विभेदक समीकरणांवरील मालिकेतील या चौथ्या व्याख्यानात विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे
म्हणून आपण मागच्या वेळी जिथे थांबलो होतो तिथून सुरुवात
करूया व्यायाम क्रमांक 10 आहे ती स्लाइड पाहू जिथे आपण थांबलो होतो आपण
y-अक्षाला स्पर्श करणाऱ्या सर्व वर्तुळांचे कुटुंब घेतो.
मी तुम्हाला ही
वर्तुळे निळ्या पेनने काढण्यास सांगितले आणि लाल पेनने निळ्या वर्तुळांना ऑर्थोगोनल असलेली वर्तुळे देखील काढण्यास सांगितले
आणि तुमच्या चित्रासह या चित्राची तुलना अडाणी आणि सुट्टीच्या पुस्तकाच्या पृष्ठ 635 वरील चित्राशी करणे मनोरंजक आहे
म्हणून आधीच उद्धृत केलेला प्रश्न हे तुमचे
चित्र रेझनिक आणि हॉलिडे बुकवरील या चित्राचे अंदाजे आहे का तुम्ही रशियन हॉलिडेज बुकमध्ये जे चित्र पाहत आहात ते चित्र आहे समतुल्य
रेषा दर्शवणारे चित्र आहे आणि विद्युत द्विध्रुवामुळे असलेल्या बलाच्या रेषा
आणि मला पडलेला प्रश्न आहे की लांबी द्विध्रुव लहान होतो आणि
तुम्ही तयार केलेले चित्र रेझनिक आणि हॉलिडेच्या चित्राचे अंदाजे चित्र
अधिक लहान होते ठीक आहे मला खात्री नाही इथरने त्या वर्तुळांचे स्केचिंग केले आहे पण
तरीही मी तुम्हाला येथे माझ्याकडे काय आहे ते दाखवीन, चला तर मग तेथे तुम्हाला निळी वर्तुळे
y अक्षांना स्पर्श करताना दिसतात मी त्यापैकी चार काढले होते आणि मी सुद्धा चार लाल वर्तुळे काढली होती.
निळी
वर्तुळे काटकोनात आणि ही लाल वर्तुळं मूळच्या x-अक्षाला स्पर्श करणारी वर्तुळं आहेत हे
एक छान चित्र आहे तुमच्याकडे आणि आम्ही या व्याख्यानमालेच्या पुढील भागामध्ये वर्तुळांच्या या दोन कुटुंबांकडे परत येऊ.

आता आपण जिथे आहोत तिथे परत
जाऊया
त्यामुळे आता आपण आणखी एका समस्येचा विचार करूया एकक त्रिज्या आणि केंद्र
2 स्वल्पविराम 0 आणि वजा 2 स्वल्पविराम 0 असलेली दोन वर्तुळे विचारात घेऊया.
वर्तुळांची त्रिज्या आहे एकक त्रिज्या 1 आहे आणि
केंद्रे येथे आहेत वजा 2 स्वल्पविराम 0 आणि 2 स्वल्पविराम 0.
तुम्ही या वर्तुळांचे समीकरण सहजपणे लिहू शकता.

बरोबर एका वर्तुळाचे समीकरण काय आहे
x वजा 2 वर्ग अधिक y वर्ग समान 1.
इतर एकासाठी x अधिक 2 वर्ग अधिक y
वर्ग 1.
आता ca ll पहिले समीकरण s 1 हे 0 च्या बरोबरीचे असेल e ही अभिव्यक्ती x वजा 2
वर्ग अधिक y वर्ग वजा 1 साधेपणासाठी आपण याला s1 म्हणू या आणि दुसरी समीकरण
x अधिक 2 वर्ग अधिक y वर्ग वजा 1 याला s2 म्हणू आणि नंतर करूया
स्लाइड s1 आणि lambda s2 च्या समान 0 च्या स्लाइडमध्ये आपण हे समीकरण 1.
37 पाहतो, जेथे लॅम्डा ही खरी संख्या आहे आणि
तुम्हाला लॅम्डा बदलत असताना 1.
37 वर्तुळांचे एक कुटुंब मिळते.

त्यामुळे समीकरण 1.
37 हे वर्तुळांचे कुटुंब दर्शविते
आणि जो प्रश्न विचारला गेला आहे.
फॅमिली 1.
37 साठी प्रथम ऑर्डर डिफरेंशियल इक्वेशन शोधण्यासाठी
1.
37 हे कसे करायचे ते तुम्ही समीकरण 1.
37 घ्या आणि तुम्ही
ते x च्या संदर्भात वेगळे कराल तुम्हाला आणखी एक समीकरण मिळेल आणि तुम्ही या दोन समीकरणांमधील लॅम्बडा काढून टाकता
आणि तुम्हाला तुमचे डिफरेंशियल इक्वेशन ठीक स्केच मिळेल निळ्या पेनसह मंडळे 1.
37 आणि
मग अपवाद आहे की लॅम्बडाचे काही विशिष्ट मूल्य आहे ज्यासाठी हे समीकरण
वर्तुळ नाही तर लॅम्बडाचे एक मूल्य आहे ज्यासाठी 1.
37 हे वर्तुळ नाही ते सोम आहे e इतर वक्र एक लिमिटिंग

केस जसे होते तसे ते काय आहे ते लिमिटिंग केस तुमच्या चित्रातील लिमिटिंग केस
देखील दर्शवा लाल पेन वर्तुळाने स्केच करा जे निळी वर्तुळे ऑर्थोगोनीली कापतात
त्यामुळे तुम्हाला पुन्हा
एक सुंदर चित्र मिळेल आणि पुढील स्लाइडमध्ये तुम्हाला दिसेल ते अभिव्यक्ती sx वजा 2 वर्ग
अधिक y वर्ग वजा 1 जेव्हा तुम्ही सोपे कराल तेव्हा तुम्हाला x वर्ग अधिक y वर्ग वजा 4x अधिक 3 मिळेल.

आणि s2 x वर्ग अधिक y वर्ग अधिक 4x अधिक 3 आणि समीकरण 1.
37 बद्दल काय आहे हे स्लाईडमध्ये तपशीलवार लिहिले आहे.

आणि तुम्ही हे समीकरण x च्या संदर्भात वेगळे कराल तर तुम्हाला आणखी एक समीकरण मिळेल तुम्हाला
दोन समीकरणे मिळतील ज्यात लॅम्बडा समाविष्ट आहे तुम्ही फक्त लॅम्बडा काढून टाका आणि तुम्हाला कुटुंबासाठी तुमचे भिन्न
समीकरण मिळेल तुम्ही इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समध्ये इक्विपोटेन्शियल वक्रांचा विचार करू शकता उदाहरणार्थ
मी तुम्हाला एक इशारा दिला आहे रेस्निक आणि हॉलिडेज बुकच्या पृष्ठ 635 वरील चित्रे आता
तुम्हाला मंडळांचे आणखी एक कुटुंब मिळाले आहे.
ही मंडळे
एका विशिष्ट कॉन्फिगरेशनच्या समतुल्य रेषा आहेत.
जसे की तुम्ही याचा विचार कराल तर तुमची
शारीरिक अंतर्ज्ञान तुम्हाला परिस्थिती तयार करण्यात मदत करते का ते तुम्हाला शुल्काच्या सेटअपसह सेटअप तयार करण्यास मदत करते
जसे की समीकरण रेषा
x वर्ग अधिक y वर्ग वजा 4x अधिक या समीकरणाने अचूकपणे दिलेल्या आहेत 3 अधिक लॅम्बडा गुणा x वर्ग अधिक y वर्ग अधिक 4x अधिक 3 समान 0.
समजा तुम्ही अशी भौतिक प्रणाली सेट करण्यात यशस्वी झालात की ज्याचे
eq संभाव्य वक्र व्यायाम 12 प्रमाणे आहेत.
म्हणून येथे चित्रित केलेल्या समीकरण
समतुल्य रेषा आहेत त्याबद्दल काय? बलाच्या रेषा जर तुम्ही कुस्तीच्या सुट्टीच्या
पुस्तकातील चित्रे पाहिलीत तर पृष्ठ ६३५ वरील समतुल्य रेषा घन रेषांनी आणि बलाच्या रेषा ठिपकेदार रेषांनी चित्रित
केल्या आहेत आणि पृष्ठ ६३५ वरील ठिपके असलेल्या रेषा घन रेषांना छेदतात त्या चित्रांमध्ये तुम्हाला काय दिसते
काटकोनात बलाच्या रेषा काटकोनात समतुल्य रेषांना छेदतात
म्हणून प्रश्न असा आहे की बलाच्या रेषा बलाच्या रेषा काय असतील हे तुम्ही समजू शकता का? e
ती लाल वर्तुळं असतील जी तुम्ही काढलीत आणि समतुल्य रेषा ही निळी वर्तुळे असतील जी
तुम्ही काढलीत ठीक आहे कदाचित एक इशारा म्हणून मी तुम्हाला सांगेन की तुम्ही सेटअपचा तीन आयामांमध्ये विचार केला पाहिजे
सेटअप त्रिमितीय जागेत असेल आणि तुम्ही त्रिमितीय जागेत घ्या ते
समतुल्य पृष्ठभाग असतील आणि तुम्ही पृष्ठभागाचे xy समतल तुकडे कराल आणि नंतर xy समतल मधील चित्र पाहा
जेव्हा तुम्ही पृष्ठभाग घेता आणि तुम्ही त्याचे xy समतलाने तुकडे करता तेव्हा तुम्हाला xy मध्ये वक्र मिळेल
प्लेन तुम्ही करू नका म्हणून तुम्ही त्रिमितीय जागेत सेटअप करा आणि नंतर
xy प्लेनद्वारे चित्राचे तुकडे करा आणि क्रॉस सेक्शन पहा मी तुम्हाला उत्तर देईन उत्तर ग्रिफिथच्या पुस्तकाच्या
पृष्ठ 107 समस्या 2.
47 वर आढळू शकते.
इलेक्ट्रोडायनामिक्सचा परिचय
तिसरी आवृत्ती जी 1999 मध्ये आली होती.
कृपया
पुस्तकाच्या आवृत्ती क्रमांकाकडे लक्ष द्या ठीक आहे,
त्यामुळे हे इलेक्ट्रोस्टॅटिक्सचे दुसरे उदाहरण आहे
तर ही उदाहरणे तुम्हाला काय दाखवत आहेत ते तुम्हाला दाखवत आहेत वक्रांचे दोन कुटुंब तुम्हाला मिळाले
एक निळी वर्तुळ निळ्या वर्तुळांचे कुटुंब आणि लाल वर्तुळांचे एक कुटुंब आणि लाल वक्र
आणि निळे वक्र प्रगती करण्यापूर्वी एकमेकांना काटकोनात भेटतात मी तुम्हाला समाधानी असलेल्या
भिन्न समीकरण शोधण्याचा प्रयत्न करण्यासाठी तीन व्यायाम देतो वक्रांचे एक पॅरामेट्रिक कुटुंब
दोन्ही समन्वय अक्षांना स्पर्श करणाऱ्या पहिल्या चतुर्थांश वर्तुळातील एका पॅरामीटर कुटुंबासाठी समीकरणे लिहून काढा,
त्यामुळे c स्वल्पविराम c त्रिज्या cx वजा
c संपूर्ण वर्ग अधिक y वजा c सह काय असेल x च्या संदर्भात संपूर्ण वर्ग समान c वर्गाचा फरक करा
तुम्हाला आणखी एक समीकरण मिळेल या दोन समीकरणांमधील c काढून टाका आणि
तुम्हाला तुमचा विभेदक समीकरण समस्या क्रमांक 15 मिळेल.

तुम्ही 8x च्या बरोबरीचा पॅराबोला y स्क्वेअर पाहता आणि
या पॅराबोलावरील प्रत्येक बिंदूवर आहे स्पर्शिका रेषा आणि बिंदू पॅराबोलाच्या बाजूने बदलत असल्याने
तुम्हाला रेषांचे एक पॅरामीटर फॅमिली मिळते तुम्हाला पॅराबोलाला स्पर्शरेषा मिळते म्हणून तुम्ही पुढे गेलात t
पुन्हा स्पर्शरेषेचे एक पॅरामीटर फॅमिली उदाहरणार्थ तुम्ही स्क्वेअर 280 प्रमाणे एक बिंदू घेऊ शकता
.
तुम्हाला पॅरामीटर हा पॅराबोला कसा आहे हे लक्षात ठेवा आणि कुठे t हा एक पॅरामीटर आहे जो
वास्तविक रेषेच्या बाजूने बदलतो आणि पॅराबोलाच्या प्रत्येक बिंदूसाठी 80 वर्ग स्वल्पविराम 280 हा या प्रकरणात 2 आहे म्हणून
तुम्हाला स्क्वेअर स्वल्पविराम 280 वरील बिंदूवर स्पर्शिकेचे समीकरण सापडेल आणि
तुम्हाला t ने पॅरामीटर केलेल्या रेषांचे एक पॅरामीटर फॅमिली मिळेल आणि
या रेषांसाठी विभेदक समीकरणे शोधा तुम्हाला देणे
म्हणजे वक्रांची प्रणाली पाहणे आहे x वर्गाचे वर्ग = 9 अधिक c अधिक y वर्ग 4 अधिक c बरोबर 1.

तर येथे cc हे पॅरामीटर काय आहेत ते वास्तविक संख्यांपेक्षा बदलत राहतात तुम्हाला
वक्रांचे एक पॅरामीटर कुटुंब मिळते ते शंकू आहेत काही त्यांपैकी लंबवर्तुळाकार आहेत आणि त्यांपैकी काही
हायपरबोला आहेत जर मी c उणे 100 मानतो तर या समीकरणाचे समाधान करणारी कोणतीही वक्र नाही
त्यामुळे c भयंकर ऋणात्मक असू शकत नाही म्हणून c च्या विशिष्ट श्रेणीसाठी
उणे 9 ते i म्हणा nfinity उणे 9 वगळलेल्यावर तुम्हाला शंकूचे एक कुटुंब मिळेल.
तुम्हाला शंकूचे
एक पॅरामीटर फॅमिली मिळते .
हायपरबोलाच्या कुटुंबातील लंबवर्तुळांचे एक कुटुंब
या कुटुंबाला कॉन्फोकल फॅमिली असे म्हणतात आणि तुम्हाला काय करावे
लागेल हे विभेदक समीकरण या कुटुंबाद्वारे समाधानी आहे.
वक्रांचे तर
तुम्ही ते पुन्हा कसे कराल x च्या संदर्भात दिलेल्या समीकरणामध्ये फरक करा तुम्हाला काय मिळेल 2 x वर 9
अधिक c अधिक 2 yy डॅश वर 4 अधिक c बरोबर 0 the 2 रद्द करेल तुम्हाला काय मिळेल?
मूळ समीकरण आणि नवीन समीकरण त्यांना 1 वर 9 अधिक c आणि 1
वर 4 अधिक c साठी समीकरण मानतात, दिलेले समीकरण आधीपासूनच स्लाइडवर स्लाइडवर आहे, तुमच्याकडे
9 अधिक c वर y आणि 4 अधिक c वर x वर्ग आहे.
x च्या संदर्भात फरक केल्यावर 1 च्या बरोबरीने तुम्हाला
आणखी एक समीकरण मिळेल तुम्हाला 1 वर 9 अधिक c आणि 1 वर 4 अधिक c ही दोन
समीकरणे एकाच वेळी सोडवा तुम्हाला 1 वर 9 अधिक c मिळतील जे 1 वर 4 अधिक c असेल.
जे काही आहे त्याच्या बरोबरीचे आहे
परस्परसंवाद 9 अधिक c समान घ्या.
4 अधिक c बरोबर काहीतरी घ्या फरक
c निघून जातो आणि तुम्हाला एक विभेदक समीकरण मिळेल जे शंकूच्या या एका पॅरामीटर कुटुंबाद्वारे समाधानी होणारे भिन्न समीकरण असेल,
हा एक अतिशय मनोरंजक व्यायाम आहे कृपया तो करा कारण आम्ही
लवकरच या समस्येकडे परत जाणार आहोत ठीक आहे पुढची गोष्ट म्हणजे ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज जर
तुम्ही रेस्निक आणि हॉलिडेज बुकच्या पृष्ठ 635 वर वळलात तर तुम्हाला ऑर्थोगोनल म्हणून ओळखल्या
जाणाऱ्या विमानातील वक्रांच्या खालील भौमितिक कॉन्फिगरेशनकडे नेले जाईल.
समतल मधील वक्र प्रणाली म्हणजे समतलातील
वक्रांच्या ऑर्थोगोनल प्रणाली काय आहेत त्या समतल वक्रांच्या दोन प्रणाली
आहेत वक्रांचा संच c1 आणि वक्रांचा संच c2 प्रत्येक वक्र c1 मधील प्रत्येक वक्र c2 मध्ये काटकोनात छेदतो.

निळी वर्तुळं आणि तुमची लाल वर्तुळं प्रत्येक
निळे वर्तुळ प्रत्येक लाल वर्तुळाला ऑर्थोगोनीली भेटतात म्हणून अशा दोन प्रणालींना
एकमेकांच्या ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज म्हणतात म्हणून आम्ही म्हणतो फॅमिली c2 ही
वक्र c1 च्या कुटुंबासाठी ऑर्थोगोनल वक्र प्रणाली आहे आणि त्याउलट ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज हा वाक्यांश वारंवार
वापरला जातो या संदर्भात आम्ही म्हणतो की कुटुंब c2 हा c1 कुटुंबाचा ऑर्थोगोनल प्रक्षेप आहे
किंवा त्याउलट आम्ही म्हणू c1 आणि c2 हे एकमेकांचे ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण आहेत
ते एकमेकांसाठी ऑर्थोगोनल आहेत आपण ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकाचा अभ्यास का केला पाहिजे
ज्यांना त्यांची काळजी आहे कारण क्रमांक एक ते सुंदर भूमिती आहेत
नेहमी आकर्षक असतात त्या सुंदर गोष्टी आहेत म्हणून ते पुरेसे कारण आहे पण ज्यांना इच्छा आहे त्यांच्यासाठी
फ्लुइड मेकॅनिक्समध्ये दिसणारी वास्तववादी उदाहरणे पाहण्यासाठी ते ऑप्टिक्समध्ये दिसतात ते आठवते की ऑप्टिक्समध्ये

तुम्हाला वेव्ह फ्रंट्स मिळाले आहेत आणि तुम्हाला किरण मिळाले आहेत किरण नेहमी मित्रांना लंब असतात
म्हणून तरंग मित्र वस्तूंचे एक कुटुंब बनवतात आणि किरण भिन्न संच तयार करतात
एकाच्या वस्तू आणि घटक दुसऱ्याच्या घटकांना काटकोनात छेदतात त्यामुळे
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण नैसर्गिकरित्या ऑप्टिकमध्ये दिसतात s ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज गणितीय
कार्टोग्राफीमध्ये दिसतात कार्टोग्राफी म्हणजे काय हे नकाशा बनवण्याचे शास्त्र आहे नकाशा बनवण्याचे शास्त्र खूप
जुने आहे आणि ते खूप समृद्ध आणि अतिशय गणिती आहे फिनलँडमधील फिनिश कार्टोग्राफर कार्टोग्राफर यांनी
अभूतपूर्व काम केले.
त्यांनी यात महत्त्वपूर्ण योगदान दिले.
कार्टोग्राफीच्या शास्त्राने
जर तुम्ही कधी ग्लोब पाहिला असेल तर तुमच्या लक्षात आले आहे की अक्षांश आणि रेखांश
एकमेकांना ऑर्थोगोनी पद्धतीने कापतात म्हणून अक्षांशांचे कुटुंब आणि रेखांशांचे कुटुंब
ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजची एक जोडी बनवतात म्हणून ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज भूगोलमध्ये दिसतात
आणि कॅल्क्युलस एक महत्त्वाची भूमिका बजावते भूगोलातील भूमिका मॅक्लेरी जॉनच्या पुस्तकातील धडा 8 पहा
मॅक्लेरी जॉमेट्री एका भिन्न दृष्टिकोनातून हे धडा 8 वरील एक आश्चर्यकारक पुस्तक आहे
तुम्हाला कार्टोग्राफीची चर्चा होताना दिसते काही सुंदर ऐतिहासिक संदर्भ आहेत
आणि तो काही प्रमेयांबद्दल बोलतो जे यूलरकडे परत जातात आणि गॉस
18 व्या आणि सुरुवातीच्या 1 च्या दोन महान मास्टर्स 9व्या शतकात त्यांनी कार्टोग्राफीमध्ये आधीच योगदान दिले आहे ज्यांचे नाव
कार्टोग्राफीच्या विज्ञानात आढळते ते लॅम्बर्ट आहे जे एक गणितज्ञ देखील आहेत आता आपण गणितातील एका क्षेत्राकडे जाऊ
आणि येथे ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण कसे दिसतात हे समजावून सांगू आणि गणिताच्या या क्षेत्रास म्हणतात.

कॉम्प्लेक्स व्हेरिएबलच्या फंक्शन्सचा सिद्धांत आणि ही कल्पना एरोस्पेस अभियांत्रिकीद्वारे वापरली
जाते कॉम्प्लेक्स व्हेरिएबल्ससाठी फंक्शन्सचा सिद्धांत एरोस्पेस अभियंते वापरतात, म्हणून
आपण काही सोपी उदाहरणे पाहूया जी कॉम्प्लेक्स व्हेरिएबल्सच्या फंक्शन्सच्या सिद्धांतातून येतात,
मी तुम्हाला खात्री देतो मी येथे बोललेल्या कोणत्याही गोष्टीशी तुम्हाला परिचित नसलेल्या कोणत्याही गोष्टीचा वापर करू नका.

तुमच्या 12 इयत्तेच्या अभ्यासक्रमाच्या पलीकडे जाईल, त्यामुळे
एखाद्या जटिल व्हेरिएबलच्या फंक्शन्सच्या सिद्धांताने घाबरू नका,
त्यामुळे c वरून फंक्शन घेऊ.

c ला z च्या f द्वारे दिलेला z बरोबर z स्क्वेअर तुम्ही ते वास्तविक आणि काल्पनिक भागांमध्ये वेगळे करा
z चा f z बरोबर uxy अधिक ivxy लिहा आणि म्हणून z चा f चा खरा भाग कोणता आहे
z ला x अधिक iy असे लिहा आणि तुम्ही त्याचा वर्ग करा.
वास्तविक भाग x चा वर्ग वजा
y हा काल्पनिक भागावर xy चा वर्ग कोणता आहे म्हणून आता आपण वक्र प्रणाली पाहूया u
समान स्थिरांक आणि v समान स्थिरांक दुसऱ्या शब्दात x चा वर्ग वजा y वर्ग
समान a आणि 2 xy समान b पाहू या मग तुम्ही पुन्हा एक जटिल व्हेरिएबलचे फंक्शन घेत आहात जसे की
z चा z बरोबर z स्क्वेअर z आहे x अधिक iy स्क्वेअर हे घ्या वास्तविक भाग uxy हा काल्पनिक भाग bxy घ्या
म्हणजे uxyx स्क्वेअर वजा y स्क्वेअर काय आहे vxy 2 xy बरोबर आहे आणि u
समान स्थिरांकावर सेट करा आणि v स्थिरांकावर सेट करा
त्यामुळे uxy समान आहे a आणि vxy समान आहे b हे
वक्रांचे कुटुंब काय आहे uxy बरोबर a म्हणजे काय आहे वक्र x स्क्वेअर वजा y वर्ग समान आहे
a ते आयताकृती हायपरबोलसचे एक कुटुंब आहे हे कुटुंब v बरोबर b म्हणजे 2xy
बराबर b पुन्हा तुम्हाला आयताकृती हायपरबोलासचे एक कुटुंब मिळेल मी ते सोडेन ते
x वर्ग मि.
पडताळण्यासाठी तुम्हाला us y स्क्वेअर इक्वल a हायपरबोला कापतो xy बरोबर b
ऑर्थोगोनली म्हणजे जर तुम्ही बिंदू x nought y nought घेतले जे दोन्ही
वक्रांवर आहे बिंदूवर दोन वक्रांच्या उतारांची गणना करा x nought y nought
of the गुणाकार उतार आहे -1 कॅल्क्युलस तुम्हाला सांगेल की या उतारांची गणना कशी करायची हे
तपासण्यासाठी व्युत्पन्नांची गणना कशी करायची हे तपासण्यासाठी हे दोन वक्र x स्क्वेअर वजा y स्क्वेअर समान a आणि 2 xy
समान b एकमेकांना ऑर्थोगोनल आहेत जेणेकरून तुम्हाला खूप छान मिळेल ऑर्थोगोनल
ट्रॅजेक्टोरीजचे उदाहरण दोन ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज येथे एक चित्र आहे लाल वक्र हे
वक्र 2xy समान b आहेत आणि निळे वक्र आहेत x स्क्वेअर वजा y स्क्वेअर आधीपासून
आहे त्या चित्रात तुम्हाला दिसत आहे की ते छेदनबिंदूवर दिसत आहेत ऑर्थोगोनल हे
चित्र अगदी अचूक आहे, गणितामुळे आणि इथे मी

गणित विभागातील आदित्य महेश्वरी या विद्यार्थ्याचे आभार मानू इच्छितो
ज्याने हे चित्र तयार केले.
d पुढचे ठीक आहे , जटिल विश्लेषणाचे दुसरे उदाहरण
घेऊया ज्यातून c उणे ० वर परिभाषित केलेले फंक्शन घेऊ .
हे फंक्शन z च्या z च्या
बरोबरी z अधिक 1 वर z हे फंक्शन पूर्णतः वर परिभाषित केले आहे.
क्लिष्ट समतल 0 शिवाय
जेव्हा ते परिभाषित केलेले नसते तेव्हा आपण पाहू या की जेव्हा z ने वर्तुळ r cos t अधिक ir sine t ट्रेस केला
तेव्हा डोमेनमध्ये r cos t अधिक ir sine t वर एक वर्तुळ ट्रेस करते तेव्हा लक्षात ठेवा की आपण विचार करत आहोत
आर्गन समतल बिंदू म्हणून जटिल संख्या संख्या आणि तुम्हाला
जटिल संख्यांच्या या भौमितीय प्रतिनिधित्वाची माहिती आहे म्हणून मी कॉम्प्लेक्स नंबर z चा विचार करू
शकेन डोमेनमधील एक वर्तुळ
f च्या z चे काय होते f चा r cos t अधिक ir sine t काय होते प्रतिमा वक्र चे काय होते चला पाहुया
या प्रतिमा वक्र समजून घेणे हा एक मनोरंजक व्यायाम आहे मग z जर r cos असेल तर z चा f काय आहे t
plus ir sine t मग z r cos t plus ir sine t plus 1 चा f काय आहे r cos
t plus ir sine वर तुम्हाला अर्थातच कॉम्प्लेक्स कंजुगेट किंवा डिनॉमिनेटर वापरावे लागेल
आणि गोष्ट पुन्हा लिहावी लागेल आणि तुम्हाला r cos t स्वल्पविराम r वजा 1 वर r sine वर
1.
42 मध्ये दर्शविले जाईल.
स्लाइड म्हणून t काय बदलते हे 1.
42 चे प्रतिनिधित्व करते 1.
42
हे लंबवर्तुळाचे पॅरामीटरायझेशन आहे 1.
42 एक लंबवर्तुळ दर्शविते कारण
तुम्हाला चांगले माहित आहे की स्वल्पविराम b sine t लंबवर्तुळ आहे ठीक आहे लंबवर्तुळाचे प्रमुख अक्ष काय आहेत
अर्ध-प्रमुख अक्ष r वर r अधिक 1 आहे r वर अर्ध-लघु अक्ष r वजा
1 वर r म्हणजे अर्ध-मुख्य अक्ष r अधिक 1 वर r आणि अर्ध-लघु अक्ष r वजा 1 वर r सह लंबवर्तुळ आहे आणि अर्ध-लघु अक्ष r
वजा 1 वर
r काय आहे -मुख्य अक्ष हा अर्ध-मायनर अक्ष आणि विक्षिप्तपणा b
वर्गाचा वर्ग 1 वजा e वर्गामध्ये होतो ठीक आहे,
त्यामुळे तुम्ही लंबवर्तुळाच्या विक्षिप्तपणाची गणना करू शकता या लंबवर्तुळाचे बल i काय आहे तर लंबवर्तुळाचे केंद्रबिंदू काय आहेत
ते ae आहे स्वल्पविराम शून्य आणि उणे ae स्वल्पविराम शून्य
पण ae काय लक्षात ठेवा b sq 1 वजा e स्क्वेअर मध्ये a स्क्वेअर बरोबर uaed म्हणून स्क्वेअर e
स्क्वेअर एक स्क्वेअर वजा b स्क्वेअर आहे पण r अधिक 1 वर r काय आहे br वजा 1 वर
r काय आहे तर स्क्वेअर वजा b स्क्वेअर काय आहे तो 4 आहे.
म्हणून a वर्ग e वर्ग 4 आहे
त्यामुळे ae 2 आहे.

त्यामुळे फोकस
किंवा लंबवर्तुळ 2 स्वल्पविराम 0 आणि वजा 2 स्वल्पविराम 0 आहेत.
हे खूप मनोरंजक आहे कारण
r चे मूल्य कितीही असले तरीही तुम्हाला समान फोकस मिळतात या सर्व प्रतिमा लंबवर्तुळाकार आहेत वक्र जसे r बदलतात तसे
तुम्हाला r cost अधिक ir sine t मिळेल की तुम्हाला एकाग्र वर्तुळांचा संपूर्ण गुच्छ मिळेल प्रतिमा वक्र
सर्व लंबवर्तुळाकार आहेत परंतु या सर्व लंबवर्तुळांना एकच फोकस आहे त्यांना कॉन्फोकल लंबवर्तुळ म्हणतात त्या
सर्वांचा फोकस समान आहे म्हणून हे कार्य z च्या 1.
41 f z च्या बरोबर z अधिक 1 वर z याला
झुकोव्स्की फंक्शन असे म्हणतात
त्यामुळे झुकोव्स्की फंक्शन उत्पत्तीच्या केंद्रस्थानी कोणते वर्तुळ घेते ते
लंबवर्तुळाकडे जाते जर तुम्ही z घेतले तर z ची प्रतिमा उगमस्थानी केंद्र
असलेले वर्तुळ काढते.
परंतु लंबवर्तुळाचा केंद्रबिंदू प्लस वजा आहे दोन स्वल्पविराम शून्य
त्यामुळे याला झुकोव्स्की लंबवर्तुळ असे म्हणतात म्हणून पुढील स्लाइड हा एक व्यायाम आहे जो मी
तुमच्यासाठी नुकताच केला आहे झुकोव्स्की लंबवर्तुळांचे केंद्रबिंदू काय आहेत ते 2 स्वल्पविराम 0 आणि उणे 2 स्वल्पविराम
0.

r च्या एका मूल्यासाठी r च्या एका अतिशय विशेष मूल्यासाठी लंबवर्तुळ मिळवा, जे
मी तुमच्यावर सोडेन ते पुढील समान समस्या
शोधण्यासाठी z ला वर्तुळ म्हणून वर्तुळ म्हणून घेण्याऐवजी z हे मूळ पासून अँरे ट्रेस करते असे गृहीत
धरूया अनंतासाठी अँरे घ्या किरण
धनात्मक x-अक्षासह एक कोन थीटा बनवतो तर तुम्हाला या किरणाबद्दल कसे वाटते t
कोसाइन थीटा प्लस इट साइन थीटा हे z समान आहे t मध्ये कॉस थीटा प्लस i साइन थीटा
येथे 0 पासून बदलते अनंतात आणि थीटा निश्चित आहे म्हणून मला z ची f प्रतिमा शोधायची आहे
त्यामुळे z
चा f z अधिक 1 वर z आहे आणि t बदलते म्हणून आणि थीटा निश्चित केला आहे जे तुम्हाला प्रतिमा वक्र म्हणून मिळेल प्रतिमा वक्र हायपरबोलास आहेत मी पाहणार आहे त्यांना झुकोव्स्की हायपरबोला
म्हणा या झिकोव्स्की हायपरबोलास no p चे केंद्रबिंदू शोधा अंदाज लावण्यासाठी रिझ ते 2 स्वल्पविराम 0 आणि उणे 2 स्वल्पविराम 0 असणार आहेत.
हायपरबोला देखील कॉन्फोकल असतात आणि त्यांचा लंबवर्तुळासारखाच फोकस असतो
त्यामुळे कॉनिक्सचे संपूर्ण
कुटुंब हे शंकूचे एक कॉन्फोकल कुटुंब आहे हे दर्शविते की झुकोव्स्की हायपरबोलास कट करतात
झुकोव्स्की लंबवर्तुळ ऑर्थोगोनली पुन्हा आम्हाला आढळले आहे उह वक्रांची एक ऑर्थोगोनल प्रणाली
तुम्हाला वक्रांची दोन कुटुंबे आढळली आहेत एक लंबवर्तुळाचे कुटुंब
आणि हायपरबोलाचे कुटुंब प्रत्येक लंबवर्तुळ प्रत्येक हायपरबोला ऑर्थोगोनली कट करेल
आमच्याकडे ऑर्थोगोनल प्रक्षेपणाची जोडी आहे हे मनोरंजक का आहे किंवा का आहे हे महत्त्वाचे आहे
हे मनोरंजक आहे कारण भूमिती सुंदर आहे हे महत्त्वाचे आहे कारण झुकोव्स्कीने
हे एअरफोइल्सच्या बांधकामात वापरले होते
त्यामुळे एरोस्पेस अभियांत्रिकीसाठी ॲप्लिकेशन्स आहेत
आणि मी तुम्हाला वेबसाइटसाठी एक विशिष्ट लिंक दिली आहे जिथे तुम्ही
नासा द्वारे ग्लेन संशोधनाद्वारे लेख शोधू शकता प्रयोगशाळा जिथे तुम्हाला झिकोव्स्कीने हे एअरफोइल्सच्या बांधकामात कसे वापरले याचे तपशील
आता झुकोवमध्ये सापडतील स्की फंक्शन
एरोस्पेस अभियांत्रिकी व्यतिरिक्त अगदी वेगळ्या क्षेत्रात देखील लागू केले जाऊ शकते आणि तेच
पुढील स्लाइडमध्ये असणार आहे परंतु मी त्यावर येण्यापूर्वी मी पुन्हा एक व्यायाम पाहणार
आहे जटिल फंक्शन थिअरी पासून येथे आम्ही एक घेऊ भिन्न फंक्शन f c पासून c पर्यंत एक अतिशय छान फंक्शन
z च्या f द्वारे z स्क्वेअर बरोबर दिलेले आहे क्षैतिज रेषांची प्रतिमा t अधिक ic दाखवते
म्हणून तुमचे c निश्चित करा आणि t बदलू द्या म्हणजे t अधिक ic ट्रेस t प्लस ic काय आहे
बिंदू 0 स्वल्पविराम c मधून जाणारी एक क्षैतिज रेषा, म्हणून जर मी z बरोबर t plus ic घेतले तर z चा वर्ग काय
होणार आहे तो t स्क्वेअर वजा c वर्ग अधिक 2i dc असेल तर z 20 बदलते तेव्हा हे ट्रेस आउट काय होते
वजा अनंतापासून ते अधिक अनंतापर्यंत काय होते काय होते वक्र t वर्ग वजा c वर्ग स्वल्पविराम 2tc
ते पॅराबोला आहेत या पॅराबोलाचा फोकस शोधतात आणि हे फोकस c वर अवलंबून आहे
का उत्तर नाही असेल आणि ते कन्फोकल कुटुंब असेल पॅराबोलास
पण विनवणी आता तपास करूया आपण क्षैतिज रेषांची प्रतिमा घेत आहोत
उभ्या रेषांची प्रतिमा पाहूया a प्लस इट जेव्हा t वास्तविक संख्यांवर धावतो a
अधिक ती बिंदू a स्वल्पविराम 0 मधून जाणारी अनुलंब रेषा आहे .
म्हणून जर मी z घेतले तर अधिकच्या बरोबरी
ते z चा वर्ग एक वर्ग वजा t वर्गा अधिक 2 iat म्हणजे वितर्क समतल बिंदू म्हणून
आम्ही चौरस वजा t वर्ग स्वल्पविराम 280 पाहत आहोत हे पॅराबोलाचे पॅरामीटरायझेशन आहे
तेथे एक पॅरामेट्रिक फॉर्म आहे पॅराबोला पुन्हा हा पॅराबोला शोधा या पॅराबोलाचा फोकस शोधा
आणि हा पॅराबोला यावर अवलंबून आहे का ते तपासा पुढील व्यायाम दाखवतो की
व्यायाम 19 च्या पॅराबोलाने व्यायामाचे पॅराबोला कापले 20 ऑर्थोगोनल पुन्हा आपल्याला ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजची जोडी दिसली
त्यामुळे आता आपल्याला तीन मिळाले आहेत कॉम्प्लेक्स फंक्शन थिअरीमधील उदाहरणे आम्ही कॉम्प्लेक्स फंक्शन थिअरी मधील कोणत्याही सखोल कल्पना वापरत नाही.
कॉम्प्लेक्स व्हेरिएबलच्या फंक्शन्सचा सिद्धांत
ही गणिताची एक खोल शाखा आहे पण आम्ही कोणत्याही ओ वापरत नाही जर आम्ही फक्त
तुमच्या अभ्यासक्रमात असलेल्या गोष्टी पाहत आहोत, म्हणजे जटिल संख्येचा वर्ग
कसा करायचा हे प्रत्येकाला माहित आहे की z वर z अधिक 1 ची गणना कशी करायची आणि
जटिल गुणाकार आणि जटिल भागाकाराच्या या प्राथमिक कल्पना वापरून आम्ही ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजची तीन सुंदर उदाहरणे मिळवली आहेत.

ठीक आहे, तर आता आपण
चित्र पाहूया आदित्यने गणिताचा वापर करून ही चित्रे तयार केली आहेत.
तुम्हाला लाल पॅराबोलस दिसतात
आणि निळ्या पॅराबोलास तुम्ही त्यांना छेदतांना पाहू शकता.
प्रत्येक निळा वक्र प्रत्येक
लाल वक्रला छेदतो छेदनबिंदू आहे छेदनबिंदूचा कोन 90 अंश आहे म्हणून कृपया
स्वतः हे करून पहा हे करणे खूप मनोरंजक आहे ते आता खगोलशास्त्र खगोलीय मेकॅनिक्सच्या सेवेत झुकोव्स्की फंक्शनचे वचन दिलेले ॲप्लिकेशन आले आहे आणि येथे आम्ही एका अतिशय सुंदर प्रमेयाकडे आलो आहोत
1911 ला बॉलिनचे प्रमेय म्हणतात.
हे उल्लेखनीय आहे की झुकोव्स्की फंक्शन
f खगोलीय मेकॅनिक्समधील inds ॲप्लिकेशन्स आणि ते झुकोव्स्की लंबवर्तुळ आणि हायपरबोलास
बोलिनच्या प्रमेयाच्या पुराव्यामध्ये वैशिष्ट्यीकृत होतील हा बोलोनमुळे जुना परिणाम आहे की
w चा चौरस w चा नकाशा f ग्रहांच्या गतीची समीकरणे d 2 w by ds या समीकरणात बदलतो चौरस
अधिक w बरोबर 0.
हे विभेदक समीकरण तुम्हाला आत्तापर्यंत नक्कीच परिचित आहे की s
ही खरी वेळ नाही ती रिस्केल केलेली वेळ आहे झुकोव्स्की नकाशा आणि झकोव्स्की लंबवर्तुळ
वैशिष्ट्य बोलिनच्या प्रमेयाच्या पुराव्यात बोलिनचे प्रमेय असे म्हणतात की हे एक अतिशय सुस्पष्ट परिवर्तन आहे
जे भिन्न समीकरणांची एक अतिशय क्लिष्ट प्रणाली बदलते, म्हणजे सूर्याभोवती
ग्रहांची गती नियंत्रित करणारी भिन्न समीकरणे , दोन शरीर समस्या सूर्य
आणि ग्रह फक्त या दोन शरीरांच्या गती नियंत्रित करणारी भिन्न समीकरण प्रणाली
सूर्याभोवतालचा एक ग्रह या निर्दोष दिसणाऱ्या
विभेदक समीकरणात रूपांतरित होऊ शकतो.
ग्रहांची गती आयन आणि या विभेदक समीकरणाची उत्क्रांती
हे समतुल्य आहेत प्रत्यक्षात न्यूटनकडे परत जातात परंतु ज्या विश्लेषणात्मक रूपात आपल्याला दिलेले
आहे ते बोलिनमुळे आहे आपण ही कल्पना सहजपणे वापरून केप्लरचा ग्रहांच्या
गतीचा पहिला नियम सिद्ध करू शकता.
हे ग्रह सूर्याभोवती लंबवर्तुळाकार
कक्षेत फिरतात आणि सूर्यासोबत एका केंद्रस्थानी फिरतात हे अगदी सोपे आहे हे समीकरण तुम्ही सहजपणे सोडवू शकता
d2 w by ds वर्ग अधिक w बरोबर शून्य म्हणून आपल्याला हे विभेदक समीकरण सोडवावे लागेल
d2 w by ds चौरस अधिक w हे ० च्या बरोबरीचे आहे.
आता तुम्ही पहा w ही एक जटिल संख्या आहे तिचा खरा
भाग x आहे आणि त्यात एक काल्पनिक भाग y आहे
त्यामुळे हे समीकरण खरोखर दोन समीकरणे आहे d 2 x x
ds वर्ग अधिक x बरोबर 0 d 2 y by ds स्क्वेअर प्लस y बरोबर 0 अशी दोन समीकरणे
आहेत साध्या हार्मोनिक हालचालींची तुम्ही x ला cos ची s s s s
असण्यासाठी x घेऊ शकता आणि y ला b sine s आणि काय करू शकता आम्हाला समजले की आम्हाला s मिळणे आवश्यक आहे
s च्या s अधिक ib sine च्या कोसाइनची बरोबरी करते ज्याद्वारे मूळ प्रक्षेपण काय आहे हे लक्षात
ठेवा की फंक्शन f चा w चा w चौरस आहे मूळ निर्देशांक zz हा
ग्रहाच्या गतिमान बिंदूचा हलणारा बिंदू समन्वय होता
त्यामुळे z w असेल स्क्वेअर म्हणून
s च्या z च्या ग्रहाची स्थिती s स्क्वेअरचा w आहे जी एक स्क्वेअर आहे cos स्क्वेअर s वजा b स्क्वेअर साइन स्क्वेअर s प्लस
2 अबी सायनस कारणे म्हणून आता जर तुम्ही z चा वास्तविक भाग आणि z चा काल्पनिक भाग घेतला
आणि काढून टाका चिन्हे आणि कोसाइन मग आपण काय पाहतो हे
लंबवर्तुळाचे पॅरामेट्रिक समीकरण आहे, उदाहरणार्थ या वास्तविक भागाला s चा x म्हणून संबोधा, काल्पनिक
भागाला s चा y म्हणून संबोधा आणि मग हे लंबवर्तुळाचे समीकरण काय आहे? sine चा
कोसाइन प्रथम cos वर्ग s लिहा cosine च्या संदर्भात 2 s sine sine s s sine 2s 2s sine s sine 2s च्या संदर्भात
कारणे sine 2s plus cos वर्ग 2s बरोबर 1
हे समीकरण वापरा आणि तुम्हाला हे समीकरण मिळेल आणि समीकरण ते तुम्हाला 2x वजा a स्क्वेअर वजा b वर्ग
भागाकार एक स्क्वेअर अधिक b स्क्वेअर पूर्ण स्क्वेअर प्लस y स्क्वेअर द्वारे स्क्वेअर b स्क्वेअर 1 च्या
बरोबरीचा हा एक लंबवर्तुळ फोकस आहे ज्याचा फोकस मूळ आहे तो समन्वयाचा एक अतिशय
सोपा व्यायाम आहे भूमिती आणि मी तुम्हाला ते करण्यास उद्युक्त करतो म्हणून आम्ही येथे काय सिद्ध केले आहे
हे सिद्ध करण्यासाठी आम्ही बोलिनचा प्रमेय वापरला की w समीकरणाचे रूपांतरित समीकरण लंबवर्तुळ असेल

तर z समीकरण w समीकरणाचा एक वर्ग आहे   आणि लंबवर्तुळाचा वर्ग आहे दुसरे लंबवर्तुळ
ज्याचे फोकस उत्पत्तीवर आहे म्हणून z चे z हे लंबवर्तुळ आहे ज्यात एक फोकस उगमस्थानी आहे
म्हणजे केपलरचा पहिला नियम स्थापित केला गेला आहे ठीक आहे जरी बोलिनचे प्रमेय हे विभेदक समीकरणांवर एक प्रमेय आहे हे
आपण येथे सिद्ध करणार नाही कारण ते खरच अभ्यासक्रमात नाही पण
मला फक्त तुम्हाला सांगायचे आहे की विभेदक समीकरणांचा सिद्धांत निघून जातो आणि
भौतिक विज्ञानाच्या विविध भागांपर्यंत पोहोचतो भौतिकशास्त्र खगोलशास्त्र कार्टोग्राफी एरोस्पेस
इंजिन eering आणि हे प्रमेय आधीच न्यूटनला माहित होते आणि ते आकर्षणाच्या दुहेरी नियमांच्या नावाखाली जाते
मी या दुहेरी आकर्षणांच्या नियमांचा अर्थ काय आहे याचा तपशीलवार वर्णन करणार नाही
ज्यामध्ये आम्ही प्रमेय बोलिनमुळे असल्याचे सांगितले आहे दोन स्लाईड्स मी तुम्हाला
दोन संदर्भ देणार आहे आणि हे दोन संदर्भ महान मास्टर्सनी लिहिलेली पुस्तके आहेत त्यापैकी एक महान
गणितज्ञ आहे आणि दुसरा एक महान भौतिकशास्त्रज्ञ आहे पहिला व्ही आर्नोल्ड त्याने
ह्युजेन्स बॅरो न्यूटन आणि हल्क नावाचे पुस्तक लिहिले होते आणि
न्यूटनच्या कार्याने खगोलशास्त्राचे प्रायोगिक
विज्ञानातून डायनॅमिकल विज्ञानात रूपांतर केल्याचे सांगून आम्ही व्याख्यानांच्या या मालिकेची सुरुवात केली आहे.
 हे छोटेसे पुस्तक
आयझॅक बॅरोपासून खगोलशास्त्रातील आधुनिक शोधांपर्यंतचा दोन शतकांचा काळातील आनंददायी प्रवास आहे.
 -न्यूटोनियन युग दोन
शतके न्यूटनच्या तत्त्वानंतर कर्कवुड g च्या शोधाद्वारे प्रवास उल्लेखनीय सहजतेने प्रगती करतो
aps in the rings of saturn   वरील काही
सखोल प्रस्तावांवर भाष्यांसह बीजगणित भूमिती बॉलिंगचे प्रमेय न्यूटनच्या प्रिन्सिपिया वरील
परिशिष्ट वय 94 मध्ये दिसून येते.
 चर्चा आहे भौमितीय आणि मोहक
आहे पृथक्य 96 किंवा पृष्ठावरील 96 समस्या नाही.

पिअर सायमन लॅप्लेसची स्मारकीय कामे आणि शेवटी पॉइनकेअर पोनकेअर ही
खगोलीय यांत्रिकीमधील क्रांतिकारक नवीन पद्धती आहेत.
 आधुनिक खगोलीय यांत्रिकीमधील सर्वात महत्त्वपूर्ण योगदानकर्त्यांपैकी एकाने स्पष्ट केले आहे
.
 दुसरा संदर्भ नोबेल
पारितोषिक विजेते एस चंद्र शेकर यांनी लिहिला आहे.
 कॉमन रीडर हे
ऑक्सफर्ड युनिव्हर्सिटी प्रेसने 1996 मध्ये प्रकाशित केले होते.
 उत्कृष्ट शिष्यवृत्तीचे हे कार्य सामग्रीने समृद्ध आहे
आणि शीर्षक असूनही ते वाचणे सोपे नाही   पण सामान्य
वाचक म्हणजे सामान्य माणूस नाही याचा अर्थ तुम्ही विद्यार्थी आहात.
 जे एकाच वेळी
कॅल्क्युलस शिकत आहेत ते भौतिकशास्त्र शिकत आहेत ते शिकतात रसायनशास्त्रात त्यांना
भौतिकशास्त्र आणि गणिताचे पुरेसे ज्ञान आहे.
 अशा विद्यार्थ्यांसाठी हे पुस्तक लिहिले गेले
आहे, अर्थातच हे पुस्तक 600 पृष्ठांचे पुस्तक आहे आणि पृष्ठ 1 ते पृष्ठ 600 पर्यंत वाचू नये अशी
मी शिफारस करतो आपण थेट येथे जा.
 पृष्ठ ५७ आणि तुम्हाला
केप्लरने न्यूटनच्या गतीचे नियम आणि गुरुत्वाकर्षणाचा सार्वत्रिक
नियम वापरून ग्रहांच्या गतीच्या तीन नियमांचे पूर्ण पुरावे दिले आहेत यानंतर तुम्ही सहाव्या अध्यायातील परिशिष्ट वाचण्यासाठी पुढे जाऊ
शकता जिथे तो
ग्रहांच्या आकर्षणाच्या दुहेरी नियमांची चर्चा करतो आणि तुम्हाला तेथे बोलिनच्या प्रमेयाचा पुरावा
देखील दिसेल आणि नंतर तुम्ही केप्लर समीकरणावरील सातव्या अध्यायात जाऊ शकता आणि बीजगणित भूमितीवरील प्रमेय
जो न्यूटनच्या प्रिन्सिपियामध्ये समाविष्ट आहे, मी स चंद्रशेखर यांच्या मोहक निबंधाचा उल्लेख करण्यास विरोध करू शकत नाही
आणि ess आहेत न्यूटनचा प्रतिभाशाली मिशेलएंजेलोचा संदर्भ
या स्लाइडमध्ये आयटम क्रमांक तीन म्हणून दिलेला आहे चंद्रशेखर न्यूटनच्या लेखनाची तुलना करतात.

f   मिशेलएंजेलोच्या पेंटिंगसह प्रिन्सिपिया किंवा व्हॅटिकन शहरातील सिस्टिन चॅपलची कमाल मर्यादा
चंद्रशेकर यांना सर्जनशीलतेच्या सर्वात दुर्मिळ पातळीची कामे मानतात.
 चंद्रशेखर

काय म्हणतात ते पाहू या मी तुम्हाला या सुंदर निबंधातून फक्त एक उतारा देईन
आणि मी जोरदारपणे तुम्हाला हा निबंध वाचण्याची शिफारस करतो .
 त्याच्या सुंदर शैलीसाठी तसेच
प्रिंसिपिया आणि फ्रेस्कोज्या दोन्ही क्षेत्रांतील
मानवी सर्जनशीलतेची उत्तम अप्रतिम अभिव्यक्ती आहेत मला याबद्दल अधिक बोलायचे नाही पण मला
आशा आहे की यामुळे तुम्हाला आकर्षित केले असेल न्यूटन आणि मायकेलएंजेलोवरील लिंग शेकरचा हा निबंध वाचून
आता आपण ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजमधील भिन्न समीकरणांकडे येऊ या समजा आपल्याला
वक्र c1 चे एक पॅरामीटर फॅमिली दिलेली आहे तर c2 ट्रॅजेक्टोरीजची ऑर्थोगोनल सिस्टम शोधणे नेहमीच शक्य आहे का
आपण जोड्यांची अनेक उदाहरणे पाहिली आहेत ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजचे पण आता मी
तुम्हाला वक्रांचे एक पॅरामीटर कुटुंब देतो आणि मी तुम्हाला विचारतो की ऑर्थोगोन आहे का al trajectory
आणि ही समस्या समजून घेण्यासाठी ती कशी शोधावी आपण असे गृहीत धरू की वक्र प्रणाली
c1   एक विभेदक समीकरण mdx plus ndy समान 0 ला जन्म देते.
 आम्ही उदाहरणे पाहिली आहेत की तुम्हाला
c   you या पॅरामीटरसह वक्र प्रणाली मिळाली आहे.
 फरक करा तुम्हाला आणखी एक समीकरण मिळेल
तुम्ही दोन समीकरणांमधील c काढून टाकाल आणि तुम्हाला विभेदक समीकरण मिळेल आम्ही
अशा प्रकारची असंख्य उदाहरणे पाहिली आहेत
 त्यामुळे आता मी असे गृहीत धरले आहे की हे पूर्ण झाले आहे आणि तुम्हाला
mdx अधिक ndy समान 0 हे विभेदक समीकरण मिळाले आहे.
  मी तुम्हाला शेवटच्या लेक्चरमध्ये आधीच सांगितले आहे
की हे विभेदक समीकरण 1.
43 हे फर्स्ट ऑर्डर सिस्टमच्या फेज वक्रांचे विभेदक समीकरण आहे
ही फर्स्ट ऑर्डर सिस्टम कोणती आहे ज्याचे फेज वक्र समीकरण 1.
43 आहेत
1.
43 dx द्वारे dt बरोबर ny बरोबर dt   वजा m   व्हेक्टर nxyi वजा mxyj ही
वक्र c ला स्पर्शिका आहे आणि ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज मूळच्या ऑर्थोगोनल
असल्यामुळे पहिल्याची स्पर्शिका सामान्य बनते दुसरा म्हणून ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकांवरील स्पर्शिका वेक्टर
mi प्लस nj असणे आवश्यक आहे जेथे दोन प्रणाल्यांचे
स्पशरिषा एकमेकांना लंब असतात
 त्यामुळे पहिल्याची स्पर्शिका दुसऱ्यासाठी सामान्य असेल म्हणून ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण
या प्रणालीचे फेज वक्र असतात dx by dt समान आहे m आणि dy द्वारे d n च्या बरोबरी
म्हणून ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजसाठी विभेदक समीकरण ndx वजा mdy 0 च्या बरोबरीचे आहे.
 म्हणून वक्र c1 ची प्रणाली दिल्यास
आपल्याला विभेदक समीकरण मिळते आणि नंतर आपल्याला इतर विभेदक समीकरणाद्वारे ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण प्राप्त होते
म्हणून प्रथम आपल्याला c1 वरून c1 दिले जाते आपण c1 साठी विभेदक समीकरण
मिळवतो आणि नंतर आपण c2 साठी भिन्न समीकरण मिळवतो हे विभेदक
समीकरण सोडवतो आणि कुटुंब c2 मिळवतो जेणेकरून मी आत्ता जे काही सांगितले ते प्रमेय 1 आहे
हे प्रमेय म्हणून सारांशित केले जाऊ शकते जर एक वक्रांचे एक मापदंड कुटुंब विभेदक
समीकरण mdx अधिक ndy समान ्शून्य द्वारे दिले जाते मग ऑर्थोगोनलसाठी विभेदक समीकरण दिले जाते
ट्रॅजेक्टोरीज ndx वजा mdy शून्याच्या समान आहे i म्हणून व्यापक परिस्थितीत वक्रांचे कोणतेही एक पॅरामीटर
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण मान्य करते मी व्यापक परिस्थिती म्हणतो कारण आपण विभेदक समीकरणांसाठी
अस्तित्वाच्या प्रमेयांवर खरोखर चर्चा केलेली नाही
आणि ही अस्तित्व प्रमेये असतील योग्य परिस्थितीत वैध आहे परंतु व्यावहारिक परिस्थितींमध्ये
या अटी नेहमी समाधानी असतील म्हणून आता आपण हे काही
विशिष्ट ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज सिस्टमवर वापरून पाहू या ज्याचा आपल्याला सामना करावा लागला आहे.
 अर्थातच
एकाग्र वर्तुळांचे कुटुंब आहे ज्यासाठी आपण कोणते विभेदक समीकरण काढले आहे
it xdx plus ydy बरोबर 0 तर
ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज ydx वजा xdy बरोबर 0 साठी विभेदक समीकरणे काय आहेत हे एक वेरियेबल विभाज्य समीकरण आहे
आणि उपाय y समान mx किंवा x समान आहेत my म्हणून ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीज या
ओळींमध्ये किंवा ig मध्ये आहेत आणि प्रत्येकाला माहित आहे की वर्तुळ कोणत्या मध्यभागी आहे किंवा
igin   एक रेषा ओरिजिन ऑर्थोगोनली कापते चला आपण पुढची घेऊया
हायपरबोलास x स्क्वेअर वजा y स्क्वेअर समान c चा फरक करा c लगेच अदृश्य

होईल तुम्हाला x dx वजा ydy बरोबर 0 मिळेल ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकाचे विभेदक समीकरण काय आहे
ydx plus xdy बरोबर 0 हे विभेदक समीकरण सोडवा
जे एक वेरियेबल विभाजीत समीकरण आहे आणि तुम्हाला mod xy बरोबर c
मिळेल निरपेक्ष मूल्ये काढून टाका आणि तुम्हाला आयताकृती हायपरबोलास मिळतील x चौरस वजा
y स्क्वेअर c च्या बरोबरीचे ऑर्थोगोनली आता आपण दुसरे घेऊ.
उदाहरण तुम्ही
वक्रांचे हे एक पॅरामीटर फॅमिली घ्या.
x वर्ग हा y आहे
म्हणून आपल्याला dx ने वजा 2 xy बरोबर dy मिळते त्यामुळे
वक्र 1.
47 च्या कुटुंबासाठी dy अधिक 2 xy किती आहे dx बरोबर 0.
ऑर्थोगोनल
ट्रॅजेक्टोरीजचे विभेदक समीकरण 2xy dy वजा dx 0 च्या बरोबरीचे आहे.
आपण x ला y चे कार्य मानू आणि समाकलित करूया
समाधान mod x हे ae च्या घात y वर्गाच्या बरोबर आहेत जेथे a एक धन आहे सतत
निरपेक्ष मूल्य काढून टाका आणि तुम्हाला ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजचे एक कुटुंब मिळेल हे लक्षात ठेवा की x बरोबर 0
येथे समाविष्ट नाही कारण जेव्हा तुम्ही व्हेरिएबल्सचे विभक्त करण्याची पद्धत करता तेव्हा आम्ही x ने भाग करतो
आणि x बरोबर 0 हा देखील एक विशेष उपाय आहे आणि आम्हाला समजले की ते समजण्यासारखे आहे कारण
मूळ प्रणालीचे सर्व वक्र हे बेल आकाराचे वक्र आहेत
त्यांना y अक्ष कापल्यावर सर्व स्पर्शिका आडव्या स्पर्शिका असतात आणि
त्यामुळे परिपूर्ण
मूल्य पद काढून टाकल्याने तुम्हाला ce च्या बरोबर x x मिळेल पॉवर y
वर्ग आहे जेथे c ही स्थिर विहीर आहे आता आपण काही उदाहरणांवर आलो आहोत
म्हणून पॅराबोलस y
च्या कुटुंबासाठी kx वर्गाच्या बरोबरीचे ऑर्थोगोनल प्रक्षेपण निर्धारित करा ही पहिली समस्या आहे दुसरी प्रो ब्लेम म्हणजे
मूळच्या y अक्षाला स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळांच्या कुटुंबाचा विचार करा .
ऑर्थोगोनल ट्रॅजेक्टोरीजसाठी विभेदक समीकरण शोधा,
मी तुम्हाला फक्त विभेदक समीकरणे
एकत्रित करणाऱ्या ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकासाठी विभेदक समीकरणे शोधण्यास सांगत आहे.
धडा जेव्हा
तुम्ही एकसंध विभेदक समीकरणांवर चर्चा कराल आणि नंतर z च्या फंक्शनचा विचार करा 1 वर z च्या समान
आडव्या आणि उभ्या रेषांच्या प्रतिमा शोधा या नकाशाखाली z च्या 1 वर z वर
वक्रांचे कुटुंब मिळवा आणि व्यायाम 23 शी संबंधित आम्ही पॅराबोलास बरोबर असाच व्यायाम
केला आहे आता मी तुम्हाला f चा z बरोबर 1 वर z असाच व्यायाम करण्यास सांगत आहे.
तुम्हाला
जटिल विश्लेषणातून येणारे चौथे उदाहरण मिळेल आणि शेवटची स्लाइड
आजच्या व्याख्यानासाठी आणखी दोन व्यायामांची आहे.
समाक्षीय वर्तुळाच्या एका पॅरामीटर कुटुंबासाठी ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकाचे विभेदक समीकरण शोधा
एक बिंदू 1.
37 लक्षात ठेवा की s
1 अधिक lambd 2 बरोबर 0 पण वर्तुळांची केंद्रे 2 स्वल्पविराम 0 आणि वजा 2 स्वल्पविराम
0 आणि त्रिज्या 1 होती आणि आम्हाला समाक्षीय वर्तुळांचे एक कुटुंब मिळाले
आहे.
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकासाठी विभेदक समीकरण शोधण्यासाठी मी तुम्हाला विभेदक समीकरण सोडवण्यास सांगत नाही.

विभेदक समीकरण आणि शेवटी कॉन्फोकल कॉनिक्सचे कुटुंब मी
तुम्हाला या कॉन्फोकल कॉनिक्सच्या कुटुंबासाठी विभेदक समीकरण ठरवायला सांगितले आणि
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपकाचे विभेदक समीकरण शोधले तर तुम्हाला काहीतरी आश्चर्यकारक
घडताना दिसेल आणि तुम्ही स्पष्टीकरण शोधावे अशी माझी इच्छा आहे या घटनेसाठी मला वाटते आज आपण येथे थांबू
आणि व्याख्यानांची ही मालिका पुढे चालू ठेवू आणि पुढील व्याख्यानात मी
एकसंध भिन्न समीकरणांवर चर्चा करेन धन्यवाद