ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের উপর সিরিজের এই চতুর্থ বক্তৃতায় শিক্ষার্থীদের স্বাগত জানাই,
তাই চলুন শুরু করা যাক যেখানে আমরা শেষবার থেমেছিলাম
চলুন স্লাইডটি দেখি যেটি হল ব্যায়াম নম্বর 10 যেখানে আমরা থামি আমরা উৎপত্তিস্থলে
y-অক্ষকে স্পর্শ করা সমস্ত বৃত্তের পরিবারকে নিয়ে যাই আমি আপনাকে
নীল কলমে এই চেনাশোনাগুলি আঁকতে বলেছিলাম এবং লাল কলম দিয়েও আঁকতে বলেছিলাম বৃত্তগুলি যা নীল বৃত্তের সাথে অর্থোগোনাল
এবং আপনার ছবির সাথে এই ছবিটির সাথে তুলনা করা আকর্ষণীয় এই ছবিটির সাথে
গ্রামীণ এবং ছুটির দিন বইয়ের 635 পৃষ্ঠার ছবির সাথে ইতিমধ্যেই উদ্ধৃত করা হয়েছে
তাই প্রশ্নটি এটি কি আপনার ছবি আনুমানিক
রেসনিক এবং হলিডে'স বইয়ের এই ছবিটি যে ছবিটি আপনি রাশিয়ান ছুটির বইতে দেখছেন
সেটি হল একটি বৈদ্যুতিক ডাইপোলের কারণে সমকক্ষ রেখা এবং বল রেখাগুলিকে চিত্রিত করে
এবং আমার কাছে যে প্রশ্নটি রয়েছে তা হল এর দৈর্ঘ্য ডাইপোল ছোট এবং ছোট হয়ে যায়
আপনি যে ছবি তৈরি করেছেন রেসনিক এবং ছুটির দিনে ছবিটির আনুমানিক ছবি
ঠিক আছে আমি নিশ্চিত নই কি ইথার ঐ বৃত্তের স্কেচিং করে ফেলেছে কিন্তু যাইহোক আমি
এখানে আমার সাথে আমার কাছে যা আছে তা দেখাব,
তাই আসুন দেখি হ্যাঁ
তাই সেখানে আপনি দেখতে পাবেন যে নীল বৃত্তগুলি
y অক্ষকে স্পর্শ করছে আমি এর মধ্যে চারটি আঁকছি এবং আমিও চারটি লাল বৃত্ত আঁকছি নীল বৃত্ত
সমকোণে এবং এই লাল বৃত্তগুলি হল বৃত্তের স্পর্শক উৎপত্তিতে x-অক্ষের সাথে এটি
একটি চমৎকার ছবি যা আপনার কাছে রয়েছে এবং আমরা এই বক্তৃতা সিরিজের পরবর্তী অংশে বৃত্তের এই দুটি পরিবারে ফিরে আসব
ঠিক
তাই এখন আমরা যেখানে রয়েছি সেখানে ফিরে আসা যাক
তাই চলুন
এখন আমরা আরেকটি সমস্যা বিবেচনা করি বিয়োগ 2 কমা 0 এবং 2 কমা 0।
আপনি সহজেই
এই বৃত্তগুলির সমীকরণটি লিখতে পারেন যে একটি বৃত্তের সমীকরণটি ঠিক কী
x বিয়োগ 2 বর্গক্ষেত্র এবং y বর্গ সমান 1.
অন্যটির জন্য x যোগ 2 বর্গ এবং y
বর্গক্ষেত্র সমান 1.
এখন ca ll প্রথম সমীকরণ s 1 সমান 0 এর e এক্সপ্রেশন x বিয়োগ 2
বর্গ প্লাস y বর্গ বিয়োগ 1 সরলতার জন্য এটিকে s1 বলি এবং অন্য রাশিটি
x যোগ 2 বর্গ প্লাস y বর্গ বিয়োগ 1 একে s2 বলি এবং তারপর দিন আমরা
স্লাইডে এই সমীকরণ 1.
37 দেখি s1 প্লাস ল্যাম্বডা s2 0 এর সমান যেখানে ল্যাম্বডা একটি বাস্তব সংখ্যা এবং
আপনি ল্যাম্বডা পরিবর্তন করলে আপনি বৃত্তের একটি পরিবার পাবেন 1.
37
তাই সমীকরণ 1.
37 বৃত্তের একটি পরিবারকে উপস্থাপন করে
এবং যে প্রশ্নটি জিজ্ঞাসা করা হয়েছে তা হল পরিবারের জন্য প্রথম ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ খুঁজে বের করতে
1.
37 ভালভাবে আপনি এটি কীভাবে করবেন আপনি সমীকরণ 1.
37 নিন এবং
আপনি x এর ক্ষেত্রে এটিকে আলাদা করেন আপনি আরও একটি সমীকরণ পাবেন এবং আপনি এই দুটি সমীকরণের মধ্যে ল্যাম্বডা দূর করেন
এবং আপনি আপনার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি পাবেন ঠিক আছে স্কেচ নীল কলম দিয়ে বৃত্ত 1.
37 এবং
তারপরে একটি ব্যতিক্রম আছে ল্যাম্বডার একটি নির্দিষ্ট মান যার জন্য এই সমীকরণটি একটি
বৃত্ত নয় সেখানে ল্যাম্বডার একটি মান রয়েছে যার জন্য 1.
37 একটি বৃত্ত নয় এটি সোম e অন্যান্য বক্ররেখা একটি সীমিত
কেস যেমন ছিল
তাই কি সেই সীমিত কেসটি আপনার ছবিতে সীমিত কেস নির্দেশ করুন
এছাড়াও একটি লাল কলম বৃত্ত দিয়ে স্কেচ করুন যা নীল বৃত্তগুলিকে অথোগোনালি কাট করে
তাই আবার

আপনি একটি সুন্দর ছবি পাবেন এবং পরবর্তী স্লাইডে আপনি দেখতে পাবেন এই এক্সপ্রেশন sx বিয়োগ 2 বর্গক্ষেত্র যোগ y বর্গ বিয়োগ 1 আপনি সরলীকরণ করলে আপনি পাবেন x বর্গ প্লাস y বর্গ বিয়োগ $4x$ প্লাস 3।

এবং $s2$ x বর্গ প্লাস y বর্গক্ষেত্র প্লাস $4x$ প্লাস 3 এবং সমীকরণ 1.
37 সম্পর্কে এই স্লাইডে বিস্তারিতভাবে লেখা হয়েছে
এবং আপনি x এর সাপেক্ষে এই সমীকরণটি আলাদা করেন আপনি আরও একটি সমীকরণ পাবেন আপনি ল্যাম্বডা জড়িত দুটি সমীকরণ পাবেন আপনি কেবল ল্যাম্বডাকে নির্মূল করুন এবং আপনি পরিবারের জন্য আপনার ডিফারেনশিয়াল
সমীকরণ পাবেন আপনি কি ইলেক্ট্রোস্ট্যাটিক্সে ইকুইপোটেন্টিয়াল বক্ররেখার কথা ভাবতে পারেন উদাহরণস্বরূপ আমি আপনাকে একটি ইঙ্গিত দিয়েছি রেসনিক এবং হলিডে'স বইয়ের পৃষ্ঠা 635   এখন
আপনি বৃত্তের আরেকটি পরিবার পেয়েছেন এই চেনাশোনাগুলি
একটি নির্দিষ্ট কনফিগারেশনের চার্জের সমতুল্য লাইনগুলি আমি চাই এই বিষয়ে চিন্তা করার মতো আপনার শারীরিক অন্তর্দৃষ্টি কি আপনাকে একটি পরিস্থিতি তৈরি করতে সাহায্য করে কি এটি আপনাকে একটি সেটআপ তৈরি করতে সাহায্য করে যা চার্জের সেটআপের সাথে আসে যেমন সমীকরণ রেখাগুলি ঠিক এই সমীকরণ দ্বারা দেওয়া হয়
x বর্গ প্লাস y বর্গ বিয়োগ $4x$ প্লাস 3 প্লাস ল্যাম্বডা বার x বর্গক্ষেত্র প্লাস y বর্গক্ষেত্র
যোগ $4x$ প্লাস 3 সমান 0।
 ধরুন আপনি এমন একটি ভৌত সিস্টেম সেট আপ করতে সফল হয়েছেন যার
eq সম্ভাব্য বক্ররেখাগুলি অনুশীলন 12 এর
মতো।
  রেসলিং অব ফোর্স যদি আপনি রেসলিং হলিডেস
বইয়ের 635 পৃষ্ঠায় ছবিগুলি দেখেন তিনি 635 পৃষ্ঠায় সমতুল্য রেখাগুলিকে কঠিন রেখা দ্বারা এবং শক্তির রেখাগুলিকে বিন্দুযুক্ত রেখা দ্বারা চিত্রিত করেছেন এবং
635 পৃষ্ঠায় বিন্দুযুক্ত রেখাগুলি কঠিন রেখাগুলিকে ছেদ করে সেই ছবিতে আপনি কী দেখতে পান
সমকোণে বলের রেখাগুলি সমকোণ বরাবর সমতাত্ত্বিক রেখাগুলিকে ছেদ করে
তাই প্রশ্ন হল যে আপনি কি বের করতে পারবেন বলের রেখাগুলি বলের রেখাগুলি কী হবে? e
সেই লাল চেনাশোনাগুলি হবে যেগুলি আপনি আঁকেন এবং সমতুল্য রেখাগুলি হবে সেই নীল বৃত্তগুলি যেগুলি আপনি আঁকেন ঠিক আছে হয়ত একটি ইঙ্গিত হিসাবে আমি আপনাকে বলি যে 3 মাত্রায় সেটআপের কথা ভাবা উচিত সেটআপটি ত্রিমাত্রিক স্থানে হবে এবং আপনি ত্রিমাত্রিক স্থানের মধ্যে নিন এটি
সমতুল্য পৃষ্ঠতল হবে এবং আপনি xy সমতলে পৃষ্ঠটি স্লাইস করবেন এবং তারপর xy সমতলে ছবিটি দেখুন যখন আপনি একটি পৃষ্ঠ নিবেন এবং xy সমতলে এটিকে টুকরো টুকরো করলে আপনি xy তে একটি বক্ররেখা পাবেন প্লেন আপনি না,
 তাই আপনি থ্রি ডাইমেনশনাল স্পেসে সেটআপ করবেন এবং তারপর xy সমতল দিয়ে ছবিটি স্লাইস করুন এবং ক্রস সেকশনটি দেখুন আমি আপনাকে উত্তর দেব উত্তরটি গ্রিফিথের বইয়ের
107 সমস্যা 2.
47   পৃষ্ঠায় পাওয়া যাবে ইলেক্ট্রোডায়নামিক্সের ভূমিকা
তৃতীয় সংস্করণ যা 1999 এ প্রকাশিত হয়েছিলো দয়া
করে বইটির সংস্করণ নম্বরে মনোযোগ দিন ঠিক আছে
 তাই এটি ইলেক্ট্রোস্ট্যাটিক্স থেকে আরেকটি উদাহরণ
তাই এই উদাহরণগুলি কী দেখায় তারা আপনাকে দেখাচ্ছে বক্ররেখার দুটি পরিবার আপনি পেয়েছেন
একটি নীল বৃত্ত একটি নীল বৃত্তের একটি পরিবার এবং একটি লাল বৃত্তের একটি পরিবার এবং লাল বক্ররেখা এবং নীল বক্ররেখাগুলি এগিয়ে যাওয়ার আগে সমকোণে একে অপরের সাথে মিলিত হয় বক্ররেখার একটি প্যারামেট্রিক পরিবার প্রথম চতুর্ভুজের
মধ্যে বৃত্তগুলির একটি প্যারামিটার পরিবারের জন্য সমীকরণগুলি লিখুন যা উভয় স্থানাঙ্ক অক্ষকে স্পর্শ করে
তাই বৃত্তের কেন্দ্র c কমা c কি হবে ব্যাসার্ধ cx বিয়োগ
c পুরো বর্গ প্লাস y বিয়োগ c সম্পূর্ণ বর্গ   সমান c বর্গক্ষেত্রের পার্থক্য
x এর সাপেক্ষে আপনি আরও একটি সমীকরণ পাবেন এই দুটি সমীকরণের মধ্যে c দূর করুন এবং
আপনি আপনার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সমস্যা নম্বর 15 পাবেন আপনি একটি প্যারাবোলা y বর্গ $8x$ এর সমান এবং এই প্যারাবোলার প্রতিটি বিন্দুতে আছে একটি স্পর্শক রেখা এবং একটি বিন্দু প্যারাবোলার সাথে পরিবর্তিত হয় আপনি রেখার একটি প্যারামিটার পরিবার পাবেন আপনি প্যারাবোলায় স্পর্শক রেখা পাবেন
 তাই আপনি চলে গেছেন t
আবার ট্যানজেন্ট রেখার একটি প্যারামিটার ফ্যামিলি উদাহরণ স্বরূপ আপনি 280 বর্গ হিসাবে একটি বিন্দু নিতে পারেন।

মনে রাখবেন কিভাবে আপনি প্যারামিটার একটি প্যারাবোলা এবং যেখানে t একটি প্যারামিটার যা

বাস্তব রেখা বরাবর পরিবর্তিত হয় এবং প্যারাবোলার প্রতিটি বিন্দুর জন্য 80 বর্গ কমা 280 এই ক্ষেত্রে 2 হয় তাই
আপনি বর্গাকার কমা 280 এ বিন্দুতে স্পর্শকটির সমীকরণ খুঁজে
পান এবং আপনি টি দ্বারা পরামিতিকৃত রেখাগুলির একটি প্যারামিটার পরিবার পাবেন এবং
এই রেখাগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি খুঁজে পাবেন যে তৃতীয় সমস্যাটি আমি আপনাকে দেওয়া
হচ্ছে বক্ররেখার সিস্টেমটি দেখুন x বর্গ দ্বারা 9 যোগ c প্লাস y বর্গ দ্বারা 4 যোগ c সমান 1।

তাহলে এখানে cc কি পরামিতিগুলি পরিবর্তিত হতে থাকে বাস্তব সংখ্যাগুলির
তুলনায় আপনি যে বক্ররেখাগুলির একটি প্যারামিটার পরিবার পান সেগুলি কনিক তাদের মধ্যে উপবৃত্তাকার এবং তাদের মধ্যে কিছু হল
অতিবৃত্ত অবশ্যই যদি আমি c কে বিয়োগ 100 হিসেবে নিই তাহলে এমন কোন বক্ররেখা নেই যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে
তাই c ভয়ঙ্করভাবে নেতিবাচক হতে পারে না
তাই c এর একটি নির্দিষ্ট পরিসরের জন্য বলা হয়
বিয়োগ 9 থেকে i nfinity বিয়োগ 9 বাদ দিলে আপনি কনিকের একটি পরিবার পাবেন আপনি
কনিক্সের একটি প্যারামিটার পরিবার পাবেন হাইপারবোলাস পরিবারে উপবৃত্তের একটি পরিবার
এই পরিবারটিকে একটি কনফোকাল পরিবার বলা হয় এবং
এই পরিবার দ্বারা সন্তুষ্ট ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি খুঁজে পেতে আপনাকে কী করতে হবে বক্ররেখার,
তাই আপনি কিভাবে
আবার এটি করবেন x এর সাপেক্ষে প্রদত্ত সমীকরণটি আলাদা করুন আপনি কী পাবেন 2 x এর উপর 9
প্লাস c প্লাস 2 yy ড্যাশ এর উপর 4 প্লাস c সমান 0 the 2 বাতিল করবে আপনি কি পাবেন আপনি
পাবেন মূল সমীকরণ এবং নতুন সমীকরণ এগুলোকে 1 এর উপর 9 প্লাস c এবং 1 এর
উপর 4 প্লাস c এর সমীকরণ হিসাবে বিবেচনা করে প্রদত্ত সমীকরণটি ইতিমধ্যেই একটি স্লাইডে রয়েছে স্লাইডে আপনার কাছে সমীকরণ x বর্গ
9 প্লাস c এর উপর 4 প্লাস c প্লাস y বর্গক্ষেত্র রয়েছে x এর সাপেক্ষে পার্থক্য করার পর 1 এর সমান হলে
আপনি আরও একটি সমীকরণ পাবেন 1 এর উপর 9 প্লাস c এবং 1 এর উপর 4 প্লাস c এই দুটি সমীকরণ একই সাথে সমাধান করুন
আপনি 1 এর উপর 9 যোগ c 1 এর উপর 4 প্লাস c এর সমান যা হোক না কেন যা কিছুর সমান
রেসিপ্রোকাল 9 প্লাস c সমান কিছুর সাথে 4 প্লাস c সমান কিছু নিয়ে নিন পার্থক্য
c চলে যায় এবং আপনি একটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পাবেন যেটি
কনিকের এই একটি প্যারামিটার পরিবার দ্বারা সন্তুষ্ট ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ হবে এটি একটি খুব মজার ব্যায়াম দয়া করে এটি করুন কারণ আমরা
খুব শীঘ্রই এই সমস্যাটিতে ফিরে যেতে যাচ্ছি ঠিক আছে পরবর্তী জিনিসটি হল অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরি যদি
আপনি রেসনিক এবং হলিডে'স বইয়ের 635 পৃষ্ঠাতে যান যেমন পরামর্শ দেওয়া হয়েছে যে আপনাকে স্বাভাবিকভাবেই
অরথোগোনাল নামে পরিচিত সমতলের বক্ররেখার নিম্নলিখিত জ্যামিতিক কনফিগারেশনের দিকে নিয়ে যাওয়া হবে সমতলে বক্ররেখার সিস্টেমগুলি
তাই সমতলে বক্ররেখার অর্থোগোনাল সিস্টেমগুলি কী সেগুলি সমতলে বক্ররেখার দুটি সিস্টেম
c1 বক্ররেখার একটি সেট এবং c2 বক্ররেখার একটি সেট c1-এ প্রতিটি বক্ররেখা c2 তে প্রতিটি বক্ররেখা ছেদ
করে আপনার মত নীল বৃত্ত এবং আপনার লাল বৃত্ত প্রতিটি
নীল বৃত্ত প্রতিটি লাল বৃত্তের সাথে অর্থোগোনালি মিলিত হয়
তাই এই ধরনের দুটি সিস্টেমকে
একে অপরের অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরি বলা হয়
তাই আমরা বলি যে পরিবার c2 হল একটি বক্ররেখার একটি সিস্টেম যা
বক্ররেখা c1 এর পরিবারের জন্য এবং এর বিপরীতে অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরি শব্দটি প্রায়শই
ব্যবহৃত হয় এই প্রসঙ্গে আমরা বলি যে পরিবার c2 হল c1 পরিবারের অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরি
এবং এর বিপরীতে বা আমরা বলব c1 এবং c2 হল একে অপরের অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরি
তারা একে অপরের অর্থোগোনাল কেন আমরা অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিগুলি অধ্যয়ন করব
যারা তাদের বিষয়ে যত্নশীল কারণ নম্বর এক তারা সুন্দর জ্যামিতি সব
সময়ই আকর্ষণীয় জিনিস তারা সুন্দর জিনিস
তাই এটি যথেষ্ট কারণ কিন্তু যারা চান তাদের জন্য
বাস্তবসম্মত উদাহরণ দেখতে দেখতে যেগুলি তরল মেকানিক্সে প্রদর্শিত হয় তারা অপটিক্সে প্রদর্শিত হয় মনে রাখবেন যে অপটিক্সে
আপনি তরঙ্গ সম্মুখভাগ পেয়েছেন এবং আপনি রশ্মি পেয়েছেন রশ্মিগুলি সবসময় বন্ধুদের কাছে লম্ব থাকে
তাই তরঙ্গ বন্ধুরা বস্তুর একটি পরিবার গঠন করে এবং রশ্মিগুলি একটি ভিন্ন সেট তৈরি করে
একটির বস্তু এবং উপাদানগুলি অন্যটির উপাদানগুলিকে সমকোণে ছেদ করে তাই

অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিগুলি প্রাকৃতিকভাবে অপটিকেতে উপস্থিত হয় গাণিতিক কার্টোগ্রাফিতে s অরথোগোনাল ট্রাজেক্টোরি প্রদর্শিত
হয় কার্টোগ্রাফি কি এটা মানচিত্র তৈরির একটি বিজ্ঞান যা মানচিত্র তৈরির বিজ্ঞান অনেক
পুরানো এবং এটি খুব সমৃদ্ধ এবং খুব গাণিতিক
ফিনল্যান্ডের ফিনল্যান্ডের কার্টোগ্রাফার কার্টোগ্রাফাররা একটি অসাধারণ পরিমাণ কাজ করেছে তারা উল্লেখযোগ্যভাবে অবদান রেখেছে কার্টোগ্রাফির বিজ্ঞান
যদি কখনও আপনি একটি পৃথিবী দেখে থাকেন তাহলে আপনি লক্ষ্য করেছেন যে অক্ষাংশ এবং দ্রাঘিমাংশ
একে অপরকে অর্থোগোনালি কাটে
তাই অক্ষাংশের পরিবার এবং দ্রাঘিমাংশের পরিবার
একটি জোড়া অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরি তৈরি করে
তাই ভূগোলে অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টরি প্রদর্শিত হয়
এবং ক্যালকুলাস একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে
ভৌগোলিতে ভূমিকা একটি ডিফারেনশিয়াল দৃষ্টিকোণ থেকে ম্যাকক্লিয়ারি জন ম্যাক্লিয়ারি জ্যামিতি বইয়ের 8 অধ্যায় দেখুন 8 অধ্যায়ের একটি আশ্চর্যজনক বই
আপনি কার্টোগ্রাফি নিয়ে আলোচনা করা হচ্ছে দেখছেন কিছু সুন্দর ঐতিহাসিক রেফারেন্স আছে
এবং তিনি কিছু উপপাদ্য সম্পর্কে কথা বলেছেন যেগুলি ইউলারে ফিরে যায় এবং
18 এবং প্রথম দিকের দুই মহান মাস্টার গাউস 9ম শতাব্দীর তারা ইতিমধ্যেই কার্টোগ্রাফিতে অবদান রেখেছেন অন্য একজন গণিতবিদ যার নাম
কার্টোগ্রাফি বিজ্ঞানে দেখা যাচ্ছে তিনি হলেন ল্যামবার্ট যিনি একজন গণিতবিদও এখন আমরা গণিতের মধ্যে একটি এলাকায় চলে যাব
এবং ব্যাখ্যা করব কিভাবে অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টরিগুলি এখানে উপস্থিত হয় এবং গণিতের এই ক্ষেত্রটিকে বলা হয়
একটি জটিল ভেরিয়েবলের ফাংশনের তত্ত্ব এবং এই ধারণাগুলি মহাকাশ প্রকৌশল দ্বারা ব্যবহৃত হয়
জটিল ভেরিয়েবলের জন্য ফাংশনের তত্ত্ব মহাকাশ প্রকৌশলী ব্যবহার করে তাই
আসুন আমরা কিছু সহজ উদাহরণ
দেখি এমন কিছু ব্যবহার করবেন না যা আপনি ইতিমধ্যে পরিচিত নন এমন কোনো কিছুর সাথে পরিচিত নন
যা আমি এখানে বলেছি উহ আপনার 12 স্ট্যান্ডার্ড সিলেবাসের বাইরে চলে যাবে তাই
একটি জটিল পরিবর্তনশীলের ফাংশন তত্ত্ব দ্বারা ভয় পাবেন না
তাই আসুন c থেকে একটি ফাংশন f নিয়ে নিই
z এর f দ্বারা দেওয়া z সমান z বর্গ আপনি এটিকে বাস্তব এবং কাল্পনিক অংশে আলাদা করে
লিখুন f এর z সমান uxy প্লাস ivxy এবং
তাই z-এর f-এর বাস্তব অংশ কি কি
z কে x যোগ iy লিখুন এবং আপনি এটিকে বর্গ করুন বাস্তব অংশ x বর্গক্ষেত্র বিয়োগ
y বর্গক্ষেত্রের কাল্পনিক অংশের উপর xy তাহলে এখন আসুন বক্ররেখার সিস্টেমটি দেখি u
সমান ধ্রুবক এবং v সমান ধ্রুবক অন্য কথায় দেখা যাক x বর্গ বিয়োগ y বর্গ
সমান a এবং 2 xy সমান b
তাই আবার আপনি একটি জটিল চলকের একটি ফাংশন নিচ্ছেন যেমন f
z এর z সমান z বর্গক্ষেত্র z হল x প্লাস iy বর্গ এটা নিন বাস্তব অংশ uxy কে কাল্পনিক অংশ bxy নিন
তাই uxyx বর্গ বিয়োগ y বর্গ কি vxy 2 xy ডান এবং সেট u
সমান ধ্রুবক এবং সেট v একটি ধ্রুবকের সমান
তাই uxy সমান a এবং vxy সমান b
বক্ররেখার এই পরিবারটি কী uxy সমান a এর কি হল বক্ররেখাগুলি x বর্গ বিয়োগ y বর্গ সমান
a তারা আয়তক্ষেত্রাকার হাইপারবোলাস এর একটি পরিবার এই পরিবারটি কি v সমান b এর সমান 2xy
সমান b আবার আপনি একটি আয়তক্ষেত্রাকার হাইপারবোলাস একটি পরিবার পাবেন আমি এটি ছেড়ে দেব
x বর্গ মিনিট যাচাই করার জন্য আপনাকে us y বর্গক্ষেত্র সমান a অতিভুজটিকে xy এর সমান b অর্থোগোনালি কাট করে অর্থাৎ আপনি যদি একটি বিন্দু নেন x naught y naught যা উভয় বক্ররেখার উপর
থাকে x nought y nought বিন্দুতে দুটি বক্ররেখার ঢাল গণনা
করুন ঢাল হল -1 ক্যালকুলাস আপনাকে বলবে কিভাবে এই ঢালগুলি গণনা
করতে হয় ডেরিভেটিভগুলি কীভাবে গণনা করতে হয় তা পরীক্ষা করতে যে এই দুটি বক্ররেখা x বর্গ বিয়োগ y বর্গ সমান a এবং 2 xy
সমান b একে অপরের সাথে অর্থোগোনাল যাতে আপনি একটি খুব সুন্দর একটি অর্থোগোনাল
ট্র্যাজেক্টোরিজ দুটি অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলির উদাহরণ এখানে একটি ছবি হল লাল বক্ররেখা হল
বক্ররেখা 2xy সমান b এবং নীল বক্ররেখা হল x বর্গ বিয়োগ y বর্গ সমান একটি
ইতিমধ্যেই ছবিতে দেখা যাচ্ছে যে তারা ছেদ বিন্দুতে দেখা যাচ্ছে অর্থোগোনাল

ছবিটি মোটামুটি নির্ভুল ধন্যবাদ গণিতকে এবং এখানে আমি গণিত বিভাগের
একজন ছাত্র আদিত্য মহেশ্বরীকে ধন্যবাদ জানাতে চাই
যিনি এই ছবিটি তৈরি করেছেন d পরেরটি ঠিক আছে জটিল বিশ্লেষণ থেকে আরেকটি উদাহরণ নেওয়া
যাক চলুন একটি ফাংশন নেওয়া যাক যেটি থেকে c বিয়োগ 0 এ সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে।
z এর এই ফাংশনটি z এর
সমান z প্লাস 1 এর উপর z এই ফাংশনটি সম্পূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে জটিল সমতলের এটি 0 ছাড়া
যখন এটি সংজ্ঞায়িত করা হয় না তখন দেখা যাক কি হয় যখন z একটি বৃত্ত r cos t প্লাস ir sine t, তাই
ডোমেনে একটি বৃত্ত r cos t প্লাস ir sine t ট্রেস করে মনে রাখবেন যে আমরা চিন্তা করছি
আরগান সমতলে বিন্দু হিসাবে জটিল সংখ্যাগুলি এবং আপনি জটিল সংখ্যাগুলির এই জ্যামিতিক উপস্থাপনার সাথে পরিচিত
তাই আমি জটিল সংখ্যা z কে r cost কমা r sine t হিসাবে ভাবতে পারি
এবং t এর পরিবর্তন হতে দিন যাতে আপনি একটি বৃত্ত z ট্রেস পেতে পারেন ডোমেনের একটি বৃত্তে
কি হয় z এর f এর f এর r cos t প্লাস ir sine t চিত্র বক্ররেখার কি হয় চলুন দেখি
এই চিত্র বক্ররেখাগুলি বোঝার জন্য এটি একটি মজার ব্যায়াম
তাই z যদি r cos হয় তাহলে z এর f কী t
প্লাস ir sine t তাহলে z r cos t প্লাস ir সাইন t প্লাস 1 এর f কি r cos
t plus ir sine এর উপর আপনাকে অবশ্যই জটিল সংযোজক বা হর ব্যবহার
করতে হবে এবং জিনিসটি আবার লিখতে হবে এবং আপনি r plus 1 পাবেন r cos t কমা r বিয়োগ 1 অন r
সাইন এ
1.
42 হিসাবে প্রদর্শিত হবে স্লাইড যাতে t পরিবর্তিত হয় এই 1.
42 কি 1.
42 উপস্থাপন করে
একটি উপবৃত্তের প্যারামিটারাইজেশন 1.
42 একটি উপবৃত্তাকার প্রতিনিধিত্ব করে কারণ
আপনি ভালোভাবে জানেন একটি উপবৃত্তাকার কমা b sine t একটি উপবৃত্ত ঠিক আছে উপবৃত্তের প্রধান অক্ষগুলি
অর্ধ-প্রধান অক্ষ কি r এর উপর r যোগ 1 হল সেমি-মাইনর অক্ষ r বিয়োগ
1 এর উপর r
তাই এটি একটি উপবৃত্ত যার সেমি-মেজর অক্ষ r যোগ 1 এর উপর r এবং সেমি-মাইনোর অক্ষ r বিয়োগ 1 এর উপর
r এর মধ্যে সম্পর্ক কী -প্রধান অক্ষ অর্ধ-গৌণ অক্ষ এবং বিকেন্দ্রিকতা b
বর্গ একটি বর্গের সমান 1 বিয়োগ e বর্গ ঠিক আছে
তাই আপনি উপবৃত্তের বিকেন্দ্রতা গণনা করতে পারেন এই উপবৃত্তের বল i
কী
তাই একটি উপবৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু কী এটি ae কমা শূন্য এবং বিয়োগ ae কমা শূন্য
কিন্তু ae কি মনে রাখবেন b sq uaed সমান a বর্গাকারে 1 বিয়োগ e বর্গ
তাই একটি বর্গ e
বর্গ একটি বর্গ বিয়োগ b বর্গ কিন্তু কি ar যোগ 1 এর উপর r কি br বিয়োগ 1 এর উপর r
তাই একটি বর্গ বিয়োগ বি বর্গ এটি 4।

তাই a বর্গ e বর্গ হল 4
তাই ae হল 2।
সুতরাং ফোসি
বা উপবৃত্ত হল 2 কমা 0 এবং বিয়োগ 2 কমা 0।
এটা খুবই আকর্ষণীয় কারণ
r এর মান যাই হোক না কেন আপনি একই ফোসি পাবেন এই সবগুলি উপবৃত্ত বক্ররেখা r পরিবর্তিত হলে আপনি
পাবেন r cost plus ir sine t যে আপনি এককেন্দ্রিক বৃত্তের একটি সম্পূর্ণ গুচ্ছ পাবেন চিত্রের বক্ররেখাগুলি
সবই উপবৃত্তাকার কিন্তু এই সমস্ত উপবৃত্তগুলির কেন্দ্রবিন্দু একই থাকে এদেরকে কনফোকাল উপবৃত্ত বলা হয় তাদের
সকলেরই একই ফোসি থাকে
তাই এই ফাংশনটি z এর 1.
41 f z এর সমান z প্লাস 1 এর উপর z কে
জুকোস্কি ফাংশন বলা হয়
তাই জুকোভস্কি ফাংশনটি বৃত্তগুলি নিয়ে যায় যা উৎপত্তির কেন্দ্রে থাকে
উপবৃত্তাকারে যদি আপনি এটি নেন যে z একটি বৃত্তকে ট্রেস করে কেন্দ্রের সাথে z এর চিত্রটি
একটি উপবৃত্তকে চিহ্নিত করে কিন্তু উপবৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু প্লাস বিয়োগ দুটি কমা শূন্য তাই
এগুলিকে একটি জুকোস্কি উপবৃত্ত বলা হয়

তাই পরের স্লাইডটি হল একটি অনুশীলন যা আমি শুধু
আপনার জন্য করেছি জুকোভস্কি উপবৃত্তগুলির কেন্দ্রবিন্দু নির্ধারণ করে সেগুলি কী 2 কমা 0 এবং বিয়োগ 2 কমা 0.
এক মানের জন্য r আপনি না r এর একটি খুব বিশেষ মানের জন্য একটি উপবৃত্ত পাবেন যেটি
একটি বৃত্তের ট্রেসিং হিসাবে z-কে একটি বৃত্ত হিসাবে নেওয়ার পরিবর্তে একটি অনুরূপ সমস্যাটি বের করার জন্য আমি এটিকে আপনার কাছে ছেড়ে দেব।

ইনফিনিটি অ্যারে নিতে রশ্মি একটি কোণ তৈরি করে
একটি ধনাত্মক x-অক্ষ সঙ্গে থিটা
তাই আপনি কিভাবে এই রশ্মি সম্পর্কে মনে করেন t
কোসাইন থিটা প্লাস এটা সাইন থিটা এটা z এর সমান t ইন কস থিটা প্লাস আই সাইন থিটা এ
0 থেকে পরিবর্তিত হয় ইনফিনিটি এবং থিটা স্থির করা আছে
তাই আমি z এর f চিত্রটি খুঁজে পেতে চাই
তাই z এর f হল z এর
উপর z যোগ 1 এবং যেমন t পরিবর্তিত হয় এবং থিটা স্থির হয় আপনি যা পাবেন চিত্রের বক্ররেখা হিসাবে চিত্রের বক্ররেখাগুলি হাইপারবোলাস আমি যাচ্ছি তাদের বলুন zukowski hyperbolas এই
zikowski hyperbolas no p এর কেন্দ্রস্থল খুঁজে বের করুন অনুমান করার জন্য রাইজগুলি 2 কমা 0 এবং বিয়োগ 2 কমা
0 হতে চলেছে।
হাইপারবোলাগুলিও কনফোকাল এবং তাদের উপবৃত্তগুলির মতো একই ফোসি রয়েছে
তাই
কনিক্সের পুরো পরিবারটি কনিক্সের একটি কনফোকাল পরিবার দেখায় যে জুকোস্কি হাইপারবোলাসগুলিকে কেটে দেয় zukowski ellipses orthogonally আবার আমরা খুঁজে পেয়েছি উহ বক্ররেখার একটি অর্থোগোনাল সিস্টেম
আপনি বক্ররেখার দুটি পরিবার খুঁজে পেয়েছেন একটি উপবৃত্তের পরিবার এবং একটি
অধিবৃত্তের পরিবার প্রতিটি উপবৃত্ত প্রতিটি অতিবৃত্তকে কেটে ফেলবে অর্থোগোনালি আমাদের কাছে অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরির একটি জোড়া আছে কেন এটি আকর্ষণীয় বা কেন এটি গুরুত্বপূর্ণ
এটি আকর্ষণীয় কারণ জ্যামিতিটি সুন্দর এটি গুরুত্বপূর্ণ কারণ জুকোস্কি এটিকে
এয়ারফয়েল নির্মাণে নিযুক্ত করেছেন
তাই এরোস্পেস ইঞ্জিনিয়ারিং এর জন্য অ্যাপ্লিকেশন রয়েছে
এবং আমি আপনাকে একটি নির্দিষ্ট লিঙ্ক দিয়েছি ওয়েবসাইটের জন্য যেখানে আপনি একটি নিবন্ধ খুঁজে পেতে পারেন
নাসা বাই গ্লেন গবেষণা ল্যাবরেটরি যেখানে আপনি বিশদ পাবেন কিভাবে zikowski এটিকে এয়ারফয়েল নির্মাণে নিযুক্ত করেছেন এখন zukow স্কি ফাংশনটি
অ্যারোস্পেস ইঞ্জিনিয়ারিং ছাড়া অন্য একটি ভিন্ন ক্ষেত্রেও প্রয়োগ করা যেতে পারে
এবং এটিই পরবর্তী স্লাইডে হতে চলেছে কিন্তু আমি সেখানে আসার আগে আমি জটিল ফাংশন তত্ত্ব থেকে আবার একটি অনুশীলন দেখতে যাচ্ছি
এখানে আমরা একটি ভিন্ন ফাংশন f c থেকে c পর্যন্ত একটি খুব সুন্দর ফাংশন
f দ্বারা দেওয়া হয় z সমান z বর্গক্ষেত্রে দেখায় যে অনুভূমিক রেখার চিত্রটি t প্লাস ic
তাই আপনার c ঠিক করুন এবং টি পরিবর্তিত হতে দিন যাতে t প্লাস ic ট্রেস t প্লাস ic হয় একটি অনুভূমিক রেখা যা 0 কমা c বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাচ্ছে
তাই আমি যদি z সমান ০ এর সাথে t প্লাস ic নিই তাহলে কি z বর্গ
হবে তা হবে t বর্গ বিয়োগ c বর্গ প্লাস 2i dc তাহলে z 20 পরিবর্তিত হলে এই ট্রেস আউটটি কী হবে
বিয়োগ ইনফিনিটি থেকে প্লাস ইনফিনিটি পর্যন্ত কি হবে বক্ররেখা t বর্গ বিয়োগ c বর্গ কমা 2tc
তারা প্যারাবোলা এই প্যারাবোলার ফোকাস খুঁজে বের করে প্যারাবোলাস
কিন্তু প্লী এখন তদন্ত করুন আমরা অনুভূমিক রেখার চিত্র নিচ্ছি
চলুন উল্লম্ব রেখার চিত্রটি দেখি একটি প্লাস যখন t বাস্তব সংখ্যার উপর দিয়ে চলে একটি
প্লাস এটি একটি উল্লম্ব রেখা যা একটি কমা 0 বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাচ্ছে।

তাই যদি আমি z নিই একটি যোগের সমান
এটা কি z বর্গ একটি বর্গ বিয়োগ t বর্গ প্লাস 2 iat
তাই যুক্তি সমতলে একটি বিন্দু হিসাবে
আমরা একটি বর্গাকার বিয়োগ t বর্গ কমা 280 দেখছি এটি একটি
প্যারাবোলার জন্য একটি প্যারামিটারাইজেশন একটি প্যারামেট্রিক ফর্ম আছে প্যারাবোলা আবার এই প্যারাবোলা খুঁজুন এই প্যারাবোলার ফোকাস খুঁজে বের করুন
এবং পরীক্ষা করুন এই প্যারাবোলা কোন একটি উপর নির্ভর করে কিনা পরবর্তী ব্যায়াম দেখায় যে

ব্যায়াম 19 এর প্যারাবোলাগুলি ব্যায়ামের প্যারাবোলাগুলিকে কেটে দেয় 20 অর্থোগোনাল আবার আমরা একজোড়া
অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরি দেখতে পাই
তাই এখন আমরা তিনটি পেয়েছি জটিল ফাংশন তত্ত্বের উদাহরণ আমরা
জটিল ফাংশন থিওরি থেকে কোনো গভীর ধারণা ব্যবহার করি না একটি জটিল চলকের ফাংশনের তত্ত্ব
হল গণিতের একটি গভীর শাখা কিন্তু আমরা কোনো o ব্যবহার করছি না f যে আমরা শুধুমাত্র
সেই বিষয়গুলি দেখছি যেগুলি আপনার পাঠ্যসূচির মধ্যে রয়েছে যেমন একটি জটিল সংখ্যার বর্গ কিভাবে করতে হয়
সবাই জানে যে কীভাবে z এর উপর z যোগ 1 গণনা করতে হয় এবং শুধুমাত্র
জটিল গুণ এবং জটিল ভাগের এই প্রাথমিক ধারণাগুলি ব্যবহার করে আমরা
অরথোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজের তিনটি সুন্দর উদাহরণ পেয়েছি ঠিক আছে
তাই এখন আসুন আমরা ছবি দেখি
আবার আদিত্য এই ছবিগুলি তৈরি করেছে গণিত ব্যবহার করে আপনি লাল প্যারাবোলা
এবং নীল প্যারাবোলাগুলিকে ছেদ করতে দেখতে পারেন
।
ছেদ বিন্দু ছেদটির কোণ 90 ডিগ্রী
তাই অনুগ্রহ
করে নিজে চেষ্টা করে দেখুন এটা করা খুবই মজার যে এখন জ্যোতির্বিদ্যা মহাকাশীয় মেকানিক্সের পরিষেবাতে
জুকোস্কি ফাংশন জুকোস্কি ফাংশনের প্রতিশ্রুত প্রয়োগ আসে এবং এখানে আমরা একটি খুব সুন্দর উপপাদ্যে আসি
যাকে বলা হয় বোলিনের উপপাদ্য যা 1911-এ ফিরে যায়।

স্বর্গীয় মেকানিক্সে ইন্ডস অ্যাপ্লিকেশনগুলি এবং সেই জুকোস্কি উপবৃত্তগুলি এবং হাইপারবোলাস
বলিনের উপপাদ্যের প্রমাণে বৈশিষ্ট্যযুক্ত হবে এটি একটি পুরানো ফলাফল যে বোলনের কারণে w এর মান f w
সমান w বর্গক্ষেত্র গ্রহের গতির সমীকরণগুলিকে এই সমীকরণে রূপান্তরিত করে d 2 w দ্বারা ds   বর্গাকার
প্লাস w সমান 0।
এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি এখন পর্যন্ত আপনার কাছে অবশ্যই পরিচিত যে
s   আসল সময় নয় এটি একটি রিস্কেল করা সময় জুকোস্কি ম্যাপ এবং জাকোভস্কি উপবৃত্তের
বৈশিষ্ট্য বলিিনের উপপাদ্যের প্রমাণে বলিনের উপপাদ্য বলছে যে সেখানে একটি অত্যন্ত সুস্পষ্ট
রূপান্তর যা একটি খুব জটিল সিস্টেমকে রূপান্তরিত করে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ যেমন ডিফারেনশিয়াল
সমীকরণ যা সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলির গতিকে নিয়ন্ত্রণ করে এবং দুটি দেহের সমস্যা সূর্য
এবং গ্রহ এই দুটি দেহের গতিকে পরিচালনা করে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সিস্টেম
সূর্যের চারপাশে একটি গ্রহকে এই নির্দোষ চেহারার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণে রূপান্তরিত করা যেতে পারে
অসাধারণ ট্রান্সমিস গ্রহের গতি আয়ন এবং এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের বিবর্তন
আসলে নিউটনে ফিরে যায় কিন্তু যে বিশ্লেষণাত্মক ফর্মে আমাদের দেওয়া
হল বলিন এর কারণে আপনি সহজেই এই ধারণাটি ব্যবহার করতে পারেন কেপলারের গ্রহের
গতির প্রথম সূত্র প্রমাণ করতে যে গ্রহগুলো সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার
কক্ষপথে সূর্যের চারদিকে ঘোরে একটি কেন্দ্রিক কারণ খুবই সহজ আপনি এই সমীকরণটি সহজেই সমাধান করতে পারেন
d2 w দ্বারা ds বর্গ প্লাস w সমান শূন্য
তাই আমাদের এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সমাধান করতে হবে
d2 w দ্বারা ds   বর্গক্ষেত্র প্লাস w এর সমান 0।
এখন আপনি দেখছেন w একটি জটিল সংখ্যা এটির একটি বাস্তব
অংশ x এবং এটির একটি কাল্পনিক অংশ y
তাই এই সমীকরণটি সত্যিই দুটি সমীকরণ d 2 x বাই
ds বর্গ প্লাস x সমান 0 d 2 y দ্বারা ds বর্গ প্লাস y সমান 0 এর দুটি সমীকরণ
রয়েছে সরল সুরেলা গতির যা আপনি নিতে পারেন x কে cos of sy হতে s sine হতে আরও সাধারণভাবে
আপনি x কে cosine s এবং y কে b sine s নিতে পারেন এবং কি করবেন আমরা পেতে আমাদের s পেতে হবে
s এর s যোগ ib sine এর একটি কোসাইন সমান করে যার মাধ্যমে মূল ট্র্যাজেক্টোরিটি কী মনে রাখবেন
যে ফাংশনটি w এর w সমান w বর্গক্ষেত্রের মূল স্থানাঙ্কটি ছিল zz
ছিল গ্রহের চলমান বিন্দুর চলমান বিন্দুর স্থানাঙ্ক
তাই z হবে w   বর্গ
তাই s এর গ্রহের অবস্থান
s এর w এর s বর্গ যা একটি বর্গাকার cos স্কয়ার s বিয়োগ b বর্গ সাইন বর্গ s প্লাস
2 অ্যাবি সাইনাস কারণ
তাই এখন যদি আপনি z এর আসল অংশ এবং z এর কাল্পনিক অংশ নেন
এবং বাদ দেন চিহ্ন এবং কোসাইনগুলি তাহলে আমরা কি দেখতে পাচ্ছি যে এটি
একটি উপবৃত্তের প্যারামেট্রিক সমীকরণ

তাই উদাহরণ স্বরূপ এই বাস্তব অংশটিকে s এর x বলুন কাল্পনিক
অংশটিকে s এর y বলুন এবং তাহলে উপবৃত্তের এই সমীকরণটি কী? সাইনের কোসাইন
প্রথমে কোসাইন এর পরিপ্রেক্ষিতে cos বর্গ s লিখুন 2 s সাইন বর্গ s কোসাইন 2s 2 সাইনাস
কারণ সাইন 2s এর পরিপ্রেক্ষিতে sine বর্গ 2s প্লাস cos বর্গ 2s 1 এর সমান এবং
আপনি এই সমীকরণটি পাবেন এবং সমীকরণ যে আপনি দেখছেন 2x বিয়োগ একটি বর্গক্ষেত্র বিয়োগ বি বর্গকে
একটি বর্গ দ্বারা বিভক্ত যোগ b বর্গক্ষেত্র পুরো বর্গ প্লাস y বর্গ দ্বারা একটি বর্গ খ বর্গ
1 এর সমান এটি একটি উপবৃত্তাকার ফোসি যার ফোসি মূলে রয়েছে এটি স্থানাঙ্কের একটি খুব
সহজ অনুশীলন জ্যামিতি এবং আমি আপনাকে এটি করার জন্য অনুরোধ করছি
তাই আমরা এখানে কী প্রমাণ করেছি
বলিন এর থিওরেম ব্যবহার করে প্রমাণ করে যে w সমীকরণের রূপান্তরিত সমীকরণটি একটি উপবৃত্ত
হলে z সমীকরণটি w সমীকরণের একটি বর্গ এবং উপবৃত্তের বর্গ হল আরেকটি উপবৃত্ত
যার ফোকাস উৎপত্তিতে
তাই z-এর অবস্থান একটি উপবৃত্ত যার উৎপত্তিস্থলে একটি ফোকাস রয়েছে
যেমন কেপলারের প্রথম সূত্রটি প্রতিষ্ঠিত হয়েছে ঠিক আছে যদিও বলিনের উপপাদ্যটি
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি উপপাদ্য আমরা এখানে প্রমাণ করব না কারণ এটি আসলেই সিলেবাসে নেই কিন্তু
আমি আপনাকে বলতে চাই যে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের তত্ত্ব বেরিয়ে যায় এবং
ভৌত বিজ্ঞানের বিভিন্ন অংশে পৌঁছায় পদার্থবিদ্যা জ্যোতির্বিদ্যা কার্টোগ্রাফি মহাকাশ
ইঞ্জিন eering এবং এই উপপাদ্যটি ইতিমধ্যেই নিউটনের কাছে পরিচিত ছিল এবং এটি আকর্ষণের দ্বৈত নিয়মের নামে
চলে যায়
আমি এই দ্বৈত আকর্ষণের সূত্রগুলিকে বিশ্লেষণাত্মক ফর্মের অর্থ কী তা বিস্তারিত করব না
যেটিতে আমরা বলেছি যে উপপাদ্যটি বলিনের কারণে দুটি স্লাইড আমি আপনাকে দুটি রেফারেন্স দিতে যাচ্ছি
এবং এই দুটি রেফারেন্স হল মহান মাস্টারদের দ্বারা লেখা বই এর মধ্যে একজন হলেন একজন মহান
গণিতবিদ এবং অন্যটি একজন মহান পদার্থবিজ্ঞানী প্রথমটি হলেন ভি আর্নল্ড তিনি একটি বই
লিখেছিলেন যার নাম ছিল huygens barrow newton and hulk এবং আমরা নিউটনের কৃতিত্ব সম্পর্কে কথা বলে
এই বক্তৃতাগুলির সিরিজ শুরু করেছি
যে নিউটনের কাজটি জ্যোতির্বিদ্যাকে একটি অভিজ্ঞতামূলক
বিজ্ঞান থেকে গতিশীল বিজ্ঞানে রূপান্তরিত করেছে এই ছোট্ট বইটি আইজ্যাক ব্যারো থেকে জ্যোতির্বিদ্যায় আধুনিক
আবিষ্কারের সময়ের মধ্যে একটি আনন্দদায়ক যাত্রা
যা পোস্টের দুই শতাব্দী বিস্তৃত।
-নিউটনিয়ান যুগের দুই
শতাব্দী পর নিউটনের নীতি অনুসরণ
করে কার্কউড জি আবিষ্কারের মাধ্যমে যাত্রাটি অসাধারণ সহজে অগ্রসর হয় aps in the rings of saturn তে
কিছু গভীর প্রস্তাবনার উপর ভাষ্য সহ
বীজগণিত জ্যামিতি বোলিং এর থিওরেম
পরিশিষ্ট বয়স 94 এ উপস্থিত হয়।
আলোচনাটি হল প্ররোচিতভাবে জ্যামিতিক এবং মার্জিত
মহাকাশীয় মেকানিক্সের জয়-জয় পৃষ্ঠা বা 96 পৃষ্ঠায় নয়
পিয়ার সাইমন ল্যাপ্লেসের স্মারক কাজ এবং সবশেষে পয়নকেয়ার পয়নকেয়ার হল
মহাকাশীয় যান্ত্রিকবিদ্যায় বৈপ্লবিক নতুন পদ্ধতিগুলি আধুনিক মহাকাশীয় যান্ত্রিকবিদ্যার অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ অবদানকারীর
দ্বারা ব্যাখ্যা করা হয়
দ্বিতীয় রেফারেন্স নোবেল
বিজয়ী এস চন্দ্র শেকারের দ্বারা তিনি একটি বই লিখেছেন নিউটনের পিরিন সাধারণ পাঠক এটি
অক্সফোর্ড ইউনিভার্সিটি প্রেস 1996 দ্বারা প্রকাশিত হয়েছিল।
মহান বৃত্তির এই কাজটি বিষয়বস্তুতে সমৃদ্ধ
এবং শিরোনাম থাকা সত্ত্বেও এটি পড়া সহজ নয় কিন্তু সাধারণ
পাঠক মানে সাধারণ মানুষ নয় এর অর্থ আপনি ছাত্র যারা একসাথে
ক্যালকুলাস শিখছে তারা পদার্থবিদ্যা শিখছে তারা শিখছে ng রসায়নে তারা
পদার্থবিদ্যা এবং গণিতের যথেষ্ট জ্ঞান দিয়ে সজ্জিত আছে.
এই ধরনের শিক্ষার্থীদের জন্য এই বইটি লেখা হয়েছে
অবশ্যই এই বইটি একটি 600 পৃষ্ঠার বই এবং পৃষ্ঠা 1 থেকে 600 পৃষ্ঠা পর্যন্ত রৈখিকভাবে পড়ার জন্য
আমি আপনাকে সরাসরি যেতে সুপারিশ করছি পৃষ্ঠা 57 এবং আপনি নিউটনের গতির সূত্র এবং তার মহাকর্ষের সর্বজনীন
সূত্র
ব্যবহার করে কেপলার দ্বারা গ্রহের গতির তিনটি সূত্রের সম্পূর্ণ প্রমাণ দেখতে পাচ্ছেন এর
পরে আপনি 6 অধ্যায়ের পরিপূরকটি পড়তে যেতে পারেন যেখানে তিনি

গ্রহের আকর্ষণের দ্বৈত নিয়ম নিয়ে আলোচনা করেছেন এবং আপনি সেখানে বলিনের উপপাদ্যের একটি প্রমাণও দেখতে পাবেন
এবং তারপর আপনি কেপলার সমীকরণ এবং বীজগণিত জ্যামিতির উপপাদ্যের সাত অধ্যায়ে যেতে পারেন
যা নিউটনের নীতিমালায় রয়েছে আমি চন্দ্রশেখরের একটি কমনীয় প্রবন্ধ উদ্ধৃত করা প্রতিরোধ করতে পারি না
মাইকেল এঞ্জেলোর সাথে নিউটনের প্রতিভা
এই স্লাইডে তিন নম্বর আইটেম হিসাবে উল্লেখ করা হয়েছে চন্দ্রশেখর নিউটনের লেখার তুলনা করেছেন
f মাইকেল এঞ্জেলোর পেইন্টিং সহ প্রিন্সিপিয়া বা ভ্যাটিকান সিটিতে সিস্টিন চ্যাপেলের সিলিং চন্দ্রশেখর
এগুলিকে সৃজনশীলতার সবচেয়ে বিরল স্তরের কাজ হিসাবে বিবেচনা করেন, আসুন
দেখা যাক চন্দ্রশেখর কী বলতে চান আমি আপনাকে এই সুন্দর প্রবন্ধ থেকে একটি উদ্ধৃতি দেব
এবং আমি দৃঢ়ভাবে আপনাকে এই প্রবন্ধটি পড়ার জন্য সুপারিশ করছি এর সুন্দর শৈলীর পাশাপাশি একটি
বিষয়বস্তুর জন্য প্রিন্সিপিয়া এবং ফ্রেস্কোগুলি উভয় ক্ষেত্রেই
মানব সৃজনশীলতার সর্বোচ্চ অপ্রতিরোধ্য অভিব্যক্তি আমি এগুলি সম্পর্কে আর কিছু বলতে চাই না তবে আমি
আশা করি এটি আপনাকে প্রলুব্ধ করেছে নিউটন এবং মাইকেল এঞ্জেলোর উপর জেন্ডার শেকারের এই প্রবন্ধটি পড়ে
এখন চলুন অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিতে ডিফারেনশিয়াল ইকুয়েশনগুলিতে আসা যাক, ধরুন আমাদেরকে
বক্ররেখার একটি একটি প্যারামিটার পরিবার দেওয়া হয়েছে c1 ট্র্যাজেক্টোরিজ c2 এর অর্থোগোনাল সিস্টেম খুঁজে পাওয়া কি সবসময় সম্ভব
আমরা জোড়ার অনেক উদাহরণ দেখেছি অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরির কিন্তু এখন আমি
আপনাকে বক্ররেখার একটি প্যারামিটার পরিবার দিচ্ছি এবং আমি আপনাকে জিজ্ঞাসা করি যে একটি অর্থোগন আছে কিনা
al ট্র্যাজেক্টোরি
এবং এই সমস্যাটি বোঝার জন্য কীভাবে এটি খুঁজে বের করা যায় আসুন আমরা ধরে নিই যে বক্ররেখার সিস্টেম c1
একটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্ম দেয় mdx প্লাস ndy সমান 0।
আমরা উদাহরণ দেখেছি আপনি
একটি প্যারামিটার সহ বক্ররেখার একটি সিস্টেম পেয়েছেন পার্থক্য করুন আপনি আরও একটি সমীকরণ পাবেন
আপনি দুটি সমীকরণের মধ্যে c মুছে ফেলবেন এবং আপনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি পাবেন আমরা
এই ধরণের অসংখ্য উদাহরণ দেখেছি
তাই এখন আমি ধরে নিচ্ছি যে এটি করা হয়েছে এবং আপনি
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ mdx প্লাস ndy সমান 0 পেয়েছেন।
এখন আমি আপনাকে শেষ লেকচারে আগেই বলেছি
যে এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.
43 হল একটি ফার্স্ট অর্ডার সিস্টেমের ফেজ বক্ররেখার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ
যা এই ফার্স্ট অর্ডার সিস্টেমটি কি যার ফেজ বক্ররেখা হল সমীকরণ 1.
43
1.
43 dx দ্বারা dt দ্বারা ny সমান বিয়োগ m ভেক্টর nxyi বিয়োগ mxyj
বক্ররেখা c এর স্পর্শক এবং যেহেতু অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলি মূলের
সাথে অর্থোগোনাল, প্রথমটির স্পর্শকটি স্বাভাবিক হয়ে যায় দ্বিতীয়টি
তাই অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরির স্পর্শক ভেক্টর
অবশ্যই মাই প্লাস এনজে হতে হবে যেখানে দুটি সিস্টেমের
স্পর্শক একে অপরের সাথে লম্ব হয়
তাই প্রথমটির স্পর্শক অন্যটির কাছে স্বাভাবিক হবে
তাই অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলি
এই সিস্টেমের ফেজ বক্ররেখা dx দ্বারা dt এর সমান m এবং dy দ্বারা d n এর সমান তাই
অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরির ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ হল ndx বিয়োগ mdy সমান 0।

তাই বক্ররেখা c1 এর একটি সিস্টেম দেওয়া হলে
আমরা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পাই
তাই প্রথমে আমাদের দেওয়া হল c1 থেকে আমরা c1 এর জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ
পাই এবং তারপরে আমরা c2 এর জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পাই এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সমাধান করি
এবং ফ্যামিলি c2 পাই যাতে আমি এখনই যা বলেছি তা উপপাদ্য 1
হিসাবে সংক্ষিপ্ত করা যেতে পারে যদি একটি বক্ররেখার একটি প্যারামিটার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ দ্বারা দেওয়া হয়
mdx প্লাস ndy সমান শূন্য তারপর অর্থগোনালের জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ
ট্রাজেক্টোরিজ হল ndx বিয়োগ mdy সমান শূন্য i
তাই বিস্তৃত অবস্থার অধীনে যে কোনো একটি প্যারামিটার
বক্ররেখার পরিবার একটি অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরি স্বীকার করে আমি বলি বিস্তৃত অবস্থা কারণ আমরা

আসলেই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্য অস্তিত্বের তত্ত্বগুলি নিয়ে আলোচনা করিনি এবং আমরা যাচ্ছি না
এবং এই অস্তিত্বের উপপাদ্যগুলি হবে উপযুক্ত অবস্থার অধীনে বৈধ কিন্তু ব্যবহারিক পরিস্থিতিতে
এই শর্তগুলি সর্বদা সন্তুষ্ট হবে
তাই এখন চলুন কিছু কিছু নির্দিষ্ট সিস্টেমের অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিজগুলির উপর এটি চেষ্টা করে দেখা যাক
যা আমরা প্রথম সম্মুখীন হয়েছি
অবশ্যই ঘনকেন্দ্রিক বৃত্তের পরিবার যেটির জন্য আমরা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ তৈরি
করেছি এটা xdx প্লাস ydy 0 এর সমান
তাই অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিজগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি
ydx বিয়োগ xdy সমান 0 এর জন্য এটি একটি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ
এবং সমাধানগুলি y সমান mx বা x এর সমান আমার
তাই অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলি লাইনের মধ্যে
দিয়ে থাকে এবং সবাই জানে যে একটি বৃত্ত কোন কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে বা igin
উৎপত্তির মধ্য দিয়ে একটি রেখা কাটে অরথোগোনালভাবে চলুন আমরা পরেরটি নিই
হাইপারবোলাস x বর্গ বিয়োগ y বর্গ সমান c পার্থক্য করুন সরাসরি অদৃশ্য হয়ে যায়
আপনি x dx বিয়োগ ydy সমান 0 পাবেন অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিজগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ কী
ydx প্লাস xdy-এর সমান 0 এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সমাধান করুন
যা একটি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ এবং আপনি mod xy সমান c
পাবেন পরম মানগুলি সরিয়ে ফেলুন এবং আপনি আয়তক্ষেত্রাকার হাইপারবোলাস পাবেন x বর্গ বিয়োগ
y বর্গ সমান c এর সমান এখন আমরা আরেকটি নিই যেমন
আপনি এই একটি প্যারামিটার ফ্যামিলিটি নিন x বর্গ হল y
তাই আমরা dx দ্বারা বিয়োগ 2 xy এর সমান পাই
তাই বক্ররেখা 1.
47 এর পরিবারের জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ
হল dy যোগ 2 xy dx এর সমান 0.
অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ
হল 2xy dy বিয়োগ dx সমান 0.
আমরা x কে y এর একটি ফাংশন হিসাবে বিবেচনা করব এবং একত্রিত করব
সমাধানগুলি হল mod x এর সমান ae শক্তি y বর্গ যেখানে a একটি ধনাত্মক ধ্রুবক
পরম মানটি সরিয়ে ফেলুন এবং আপনি একটি অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজের একটি পরিবার পাবেন মনে রাখবেন যে x এর
সমান 0
এখানে অন্তর্ভুক্ত নয় কারণ আপনি যখন ভেরিয়েবলকে আলাদা করার পদ্ধতি করবেন তখন আমরা x দিয়ে ভাগ করছি
এবং x সমান 0ও একটি বিশেষ সমাধান এবং আমরা বুঝতে পারি এটি বোধগম্য কারণ
মূল সিস্টেমের সমস্ত বক্ররেখা হল ঘণ্টার আকৃতির বক্ররেখা তাদের সকলের স্পর্শক
অনুভূমিক স্পর্শক থাকে যখন তারা y অক্ষকে কেটে দেয় এবং
তাই পরম
মান শব্দটি অপসারণ করলে আপনাকে x এর ce এর সমান দেবে পাওয়ার
y বর্গক্ষেত্র যেখানে c কোন ধ্রুবক কূপ এখন আমরা কয়েকটি উদাহরণে আসি
তাই
প্যারাবোলাস y এর পরিবারের জন্য kx বর্গক্ষেত্রের জন্য
অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরি নির্ধারণ করুন যেটি প্রথম সমস্যা দ্বিতীয় প্রো ব্লেম বিবেচনা
করা হয় উৎপত্তিস্থলে y অক্ষকে স্পর্শ করে বৃত্তের পরিবারটি অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিজগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল
সমীকরণটি খুঁজে বের করুন
মনে করুন আমি আপনাকে কেবলমাত্র ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলিকে একীভূত করে অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরিজগুলির
জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি খুঁজে বের
করতে বলছি অধ্যায় যখন
আপনি সমজাতীয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ নিয়ে আলোচনা করেন এবং তারপর z এর 1 এর উপর z এর ফাংশনটি
বিবেচনা করুন
.
আমরা প্যারাবোলাগুলির সাথে একটি অনুরূপ ব্যায়াম করেছি
এখন আমি আপনাকে একই ব্যায়াম করতে বলছি z এর সাথে 1 এর সমান z এর সাথে আপনি
জটিল বিশ্লেষণ থেকে একটি চতুর্থ উদাহরণ পাবেন এবং শেষ স্লাইডটি
আজকের বক্তৃতার জন্য আরও দুটি ব্যায়াম সম্পর্কে সমাক্ষীয় বৃত্তের
এক বিন্দু 1.
37 এর একটি প্যারামিটার পরিবারের জন্য অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরিজগুলির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সন্ধান

করুন মনে রাখবেন যে s
1 প্লাস ল্যাম্ব হিসাবে 2 সমান 0 কিন্তু বৃত্তের কেন্দ্র ছিল 2 কমা 0 এবং বিয়োগ 2 কমা
0 এবং ব্যাসার্ধ 1 এবং আমরা একটি সমক্ষীয় বৃত্তের একটি পরিবার পেয়েছি
যে অর্থোগোনাল ট্রাজেক্টোরির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি খুঁজে বের করতে আমি আপনাকে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সমাধান করতে বলছি না
ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ এবং পরিশেষে কনফোকাল কনিকের পরিবার আমি
আপনাকে এই কনফোকাল কনিকের পরিবারের জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ নির্ধারণ করতে বলেছি এবং
অর্থোগোনাল ট্র্যাজেক্টোরির ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ খুঁজে বের করতে বলেছি আপনি দেখতে পাবেন আশ্চর্যজনক কিছু ঘটছে এবং আমি চাই আপনি একটি ব্যাখ্যা খুঁজে দিন এই ঘটনার জন্য আমি মনে করি আমরা আজকের জন্য এখানে থেমে যাব
এবং আমরা বক্তৃতাগুলির এই সিরিজটি চালিয়ে যাব এবং পরবর্তী লেকচারে আমি আলোচনা করব
সমজাতীয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি আপনাকে ধন্যবাদ