤ ਦੇ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਸਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਮੈਂ ਇੱਕ ਸਟੂ ਦਾ ਪੰਨਵਾਦ ਕਰਨਾ ਚਾਹਾਂਗਾ ਗਣਿਤ ਵਿਭਾਗ ਦੇ  $dents$  ਆਦਿਤਿਆ ਮਹੇਸ਼ਵਰੀ ਜਿਸ ਨੇ ਇਹ ਤਸਦੀਰ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਹੈ ਅਤੇ ਅਗਲਾ ਇੱਕ ਠੀਕ ਹੈ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈਏ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਤੋਂ  $c$  ਘਟਾਓ  $0$  'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ  $f$  ਦਾ  $z$  ਬਰਾਬਰ  $z$  ਪਲੱਸ  $1$  ਕੀ ਹੈ?  $z$  'ਤੇ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ  $0$  ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਪੂਰੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸਮਤਲ 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਇਹ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ  $z$  ਡੋਮੇਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ  $r \cos t$  ਅਤੇ  $ir \sin t$  so  $z$  ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਲੱਸ  $ir \sin t$  ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਆਰਗਨ ਪਲੇਨ ਵਿੱਚ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੋਚ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਇਸ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰੀਕਲ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਹੋ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ  $z$  ਨੂੰ  $r \cos t$  ਕੌਮਾ  $r \sin t$  ਅਤੇ  $t$  ਨੂੰ ਬਦਲਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਡੋਮੇਨ ਵਿੱਚ  $z$  ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ  $f$  ਦਾ  $z$  ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ  $f$  ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ  $r \cos t$  ਪਲੱਸ  $ir \sin t$  ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਚਿੱਤਰ ਕਰਵ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਇਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਕਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਮਜ਼ੇਦਾਰ ਅਭਿਆਸ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ  $z$  ਦਾ  $f$  ਕੀ ਹੈ ਜੇਕਰ  $z = r \cos t$  ਪਲੱਸ  $ir \sin t$  ਹੈ ਤਾਂ  $z = r \cos t$  ਪਲੱਸ  $ir \sin t$  ਪਲੱਸ  $1$  ਤੇ  $r \cos t$  ਪਲੱਸ  $ir \sin t$  ਦਾ  $f$  ਕੀ ਹੈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬੇਸ਼ੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਜੋਗ ਜਾਂ ਭਾਜ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ। ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ  $r$  ਪਲੱਸ  $1$  ਉੱਤੇ  $r \cos t$  ਕੌਮਾ  $r$  ਮਾਇਨਸ  $1$  ਉੱਤੇ  $r \sin t$  ਮਿਲੇਗਾ ਜੋ ਕਿ ਸਲਾਈਡ ਵਿੱਚ 1.42 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ  $t$  ਵੱਖਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ 1.42 ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ 1.42 ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਮਾਪਦੰਡ ਹੈ 1.42 ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ  $\cos t$  ਕੌਮਾ  $b \sin t$  ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੇ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ ਕੀ ਹਨ ਅਰਥ-ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਧੁਰਾ  $r$  ਪਲੱਸ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਕੀ ਹੈ ਅਰਥ-ਮਾਮੂਲੀ ਧੁਰੀ  $r$  ਘਟਾਓ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੈ ਅਰਥ-ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਧੁਰੀ  $r$  ਪਲੱਸ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਅਤੇ ਅਰਥ-ਮਾਮੂਲੀ ਧੁਰੀ  $r$  ਘਟਾਓ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਅਰਥ-ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਧੁਰੀ ਅਰਥ-ਮਾਮੂਲੀ ਧੁਰੀ ਅਤੇ eccentricity  $b$  ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਵਰਗ  $1$  ਘਟਾਓ  $e$  ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਕੀ ਸਬੰਧ ਹੈ? ਠੀਕ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੀ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤਤਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਬਲ  $i$  ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਫੋਕਸੀ ਕੀ ਹੈ ਇਹ  $ae$  ਕੌਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ ਘਟਾਓ  $ae$  ਕੌਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਪਰ ਕੀ ਯਾਦ ਹੈ  $ae = b$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਵਿੱਚ  $1$  ਘਟਾਓ  $e$  ਵਰਗ ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਵਰਗ  $e$  ਵਰਗ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $b$  ਵਰਗ ਹੈ ਪਰ  $ar$  ਪਲੱਸ ਕੀ ਹੈ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਕੀ ਹੈ  $br$  ਘਟਾਓ  $1$  ਉੱਤੇ  $r$  ਤਾਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $b$  ਵਰਗ ਕੀ ਹੈ ਇਹ  $4$  ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਵਰਗ  $e$  ਵਰਗ  $4$  ਹੈ ਤਾਂ  $ae = 2$  ਹੈ।  
 ਇਸ ਲਈ ਫੋਕਸੀ ਜਾਂ ਅੰਡਾਕਾਰ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$  ਅਤੇ ਘਟਾਓ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$  ਹਨ। ਇਹ ਬਹੁਤ ਦਿਲਚਸਪ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $r$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਾਵੇਂ ਕੋਈ ਵੀ ਕਿਉਂ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਾਰੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਫੋਕਸੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ  $r$  ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਤੁਹਾਨੂੰ  $r \cos t$  ਅਤੇ  $ir \sin t$  ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੰਘਣੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਪੂਰਾ ਸਮੂਹ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਚਿੱਤਰ ਵਰਗ ਹਨ। ਸਾਰੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੇ ਇੱਕੋ ਫੋਕਸੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਨਫੋਕਲ ਅੰਡਾਕਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਹਨਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕੋ ਹੀ ਫੋਕਸੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ  $1.41 f$  ਦਾ  $z$  ਬਰਾਬਰ  $z$  ਪਲੱਸ  $1$  ਤੇ  $z$  ਨੂੰ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਉਹਨਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। origin to ellipse ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਸ  $z$  ਟਰੇਸ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਮੂਲ 'ਤੇ ਕੇਂਦਰ ਵਾਲਾ  $sa$  ਚੱਕਰ  $z$  ਦਾ ਚਿੱਤਰ  $f$  ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੇ ਫੋਕਸੀ ਪਲੱਸ ਘਟਾਓ ਦੇ ਕੌਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਇਸਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਅੰਡਾਕਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਗਲੀ ਸਲਾਈਡ ਇੱਕ ਕਸਰਤ ਹੈ ਜੋ ਮੈਂ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਫੋਕਸੀ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੇ ਉਹ ਕੀ ਹਨ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$  ਅਤੇ ਘਟਾਓ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$ ।  $r$  ਦੇ ਇੱਕ ਮੁੱਲ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ  $r$  ਦੇ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਖਾਸ ਮੁੱਲ ਲਈ ਅੰਡਾਕਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜੋ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਅਗਲੇ  $a$  ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਤੁਹਾਡੇ 'ਤੇ ਛੱਡਾਂਗਾ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ  $z$  ਨੂੰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੈਣ ਦੀ ਬਜਾਏ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ  $z$  ਮੂਲ ਤੋਂ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਐਰੇ ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀ ਹੈ ਨੂੰ ਐਰੇ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਠੀਕੋਸਾਈਨ ਬਾਰੇ ਕਿਵੇਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋ? ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ ਇਹ ਸਾਇਨ ਥੀਟਾ ਇਹ  $z$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $t$  ਵਿੱਚ  $\cos$  ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ  $i \sin$  ਥੀਟਾ at  $a \theta$  ਤੋਂ ਅਨੰਤਤਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਸਥਿਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਂ  $z$  ਦਾ ਚਿੱਤਰ  $f$  ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ  $z$  ਦਾ  $f = z$  ਪਲੱਸ  $1$  ਉੱਤੇ  $z$  ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ  $t$  ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਫਿਕਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿਉਂਕਿ ਚਿੱਤਰ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਕਰਵ ਕਰਦਾ ਹੈ ਵਕਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਹਨ ਮੈਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਕਹਿਣ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਇਹਨਾਂ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਦੇ ਫੋਕਸੀ ਲੱਭੇ ਇਹ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕੋਈ ਇਨਾਮ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਉਹ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$  ਅਤੇ ਘਟਾਓ  $2$  ਕੌਮਾ  $0$  ਹੋਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਵੀ ਕਨਫੋਕਲ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਫੋਕਸੀ ਸਮਾਨ ਹੈ ਅੰਡਾਕਾਰ ਇਸਲਈ ਕੋਨਿਕਸ ਦਾ ਪੂਰਾ ਪਰਿਵਾਰ ਕੋਨਿਕਸ ਦਾ ਇੱਕ ਕਨਫੋਕਲ ਪਰਿਵਾਰ ਹੈ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਅੰਡਾਕਾਰ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਮੁੜ ਤੋਂ ਵਕਰਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਲੱਭੀ ਹੈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਦੋ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲੇ ਹਨ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਅਤੇ ਹਰ ਇੱਕ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਅੰਡਾਕਾਰ ਹਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦੇਵੇਗਾ ਆਰਥੋਗੋਨਲੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਹੈ ਇਹ ਦਿਲਚਸਪ ਕਿਉਂ ਹੈ ਜਾਂ ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਿਉਂ ਹੈ ਇਹ ਦਿਲਚਸਪ ਕਿਉਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਸੁੰਦਰ ਹੈ ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਨੇ ਏਅਰਫੋਇਲ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਲਗਾਇਆ ਹੈ ਇਸਲਈ ਏਰੋਸਪੇਸ ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਲਈ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨ ਹਨ ਅਤੇ ਮੈਂ ਦਿੱਤਾ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵੈਬਸਾਈਟ ਲਈ ਇੱਕ ਖਾਸ ਲਿੰਕ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਗਲੇਨ ਦੁਆਰਾ ਨਾਸਾ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਲੇਖ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਖੋਜ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮ ਲਈ ਜਿੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਵੇਰਵੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਨੇ ਏਅਰਫੋਇਲ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਵਰਤਿਆ ਹੈ ਹੁਣ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਏਰੋਸਪੇਸ ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵੱਖਰੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਅਗਲੀ ਸਲਾਈਡ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਪਰ ਮੇਰੇ ਆਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿ ਮੈਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਥਿਊਰੀ ਤੋਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਅਭਿਆਸ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਦੇਖਣ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵੱਖਰਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵਧੀਆ ਫੰਕਸ਼ਨ  $f = c$  ਤੋਂ  $c$  ਤੱਕ  $z$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $z$  ਵਰਗ ਦੇ  $f$  ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਹਰੀਜੱਟਲ ਲਾਈਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰ  $t$  ਪਲੱਸ  $i$  ਇਸ ਲਈ ਆਪਣੇ  $c$  ਨੂੰ ਠੀਕ ਕਰੋ ਅਤੇ  $t$  ਨੂੰ ਵੱਖਰਾ ਹੋਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਕੀ  $t$  ਪਲੱਸ  $i$  ਟਰੇਸ  $t$  ਪਲੱਸ  $i$  ਇੱਕ ਲੇਟਵੀਂ ਲਾਈਨ ਹੈ ਜੋ ਬਿੰਦੂ  $0$  ਕਾਮੇ  $c$  ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $z$  ਨੂੰ  $t$  ਪਲੱਸ  $i$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ  $z$  ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ।  $be = t$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $c$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $2i$   $dc$  ਤਾਂ ਇਹ ਟਰੇਸ ਆਉਣ ਕੀ ਹੈ ਜਦੋਂ  $z = 20$  ਘਟਾਓ ਅਨੰਤ ਤੋਂ ਪਲੱਸ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਵਕਰ  $t$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $c$  ਵਰਗ ਕੌਮਾ  $2tc$  ਉਹ ਪੈਰਾਬੋਲਸ ਹਨ ਇਸ ਪਰਾਬ ਦਾ ਫੋਕਸ ਲੱਭਦੇ ਹਨ  $0.1a$  ਅਤੇ ਕੀ ਇਹ ਫੋਕਸ  $c$  'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਉਮੀਦ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜਵਾਬ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਹ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦਾ ਇੱਕ ਕਨਫੋਕਲ ਪਰਿਵਾਰ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਕਿਰਪਾ ਕਰਕੇ ਹੁਣ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਹਰੀਜੱਟਲ ਲਾਈਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਲੈ ਰਹੇ ਹਾਂ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਲੰਬਕਾਰੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਇਹ  $t$  ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $a$  ਪਲੱਸ ਉੱਤੇ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਲੰਬਕਾਰੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜੋ ਬਿੰਦੂ  $a$  ਕਾਮੇ  $0$  ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $z$  ਬਰਾਬਰ  $a$  ਪਲੱਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ  $z$  ਦਾ ਵਰਗ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $t$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $2iat$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇ। ਪਲੇਨ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਟੀ ਵਰਗ ਕੌਮਾ  $280$  ਨੂੰ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਲਈ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਈਜ਼ੇਸ਼ਨ ਹੈ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਲਈ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟ੍ਰਿਕ ਰੂਪ ਹੈ ਦੁਬਾਰਾ ਇਸ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਨੂੰ ਲੱਭੋ ਇਸ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦਾ ਫੋਕਸ ਲੱਭੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਅਗਲੀ ਕਸਰਤ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਸਰਤ  $19$  ਦੇ ਪੈਰਾਬੋਲਸ ਕਸਰਤ ਦੇ ਪੈਰਾਬੋਲਸ ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ  $20$  ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੁਬਾਰਾ ਅਸੀਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਥਿਊਰੀ ਤੋਂ ਤਿੰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਡੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਥਿਊਰੀ ਤੋਂ  $eep$  ਵਿਚਾਰ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਥਿਊਰੀ ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਡੂੰਘੀ ਸ਼ਾਖਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ ਵਰਤ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਉਹਨਾਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜੋ ਤੁਹਾਡੇ ਸਿਲੇਬਸ ਵਿੱਚ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਅਰਥਾਤ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਵਰਗ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨਾ ਹੈ ਹਰ ਕੋਈ ਜਾਣਦਾ ਹੈ ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨਾ ਹੈ ਕਿ  $z$  ਉੱਤੇ  $z$  ਪਲੱਸ  $1$  ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਸਿਰਫ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਭਾਗ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਮੁਢਲੇ ਵਿਚਾਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਸੁੰਦਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ ਤਸਵੀਰ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਆਦਿਤਿਆ ਨੇ ਇਹ ਤਸਵੀਰਾਂ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ। ਗਣਿਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ਲਾਲ ਪੈਰਾਬੋਲਸ ਅਤੇ ਨੀਲੇ ਪੈਰਾਬੋਲਸ ਨੂੰ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹੋਏ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਹਰ ਨੀਲਾ ਵਕਰ ਹਰ ਲਾਲ ਵਕਰ ਨੂੰ ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੰਟਰਸੈਕਸ਼ਨ ਦੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇੰਟਰਸੈਕਸ਼ਨ ਦਾ ਕੋਣ  $90$  ਡਿਗਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਕਿਰਪਾ ਕਰਕੇ ਇਸਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਅਜਮਾਓ ਹੁਣ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨਾ ਬਹੁਤ ਮਜ਼ੇਦਾਰ ਹੈ। ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਸੇਵਾ ਵਿੱਚ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ, ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੀ ਵਾਅਦਾ ਕੀਤੀ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨ ਆਉਂਦੀ ਹੈ ਆਕਾਸ਼ੀ  $m$  ਈਕਾਨਿਕਸ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਬੋਲਿਨ ਦੀ ਥਿਊਰਮ ਨਾਮਕ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੁੰਦਰ ਥਿਊਰਮ 'ਤੇ ਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ 1911 ਤੱਕ ਵਾਪਸ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕਮਾਲ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਆਕਾਸ਼ੀ ਮਕੈਨਿਕਸ ਵਿੱਚ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨ ਲੱਭਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਅੰਡਾਕਾਰ ਅਤੇ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੇ ਸਬੂਤ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਦੇਣਗੇ, ਇਹ ਇੱਕ ਪੁਰਾਣਾ ਨਤੀਜਾ ਹੈ। ਬੋਲਣ ਲਈ ਕਿ  $w$  ਦਾ ਨਕਸ਼ਾ  $f = w$  ਬਰਾਬਰ  $w$  ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਗ੍ਰਹਿਣਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ  $d^2 w$  ਦੁਆਰਾ  $ds$  ਵਰਗ ਜੋੜ ਕੇ  $w$  ਬਰਾਬਰ  $0$  ਵਿੱਚ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਤੁਹਾਨੂੰ ਹੁਣ ਤੱਕ ਜ਼ਰੂਰ ਜਾਣੂ ਹੈ ਕਿ ਇਹ  $s$  ਨਹੀਂ ਹੈ। ਅਸਲ ਸਮਾਂ ਇਹ ਮੁੜ- ਸਕੇਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸਮਾਂ ਹੈ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੇ ਸਬੂਤ ਵਿੱਚ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਨਕਸ਼ੇ ਅਤੇ ਜੁਕੇਵਸਕੀ ਅੰਡਾਕਾਰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਬੋਲਿਨ ਦੀ ਥਿਊਰਮ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪਾਂਤਰਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਜੋ ਕਿ ਗਤੀ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤ੍ਰਤ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਸਰੀਰ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਗ੍ਰਹਿ ਸਿਰਫ ਇਹ ਦੋ ਸਰੀਰ ਵੱਖ-ਵੱਖਰੇ

ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਕਰਦੇ ਹਨ ਸੁਰਜ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵਿਕਾਸ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਅਨੇਕ ਪ੍ਰਸਾਰਣ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਦਿੱਖ ਵਾਲੇ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟਨ ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਰੂਪ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਹਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਇਸ ਵਿਚਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕੋਈ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗ੍ਰਹਿ ਸੁਰਜ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸੁਰਜ ਦੇ ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ ਇੱਕ ਫੋਸੀ ਕਾਰਨ ਬਹੁਤ ਸਧਾਰਨ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।  $d^2 w$  ਦੁਆਰਾ  $ds$  ਵਰਗ ਜੋੜ ਨਾਲ  $w$  ਬਰਾਬਰ 0 ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ  $w$  ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਇਸਦਾ ਅਸਲ ਭਾਗ  $x$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਕਾਲਪਨਿਕ ਭਾਗ  $y$  ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹਨ  $d^2 x + ds^2 x = 0$   $d^2 y + ds^2 y = 0$  ਗੁਣਾ  $ds$  ਵਰਗ ਜੋੜ  $y$  ਬਰਾਬਰ 0 ਇੱਥੇ ਸਧਾਰਨ ਹਾਰਮੋਨਿਕ ਮੋਸ਼ਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹਨ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਸਹਿ ਕਰਦੇ ਹੋ  $u \sin x$  ਨੂੰ  $s$  ਦਾ  $\sin$  ਹੋਣ ਲਈ  $\cos$   $s$  ਹੋਣ ਲਈ ਹੋਰ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਤੁਸੀਂ  $x$  ਨੂੰ  $\cos$   $s$  ਅਤੇ  $y$  ਨੂੰ  $b \sin s$  ਲੈ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ  $s$  ਦਾ  $w$  ਬਰਾਬਰ  $s$  ਪਲੱਸ  $ib$  ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ?  $s$  ਦਾ  $\sin$  ਜਿਸ ਨਾਲ ਅਸਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਕੀ ਹੈ ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ  $f$  ਦਾ  $w$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $w$  ਵਰਗ ਦਾ ਮੂਲ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ  $z$  ਸੀ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਬਿੰਦੂ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸੀ

ਇਸ ਲਈ  $z$  ਦਾ ਵਰਗ  $w$  ਵਰਗ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਸਥਿਤੀ  $s$  ਦਾ  $z$   $s$  ਵਰਗ ਦਾ  $w$  ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ  $\cos$  ਵਰਗ  $s$  ਘਟਾਓ  $b$  ਵਰਗ ਸਾਇਨ ਵਰਗ  $s$  ਪਲੱਸ 2 ਅਬੀ ਸਾਈਨਸ ਕਾਰਨ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਜੇ ਤੁਸੀਂ  $z$  ਦਾ ਅਸਲੀ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ  $z$  ਦਾ ਕਾਲਪਨਿਕ ਹਿੱਸਾ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਤੇ ਕੋਸਾਈਨ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕੀ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੀ ਪੈਰਾਮੀਟ੍ਰਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇਸ ਅਸਲੀ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ  $x$  ਦੇ  $s$  ਵਜੋਂ ਕਾਲ ਕਰੋ ਕਾਲਪਨਿਕ ਭਾਗ ਨੂੰ  $s$  ਦੇ  $y$  ਵਜੋਂ ਕਾਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦੀ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਹੈ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਈਨ ਦੇ ਕੋਸਾਈਨ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰੋ  $\cos$  ਵਰਗ  $s$   $\cos$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ  $2s \sin$  ਵਰਗ  $s$   $\sin$  ਵਰਗ  $2s$  ਕੋਸਾਈਨ  $2s$  ਸਾਈਨਸ ਕਾਰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ  $\sin 2s$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ  $\sin$  ਵਰਗ  $2s$  ਪਲੱਸ  $\cos$  ਵਰਗ  $2s$  ਬਰਾਬਰ 1 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹ ਸਮੀਕਰਨ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ  $2x$  ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $b$  ਵਰਗ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ  $b$  ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਹੋਇਆ ਦੇਖਦੇ ਹੋ।

ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਦਾ ਵਰਗ ਜੋੜ  $y$  ਵਰਗ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵਰਗ  $b$  ਵਰਗ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਹ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਫੋਸੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਫੋਸੀ ਮੂਲ ਵਿੱਚ ਹੈ ਇਹ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਆਸਾਨ ਅਭਿਆਸ ਹੈ ਅਤੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦੀ ਬੇਨਤੀ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਕੀ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਹੈ? ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਲਈ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਕਿ ਜੇਕਰ  $w$   $w$  ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਅੰਡਾਕਾਰ ਹੈ ਤਾਂ  $z$  ਸਮੀਕਰਨ  $w$  ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਦਾ ਵਰਗ ਇੱਕ ਹੋਰ ਅੰਡਾਕਾਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਫੋਕਸ ਮੂਲ 'ਤੇ ਹੈ ਇਸਲਈ  $z$  ਦਾ ਸਥਾਨ  $z$  ਹੈ। ਮੂਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਫੋਕਸ ਵਾਲਾ ਅੰਡਾਕਾਰ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਕੇਪਲਰ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਹਾਲਾਂਕਿ ਬੋਲਿਨ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਮੇਯ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਥੇ ਸਾਬਤ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਿਲੇਬਸ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਮੈਂ ਸਿਰਫ ਡਬਲਯੂ. ਐਂਟ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸਣ ਲਈ ਕਿ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਬਿਊਰੀ ਬਾਹਰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ ਕਾਰਟੋਗ੍ਰਾਫੀ ਏਰੋਸਪੇਸ ਇੰਜਨੀਅਰਿੰਗ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਿੱਸਿਆਂ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਬਿਊਰਮ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਸੀ ਅਤੇ ਇਹ ਖਿੱਚ ਦੇ ਦੋਹਰੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਹੇਠ ਚਲਦਾ ਹੈ, ਮੈਂ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗਾ। ਆਕਰਸ਼ਣਾਂ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਦੋਹਰੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ਇਸ ਬਾਰੇ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦੋ ਸਲਾਈਡਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਮੇਯ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਿਹਾ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੋ ਹਵਾਲੇ ਦੇਣ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਦੋ ਹਵਾਲੇ ਮਹਾਨ ਮਾਸਟਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲਿਖੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਹਨ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ। ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਹੈ ਪਹਿਲਾ ਇੱਕ ਦੀ ਆਰਨੋਲਡ ਹੈ ਉਸਨੇ ਹਿਊਜੇਨਸ ਬੈਰੇ ਨਿਊਟਨ ਅਤੇ ਹਲਕ ਨਾਮ ਦੀ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਲਿਖੀ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਨਿਊਟਨ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰਕੇ ਲੈਕਚਰ ਦੀ ਇਸ ਲੜੀ ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਕੀਤੀ ਕਿ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਕੰਮ ਨੇ ਇੱਕ ਅਨੁਭਵੀ ਵਿਗਿਆਨ ਤੋਂ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ ਨੂੰ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ। ਇੱਕ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਇਹ ਛੋਟੀ ਕਿਤਾਬ ਆਈਜ਼ੈਕ ਬੈਰੇ ਤੋਂ ਆਧੁਨਿਕ ਖੋਜਾਂ ਤੱਕ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਨੰਦਮਈ ਯਾਤਰਾ ਹੈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੇ ਸਦੀਆਂ ਬਾਅਦ ਨਿਊਟਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੇ ਯੁੱਗ ਦੇ ਦੋ ਸਦੀਆਂ ਤੱਕ ਫੈਲੇ ਖਗੋਲ-ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਸਫ਼ਰ ਸ਼ਨੀ ਦੇ ਰਿੰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਰਕਵੁੱਡ ਗੈਪਸ ਦੀ ਖੋਜ ਦੁਆਰਾ ਅਨੇਕ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ ਵਿੱਚ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਕਟੋਰੇ ਦੀ ਥੀਓਮੈਟਰੀ ਉੱਤੇ ਕੁਝ ਡੂੰਘੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵਾਂ ਉੱਤੇ ਟਿੱਪਣੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਅੰਤਿਕਾ ਉਮਰ 94 ਵਿੱਚ ਚਰਚਾ ਸਫ਼ਾ 69 'ਤੇ ਸਵਰਗੀ ਮਕੈਨਿਕਸ ਦੀਆਂ ਜਿੱਤਾਂ ਦੀ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਅਤੇ ਸ਼ਾਨਦਾਰ ਹੈ, ਬਦਨਾਮ ਤਿੰਨ-ਸਰੀਰ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਪਿਅਰ ਸਾਈਮਨ ਲੈਪਲੇਸ ਦੇ ਯਾਦਗਾਰੀ ਕੰਮ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਪੋਇਨਕੇਅਰ ਪੋਇਨਕੇਅਰ ਹੈ, ਆਕਾਸ਼ੀ ਮਕੈਨਿਕਸ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਾਂਤੀਕਾਰੀ ਨਵੇਂ ਢੰਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਆਧੁਨਿਕ ਆਕਾਸ਼ੀ ਮਕੈਨਿਕਸ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਯੋਗਦਾਨ ਦੂਸਰਾ ਸੰਦਰਭ ਨੋਬਲ ਪੁਰਸਕਾਰ ਜੇਤੂ ਐਸ ਚੰਦਰ ਸ਼ੇਕਰ ਦੁਆਰਾ ਹੈ ਉਸਨੇ ਆਮ ਪਾਠਕਾਂ ਲਈ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਨਿਊਟਨ ਦੀ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ ਲਿਖੀ ਸੀ ਇਸਨੂੰ ਆਕਸਫੋਰਡ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਪ੍ਰੈਸ ਦੁਆਰਾ 1996 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਮਹਾਨ ਵਿਦਵਾਨ ਦਾ ਇਹ ਕੰਮ ਸਮੱਗਰੀ ਨਾਲ ਭਰਪੂਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਸਿਰਲੇਖ ਇਹ ਕੋਈ ਆਸਾਨ ਦੁਬਾਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਐਡਿੰਗ ਪਰ ਇਹ ਮਿਹਨਤ ਦੇ ਯੋਗ ਹੈ ਆਮ ਪਾਠਕ ਦਾ ਮਤਲਬ ਆਮ ਆਦਮੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜੋ ਇੱਥੇ ਸਮੇਂ ਕੈਲਕੁਲਸ ਸਿੱਖ ਰਹੇ ਹੋ ਉਹ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਸਿੱਖ ਰਹੇ ਹਨ ਉਹ ਰਸਾਇਣ ਸਿੱਖ ਰਹੇ ਹਨ ਉਹ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਕਾਫ਼ੀ ਗਿਆਨ ਨਾਲ ਲੈਸ ਹਨ ਇਹ ਅਜਿਹੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਕਿਤਾਬ ਲਿਖੀ ਗਈ ਹੈ ਬੇਸ਼ੱਕ ਇਹ ਕਿਤਾਬ 600 ਪੰਨਿਆਂ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਹੈ ਅਤੇ ਪੰਨਾ 1 ਤੋਂ ਪੰਨਾ 600 ਤੱਕ ਨਹੀਂ ਪੜ੍ਹੀ ਜਾਣੀ ਚਾਹੀਦੀ, ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਪੰਨਾ 57 'ਤੇ ਜਾਣ ਦੀ ਸਿਫਾਰਸ਼ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਕੇਪਲਰ ਦੁਆਰਾ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਪੂਰੇ ਸਬੂਤ ਦੇਖੋਗੇ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਤੁਸੀਂ ਅਧਿਆਇ 6 ਦੇ ਪੂਰਕ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਲਈ ਅੱਗੇ ਵਧ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿੱਥੇ ਉਹ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਆਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਦੋਹਰੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਉੱਥੇ ਬੋਲਿਨ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦਾ ਸਬੂਤ ਵੀ ਦੇਖੋਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਅੱਗੇ ਵਧ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕੇਪਲਰ ਸਮੀਕਰਨ 'ਤੇ ਸੱਤਵੇਂ ਅਧਿਆਇ ਅਤੇ ਬੀਜਗਣਿਤ ਜੀਓਮੈਟਰੀ 'ਤੇ ਪ੍ਰਮੇਯ ਜੋ ਕਿ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ, ਮੈਂ ਇੱਕ ਮਨਮੋਹਕ ਈ ਦੇ ਹਵਾਲੇ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। ਐਸ ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਦਾ ਨਿਬੰਧ ਅਤੇ ਨਿਬੰਧ ਨਿਊਟਨ ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਭਾ ਦੀ ਮਿਸ਼ੇਲਐਂਜਲੇ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਸਲਾਈਡ ਵਿੱਚ ਆਈਟਮ ਨੰਬਰ ਤਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਵਾਲਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਨੇ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ ਦੀਆਂ ਨਿਊਟਨ ਦੀਆਂ ਲਿਖਤਾਂ ਦੀ ਮਿਸ਼ੇਲਐਂਜਲੇ ਦੀ ਪੇਂਟਿੰਗ ਨਾਲ ਜਾਂ ਸਿਸਟੀਨ ਚੈਪਲ ਦੀ ਛੱਤ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਰਚਨਾਤਮਕਤਾ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਦੁਰਲੱਭ ਪੱਧਰ ਦੇ ਕੰਮਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਦਾ ਕੀ ਕਹਿਣਾ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਸੰਦਰ ਲੇਖ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਅੰਸ਼ ਵੇਵਾਂਗਾ ਅਤੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਨਿਬੰਧ ਨੂੰ ਇਸਦੀ ਸੰਦਰ ਸ਼ੈਲੀ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਾ- ਵਸਤੂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਮੁੱਖਤਾ ਲਈ ਪੜ੍ਹਨ ਦੀ ਜ਼ੋਰਦਾਰ ਸਿਫਾਰਸ਼ ਕਰਦਾ ਹਾਂ। ਦੋਵੇਂ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਫ੍ਰੇਸਕੋ ਮਨੁੱਖੀ ਸਿਰਜਣਾਤਮਕਤਾ ਦੇ ਸਰਵਉੱਚ ਬੇਮਿਸਾਲ ਪ੍ਰਗਟਾਵੇ ਹਨ ਮੈਂ ਇਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਨਹੀਂ ਕਹਿਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਪਰ ਮੈਂ ਉਮੀਦ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਨੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਅਤੇ ਮਾਈਕਲਐਂਜਲੇ 'ਤੇ ਲਿੰਗ ਸ਼ੇਕਰ ਦੇ ਇਸ ਲੇਖ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਲਈ ਲੁਭਾਇਆ ਹੋਵੇਗਾ, ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਵਿੱਚ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵੱਲ ਆਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਕਰਵ  $c_1$  ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕੀ ਇਹ ਲੱਭਣਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੰਭਵ ਹੈ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼  $c_2$  ਦੀ ਇੱਕ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਸੀਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੇਖੀਆਂ ਹਨ ਪਰ ਹੁਣ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੁੱਛਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਕੀ ਕੋਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲੱਭਿਆ ਜਾਵੇ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨੀਏ ਕਿ ਕਰਵ  $c_1$  ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $mdx$  ਪਲੱਸ  $ndy$  ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੇਖੀਆਂ ਹਨ ਕਿ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ  $c$  ਦੇ ਨਾਲ ਵਕਰਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਵੱਖ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਤੁਸੀਂ  $c$  ਨੂੰ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੇਖੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਹੁਣ ਮੈਂ ਮੰਨਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ  $mdx$  ਪਲੱਸ  $ndy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਮਿਲ ਗਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੱਸਿਆ ਸੀ ਕਿ ਇਹ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ 1.43 ਹੈ। ਪਹਿਲੀ ਕ੍ਰਮ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਪੜਾਅ ਵਕਰਾਂ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਇਹ ਪਹਿਲੀ ਕ੍ਰਮ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਪੜਾਅ ਵਕਰ ਸਮੀਕਰਨ 1.43 ਹਨ 1.43  $dx$  ਦੁਆਰਾ  $dt$  ਬਰਾਬਰ  $n$  ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ  $y$   $by$   $dt$  ਬਰਾਬਰ ਘਟਾਓ  $m$  ਵੈਕਟਰ  $nxyi$  ਘਟਾਓ  $mxyj$  ਵਕਰ  $c$  ਦਾ ਸਪਰਸ਼ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਹਨ, ਪਹਿਲੇ ਦਾ ਟੈਂਜੈਂਟ ਦੂਜੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ

ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਲਈ ਟੈਜੈਟ ਵੈਕਟਰ ਮਾਈ ਪਲੱਸ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।  $n_j$  ਜਿੱਥੇ ਦੇ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਦੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਲੰਬਵਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਇਸਲਈ ਪਹਿਲੀ ਦਾ ਸਪਰਸ਼ ਦੂਜੇ ਲਈ ਸਧਾਰਨ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੜਾਅ ਵਕਰ ਹਨ  $dx$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $m$  ਅਤੇ  $dy$  ਬਾਇ  $dt$  ਬਰਾਬਰ  $n$

ਇਸ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ  $ndx$  ਮਾਇਨਸ  $mdy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਹੈ। ਇਸਲਈ ਕਰਵ  $c_1$  ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਦੂਸਰੀਆਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ  $c_1$  ਤੋਂ  $c_1$  ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।  $c_1$  ਲਈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ  $c_2$  ਲਈ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਪਰਿਵਾਰ  $c_2$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ ਪ੍ਰਮੇਯ 1 wh ਹੈ ਮੈਂ ਹੁਣੇ ਕਿਹਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਖੇਪ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ  $mdx$  ਪਲੱਸ  $ndy$  ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ  $ndx$  ਮਾਇਨਸ  $mdy$  ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ  $i$  ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਵਿਆਪਕ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਇੱਕ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਨੂੰ ਮੰਨਦਾ ਹੈ, ਮੈਂ ਵਿਆਪਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਮੰਨਦਾ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਲਈ ਮੌਜੂਦਗੀ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਨਹੀਂ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਹੋਂਦ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਢੁਕਵੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੈਧ ਹੋਣਗੇ ਪਰ ਵਿਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਸੰਤੁਸ਼ਟ

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਖਾਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ 'ਤੇ ਅਜ਼ਮਾਈਏ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਹਮਣਾ ਕੀਤਾ ਹੈ ਬੇਸ਼ੱਕ ਕੇਂਦਰਿਤ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਕੀ ਹੈ ਜਿਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ  $x dx$  ਪਲੱਸ  $y dy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਲਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਹਨ? ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ  $y dx$  ਮਾਇਨਸ  $x dy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਇਹ ਇੱਕ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ ਵਿਭਾਜਿਤ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਹੱਲ  $y$  ਬਰਾਬਰ  $m x$  ਜਾਂ  $x$  ਬਰਾਬਰ  $m y$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਇਸਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਮੂਲ ਦੇ ਰਾਹੀਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰ ਕੋਈ ਜਾਣਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸ ਦੁਆਰਾ ਮੂਲ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਓਰਥੋਗੋਨਲ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਗਲਾ ਅਸੀਂ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾਜ਼  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਲੈ ਲਈਏ  $c$  ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰੋ  $c$  ਸਿੱਧਾ ਅਲੇਪ ਹੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤੁਹਾਨੂੰ  $x$   $dx$  ਘਟਾਓ  $y dy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੇ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼  $y dx$  ਪਲੱਸ  $x dy$  ਬਰਾਬਰ 0 ਲਈ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜੇ ਇਸ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿਭਾਜਿਤ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ  $\int \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2}$  ਬਰਾਬਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ  $c$  ਨਾਲ ਪੂਰਨ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਹਟਾਉਣਾ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾਜ਼ ਮਿਲਦਾ ਹੈ  $x$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ  $y$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $c$  orthogonally ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਕਰਵ  $y$  ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਇਸ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ। ਪਾਵਰ ਘਟਾਓ  $x$  ਵਰਗ ਤੱਕ  $CE$  ਕਰਨ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲੱਭੋ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਧੇ  $a$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $dx$  ਨਾਲ ਵੱਖ ਕਰਦੇ ਹੋ ਜਿਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਮਾਇਨਸ  $2 x y$  ਦੀ ਪਾਵਰ ਮਾਇਨਸ  $x$  ਵਰਗ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ਪਰ  $c e$  ਦੀ ਪਾਵਰ ਮਾਇਨਸ  $x$  ਵਰਗ  $y$  ਹੈ, ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ  $dx$  ਦੁਆਰਾ  $dy$  ਨੂੰ ਘਟਾਓ  $2 x y$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਇਸਲਈ ਕਰਵ 1.47 ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਅੰਤਰ ਸਮੀਕਰਨ  $dy$  ਪਲੱਸ  $2 x y dx$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ। 0 ਤੋਂ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ  $2 x y dy$  ਘਟਾਓ  $dx$  ਬਰਾਬਰ 0 ਹੈ। ਅਸੀਂ  $x$  ਨੂੰ  $y$  ਦੇ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਜੋਂ ਮੰਨਾਂਗੇ ਅਤੇ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਹੱਲ  $\int \frac{2 x y dy}{x^2 + y^2} = \int \frac{d(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$  ਦੀ ਪਾਵਰ  $y$  ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $a$  ਇੱਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਥਿਰਾਂਕ ਹੈ ਪੂਰਨ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ  $x$  ਬਰਾਬਰ 0 ਇੱਥੇ ਸ਼ਾਮਲ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ  $x$  ਨਾਲ ਵੰਡ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ  $x$  ਬਰਾਬਰ 0 ਵੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਹੱਲ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਇਹ ਸਮਝਣ ਯੋਗ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਮੂਲ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਸਾਰੇ ਵਕਰ ਘੰਟੀ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਕਰਵ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ  $y$  ਧੁਰੀ ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਪਰਸ਼ ਲੇਟਵੇਂ ਸਪਰਸ਼ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਪੂਰਨ ਮੁੱਲ ਮਿਆਦ ਨੂੰ ਹਟਾਉਣ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $x$  ਦੇਵੇਗਾ।  $e$  ਦੀ ਪਾਵਰ  $y$  ਵਰਗ ਜਿੱਥੇ  $c$  ਕੋਈ ਵੀ ਸਥਿਰ ਖੂਹ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ  $k x$  ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪੈਰਾਬੋਲਾਜ਼  $y$  ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰੋ ਜੇ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਸਮੱਸਿਆ ਹੈ ਦੂਜੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਛੂਹਣ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਮੂਲ 'ਤੇ  $y$  ਧੁਰਾ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਲੱਭੋ, ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ ਕਿ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਿਰਫ ਓਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਕਹਿ ਰਿਹਾ ਹਾਂ, ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਸਮਰੂਪ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰੋਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ  $z$  ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ 1 ਉੱਤੇ  $z$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸਮਝੋ, ਇਸ ਨਕਸ਼ੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਲੇਟਵੇਂ ਅਤੇ ਲੰਬਕਾਰੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਲੱਭੋ  $f$  ਦੇ  $z$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ 1 ਉੱਤੇ  $z$ , ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਅਤੇ ਕਸਰਤ 23 ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਰੋ। ਅਸੀਂ ਪੈਰਾਬੋਲਾਜ਼ ਨਾਲ ਸਮਾਨ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਉਹੀ ਅਭਿਆਸ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹਿ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਜੇ  $f$  ਦੇ  $z$  ਬਰਾਬਰ 1 ਤੇ  $z$  ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਚੌਥੀ ਉਦਾਹਰਣ ਮਿਲੇਗੀ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਸਲਾਈਡ ਅੱਜ ਦੇ ਲੈਕਚਰ ਲਈ ਦੇ ਹੋਰ ਅਭਿਆਸਾਂ ਬਾਰੇ ਹੈ, ਕੋਐਕਸ਼ੀਅਲ ਸਰਕਲਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਪੈਰਾਮੀਟਰ 1.37 ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਲੱਭੋ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 1.37 ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ  $s$  1 ਪਲੱਸ ਲੈਂਬਡਾ  $s$  2 ਬਰਾਬਰ 0 ਪਰ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰ 2 ਕੌਮਾ 0 ਸਨ ਅਤੇ ਮਾਇਨਸ 2 ਕੌਮਾ 0 ਅਤੇ ਰੇਡੀਅਸ 1 ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਕੋਐਕਸ਼ੀਅਲ ਸਰਕਲਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਵਾਰ ਮਿਲਿਆ ਹੈ ਜੇ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀ ਲਈ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਲੱਭਦਾ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਬਸ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੁੱਛਿਆ ਕਨਫੋਕਲ ਕੋਨਿਕਸ ਦਾ ਪਰਿਵਾਰ ਕਨਫੋਕਲ ਕੋਨਿਕਸ ਦੇ ਇਸ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਟ੍ਰੈਜੈਕਟਰੀਜ਼ ਲਈ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਕੁਝ ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਵਾਪਰਦਾ ਦੇਖੋਗੇ ਅਤੇ ਮੈਂ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਵਰਤਾਰੇ ਲਈ ਸਪੱਸ਼ਟੀਕਰਨ ਲੱਭੋ, ਮੈਨੂੰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅੱਜ ਇੱਥੇ ਰੁਕਾਂਗੇ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਲੈਕਚਰਾਂ ਦੀ ਇਸ ਲੜੀ ਨੂੰ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਮੈਂ ਸਮਰੂਪ ਵਿਭਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗਾ ਪੰਨਵਾਦ ਤੁਹਾਨੂੰ