अंतर समीकरणों पर श्रृंखला में इस चौथे व्याख्यान में छात्रों का स्वागत करते हैं
तो चलिए शुरू करते हैं जहां हम पिछली बार रुके थे
आइए स्लाइड देखें जो अभ्यास संख्या 10 है जहां हमने रुका है हम
y-अक्ष को छूने वाले सभी मंडलियों के परिवार को लेते हैं।
मैंने आपको इन
वृत्तों को नीले पेन में बनाने के लिए कहा था और लाल पेन से वृत्त भी खींचने के लिए कहा था जो नीले वृत्तों के लिए ओर्थोगोनल हैं
और आपकी तस्वीर के साथ इस चित्र की तुलना करना दिलचस्प है, देहाती और छुट्टियों की किताब के पृष्ठ 635 पर चित्र के साथ
पहले से ही उद्धृत किया गया है
इसलिए प्रश्न क्या आपका चित्र
इस तस्वीर को रेसनिक और हॉलिडे की किताब पर अनुमानित करता है रूसी छुट्टियों की किताब में आप जो चित्र देखते हैं वह
एक विद्युत द्विध्रुव के कारण समविभव रेखाओं और बल की रेखाओं को दर्शाने वाला चित्र है
और मेरे पास जो प्रश्न है वह लंबाई की लंबाई के बराबर है द्विध्रुव छोटा हो जाता है और
आपके द्वारा बनाया गया चित्र छोटा हो जाता है रेसनिक और छुट्टी पर चित्र का अनुमान लगाता है
बेहतर ठीक है मुझे यकीन नहीं है कि कौन ईथर ने उन मंडलियों का स्केचिंग किया था, लेकिन वैसे भी मैं आपको दिखाऊंगा
कि मेरे पास मेरे पास क्या है, तो चलो हाँ देखते हैं, तो वहाँ आप नीले वृत्तों को छूते हुए देखते हैं
y अक्ष मैंने उनमें से चार को खींचा था और मैंने चार लाल वृत्त भी खींचे थे नीले
वृत्त समकोण पर और ये लाल वृत्त मूल पर x-अक्ष के स्पर्शरेखा वाले वृत्त हैं
जो आपके पास एक अच्छी तस्वीर है और हम इस व्याख्यान श्रृंखला के अगले भाग में मंडलियों के इन दो परिवारों पर वापस आएंगे,
ठीक है,
इसलिए अब आइए हम वापस उस जगह पर जाएं जहां
हम हैं तो चलिए अब एक और समस्या पर विचार करते हैं इकाई त्रिज्या और केंद्रों के साथ दो मंडलों पर विचार करें
2 अल्पविराम 0 और शून्य से 2 अल्पविराम 0।
मंडलों में इकाई त्रिज्या त्रिज्या 1 है और
केंद्रों को रखा गया है ऋण 2 अल्पविराम 0 और 2 अल्पविराम 0.
आप आसानी
से इन मंडलियों के समीकरण को लिख सकते हैं ठीक एक मंडल का समीकरण क्या है
x घटा 2 वर्ग और y वर्ग बराबर 1.
दूसरे के लिए x जमा 2 वर्ग जमा y
वर्ग बराबर 1.
अब ca ll पहला समीकरण s 1 बराबर 0 e एक्सप्रेशन x माइनस 2
स्क्वेर्ड प्लस y स्क्वेर्ड माइनस 1, आइए हम इसे सरलता के लिए s1 कहते हैं और दूसरा एक्सप्रेशन
x प्लस 2 स्क्वेर्ड प्लस y स्क्वेर्ड माइनस 1 चलो इसे s2 कहते हैं और फिर चलो हम
इस समीकरण 1.
37 को स्लाइड s1 प्लस लैम्ब्डा s2 में देखते हैं 0 के बराबर जहां लैम्ब्डा एक वास्तविक संख्या है और जैसा कि
आप लैम्ब्डा बदलते हैं, आपको मंडलियों का एक परिवार मिलता है 1.
37
इसलिए समीकरण 1.
37 मंडलियों के एक परिवार का प्रतिनिधित्व करता है
और जो प्रश्न पूछा गया है वह है परिवार के लिए पहले क्रम के अंतर समीकरण को खोजने के
लिए 1.
37 अच्छी तरह से आप इसे कैसे करते हैं आप समीकरण 1.
37 लेते हैं और आप
इसे एक्स के संबंध में अलग करते हैं, आपको एक और समीकरण मिलता है और आप इन दो समीकरणों के बीच लैम्ब्डा को खत्म करते
हैं और आपको अपना अंतर समीकरण मिलता है ठीक स्केच नीले पेन के साथ 1.
37 और
फिर कोई अपवाद है , लैम्ब्डा का एक निश्चित मूल्य है जिसके लिए यह समीकरण एक
सर्कल नहीं है, लैम्ब्डा का एक मान है जिसके लिए 1.
37 एक सर्कल नहीं है यह सोम है ई अन्य वक्र एक सीमित
मामला है जैसा कि यह था कि सीमित मामला क्या है अपनी तस्वीर में सीमित मामले को इंगित करें
लाल पेन सर्कल के साथ भी स्केच करें जो नीले सर्कल को ऑर्थोगोनली काटते हैं ताकि आपको फिर
से एक सुंदर तस्वीर मिल जाए और अगली स्लाइड में आप देखें वे एक्सप्रेशन sx माइनस 2 स्क्वेर्ड
प्लस y स्क्वेर्ड माइनस 1 जब आप सरल करते हैं तो आपको मिलता है x स्क्वेर्ड प्लस y स्क्वेर्ड माइनस 4x प्लस 3
और s2 x स्क्वैयर प्लस y स्क्वेर्ड प्लस 4x प्लस 3 और समीकरण 1.
37 के बारे में इस स्लाइड में विस्तार से लिखा गया है।

और आप इस समीकरण को अलग करते हैं एक्स के संबंध में आपको एक और समीकरण मिलता है आपको
लैम्ब्डा से जुड़े दो समीकरण मिलते हैं आप बस लैम्ब्डा को खत्म करते हैं और आप परिवार के लिए अपना अंतर समीकरण प्राप्त करते हैं क्या आप इलेक्ट्रोस्टैटिक्स में समविभव वक्रों के बारे में सोच सकते हैं उदाहरण के लिए
मैंने आपको एक संकेत दिया था रेज़निक और हॉलिडे बुक के पृष्ठ 635 पर चित्र अब
आपको मंडलियों का एक और परिवार मिल गया है ये मंडलियां
शुल्कों के एक निश्चित विन्यास की सुसज्जित संभावित रेखाएं हैं जिन्हें मैं चाहता हूं जैसा कि आप इस बारे में सोचते हैं, क्या आपका शारीरिक अंतर्ज्ञान आपको एक स्थिति बनाने में मदद करता है क्या यह आपको एक सेटअप बनाने में मदद करता है जो
शुल्कों के एक सेट के साथ आता है जैसे कि समविभव रेखाएं बिल्कुल इस समीकरण द्वारा दी जाती
हैं x वर्ग प्लस y वर्ग शून्य से 4x प्लस 3 प्लस लैम्ब्डा टाइम्स x स्क्वायर प्लस वाई स्क्वायर
प्लस 4x प्लस 3 बराबर 0।
मान लीजिए कि आप एक ऐसी भौतिक प्रणाली को स्थापित करने में सफल होते हैं जिसका
ईक संभावित वक्र व्यायाम 12 के रूप में
हैं।
बल की रेखाएँ यदि आप कुश्ती की छुट्टियों में चित्रों
को देखते हैं पृष्ठ 635 पर पुस्तक वह ठोस रेखाओं द्वारा समविभव रेखाओं और बिंदु रेखाओं द्वारा बल की रेखाओं को दर्शाता है
और आप उन चित्रों में क्या देखते हैं पृष्ठ 635 पर बिंदीदार रेखाएँ ठोस
रेखाओं को काटती हैं समकोण पर बल की रेखाएं समकोण के साथ समविभव रेखाएं काटती हैं
इसलिए प्रश्न यह है कि क्या आप यह पता लगा सकते हैं कि बल की रेखाएं बल की रेखाएं क्या होंगी ई
वे लाल वृत्त होंगे जिन्हें आपने खींचा था और समविभव रेखाएं नीले वृत्त होंगी जिन्हें
आपने ठीक किया था शायद एक संकेत के रूप में मैं आपको बता दूं कि आपको तीन आयामों में सेटअप के बारे में सोचना चाहिए
सेटअप तीन आयामी स्थान में होगा और आप त्रिविमीय स्थान में ले लो यह
समविभव सतह होगी और आप सतह को xy समतल से काटते हैं और फिर
जब आप सतह लेते हैं तो xy समतल में चित्र को देखते हैं और xy समतल से काटते हैं आपको xy में एक वक्र मिलता है
विमान नहीं है तो आपको तीन आयामी अंतरिक्ष में सेटअप करना चाहिए और फिर
xy विमान द्वारा चित्र को टुकड़ा करना चाहिए और क्रॉस सेक्शन को देखना चाहिए, मैं आपको उत्तर दूंगा जिसका उत्तर ग्रिफिथ की पुस्तक के
पृष्ठ 107 समस्या 2.
47 पर पाया जा सकता है।
इलेक्ट्रोडायनामिक्स
का परिचय तीसरा संस्करण जो 1999 में प्रकाशित हुआ था कृपया
पुस्तक के संस्करण संख्या पर ध्यान दें ठीक है तो यह इलेक्ट्रोस्टैटिक्स से एक और उदाहरण है
तो ये उदाहरण क्या हैं जो आपको दिखा रहे हैं कि वे आपको दिखा रहे हैं आपको मिले वक्रों के दो परिवार
नीले वृत्त नीले वृत्तों का परिवार और लाल वृत्तों का परिवार और लाल वक्र
और नीले वक्र प्रगति से पहले समकोण पर एक-दूसरे से मिलते हैं, आइए मैं आपको
अंतर समीकरण खोजने की कोशिश पर तीन अभ्यास देता हूं द्वारा संतुष्ट वक्रों का एक पैरामीट्रिक परिवार पहले चतुर्थांश में वृत्तों के एक पैरामीटर परिवार के लिए समीकरणों को लिखता है, दोनों
समन्वय अक्षों को स्पर्श करता है, तो वृत्तों का केंद्र क्या होगा c अल्पविराम c त्रिज्या cx घटा c के साथ क्या
संपूर्ण वर्ग जोड़ y घटा c x के संबंध में पूरा वर्ग बराबर c वर्ग का अंतर है
आपको एक और समीकरण मिलता है इन दो समीकरणों के बीच c को समाप्त करें और
आपको अपनी अंतर समीकरण समस्या संख्या 15 मिलती है आप 8x के बराबर एक परवलय y वर्ग को देखते हैं और
इस परवलय पर प्रत्येक बिंदु पर है एक स्पर्शरिखा रेखा और एक बिंदु के रूप में परवलय के साथ बदलता रहता है
आपको रेखाओं का एक पैरामीटर परिवार मिलता है परवलय की स्पर्शरिखा रेखाएं मिलती हैं, ताकि आप जा सकें t
फिर से स्पर्शरिखा रेखाओं का एक पैरामीटर परिवार उदाहरण के लिए आप वर्ग 280 के रूप में एक बिंदु ले सकते हैं
।
याद रखें कि आप कैसे पैरामीटर एक परवलय हैं और जहां t एक पैरामीटर है जो
वास्तविक रेखा के साथ बदलता रहता है और परवलय के प्रत्येक बिंदु के लिए 80 वर्ग अल्पविराम 280 इस मामले में 2 है, इसलिए
आप वर्ग अल्पविराम 280 पर बिंदु पर स्पर्शरिखा के समीकरण का पता लगाते हैं और
आपको t द्वारा परिचालित रेखाओं का एक पैरामीटर परिवार मिलता है और
इन पंक्तियों के लिए अंतर समीकरण ढूंढते हैं , तीसरी समस्या जो मैं हूं आपको
देना है, वक्रों की प्रणाली को देखें x वर्ग द्वारा 9 जमा c जमा y चुकता 4 जमा c बराबर 1.

तो यहाँ क्या पैरामीटर हैं cc वास्तविक संख्याओं पर अलग-अलग रहता है आपको
वक्रों का एक पैरामीटर परिवार मिलता है, वे शंकु हैं कुछ उनमें से कुछ दीर्घवृत्त हैं और उनमें से कुछ

अतिपरवलय हैं यदि मैं c को माइनस 100 लेता हूं तो कोई वक्र नहीं है जो इस
समीकरण को संतुष्ट करता है
इसलिए c बहुत नकारात्मक नहीं हो सकता है
इसलिए c की एक निश्चित सीमा के
लिए माइनस 9 से i अनंत माइनस 9 को बाहर रखा गया है आपको शंकुओं का एक परिवार मिलता है जो आपको मिलता है
शंकुओं का एक पैरामीटर परिवार हाइपरबोला के परिवार में दीर्घवृत्त का एक परिवार
इस परिवार को एक मुखर परिवार कहा जाता है और इस परिवार से संतुष्ट अंतर समीकरण को खोजने के लिए आपको क्या करना होगा तो
आप इसे फिर से कैसे करते हैं दिए गए समीकरण को फिर से अलग करते हैं x के संबंध में आपको 2 x बटा 9 क्या मिलेगा
प्लस c प्लस 2 yy डैश बटा 4 जमा c बराबर 0 2 आपको जो मिलता है उसे रद्द कर देगा
मूल समीकरण और नया समीकरण उन्हें 1 बटा 9 जमा c और 1 बटा 4 जमा c के समीकरण के रूप में मानते हैं
दिया गया समीकरण पहले से ही स्लाइड पर स्लाइड पर है, आपके पास समीकरण x वर्ग
बटा 9 जमा c जमा y चुकता 4 जमा c है बराबर 1 x के संबंध में अंतर करने के बाद आपको
एक और समीकरण मिलता है, आपको दो समीकरण मिलते हैं 1 बटा 9 जमा c और 1 बटा 4 जमा c इन दो
समीकरणों को एक साथ हल करते हैं आपको 1 बटा 9 प्लस c मिलता है जो 1 बटा 4 जमा c के बराबर होता है जो कुछ भी बराबर है
व्युत्क्रम 9 प्लस सी को किसी चीज़ के बराबर लें 4 प्लस सी के बराबर कुछ अंतर लें
सी दूर हो जाता है और आपको एक अंतर समीकरण मिलता है जो कि
इस एक पैरामीटर परिवार द्वारा संतुष्ट अंतर समीकरण होगा यह एक बहुत ही दिलचस्प अभ्यास है कृपया इसे करें क्योंकि
हम जल्द ही इस समस्या पर लौटने वाले हैं ठीक है अगली चीज़ जो हम करते हैं वह है ओर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरिज़ यदि
आप रेसनिक और हॉलिडे बुक के पृष्ठ 635 की ओर मुड़ते हैं, जैसा कि सुझाव दिया गया है कि आप स्वाभाविक रूप से प्लेन
में वक्रों के निम्नलिखित ज्यामितीय विन्यास के लिए नेतृत्व करेंगे, जिसे ऑर्थोगोनल के रूप में जाना जाता है।
विमान में वक्रों की प्रणाली तो विमान में वक्र के
ऑर्थोगोनल सिस्टम क्या हैं वे विमान में वक्र की दो प्रणालियां हैं, वक्रों का
एक सेट c1 और घटता का एक सेट c2 c1 में प्रत्येक वक्र c2 में प्रत्येक वक्र
को समकोण पर प्रतिच्छेद करता है नीले वृत्त और आपके लाल वृत्त प्रत्येक
नीला वृत्त प्रत्येक लाल वृत्त से ओर्थोगोनल रूप से मिलते हैं
इसलिए दो ऐसी प्रणालियों को
एक दूसरे के ओर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र कहा जाता है,
इसलिए हम कहते हैं कि परिवार c2 वक्रों के परिवार के लिए ओर्थोगोनल वक्रों की एक प्रणाली
है c1 और इसके विपरीत वाक्यांश ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र अक्सर
इस संदर्भ में उपयोग किया जाता है हम कहते हैं कि परिवार c2 परिवार c1 के लिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र है
और इसके विपरीत या हम कहेंगे c1 और c2 एक दूसरे के ओर्थोगोनल ट्रैजेक्टरी हैं
वे एक दूसरे के लिए ऑर्थोगोनल हैं हमें ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों का अध्ययन क्यों करना चाहिए
जो उनकी परवाह करते हैं कारण नंबर एक वे सुंदर ज्यामिति हैं
हमेशा आकर्षक होते हैं वे सुंदर चीजें हैं
इसलिए यह पर्याप्त कारण है लेकिन जो लोग चाहते हैं उनके लिए यथार्थवादी उदाहरण देखने के लिए
वे द्रव यांत्रिकी में दिखाई देते हैं वे प्रकाशिकी में दिखाई देते हैं याद करते हैं कि प्रकाशिकी में
आपको तरंग मोर्चा मिला है और आपको किरणें मिली हैं किरणें हमेशा मित्रों के लंबवत होती हैं
इसलिए तरंग मित्र वस्तुओं का एक परिवार बनाते हैं और किरणें एक अलग सेट बनाती हैं
वस्तुओं और एक के तत्व दूसरे के तत्वों को समकोण पर काटते हैं इसलिए
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र स्वाभाविक रूप से ऑप्टिक में दिखाई देते हैं ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र गणितीय कार्टोग्राफी में दिखाई देते हैं
कार्टोग्राफी क्या है यह मानचित्र बनाने का विज्ञान है जो नक्शा बनाने का विज्ञान बहुत
पुराना है और यह बहुत समृद्ध और बहुत गणितीय है
फिनलैंड के कार्टोग्राफर फ़िनलैंड के कार्टोग्राफर ने एक अभूतपूर्व मात्रा में काम किया है जिसमें उन्होंने महत्वपूर्ण योगदान दिया है
कार्टोग्राफी का विज्ञान
यदि आपने कभी ग्लोब देखा है तो आपने देखा है कि अक्षांश और देशांतर एक दूसरे को लंबवत रूप से काटते हैं
इसलिए अक्षांशों का परिवार और देशांतरों का परिवार
ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र की एक जोड़ी बनाते हैं
इसलिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र भूगोल में दिखाई देते हैं
और कैलकुलस एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है भूगोल में भूमिका मैक्लेरी जॉन मैक्लेरी ज्योमेट्री की पुस्तक के अध्याय 8
को एक अंतर दृष्टिकोण से देखें अध्याय 8 पर एक अद्भुत पुस्तक है
आप देखते हैं कि कार्टोग्राफी पर चर्चा हो रही है कुछ सुंदर ऐतिहासिक संदर्भ हैं
और वह कुछ प्रमेयों के बारे में बात करता है जो यूलर पर वापस जाते हैं।

और
18वीं और प्रारंभिक 1 .
के दो महान आकाओं को गॉस करें 9वीं शताब्दी उन्होंने पहले से ही कार्टोग्राफी में योगदान दिया है एक और गणितज्ञ जिसका नाम कार्टोग्राफी के विज्ञान में दिखाई देता है लैम्बर्ट है, जो एक गणितज्ञ भी है, अब हम गणित के क्षेत्र में आगे बढ़ेंगे और समझाएंगे कि ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियां यहां कैसे दिखाई देती हैं और गणित के इस क्षेत्र को कहा जाता है एक जटिल चर के कार्यों का सिद्धांत और इस विचार का उपयोग एयरोस्पेस इंजीनियरिंग द्वारा किया जाता है जटिल चर के लिए कार्यों के सिद्धांत का उपयोग एयरोस्पेस इंजीनियरों द्वारा किया जाता है, इसलिए आइए कुछ सरल उदाहरणों को देखें जो जटिल चर के लिए कार्यों के सिद्धांत से आते हैं, मैं आपको विश्वास दिलाता हूं कि हम करेंगे ऐसी किसी भी चीज़ का उपयोग न करें जिसे आप पहले से परिचित नहीं हैं, जिसके बारे में मैंने यहाँ बात की है, क्या उह आपके 12वीं कक्षा के पाठ्यक्रम से आगे निकल जाएगा, इसलिए जटिल चर के कार्यों के सिद्धांत से डरें नहीं, तो चलिए c से एक फ़ंक्शन f लेते हैं।

z के f द्वारा दिए गए c के लिए z बराबर z वर्ग है आप इसे वास्तविक और काल्पनिक भागों में विभाजित करते हैं z का f बराबर uxy प्लस ivxy और
इसलिए z के f का वास्तविक भाग क्या है
z को x प्लस iy के रूप में लिखें और आप इसे वर्गाकार करें   वास्तविक भाग x चुकता माइनस y वर्ग जो काल्पनिक भाग से xy तक है, तो अब हम वक्रों की प्रणाली को देखते हैं जो आप स्थिर के बराबर हैं और v दूसरे शब्दों में स्थिरांक के बराबर है आइए हम x वर्ग घटाकर देखें y वर्ग बराबर a और 2 xy बराबर b तो फिर से आप एक जटिल चर का एक फलन ले रहे हैं अर्थात् f   z के बराबर z वर्ग z है x जोड़ iy वर्ग इसे ले लो वास्तविक भाग uxy काल्पनिक भाग bxy लेता है तो uxyx चुकता ऋण क्या है   y चुकता क्या है vxy 2 xy दाएँ और u को स्थिर के बराबर सेट करें और v को स्थिरांक के बराबर सेट करें
इसलिए uxy बराबर a और vxy बराबर b यह
वक्रों का परिवार क्या है uxy बराबर a वह है जो वक्र हैं x चुकता ऋण y चुकता बराबर है a वे आयताकार अतिपरवलय का एक परिवार हैं यह परिवार क्या है v बराबर b जो कि 2xy बराबर b है फिर से आपको आयताकार का एक परिवार मिलता है हाइपरबोला मैं इसे छोड़ दूँगा आपको सत्यापित करने के लिए कि x चुकता मिनट us y स्क्वेर्ड ए के बराबर होता है , हाइपरबोला को xy के बराबर b में काटता है, यानी यदि आप एक बिंदु लेते हैं x n n y n नॉट जो कि दोनों कर्व्स पर स्थित होता है, दो कर्व्स के ढलान की गणना करता है बिन्दु पर x naught y का उत्पाद नहीं होता है ढलान है -1 कैलकुलस आपको बताएगा कि इन ढलानों की गणना कैसे करें डेरिवेटिव की गणना कैसे करें यह जांचने के लिए कि ये दो वक्र x वर्ग माइनस y वर्ग बराबर a और 2 xy बराबर b एक दूसरे के लिए ऑर्थोगोनल हैं ताकि आपको एक बहुत अच्छा देता है एक ओर्थोगोनल प्रक्षेप पथ का उदाहरण दो ओर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र यहां एक चित्र है लाल वक्र वक्र 2xy बराबर b हैं और नीले वक्र x चुकता ऋण y चुकता चित्र में पहले से ही के बराबर हैं जो आप देखते हैं कि चौराहे के बिंदु पर वे प्रतीत होते हैं ऑर्थोगोनल
चित्र मैथमैटिका के लिए काफी सटीक है और यहां मैं गणित विभाग
के एक छात्र आदित्य
माहेश्वरी को धन्यवाद देना चाहता हूं जिन्होंने इस चित्र को बनाया है।
d अगला वाला ठीक है, आइए हम जटिल विश्लेषण से एक और उदाहरण लेते हैं
आइए हम एक फ़ंक्शन लेते हैं, जिसमें से सी माइनस 0 पर परिभाषित किया गया है ।
यह फ़ंक्शन क्या है f z के बराबर
से z प्लस 1 बटा z यह फ़ंक्शन संपूर्ण रूप से   पर परिभाषित किया गया है जटिल तल की यह 0 को छोड़कर जब इसे परिभाषित नहीं किया जाता है तो देखते हैं कि क्या होता है जब z एक सर्कल को ट्रेस करता है r cos t plus ir sine t
so z
in डोमेन एक सर्कल r cos t plus ir sine t को ट्रेस करता है याद रखें कि हम सोच रहे हैं आर्गन प्लेन में बिंदुओं के रूप में जटिल संख्या संख्याएं और आप जटिल संख्याओं के इस ज्यामितीय प्रतिनिधित्व से परिचित हैं, इसलिए मैं जटिल संख्या z को आर कॉस टी कॉमा
आर साइन टी के रूप में सोच सकता हूं और इसे अलग-अलग होने दें ताकि आपको एक सर्कल मिल सके।
डोमेन में एक वृत्त
z के f का क्या होता है r का f क्या होता है r cos t plus ir sine t छवि वक्र का क्या होता है आइए देखते हैं कि इन छवि वक्रों को समझने के लिए यह एक मनोरंजक अभ्यास है तो z का f क्या है यदि z r cos है t plus ir sine t तो z का f क्या है r cos t plus ir sine t plus 1
आपको निश्चित रूप से जटिल संयुग्म या हर का उपयोग करना

होगा और चीज़ को फिर से लिखना होगा और आपको r प्लस 1 बटा r cos t अल्पविराम माइनस 1 अपॉन r साइन मिलेगा
जो कि 1.
42 के रूप में प्रदर्शित होता है स्लाइड करें ताकि t भिन्न हो, यह 1.
42 क्या दर्शाता है 1.
42
एक दीर्घवृत्त का मानकीकरण है 1.
42 एक दीर्घवृत्त का प्रतिनिधित्व करता है जैसा कि
आप अच्छी तरह से जानते हैं कि एक अल्पविराम है t एक दीर्घवृत्त है ठीक है दीर्घवृत्त के प्रमुख अक्ष क्या हैं
अर्ध-प्रमुख अक्ष है r प्लस 1 बटा r अर्ध-लघु अक्ष क्या है r घटा
1 बटा r तो यह अर्ध-प्रमुख अक्ष के साथ एक दीर्घवृत्त है r प्लस 1 बटा r और अर्ध-लघु अक्ष r माइनस 1 बटा
r अर्ध के बीच संबंध क्या है -प्रमुख अक्ष अर्ध-लघु अक्ष और विलक्षणता b
वर्ग एक वर्ग के बराबर 1 ऋण e चुकता ठीक है,
इसलिए आप दीर्घवृत्त की विलक्षणता की गणना कर सकते हैं कि इस दीर्घवृत्त का बल i
क्या है, तो दीर्घवृत्त का फ़ोकस क्या है यह एई है कॉमा ज़ीरो और माइनस एई कॉमा ज़ीरो
लेकिन एई क्या है याद रखें b sq एक चुकता के बराबर 1 ऋण ई चुकता
इसलिए एक चुकता ई
चुकता एक चुकता ऋण बी चुकता है लेकिन एआर जमा 1 बटा आर क्या है बीआर ऋण 1 बटा आर
क्या है तो एक चुकता ऋण क्या है ख चुकता यह 4 है तो ए चुकता ई चुकता 4 है तो एई 2 है।

इसलिए फॉसी
या दीर्घवृत्त 2 अल्पविराम 0 और ऋण 2 अल्पविराम 0 हैं।
यह बहुत दिलचस्प है क्योंकि कोई फर्क नहीं पड़ता कि
आर का मूल्य क्या है, आपको एक ही फॉसी मिलता है ये सभी इन सभी छवियों को दीर्घवृत्त करते हैं वक्र के रूप में r भिन्न होता है
आपको r cos t plus ir sine t मिलता है कि आपको संकेंद्रित वृत्तों का एक पूरा गुच्छा मिलता है, छवि वक्र
सभी दीर्घवृत्त होते हैं लेकिन इन सभी दीर्घवृत्तों में समान फ़ॉसी होते हैं जिन्हें कॉन्फ़ोकल दीर्घवृत्त कहा जाता है, इन
सभी का फ़ॉसी समान होता है
इसलिए यह फ़ंक्शन 1.
41 f z के बराबर z प्लस 1 बटा z को zukowski फ़ंक्शन कहा जाता है,
इसलिए zukowski फ़ंक्शन वृत्त लेता है जो मूल में केंद्र को
दीर्घवृत्त में ले जाता है यदि आप लेते हैं z एक वृत्त का पता लगाता है मूल में केंद्र के साथ z की छवि f
एक दीर्घवृत्त का पता लगाती है लेकिन दीर्घवृत्त का फॉसी है प्लस माइनस दो अल्पविराम शून्य इसलिए
इन्हें एक ज़ुकोव्स्की दीर्घवृत्त कहा जाता है,
इसलिए अगली स्लाइड एक व्यायाम है जो मैंने अभी
आपके लिए किया है कि ज़ुकोव्स्की के केंद्र का निर्धारण करें दीर्घवृत्त वे 2 अल्पविराम 0 और शून्य से 2 अल्पविराम क्या
हैं।
r के एक मान के लिए आप नहीं करते हैं।
r के एक बहुत ही विशेष मान के लिए एक दीर्घवृत्त प्राप्त नहीं होता है,
जिसे मैं
एक वृत्त का पता लगाने के रूप में z को एक वृत्त के रूप में लेने के बजाय एक समान समस्या का पता लगाने के लिए इसे आपके पास
छोड़ दूँगा मान लेते हैं कि z मूल से सरणी का पता लगाता
है अनंत तक सरणी लेने के लिए किरण
एक सकारात्मक एक्स-अक्ष के साथ एक कोण थीटा बना रही है तो आप इस किरण के बारे में कैसे सोचते हैं टी
कोसाइन थीटा प्लस यह साइन थीटा है यह जेड के बराबर है जो कि कॉस थीटा प्लस आई साइन थीटा में
0 से भिन्न होता है।
अनंत तक और थीटा तय हो गई है
इसलिए मैं z की छवि f खोजना चाहता हूं
इसलिए z का f
z प्लस 1 बटा z है और जैसे ही t बदलता है और थीटा तय हो जाता है कि आपको छवि वक्र के रूप में क्या मिलती है छवि
वक्र हाइपरबोला हैं मैं जा रहा हूं उन्हें ज़ुकोव्स्की हाइपरबोलस कहते हैं इन
ज़िकोव्स्की हाइपरबोलस नो पी के फ़ॉसी का पता लगाएं अनुमान लगाने के लिए राइज़ वे 2 कॉमा 0 और माइनस 2 कॉमा 0 होने जा रहे
हैं
।
हाइपरबोला भी कन्फ़ोकल होते हैं और उनके पास दीर्घवृत्त के समान फ़ॉसी होते हैं,
इसलिए कॉनिक्स का पूरा

परिवार कॉनिक्स का एक कन्फ़ोकल परिवार है, यह दर्शाता है कि ज़ुकोवस्की हाइपरबोलस
ज़ुकोव्स्की दीर्घवृत्त ओर्थोगोनल रूप से फिर से हमने उह वक्रों की एक ओर्थोगोनल प्रणाली
को पाया है आपने वक्रों के दो परिवार पाए हैं दीर्घवृत्त का एक परिवार
और हाइपरबोला का एक परिवार प्रत्येक दीर्घवृत्त प्रत्येक अतिपरवलय को ऑर्थोगोनल रूप से काट देगा हमारे
पास ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र की एक जोड़ी है यह दिलचस्प क्यों है या क्यों है यह महत्वपूर्ण है
यह दिलचस्प है क्योंकि ज्यामिति सुंदर है यह महत्वपूर्ण है क्योंकि ज़ुकोवस्की ने
इसे एयरफ़ॉइल के निर्माण में नियोजित किया है
इसलिए एयरोस्पेस इंजीनियरिंग के लिए आवेदन हैं
और मैंने आपको वेबसाइट के लिए एक निश्चित लिंक दिया है जहां आप ग्लेन रिसर्च द्वारा नासा द्वारा एक लेख ढूंढ सकते हैं।

प्रयोगशाला जहां आपको इस बात का विवरण मिलेगा कि ज़िकोव्स्की
ने इसे एयरफ़ॉइल्स के निर्माण में कैसे नियोजित किया, अब ज़ुको स्की फ़ंक्शन को
एयरोस्पेस इंजीनियरिंग के अलावा एक बहुत ही अलग क्षेत्र में भी लागू किया जा सकता
है और अगली स्लाइड में यही होने जा रहा है लेकिन इससे पहले कि मैं उस पर आऊं मैं एक और अभ्यास को फिर से देखने जा रहा हूं
जटिल फ़ंक्शन सिद्धांत से यहां हम एक लेते हैं अलग-अलग फ़ंक्शन एक बहुत अच्छा फ़ंक्शन f
c से c z के बराबर z के f द्वारा दिया गया है, यह दर्शाता है कि क्षैतिज रेखाओं t plus ic की छवि
इसलिए अपने c को ठीक करें और t को अलग-अलग होने दें तो t plus ic ट्रेस t plus ic क्या है
बिंदु 0 अल्पविराम से गुजरने वाली एक क्षैतिज रेखा
इसलिए यदि मैं z के बराबर को t प्लस ic में ले जाऊं जो z चुकता होने वाला है तो
यह t चुकता ऋण c चुकता जमा 2i dc होने जा रहा है, तो यह पता क्या है जब z 20 बदलता है
माइनस इनफिनिटी से प्लस इनफिनिटी क्या होता है क्या होता है वक्र टी स्क्वायर माइनस सी स्क्वायर कॉमा 2टीसी
वे परवलय हैं इस परवलय का फोकस ढूंढते हैं और क्या यह फोकस इस पर निर्भर करता है कि आप क्या उम्मीद करते हैं
कि उत्तर नहीं होगा और वह एक कॉन्फोकल परिवार होगा परवलय का
लेकिन दलील अब जांच करें कि हम क्षैतिज रेखाओं की छवि ले रहे हैं
आइए हम लंबवत रेखाओं की छवि को देखें एक प्लस यह जब t वास्तविक संख्याओं पर चलता है a
प्लस यह एक लंबवत रेखा है जो बिंदु से होकर गुजरती है एक अल्पविराम 0.

इसलिए यदि मैं z लेता हूं एक प्लस के बराबर
यह क्या है z चुकता एक चुकता ऋण t चुकता + 2 iat तो तर्क तल में एक बिंदु के रूप में
हम एक वर्ग ऋण t वर्ग अल्पविराम 280 देख रहे हैं यह एक परवलय के लिए एक मानकीकरण
है एक के लिए एक पैरामीट्रिक रूप है परवलय को फिर से ढूंढें इस परवलय का फोकस ढूंढें
और जांच करें कि क्या यह परवलय एक पर निर्भर करता है अगले अभ्यास से पता चलता है कि
व्यायाम 19 के परवलय व्यायाम के परवलय को काटते हैं 20 ऑर्थोगोनल रूप से फिर से हम ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र की एक जोड़ी देखते हैं
इसलिए अब हमने तीन प्राप्त किए हैं जटिल कार्य सिद्धांत से उदाहरण हम
जटिल कार्य सिद्धांत से किसी भी गहरे विचारों का उपयोग नहीं करते हैं एक जटिल चर के कार्यों का सिद्धांत
गणित की एक गहरी शाखा है, लेकिन हम किसी भी ओ का उपयोग नहीं कर रहे हैं च कि हम केवल
उन चीजों को देख रहे हैं जो आपके पाठ्यक्रम के भीतर अच्छी तरह से हैं, अर्थात् एक सम्मिश्र संख्या का वर्ग कैसे करें
हर कोई जानता है कि यह कैसे करना है कि कैसे z प्लस 1 बटा z की गणना करना है और केवल
जटिल गुणा और जटिल विभाजन के इन प्राथमिक विचारों का उपयोग करके हमने
ओर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों के तीन सुंदर उदाहरण प्राप्त किए हैं ठीक है तो अब हम चित्र को देखें
फिर से आदित्य ने इन चित्रों को बनाया है गणित का उपयोग करके आप लाल परवलय
और नीले परवलय को देख सकते हैं आप उन्हें प्रतिच्छेद करते हुए देख सकते हैं ऑर्थोगोनल रूप से प्रत्येक नीला वक्र प्रत्येक
लाल वक्र को काटता है और प्रतिच्छेदन का बिंदु चौराहे का कोण 90 डिग्री है
इसलिए कृपया
इसे स्वयं आज़माएं यह करना बहुत मज़ेदार है कि अब
ज़ुकोव्स्की फ़ंक्शन का वादा किया गया अनुप्रयोग आता है ज़ुकोवस्की फ़ंक्शन
खगोल विज्ञान खगोलीय यांत्रिकी की सेवा में है और यहां हम एक बहुत ही सुंदर प्रमेय पर आते हैं
बोलिन का प्रमेय कहा जाता है जो 1911 में वापस चला जाता है।
यह उल्लेखनीय है कि ज़ुकोव्स्की फ़ंक्शन
f आकाशीय यांत्रिकी में अनुप्रयोगों को शामिल करता है और उन ज़ुकोव्स्की इलिप्स और हाइपरबोलस को
बोलिन के प्रमेय के प्रमाण में दिखाया जाएगा यह बोलन के कारण एक पुराना परिणाम है कि w के
बराबर w वर्ग का नक्शा ग्रहों की गति के समीकरणों को इस समीकरण d 2 w by ds में बदल देता है चुकता
प्लस डब्ल्यू बराबर 0.

यह अंतर समीकरण निश्चित रूप से अब तक आपके लिए निश्चित रूप से परिचित है कि
एस वास्तविक समय नहीं है, यह एक पुनर्विक्रय समय है,
बोलिन के प्रमेय के प्रमाण में ज़ुकोव्स्की मानचित्र और ज़कोव्स्की इलिप्स की विशेषता बोलिन के प्रमेय का कहना है कि वहाँ एक बहुत ही स्पष्ट परिवर्तन है
जो अंतर समीकरणों की एक बहुत ही जटिल प्रणाली को बदल देता है, अर्थात् अंतर
समीकरण जो सूर्य के चारों ओर ग्रहों की गति को नियंत्रित करते हैं, दो शरीर समस्या सूर्य
और ग्रह केवल इन दो निकायों की गति को नियंत्रित करने वाले अंतर समीकरण की प्रणाली
सूर्य के चारों ओर एक ग्रह को उल्लेखनीय ट्रांसमिस द्वारा इस निर्दोष दिखने वाले अंतर समीकरण में बदला जा सकता है
आयन ग्रहों की गति और इस विभेदक समीकरण का विकास
समान है वास्तव में न्यूटन पर वापस जाता है, लेकिन जिस विश्लेषणात्मक रूप में हमें दिया गया
है वह बोलिन के कारण है आप आसानी से इस विचार का उपयोग कर सकते हैं केप्लर के ग्रह गति के पहले नियम को साबित करने के लिए
कोई भी साबित कर सकता है कि ग्रह अण्डाकार कक्षाओं में सूर्य के चारों ओर चक्कर लगाते हैं,
जिसमें से किसी एक फोकस पर सूर्य होता है कारण बहुत सरल है आप इस
समीकरण d2 w को ds वर्ग और w बराबर शून्य को आसानी से हल कर सकते हैं
इसलिए हमें इस अंतर समीकरण को हल करना होगा
d2 w ब ds चुकता जमा w बराबर 0.
अब आप देखते हैं कि w एक सम्मिश्र संख्या है इसका वास्तविक
भाग x है और इसका एक काल्पनिक भाग y है
इसलिए यह समीकरण वास्तव में दो समीकरण d 2 x बटा
ds वर्ग जोड़ x बराबर 0 d 2 y ब ds चुकता + y बराबर 0
सरल हार्मोनिक गतियों के दो समीकरण हैं जिन्हें आप ले सकते हैं x का cos of sy होने के लिए s अधिक सामान्य रूप से
आप x को कोसाइन s और y को b sine s और क्या कर सकते हैं हमें मिलता है हमें s .
का w प्राप्त करने की आवश्यकता है
एस प्लस आईबी साइन के कोसाइन के बराबर होता है, जिससे मूल प्रक्षेपवक्र क्या है याद रखें
कि फ़ंक्शन w का f बराबर w वर्ग है, मूल निर्देशांक zz था
, ग्रह के गतिमान बिंदु के निर्देशांक थे,
इसलिए z w होगा चुकता
इसलिए s के ग्रह
z की स्थिति s चुकता का w है जो एक वर्ग है cos s माइनस b चुकता साइन चुकता s प्लस
2 abi साइनस का कारण बनता है तो अब यदि आप z के वास्तविक भाग और z के काल्पनिक भाग को लेते हैं
और समाप्त करते हैं संकेत और कोसाइन तब हम क्या देखते हैं कि यह
एक दीर्घवृत्त का पैरामीट्रिक समीकरण है, उदाहरण के लिए इस वास्तविक भाग को s का x काल्पनिक
भाग y का y कहते हैं और
इसलिए दीर्घवृत्त का यह समीकरण क्या है ज्या की कोज्या
पहले कोज्या के संदर्भ में cos वर्ग s लिखें 2 s ज्या चुकता s कोज्या 2s 2 साइनस के
संदर्भ में साइन 2s के संदर्भ में कारण समीकरण का उपयोग करें sine वर्ग 2s प्लस cos वर्ग 2s 1 के बराबर है और आपको
यह समीकरण मिलता है और समीकरण कि आप देखते हैं 2x घटा एक चुकता ऋण b चुकता
एक चुकता जोड़ b चुकता पूरे वर्ग से विभाजित + y चुकता एक चुकता b चुकता
1 के बराबर है यह एक दीर्घवृत्त foci है जिसका नाभ मूल में है यह समन्वय में एक बहुत ही
आसान अभ्यास है ज्यामिति और मैं आपसे ऐसा करने का आग्रह करता हूं,
इसलिए हमने यहां क्या साबित किया है, हमने यह
साबित करने के लिए बोलिन के प्रमेय का उपयोग किया है कि यदि w w समीकरण का रूपांतरित समीकरण एक दीर्घवृत्त है
तो z समीकरण w समीकरण का एक वर्ग है और दीर्घवृत्त का वर्ग है एक अन्य दीर्घवृत्त
जिसका फोकस मूल पर है
इसलिए z का स्थान एक दीर्घवृत्त है जिसका एक फोकस मूल पर है
अर्थात् केप्लर का पहला नियम स्थापित किया गया है ठीक है, हालांकि बोलिन का प्रमेय अंतर समीकरणों पर एक प्रमेय
है, हम इसे यहां साबित नहीं करेंगे क्योंकि यह वास्तव में पाठ्यक्रम में नहीं है, लेकिन
मैं आपको केवल यह बताना चाहता हूं कि विभेदक समीकरणों का सिद्धांत
भौतिक विज्ञान के विभिन्न भागों तक पहुंच जाता है और भौतिक विज्ञान खगोल विज्ञान कार्टोग्राफी एयरोस्पेस
इंजन तक पहुंच जाता है।
ईरिंग और यह प्रमेय न्यूटन को पहले से ही ज्ञात था और यह आकर्षण के दोहरे नियमों के नाम से जाना जाता है,
मैं इस बारे में विस्तार से नहीं बताऊंगा कि आकर्षण के इन दोहरे नियमों का क्या मतलब है विश्लेषणात्मक रूप
जिसमें हमने कहा है कि प्रमेय निम्नलिखित में बोलिन के कारण है।

 दो स्लाइड मैं आपको दो संदर्भ देने जा रहा हूं
और ये दो संदर्भ महान आचार्यों द्वारा लिखी गई पुस्तकें हैं, उनमें से एक महान
गणितज्ञ है और दूसरा एक महान भौतिक विज्ञानी है पहला वी अर्नोल्ड है उसने
हाइजेन्स बैरो न्यूटन और हल्क नामक एक पुस्तक लिखी है और हमने न्यूटन की उपलब्धि के बारे में बात करके व्याख्यान की इस श्रृंखला की शुरुआत
की कि न्यूटन के कार्य ने खगोल विज्ञान को एक अनुभवजन्य
विज्ञान से एक गतिशील विज्ञान में बदल दिया, यह छोटी सी पुस्तक इसहाक बैरो से खगोल विज्ञान में आधुनिक खोजों तक के समय के माध्यम से एक आनंदमय यात्रा है,
जो दो शताब्दियों के बाद फैली हुई है -न्यूटोनियन युग
न्यूटन के सिद्धांत के दो सदियों बाद किर्कवुड जी की खोज के माध्यम से यात्रा उल्लेखनीय आसानी से
आगे बढ़ती है न्यूटन के सिद्धांत में कुछ गहरे प्रस्तावों पर टिप्पणियों के साथ शनि के छल्ले में
एपीएस बीजगणितीय ज्यामिति पर गेंदबाजी की प्रमेय
परिशिष्ट आयु 94 में प्रकट होती है।
 चर्चा पृष्ठ 69 पर खगोलीय यांत्रिकी की विजयी ज्यामितीय और सुरुचिपूर्ण है
।
 कुख्यात तीन-शरीर समस्या
पियर साइमन लैपलेस के स्मारकीय काम और अंत में पॉइनकेयर
खगोलीय यांत्रिकी में क्रांतिकारी नए तरीके हैं आधुनिक खगोलीय यांत्रिकी के लिए सबसे महत्वपूर्ण
योगदानकर्ताओं में से एक द्वारा दूसरा संदर्भ नोबेल
पुरस्कार विजेता चंद्र शेखर का है, उन्होंने इसके लिए न्यूटन के सिद्धांत की एक पुस्तक लिखी थी।
  आम पाठक यह
ऑक्सफोर्ड यूनिवर्सिटी प्रेस 1996 द्वारा प्रकाशित किया गया था।
 महान छात्रवृत्ति का यह काम सामग्री में समृद्ध है
और शीर्षक के बावजूद इसे पढ़ना आसान नहीं है, लेकिन यह प्रयास के लायक है कि आम
पाठक का मतलब आम आदमी से नहीं है इसका मतलब है कि आप छात्र जो समवर्ती
गणित सीख रहे हैं वे भौतिकी सीख रहे हैं वे सीख रहे हैं सीख रहे हैं रसायन विज्ञान में वे
भौतिकी और गणित के पर्याप्त ज्ञान से लैस हैं यह ऐसे छात्रों के लिए है कि यह पुस्तक लिखी गई
है, बेशक यह पुस्तक 600 पेज की किताब है और पेज 1 से पेज 600 तक नहीं पढ़ी जानी चाहिए।

मैं आपको सीधे जाने की सलाह देता हूं पृष्ठ 57 और आप
न्यूटन के गति के नियमों और
गुरुत्वाकर्षण के इसके सार्वभौमिक नियम का उपयोग करके केप्लर द्वारा ग्रहों की गति के तीन नियमों के पूर्ण प्रमाण देखते हैं, इसके बाद
आप अध्याय छह के पूरक को पढ़ने के लिए आगे बढ़ सकते हैं जहां वह
ग्रहों के आकर्षण के दोहरे नियमों पर चर्चा करता है।
 और आप वहां बोलिन के प्रमेय का प्रमाण भी देखेंगे
और फिर आप केप्लर समीकरण पर अध्याय सात पर जा सकते हैं और बीजगणितीय ज्यामिति पर प्रमेय
जो न्यूटन के सिद्धांत में निहित है मैं एस चंद्रशेखर के एक आकर्षक निबंध को उद्धृत करने का विरोध नहीं कर सकता
और निबंध की तुलना करता है न्यूटन की प्रतिभा और माइकल एंजेलो का संदर्भ
इस स्लाइड में आइटम नंबर तीन के रूप में दिया गया है चंद्रशेखर न्यूटन के लेखन की तुलना करते हैं।

एफ माइकल एंजेलो की पेंटिंग के साथ प्रिंसिपल या वेटिकन सिटी में सिस्टिन चैपल की छत
चंद्रशेखर इन्हें रचनात्मकता के सबसे दुर्लभ स्तर के कार्यों के रूप में मानते हैं आइए
देखें कि चंद्रशेखर का क्या कहना है, मैं आपको इस खूबसूरत निबंध का एक अंश दूंगा
और मैं दृढ़ता से आपको इस निबंध को पढ़ने की सलाह देते हैं इसकी सुंदर शैली के साथ-साथ एक ऐसी
सामग्री के लिए जिसे प्रिंसिपल और फ्रेस्को दोनों ही क्षेत्रों
में मानव रचनात्मकता की सर्वोच्च नायाब अभिव्यक्ति हैं मैं इनके बारे में अधिक नहीं कहना चाहता, लेकिन मुझे
आशा है कि इसने आपको लुभाया है न्यूटन और माइकल एंजेलो पर जेंडर शेकर के इस निबंध को पढ़कर
अब हम विभेदक समीकरणों पर आते हैं ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों में मान लीजिए कि हमें
वक्रों का एक पैरामीटर परिवार दिया गया है c1 क्या यह हमेशा संभव है कि प्रक्षेपवक्र c2 का एक ऑर्थोगोनल सिस्टम खोजना संभव है
हमने जोड़े के कई उदाहरण देखे हैं ओर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के लेकिन अब मैं
आपको घटता का एक पैरामीटर परिवार देता हूं और मैं आपसे पूछता हूं कि क्या कोई ऑर्थोगोन है अल प्रक्षेपवक्र
और इस समस्या को समझने के लिए इसे कैसे खोजें मान लें कि वक्र c1 की प्रणाली
एक अंतर समीकरण mdx प्लस को जन्म देती है ndy के बराबर 0.
 हमने ऐसे उदाहरण देखे हैं जिन्हें आपको

पैरामीटर c के साथ वक्रों की एक प्रणाली मिली है अंतर आप एक और समीकरण प्राप्त करते हैं
आप दो समीकरणों के बीच सी को खत्म करते हैं और आपको अंतर समीकरण मिलता है हमने
उस तरह के कई उदाहरण देखे हैं,
इसलिए अब मैं मानता हूं कि यह किया गया है और आपको
अंतर समीकरण एमडीएक्स प्लस एनडीआई 0 के बराबर मिल गया है।
मैंने आपको पिछले लेक्चर में पहले ही बता दिया था
कि यह डिफरेंशियल इक्वेशन 1.
43 एक फर्स्ट ऑर्डर सिस्टम के फेज कर्व्स के लिए डिफरेंशियल इक्वेशन है,
यह फर्स्ट ऑर्डर सिस्टम क्या है जिसका फेज कर्व्स इक्वेशन 1.
43 है,
1.
43 dx बटा dt बराबर ny बटा dt द्वारा दिया गया है बराबर माइनस m वेक्टर nxyi माइनस mxyj
, वक्र c की स्पर्शरेखा है और चूंकि ओर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियां मूल के ओर्थोगोनल हैं, इसलिए
स्पर्शरेखा पहले के लिए एक सामान्य बन जाती है दूसरा
इसलिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के स्पर्शरेखा वैक्टर
मील प्लस एनजे होना चाहिए जहां दो प्रणालियों के
स्पर्शरेखा एक दूसरे के लंबवत हैं
इसलिए पहले के स्पर्शक दूसरे के लिए सामान्य होंगे
इसलिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र
इस प्रणाली के चरण वक्र हैं dx द्वारा dt बराबर m और dy बटा dt बराबर n के बराबर है, इसलिए
ओर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों के लिए डिफरेंशियल इक्वेशन ndx माइनस mdy बराबर 0 है।

इसलिए कर्व्स c1 की एक प्रणाली को देखते हुए
हम डिफरेंशियल इक्वेशन प्राप्त करते हैं और फिर हम अन्य डिफरेंशियल इक्वेशन द्वारा ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियां प्राप्त करते हैं।

इसलिए पहले हमें c1 से c1 दिया जाता है, हम c1 के लिए अंतर समीकरण प्राप्त करते हैं
और फिर हम c2 के लिए अंतर समीकरण प्राप्त करते हैं, इस अंतर समीकरण को हल करते
हैं और परिवार c2 प्राप्त करते हैं,
इसलिए प्रमेय 1 जो कुछ भी मैंने अभी कहा है उसे
इस प्रमेय के रूप में संक्षेपित किया जा सकता है यदि a एक पैरामीटर घटता का परिवार अंतर
समीकरण mdx प्लस ndy बराबर शून्य द्वारा दिया जाता है फिर ऑर्थोगोनल के लिए अंतर समीकरण
प्रक्षेपवक्र एनडीएक्स शून्य से शून्य के बराबर है,
इसलिए व्यापक परिस्थितियों में कोई भी एक पैरामीटर
वक्र का परिवार एक ओर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र स्वीकार करता है मैं व्यापक स्थिति कहता हूं क्योंकि हम
वास्तव में अंतर समीकरणों के लिए अस्तित्व प्रमेय पर चर्चा नहीं कर रहे हैं और हम नहीं जा रहे हैं
और ये अस्तित्व प्रमेय होंगे उपयुक्त परिस्थितियों में मान्य है लेकिन व्यावहारिक स्थितियों में
ये शर्तें हमेशा संतुष्ट रहेंगी
इसलिए अब हम इसे
ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों की कुछ विशिष्ट प्रणालियों पर आजमाते हैं, जिनका हमें सबसे पहले सामना करना पड़ा,
संकेंद्रित वृत्तों के परिवार हैं इसके लिए हमने जो अंतर समीकरण
निकाला है।
यह xdx प्लस ydy बराबर 0 तो ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों के लिए अंतर समीकरण क्या हैं
ydx घटा xdy बराबर से 0 यह एक चर वियोज्य समीकरण है
और समाधान y बराबर mx या x बराबर हैं
इसलिए ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियां
मूल के माध्यम से रेखाएं हैं और हर कोई जानता है कि एक वृत्त किस केंद्र से होकर जाता है or igin
मूल के माध्यम से एक रेखा को ओर्थोगोनल रूप से काटता है आइए हम अगला लेते हैं
हाइपरबोला x वर्ग माइनस y वर्ग बराबर c अंतर करें c सीधे गायब हो जाता है
आपको x dx माइनस ydy बराबर 0 प्राप्त होता है ऑर्थोगोनल
प्रक्षेप पथ के लिए अंतर समीकरण ydx plus xdy बराबर 0 इस अंतर समीकरण को हल करें
जो एक चर वियोज्य समीकरण है और आपको c के बराबर mod xy मिलता है,
निरपेक्ष मान हटाते हैं और आपको आयताकार हाइपरबोलस मिलते हैं सदस्यों को x वर्ग घटाकर
y वर्ग को c ऑर्थोगोनली के बराबर काटकर अब हम एक और लेते हैं उदाहरण के लिए आप
वक्रों के इस एक पैरामीटर परिवार को लेते हैं y के बराबर ce से पावर माइनस x स्क्वेर्ड को

खोजें ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों को आप इसे अलग करते हैं डाई द्वारा dx के बराबर सीधे आपको मिलता है
माइनस 2 xce से पावर माइनस x स्क्वेर्ड लेकिन सीई टू पावर माइनस x चुकता y है
इसलिए हमें dy बटा dx माइनस 2 xy के बराबर मिलता है
इसलिए वक्रों के परिवार के लिए अंतर समीकरण
1.
47 है जो डाई प्लस 2 xy है dx 0 के बराबर।
ऑर्थोगोनल ट्रैजेक्टोरियों के लिए अंतर समीकरण
2xy dy घटा dx बराबर 0 है।
हम x को y के एक फ़ंक्शन के रूप में मानेंगे और एकीकृत
करेंगे समाधान मॉड x बराबर ae से घात के बराबर हैं y वर्ग जहां a एक सकारात्मक है निरंतर
निरपेक्ष मान को हटा दें और आपको ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र का एक परिवार मिलता है, ध्यान दें कि x के बराबर 0
को यहां शामिल नहीं किया गया है क्योंकि जब आप चर को अलग करने की विधि करते हैं तो हम x से विभाजित होते हैं
और x के बराबर 0 भी एक विशेष समाधान होता है और हमें लगता है कि यह समझ में आता है क्योंकि
मूल प्रणाली के सभी वक्र घंटी के आकार के वक्र हैं,
जब वे y अक्ष को काटते हैं तो उन सभी में स्पर्शरेखा क्षैतिज स्पर्शरेखा होती है और
इसलिए निरपेक्ष
मान पद को हटाने से आपको ce के बराबर x मिलेगा।
शक्ति y
चुकता जहाँ c कोई भी स्थिर कुआँ है अब हम कुछ उदाहरणों पर आते हैं
इसलिए परवलय के परिवार के लिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र निर्धारित करें y
बराबर kx वर्ग के लिए यह पहली समस्या है दूसरी समर्थक blem
मूल रूप से y अक्ष को छूने वाले मंडलियों के परिवार पर विचार करता है ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के लिए अंतर समीकरण का पता लगाएं,
मैं आपको केवल यह खोजने के लिए कह रहा हूं कि विभेदक समीकरणों को
एकीकृत करने वाले ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के लिए अंतर समीकरण अगले में किए जाएंगे।
अध्याय जब
आप सजातीय अंतर समीकरणों पर चर्चा करते हैं और फिर z के फ़ंक्शन f पर 1 बटा z पर विचार करते हैं, तो इस मानचित्र के अंतर्गत
क्षैतिज और लंबवत रेखाओं की छवियों को खोजें z के 1 बटा z के बराबर
वक्रों का परिवार प्राप्त करें और संबंधित को व्यायाम से संबंधित करें।
हमने पैराबोलस के साथ एक समान अभ्यास
किया है अब मैं आपको वही करने के लिए कह रहा हूं z के f के साथ 1 बटा z के बराबर व्यायाम आपको
जटिल विश्लेषण से आने वाला चौथा उदाहरण मिलेगा और अंतिम स्लाइड
आज के व्याख्यान के लिए लगभग दो और अभ्यास है समाक्षीय सर्कल
के एक पैरामीटर परिवार के लिए ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के लिए अंतर समीकरण खोजें एक बिंदु 1.
37 याद रखें कि एस
1 प्लस लैम्ब्ड 2 के बराबर 0 लेकिन वृत्तों में केंद्र 2 अल्पविराम 0 और ऋण 2 अल्पविराम
0 और त्रिज्या 1 है और हमें समाक्षीय मंडलियों का एक परिवार मिला है
, ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र के लिए अंतर समीकरण खोजें मैं आपको अंतर समीकरण को हल करने के लिए नहीं कह रहा हूं
बस प्राप्त करें डिफरेंशियल इक्वेशन और अंत में कन्फोकल कॉनिक्स का परिवार मैंने
आपको कॉन्फोकल कॉनिक्स के इस परिवार के लिए डिफरेंशियल इक्वेशन निर्धारित करने के लिए कहा और
ऑर्थोगोनल के लिए डिफरेंशियल इक्वेशन का पता लगाने के लिए आपको कुछ अद्भुत दिखाई देगा
और मैं चाहता हूं कि आप एक स्पष्टीकरण खोजें इस घटना के लिए मुझे लगता है कि हम
आज के लिए यहां रुकेंगे और हम व्याख्यान की इस श्रृंखला को जारी रखेंगे और अगले व्याख्यान में मैं
समरूप अंतर समीकरणों पर चर्चा करूंगा धन्यवाद