

بیلو طلباء کو تفریق مساوات کی اس سیریز کے تیسرے لیکچر میں خوش آمدید کہتے ہیں اب ہم قدرے مختلف نقطہ نظر کی طرف بڑھیں گے سسٹم کو استعمال کریں۔ تفریق $volterra\ load\ car$ جیومیٹرک نقطہ نظر پر ہم شکاری کے شکار کے ماڈل پر دوبارہ نظر ڈالیں گے تاکہ ہم $a\ minus\ ax\ plus\ bxy\ dy\ by\ dt$ برابر ہے $dx\ by\ dt$ مساوات کی جو ہم نے پہلے ہی لیکچر میں دیکھی تھی اس میں کہا گیا ہے کہ جیسا کہ آپ اس سلائڈ میں دیکھ رہے ہیں جو ابھی دکھائی گئی ہے کہ یہ کہنے کا کیا مطلب ہے کہ ہمارے پاس ایک cxy مائنس ky برابر dt کو تلاش کرنا ہوگا ، وقت کے ان y اور وقت کے فعل کے طور پر x ہے اس تفریق مساوات کے حل کے لیے ہمیں وقت کے فعل کے طور پر بنائیں yt کوما xt دونوں افعال کو ایک ساتھ رکھیں اور جوڑا

ہوائی جہاز میں ایک پیرامیٹرائزڈ وکر ہے جو کوئی جاننا چاہے گا کہ یہ $comma\ yt$ میں حرکت کرتا ہے۔ xt تو اب یہ ایک نقطہ ہے جو جہاز تلاش کرنا اور اس طرح ہمیں ایک yt کوما xt وکر کیسا لگتا ہے ایک بار پھر تفریق مساوات کے نظام کو حل کرنے کا مطلب ہے دو فنکشنز کہتے ہیں اب ہم اس منحنی خطوط کی کارٹیشن مساوات کو c جہاز میں xy آئیے ہم اس وکر کو yt کوما xt پیرامیٹرائزڈ وکر ملتا ہے۔ کے dy دیا گیا ہے اور ہمیں dt کے ذریعے dx سمجھنا چاہتے ہیں کہ ہم اس وکر کی کارٹیشن مساوات کو کیسے تلاش کرتے ہیں جس کو دیا گیا ہے dt ذریعے

وقت x ڈاٹ اوور دی $dy\ by\ dt$ تقسیم $dx\ by\ dt$ نو آئیے زنجیر کے اصول کو لاگو کریں اور آئیے لکھتے ہیں ڈاٹ کیا ہے اس کو دیکھیں پہلی مساوات یہاں مائنس ایکس پلس x ڈاٹ ہوگا لیکن x ڈاٹ پر y بذریعہ dx مشتق کو ظاہر کرتا ہے لہذا فیکٹرز ڈینومینیٹر سے اور اس طرح ہمیں y فیکٹرز عدد سے اور cxy مائنس ky ڈاٹ کیا ہے دوسری مساوات کو دیکھیں y کیا ہے bxy یہ مساوات 1.14 ملتی ہے جو ظاہر ہے کہ ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے اور آپ جانتے ہیں اب اس متغیر الگ ہونے والی مساوات 1.14 سے کیسے نمٹا جائے ٹھیک ہے

آبادی کی نشاندہی کرتے ہیں اور آبادی کو غیر منفی ہونا ضروری ہے اس کا مثبت ہونا y اور x تو آئیے اس مساوات کو دیکھتے ہیں 1.14 ٹھیک نہیں $quadra$ ضروری ہے لہذا ہم تفریق مساوات کو دیکھ رہے ہیں پہلا

دونوں مثبت ہیں یہ بھی مان لیتے ہیں کہ ڈینومینیٹر صفر نہیں ہے عدد y اور x تو ہم عمومیت کے نقصان کے بغیر یہ فرض کر سکتے ہیں کہ صفر نہیں ہے cx مائنس k صفر نہیں ہے اور a صفر نہیں ہے جو کہ مائنس

سے تقسیم x تو آئیے ان دو پوائنٹس سے دور رہیں اور ہمیں کیا ملے گا ہم متغیرات کو الگ کرتے ہیں اور ہم متغیرات کو الگ کرتے ہیں یہاں ہم a برابر بذریعہ مائنس dy پر xdx حاصل ہوتا ہے cx مائنس k سے ضرب کرتے ہیں اور اس طرح ہمیں یہ cx مائنس k کرتے ہیں اور

ملے گا مطلق قدر ڈالنے کی $k\ log\ x$ کے حوالے سے مربوط کریں اور آپ کو کیا ملے گا آپ کو y اچھی طرح سے دونوں اطراف کو y پر k بھی مثبت ہے لہذا لوگارتم کے نیچے کوئی ماڈیولس نشان نہیں ہوگا لہذا ہم حاصل کریں y مثبت ہے اسی طرح x ضرورت نہیں ہے کیونکہ

کیپیٹل سے ظاہر ey کو انضمام کے مستقل کو حرف کیپیٹل $log\ y\ minus\ by\ equals\ a\ constant$ مائنس cx مائنس $log\ x$ کی کارٹیشن مساوات ہے لہذا ہم اس سے واقف ہوائی yt کوما xt کیا گیا ہے اور ہم ایک لمحے میں دیکھیں گے کہ 1.15 پیرامیٹرائزڈ وکر

کے برابر سائن تھیٹا کے یہ ایک دائرے کی پیرامیٹرک مساوات ہیں یا کارٹیشن مساوات $cos\ theta\ y$ کے برابر x جہاز میں ایک دائرہ لیں برابر کے برابر لے سکتے ہیں ہی سائن تھیٹا کی پیرامیٹرک مساوات کے لیے y کو کوزائن تھیٹا x مربع برابر 1 یا آپ y مربع جمع x

مربع برابر ہے 1 ۔ کوارڈینیٹ جیومیٹری سے تیسری مثال دینے کے لیے ہم پیرابولا b مربع پر y مربع ہے اور x کارٹیشن مساوات ایک مربع پر کے برابر ہے۔ لہذا آپ 280 y مربع اور 80 x مربع کو 4 محور کے برابر دیکھ سکتے ہیں۔ ایک کارٹیشن مساوات ہے پیرامیٹرک مساوات y

جانتے ہیں کہ آپ پیرامیٹرک مساوات اور کارٹیشن مساوات کے درمیان اس منتقلی کو جانتے ہیں لہذا آپ جو دیکھتے ہیں وہ مساوات 1.15 ہے یہاں c یہ وکر حرف yt کوما کو جنم دیتا ہے xt یعنی وکر اس تفریق مساوات کا حل ایک وکر c کے لئے کارٹیشن مساوات ہے یہ وکر c وکر

منحنی خود ہی مرحلہ منحنی کہلاتا ہے 1.15 $quation\ this\ equation$ سے ظاہر ہوتا ہے اور جو ہم نے پایا ہے وہ ہے کارٹیشن ای منحنی خطوط خود ہی منحنی خطوط کہلاتا ہے تفریق مساوات کے نظام کے لئے بالکل ٹھیک نوٹ کریں کہ یہ مساوات 1.15 ایک بہت ہی دلچسپ

مائنس $a\ log\ y\ minus\ by$ پلس $k\ log\ x\ minus\ cx$ مساوات ہے یہ ایک بہت ہی دلچسپ مساوات ہے جو 1.15 ہے کہتے ہیں کہ مائنس $a\ log\ yt$ پلس cxt مائنس $k\ log\ xt$ دوسرے لفظوں میں ہمیشہ مستقل ہوتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ مجموعہ جو آپ

دیکھتے ہیں یہ مجموعہ ہمیشہ مستقل رہتا ہے اس کی قدر ہوتی ہے اور اس کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا ہے۔ وقت جس کا مطلب ہے کہ یہ ایک $by\ t$ قسم کی محفوظ مقدار ہونے جا رہی ہے یہ امتزاج وقت میں مستقل ہے یہ وقت میں مختلف نہیں ہوتا ہے اگر آپ کے پاس ایک میکانی نظام ہے جو

کلاسیکی میکانکس سے آنے والا ایک قدامت پسند نظام ہے تو آپ جانتے ہیں کہ توانائی ہے اگر آپ پینڈولم مساوات یا ہارمونک آسکیلیٹر سادہ ہارمونک آسکیلیٹر لیتے ہیں تو آپ کو معلوم ہوگا کہ کل

توانائی ہمیشہ محفوظ رہتی ہے۔ اس مقدار کی تشخیص توانائی کے تحفظ سے بہت ملتی جلتی ہے اور آئیے اسے کسی معنی میں ماحولیاتی

توانائی کا تحفظ کہتے ہیں جو کچھ بھی ہو بس تشبیہ سے میں اسے ماحولیاتی کا استعمال کرتا ہوں۔ انضمام کا مستقل اب میں فیز وکر کے e توانائی کا تحفظ کہہ رہا ہوں اسی لیے میں اس کی نشاندہی کرنے کے لیے حرف

بارے میں کچھ اور باتیں بتاتا ہوں یہ بھی فطری ہے کہ ان فیز وکر کی تصویر طلب کی جائے تو یہ مساوات کیسے ہوگی اگر آپ یہ 1.15 لیتے ہیں

طیارہ یہ منحنی خطوط کیسا نظر آئے گا یہ مساوات ایک پیچیدہ مساوات xy تو آپ مساوات 1.15 لیتے ہیں اور آپ اس وکر کا پلاٹ مانگتے ہیں۔ کے برابر ہو e مربع y مربع جمع x ہے اگر یہ

بڑا ہو جائے e تو آپ کے لئے ان کو پلاٹ کرنا آسان ہے وہ مرتکز دائرے ہیں اگر تو رداس بڑا ہو جائے

بڑھتا جائے آپ کو ایک مرتکز دائرے ملتے ہیں لیکن بدقسمتی سے یہ دائرے کی مساوات نہیں ہے یہ ایک زیادہ e تو آپ کو بڑا ملے گا دائرہ تاکہ پیچیدہ مساوات ہے کہ کوئی اس وکر کو کیسے خاکہ بناتا ہے کہ یہ ہے اس وکر کا خاکہ بنانا مشکل نہیں ہے لیکن ایسا کرنے کے لیے آپ کو جس

چیز کی ضرورت ہوگی وہ کئی متغیرات کے کیلکولس سے کچھ بنیادی تصورات ہوں گے، آپ کو کئی متغیرات کے کیلکولس سے چند تصورات کی ضرورت ہوگی اور یہ ہمیں دائرہ کار سے تھوڑا باہر لے جائے گا۔ موجودہ کورس اور اس لیے میں ان منحنی خطوط کو کیسے خاکہ بناؤں گا اس

میں نہیں پڑوں گا کہ میں صرف ایک تبصرہ کروں گا کہ یہ منحنی خطوط ہوائی جہاز میں بند منحنی خطوط ہیں جس طرح دائروں کا ایک خاندان یا مختلف ہوتا ہے وہ بند منحنی خطوط کا خاندان ہے اگر آپ بدلتے رہتے e بیضوی کا خاندان اس خاندان کے بند منحنی خطوط ہیں۔ 1.15 جیسا کہ

اگر آپ منحنی خطوط کو بڑا اور بڑا بناتے ہیں e ہیں تو بند منحنی خطوط بڑے اور بڑے ہوتے جائیں گے یہ سمجھنے کے لیے کہ ان منحنی خطوط کو کیسے کھینچنا ہے میں آپ کو صرف ان لوگوں

کے لیے ایک حوالہ دوں گا جن کے لیے تجسس پیدا ہوا ہے آپ اس کتاب سے مشورہ کر سکتے ہیں پال گلنڈن کرتے ہوئے کتاب کا عنوان استحکام

ان منحنی خطوط کو ow عدم استحکام اور افراتفری ہے یہ ایک بہت ہی دلچسپ کتاب ہے اور آپ میں سے جو لوگ اس کو سمجھنا چاہتے ہیں۔ ماڈل کے لیے خاکہ بنانے کے لیے اس کتاب سے مشورہ کر سکتے ہیں مجھے پسند ہے کہ ویب سائٹ میں ایک بہت ہی volterra lotka عمدہ مضمون کی نشاندہی بھی کی جائے جسے آپ ڈاؤن لوڈ کر سکتے ہیں یہ مفت میں دستیاب ہے اور ان نوٹوں میں ان مراحل کے منحنی خطوط کی ایک بہت ہی خوبصورت تصویر ہے۔ اس مضمون میں 1.15 کی طرف سے دیئے گئے منحنی خطوط کا خاندان تیار کیا گیا ہے آپ کو شش کر سکتے ہیں کہ ٹھیک ہے خوش پڑھنا

تو اب ہم فزکس میں پیدا ہونے والے مرحلے کے خاکوں کو دیکھتے ہیں

ڈی ٹی مساوی مائٹس ایکس مساوات 1.16 $y \, dy \, by \, 1.16$ کے برابر ہے dt کو دیکھیں جو dx تو آئیے ایک سادہ نظر آنے والی تفریق مساوات مساوات 1.16 واقعی ایک سادہ ہارمونک موشن ہے سادہ ہارمونک موشن کی مساوات کو بھی فریکوئنسی اومیگا اسکوائر برابر 1 کے ساتھ اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔ اب میں 1.16 کے فیز کروڑ کو سمجھنا چاہتا ہوں اب آپ براہ راست کر سکتے ہیں۔ 1.16 کو دیکھیں اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس مساوات 1.16 کا حل ہے $\sin t y \, equal \, to \, \cos d$ برابر x

وہ دائرے میں لہذا 1.16 کے مرحلے کے منحنی خطوط ہیں ple تو آپ کے خیال میں 1.16 کے فیز منحنی خطوط کیا ہیں وہ بہت سم ہیں۔ وہ $r \, \cosine \, tr \, sine \, t \, comma \, r \, \cos \, t$ کے برابر t کے $r \, sine \, ty$ کے برابر $r \, sine \, ty$ کے برابر $r \, \cosine \, tr \, sine \, t \, comma \, r \, \cos \, t$ بوائی جہاز میں دائرے میں ان سب کا مرکز ہے اصل لیکن آئیے اسے تھوڑا مختلف انداز میں دیکھنے کی کوشش کرتے ہیں آئیے ایک کو دوسرے دوبارہ ہے یہ ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے یہ ایک متغیر الگ کرنے y پر x جو کہ مائٹس dt بذریعہ dx تقسیم $dy \, by \, dt$ کے برابر ملے گا ہمیں ہمارے مرتکز دائرے مل c مربع y مربع پلس x والی مساوات ہے معمول کی لکیروں کے ساتھ آگے بڑھیں اور آپ کو گئے ہیں لہذا مرحلے کے منحنی خطوط متمرکز دائرے ہیں۔ سادہ اگرچہ سسٹم ایک اہم تبصرہ ہے جو میں اس نظام کی مساوات کے بارے میں کرنا چاہتا ہوں 1.17 اس کے ساتھ اصل سسٹم 1.16 سے کم معلومات رکھتا ہے اس سے آپ کا کیا مطلب ہے کہ یہ کہنے کا کیا مطلب ہے کہ ہم نے فعل کے طور پر یہ کہنے کا کیا مطلب ہے کہ ہم 1.17 کو حل کر y تلاش کریں۔ وقت کے فعل کے طور پر وقت اور xa دیکھا 1.16 کے برابر ہے c مربع برابر y مربع جمع x کے درمیان تعلق تلاش کرنا یعنی y اور x رہے ہیں 1.17 کا سیدھا مطلب ہے مربع x کے دائرہ $r \, sine \, t$ کو y کے برابر اور $r \, cosine \, t$ کو x کے برابر c مربع حاصل کرنا y مربع جمع x تو مساوات بہت سے پیرامیٹرائزیشنز میں سے صرف ایک ہے $\cos t$ کوما $\sin t$ کے بہت سے مختلف پیرامیٹرائزیشنز ہیں اور c مربع برابر y پلس مربع آپ کو اپنے t جمع $t \, x \, 1$ برابر $y \, 2$ مربع t مربع بذریعہ 1 جمع t برابر ہو سکتا ہے 1 مائٹس x ایک اور پیرامیٹرائزیشن مربع برابر 1 کو پیرامیٹرائز کیا جا سکتا ہے y مربع جمع x کو آرڈینیٹ جیومیٹری کورسز یا کیلکولس کورسز میں اس کا سامنا کرنا پڑا ہو گا دائرہ t کے طور پر پیرامیٹرائز کیا جا سکتا ہے اسے 1 مائٹس $\cosine \, t$ کوما $\sin \, t$ کے طور پر اسے $\cosine \, t \, comma \, \sin \, t$ مربع کے طور پر پیرامیٹرائز کیا جا سکتا ہے پیرامی کے بہت سے مختلف طریقے ہیں دائرہ t جمع $t \, x \, 1$ مربع کوما $t \, 2$ مربع از 1 جمع x کے درمیان تعلق بتانا واضح طور پر اس تفریق مساوات 1.16 کو حل کرنے y اور x اسکوائر کو 1 کے برابر کرنا۔ لہذا y اسکوائر پلس x سے کہیں کم معلوماتی ہے لہذا 1.17 میں 1.16 سے کم معلومات ہیں مجھے ایک اور سسٹم کو دیکھنے دیں اور میں واپس آؤں گا۔ بعد میں اس تبصرے پر غور کریں

مربع آپ پہلے کوآڈرینٹ میں اچھی طرح سے کام x برابر 1 جمع $xy \, dx \, by \, dt$ برابر 1 جمع $xy \, dx \, by \, dt$ تو مساوات کے جوڑے پر غور کریں ہونے کے بارے میں فکر θ ہونے کی فکر کرنی پڑے گی۔ θ یا y کرتے ہیں میں ایک کو دوسرے سے تقسیم کرنے جا رہا ہوں اس لیے مجھے سے بڑا θ سے بڑا ٹھیک ہے اب آپ 1.19 میں سے پہلے آرڈر کی مساوات حاصل کرنا چاہتے $y \, \theta$ نہ کریں پہلے کوآڈرینٹ میں کام کریں کیا ہے $y \, dot \, on \, x \, dot$ برابر $dy \, by \, dx$ ہیں آپ 1.19 کے مرحلے کے منحنی خطوط کو سمجھنا چاہتے ہیں کہ یہ دوبارہ کیا ہے مربع x کا وقت مشتق ہے جو 1 جمع $x \, dot \, x$ سے دیا جاتا ہے xy کا مشتق ہے اور یہ $y \, 2$ وقت کے حوالے سے $y \, dot \, y \, dot$ ہے

ہوگا۔ مربع دوبارہ آپ کو ایک متغیر الگ کرنے والی مساوات نظر آتی ہے آپ کو xy پر $x \, 2$ ڈاٹ ہے جو 1 جمع y ڈاٹ پر $dy \, by \, dx \, x$ تو ایک متغیر الگ کرنے والی مساوات مل گئی ہے آپ کو اس سے نمٹنے کا طریقہ معلوم ہے لہذا میں اسے آپ پر چھوڑ دوں گا کہ اس مثال میں مسئلہ کے فنکشن کے طور x اور t تلاش کر سکتے ہیں؟ y کا سوال مکمل کریں 1.19 کیا آپ واضح طور پر 1.19 کو ضم کر سکتے ہیں کیا آپ کے ایک فنکشن کے طور پر اس مساوات 1.19 کو مطمئن کرتے ہوئے آپ اصل میں ایسا کر سکتے ہیں کیونکہ آپ پہلے دوسری مساوات t پر حاصل کریں y کو پہلی مساوات میں کھینچیں اور اپنا x مربع حل کر سکتے ہیں اپنے x کے برابر 1 جمع dt کو dx کو y کے فنکشن کے طور پر اور t کو x تو یہاں ایک بار پھر ایک ایسا معاملہ ہے جہاں دو مساوات کو واضح طور پر حل کیا جا سکتا ہے تاکہ کے درمیان تعلق x کے فنکشن کے طور پر حاصل کیا جا سکے جبکہ میں جو آپ سے پوچھ رہا ہوں وہ ایک مرحلہ وکر ہے جس کا مطلب ہے t برابر 1 بہ 1 dt بذریعہ dy مربع y کے برابر 1 بہ 1 جمع dt کے جوڑے کو dx ایک اور مثال پر غور کریں کہ تفریق مساوات y اور dy مربع اس لیے مسئلہ 1.20 کی ایک امتیازی مساوات حاصل کر کے 1.21 کے مرحلے کے منحنی خطوط کو تلاش کرنا ہے۔ کہ x جمع مربع ہونے والا ہے پھر ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے اور x مربع پر 1 جمع y کے برابر ہے اس صورت میں یہ 1 جمع $dx \, by \, dx \, fxy$ براہ کرم اس مشق y اور x آپ اس متغیر کو الگ کرنے والی مساوات کو مربوط کر سکتے ہیں اور آپ اس کے درمیان تعلق تلاش کر سکتے ہیں۔ کو مکمل کریں اور فیز منحنی خطوط تلاش کریں انضمام مستقل کی مختلف اقدار کے لیے مرحلے کے منحنی خطوط کا خاکہ بنائیں لہذا ہم انضمام مستقل کو تبدیل کرتے ہیں آپ کو ایک مختلف منحنی خطوط ملے گا تاکہ آپ کو منحنی خطوط کا ایک خاندان حاصل ہو، لہذا براہ کرم ایسا کریں کہ یہ مربع کے برابر ہو جائے گا لیکن آپ اندازہ لگا سکتے ہیں کہ یہ کیا x مربع پر 1 جمع π کے برابر 1 جمع dx آپ کے لیے بہت آسان ہے۔ جو انضمام کا مستقل ہے اور اسی طرح آپ کو c constant جمع $\tan \, inverse \, of \, y$ برابر $\tan \, inverse$ کا x ہو گا جہاں x کے الٹا ملے گا اور اس طرح آپ آگے بڑھیں گے اور آپ کو c جمع $x \, y$ دونوں اطراف پر ٹین لگانا پڑے گا آپ کو ٹین کے ٹین کے برابر کا xy برابر dt بذریعہ dx کے درمیان ایک رشتہ مل جائے گا ٹھیک ہے اب ہم اگلے شمارے پر جاتے ہیں آئیے سسٹم کو دیکھتے ہیں۔ y اور دوبارہ کریں ایک کو دوسرے سے dx بذریعہ dy میں پھر آپ ϕ مربع کے x کے برابر ہے x مائٹس dt بذریعہ dy اور ϕ $y \, dy$ برابر x برابر مائٹس dx بذریعہ dy تقسیم کریں آپ کو کیا معلوم ہوا کہ فیڈ غائب ہو جائے گی فیس مکمل طور پر غائب ہو جائے گی آپ کو y مربع جمع x کے برابر ہے جس کا مطلب ہے کہ دوبارہ ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات آپ کو y مائٹس ایکس پر dx کے برابر ہے کے برابر ہے لہذا قابل ذکر خصوصیت یہ ہے کہ اس فیس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے 1.22 کے مرحلے کے منحنی خطوط تمام c مربع برابر کے برابر لیتا ہوں اگر میں ϕ 1 کیا ہے خاص طور پر اگر میں ϕ مربع سے قطع نظر کہ c مربع برابر ہیں y مربع جمع x دائرے کے برابر لیتا ہوں ϕ 1 کے برابر لیتا ہوں

کے برابر حل کرنے کا dt کو dx آپ جانتے ہیں کہ اس x برابر مائٹس dt بذریعہ $y \, dy$ برابر dt بذریعہ dx تو کیا 1.22 پڑھتا ہے $r \, cosine \, ti$ برابر y کا t کے برابر اور t سائن r برابر x کا t جس کا مطلب ہے x برابر مائٹس dt بذریعہ $y \, dy$ طریقہ مربع کے برابر لیتا ہوں x کو ϕ کے xy کو تبدیل کرتا ہوں اور میں ϕ

تو پینڈولم جھولنے لگتا ہے اور یہ دوغلی حرکت کو ظاہر کرتا ہے اور اس طرح یہ فیز کروڑ جا رہے ہیں۔ بند سرکٹس ہونے کے لیے تاہم اگر آپ پینڈولم کو ایک تیز دھکا دیتے ہیں اگر آپ اسے بہت زور سے دھکا دیتے ہیں تو پینڈولم کیا کرے گا یہ بالکل اوپر جائے گا اور سرکٹ کو مکمل کرے گا اور نیچے آئے گا اور یہ حرکات کی نمائش کرے گا اور یہ آپ کو توانائی کی بڑی قدروں کے لیے مرحلے کے منحنی خطوط کو اس کے مطابق کھینچنے کے قابل بنائے گا اس کی کوشش کریں یا شاید مشورہ کریں۔ طبیعیات کی کچھ کتابیں جو بھی ہوں اس مشق کا مقصد مرحلے کے منحنی خطوط اور طبیعیات کے درمیان تعلق کو سامنے لانا ہے کو تلاش کرنا وقت کے افعال کے طور پر مشکل ہو رہا ہے اس میں شامل ہونا t کے z اور t توانائی کے تحفظ کے قانون کو انفرادی طور پر ہے۔ پچھلے لیکچر میں بیضوی افعال کو میں نے بیضوی افعال کے ساتھ روکا تھا اور یہاں ہم ان کا دوبارہ سامنا کرتے ہیں یہ بیضوی افعال فزکس میں بہت قدرتی طور پر ظاہر ہوتے ہیں ہمیں کے درمیان تعلق ہے ٹھیک ہے اب ہم آتے ہیں۔ لیکچرز کی اس z اور yt افعال uh توانائی کے تحفظ کا قانون آسانی سے مل جاتا ہے جو کہ کی تعریف میں آپ کو اکثر ایک تعریف $mdx plus ndy equal to zero$ سیریز کے اگلے مرحلے میں یعنی فارم 1.28 کے مساوات 1.28 کچھ متنازعہ $mxydx plus nxydy equal to zero$ میں $slides$ مساوات لکھی ہوئی نظر آئے گی جیسے 1.28 dx بذریعہ dy کے ارد گرد تیرنے کا کیا مطلب ہے ہم مسلسل کہتے رہے ہیں کہ کیلکولس میں dx اور dy کے کیونکہ اس کا کیا مطلب ہے کی تقسیم dy ہے یہ dx بذریعہ dy کا مشتق ہے یہ صرف ایک علامت y کے حوالے سے x سے تقسیم نہیں کیا جاتا ہے یہ dx کو dy نہیں ہے۔ ایک عدد dx نمبر نہیں ہے اور $dx dy$ نہیں ہے کو الگ کر دیا گیا ہے وہ آپ کے ڈفرینشل کیلکولس اور انٹیگرل کیلکولس کورسز میں لازم و ملزوم dx اور dy تو یہاں مساوات 1.28 میں اچانک کی ریاضی میں تعریف کی جا سکتی ہے بالکل درست الفاظ میں $mdx plus ndy$ تھے اب انہیں الگ کیا جا رہا ہے اوہ کتنا ظالمانہ اظہار ہے اسے کرنے کا ایک طریقہ ہے لیکن ہم یہاں ایسا نہیں کریں گے کیونکہ یہ ایسا کرنے کی جگہ نہیں ہے تو ہم کیا کریں تو ہم مساوات 1.28 کے ساتھ کیا کرتے ہیں ہمیں اس سے پہلے اس مساوات 1.28 کے معنی واضح کرنا ہوں گے۔ آگے بڑھ رہا ہے کیونکہ متعدد کے معنی کو واضح کیا جائے $mdx plus ndy$ تعریف مساوات فارم 1.28 میں پیش کی جانے والی ہیں لہذا یہ ضروری ہے کہ حقیقت میں ہم اس بحث کو یاد کرتے ہوئے شروع کرتے t اور ہم ایسا کریں گے اب مجھے اس کی وضاحت کرنے کے لئے آگے بڑھنا چاہئے لہذا پہلے لی ہیں جو ہم نے اب تک کی ہے ہم نے دیکھا ہے کہ فزیکل سائنسز اور بائیولوجیکل سائنسز میں فطری طور پر پیدا ہونے والی تعریف مساوات عام طور مائٹس $volterra load chi equations dx by dt$ پر تعریف مساوات کے نظام ہوتے ہیں وہ تعریف مساوات کے جوڑے ہوتے ہیں کے برابر تعریف مساوات کے نظام اور اگر مکینیکل نظام میں وقت اخذ کیا جائے گا cxy مائٹس ky برابر dt بذریعہ $xydy$ ایکس پلس یہ اس mxy برابر مائٹس $nxy dy by dt$ برابر dx تو آپ نے اب تک کس قسم کی تعریف مساوات کا سامنا کیا ہے وہ شکل 1.29 اور مائٹس n $efore n$ کا xy وقت متغیر کی نمائندگی کرے گا اور وہاں t تو میکانکی نظام کے لیے اس کا کیا مطلب ہے میں نے ابھی کہا کہ نقل مکانی کے اجزاء ہیں y اور x رفتار کے اجزاء ہیں اگر $m xy$ اس کے اجزاء ہیں ذرہ کی رفتار اور اس m اور مائٹس n رفتار کا ویکٹر ہے دوسرے الفاظ میں dt بذریعہ dy کوما dt بذریعہ dx تو کو واضح طور پر y کو اور وقت کے فعل کے طور پر x تعریف مساوات 1.29 کو حل کرنے کا مسئلہ واضح طور پر وقت کے فعل کے طور پر سے حاصل کرنا شاذ و نادر ہی ممکن ہے۔ فنکشن آف ٹائم اور x تلاش کرنے کے مترادف ہے لیکن ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ عملی طور پر 1.29 وقت کا ایک فنکشن ہے جس کی کلاسیکی مثال وولٹیج الاٹ گائے مساوات کی ہے یہاں تک کہ جب آپ اسے کر سکتے ہیں y تو اسے کرنا بالکل آسان نہیں ہے ٹھیک ہے لہذا ہمیں صرف مرحلے کے منحنی خطوط اور مرحلے کے منحنی خطوط پر مطمئن رہنا ہوگا۔ حاصل پر m ڈاٹ ہے جو مائٹس x ڈاٹ پر y سے تقسیم کرنا dx سے dy کرنا بہت آسان ہے جیسا کہ ہم نے بار بار دیکھا ہے کہ ایک کو دوسرے x ڈاٹ کو y کو ed کو جوڑنے والی ایک تعریف مساوات ہے لیکن ہم اتنی ہی اچھی طرح آگے بڑھ سکتے تھے۔ y اور x ہے اور 1.30 n dy تقسیم کیا جاتا ہے dt سے dx ڈاٹ سے تقسیم کرنے کے بجائے مختلف طریقے سے کرتے ہیں ہم اسے دوسری طرح سے کرتے ہیں ہمیں کے برابر ہوتا ہے m پر n برابر ہوتا ہے مائٹس dy بذریعہ dx ڈاٹ سے تقسیم کیا جاتا ہے یا y ڈاٹ کو x سے dt سے تو ہم ان پر آگے۔ ایک طرف تعریف مساوات 1.30 اور ہمیں تعریف مساوات 1.31 ملی اور جب آپ سسٹم 1.29 پر واپس جائیں متغیرات ہیں جو مساوی حیثیت سے لطف اندوز ہوتے ہیں لہذا اس میں کوئی جانبداری نہیں y کے درمیان کوئی فرق نہیں ہے اور yx اور x تو کے لیے دونوں کو یکساں اہمیت حاصل ہے اس لیے میرے لیے یہ واضح نہیں ہے کہ آیا y کے موافق ہونے کی ضرورت نہیں ہے۔ یا x ہے کے درمیان y اور x میں vo یا 1.31 کو ترجیح دی جاتی ہے یہ دونوں مساواتیں برابر اہمیت رکھتی ہیں اس لیے 1.30 کے ذریعے ادا کیے جانے والے برابر کردار ہیں۔ 1.28 کو یا y اور x توازن تو مساوات 1.30 یا مساوات 1.31 سے ظاہر کریں تو 1.28 اور 1.30 دونوں کو ملانے اور اسے ایک واحد مساوات کے طور پر لکھنے کا ایک طریقہ ہے لہذا 1.28 کو 1.30 یا ایک جمع $mdx plus ndy$ یہ اظہار f کے معنی کو واضح کرتا ہے۔ o پوائنٹ تین کے طور پر سمجھا جانا چاہئے ٹھیک ہے لہذا یہ بنیادی طور پر لازم و ملزوم تھے لیکن ہم نے انہیں الگ کر دیا dy اور dx کو الگ کر دیا ہے ہم ظالمانہ dy اور dx صفر کے برابر ہے یقینی طور پر ہم نے ہے لیکن تشریح کی ایک قطعی تشریح دی گئی ہے 1.28 کو 1.30 سمجھا جانا چاہئے یا 1.31 کی بہت واضح تشریح کی ہے لہذا عملی نقطہ نظر سے دلچسپ فرسٹ آرڈر مساوات جیسے 1.28 اور 1.28 ایک $mdx plus ndy$ تو اب ہم نے مساوات ہے جو سسٹم 1.29 سے پیدا ہوتی ہے لہذا 1.29 جیسی مساوات کا مطالعہ تعریف مساوات 1.28 اور 1.28 کو جنم دیتا ہے۔ 1.28 میں کو زیادہ سازگار پوزیشن دینا چاہتے ہیں یا زیادہ سازگار حیثیت ٹھیک ہے اس xa دہرانا صرف 1.30 یا 1.31 ہے اس پر منحصر ہے کہ آیا آپ لیے اس کو مختلف انداز میں بیان کیا گیا ہے جوڑا 1.29 زیادہ بنیادی ہے اور یہ ایک زیادہ دلچسپ چیز ہے جو زیر غور ہے 1.29 مطالعہ کا کو وقت x $olve$ 1.29 بنیادی مقصد اور 1.28 محض ایک معاون ٹول ہے اور بدقسمتی سے عملی طور پر یہ مکمل طور پر ممکن نہیں ہے۔ کو وقت کے فعل کے طور پر حاصل کرنا ممکن نہیں ہے ہم صرف اس مساوات 1.28 کو حل کرنے کے لیے کر y کے فعل کے طور پر اور جیسی مساوات کو بڑی تفصیل سے پڑھایا جاتا ہے کیونکہ یہ کیا ہم واقعی میں سب $m dx plus ndy equal to 0$ $dx by dt$ کے ایک ہی عنصر سے ضرب xy میں کیا کرتا ہوں میں ان دونوں کے دائیں ہاتھ کو $dx by dt equal to ndy by dt equal to minus m$ $dx by dt$ کو ٹھیک کر سکتے ہیں ایک اور نکتہ جو میں بتانا چاہتا ہوں اب ذرا مختلف سسٹم کو دیکھتے ہیں جو سسٹم لیا ہے ہم نے سسٹم لیا ہے کے ایک ہی عنصر سے ضرب xy میں کیا کرتا ہوں میں ان دونوں کے دائیں ہاتھ کو $dx by dt equal to ndy by dt equal to minus m$ کے phi ذیلی کو x برابر مائٹس $xy dy by dt$ کا phi بار y کے برابر dt کی ہے dx کرتا ہوں یاد رکھیں ہم نے ایک سادہ مثال کا ہم نے کیا دیکھا ہم نے دیکھا کہ فیز کے منحنی خطوط فیز کے منحنی خطوط کو تبدیل y اور x کوئی بھی فعل ہے phi کا xy میں جہاں کو تبدیل کرتے ہیں phi نہیں کرتے ہیں ہمیشہ دائرے ہوتے ہیں جو بدلتے ہیں پھر کیا تبدیلی آتی ہے جب آپ فنکشن تو پیرامیٹر ایزیشن بدل جاتی ہے لہذا اب ہم مزید عمومی صورتحال کو دیکھ رہے ہیں میں وہی چیز کرتا ہوں جو ویں سے شروع کرتا ہوں۔ کیا

کے اسی عنصر کے لیے دائیں ہاتھ کے اطراف کو xy کے برابر ہے اور m برابر مائنس dy by dt بذریعہ dx مساوات آپ ایک کو دوسرے سے تقسیم کریں گے xy کے μ μ دوبارہ ضرب کریں

غائب ہو جائے μ غائب ہو جائے گا اگر μ تو

فیز منحنی خطوط کو تبدیل نہیں کرے گا لہذا 1.32 کے فیز منحنی خطوط اور 1.29 کے μ تو اس کا مطلب ہے کہ متعارف کرانا فیکٹر مرحلے کے منحنی خطوط ایک جیسے ہیں جو پیرامیٹر انڈیشن کو تبدیل کرے گا کیوں کہ پیرامیٹر انڈیشن کی تبدیلی طبیعیات کے لحاظ سے سوچے xya ہے میں نے کیا کیا ہے میں نے m اور مائنس n کی مساوات 1.29 آپ کو کیا بتاتا ہے یہ آپ کو بتاتا ہے کہ اس کے اجزاء رفتار کے ایک عنصر میں ڈال کر رفتار کو تبدیل کیا ہے لہذا رفتار اپنی شدت کو تبدیل کرتی ہے لیکن سمت تبدیل نہیں ہوتی ہے لہذا μ اسکیلر فیکٹر رفتار کی رفتار ذرہ بدل جاتا ہے لیکن ذرہ کی رفتار فیز وکر کو تبدیل نہیں کرتی ہے مرحلے کے منحنی خطوط کے ساتھ رفتار تبدیل نہیں ہوتی ہے کے مرحلے کے منحنی خطوط بھی 1.29 کے مرحلے کے منحنی خطوط 1.32 o بدل جائے گی۔ s لہذا فیز وکر کے ساتھ پیرامیٹر انڈیشن کے برابر ہیں لہذا اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آیا میں 1.29 کو 1.32 میں تبدیل کرتا ہوں کیونکہ ہم نے اتفاق کیا ہے کہ مرحلے کے فنکشن کے t کو x منحنی خطوط صرف وہی چیزیں ہیں جن کا ہم حتمی طور پر تعین کر سکتے ہیں کیونکہ یہ بہت نایاب ہے۔ اصل میں کے فنکشن کے طور پر تلاش کرنا یہ ایک بہت اہم حقیقت ہے جس پر عام طور پر کتابوں میں زور نہیں دیا جاتا ہے اور میں t کو y طور پر اور اس کے ساتھ سست روی کا شکار ہوں کیونکہ یہ ایک بہت اہم نکتہ ہے جو اب میں چاہتا ہوں جان کارلو روٹا کے ایک مضمون کی طرف آپ کی mdx plus ndy توجہ مبذول کروانے کے لیے ہم نے پچھلی دو سلائیڈوں میں جو کچھ کیا ہے وہ یہ ہے کہ ہم نے اس اظہار کے مفہوم کے مفہوم کو بغور سمجھا ہے آپ حیران ہوں گے کہ میں اتنا خرچ کیوں کر رہا ہوں۔ اس معاملے پر کافی وقت ہے اور یہ ایک θ equal to θ فلسفیانہ مضمون پر مبنی ہے جو ایک عظیم ریاضی دان گیان کارلو روٹا کے لکھے ہوئے ہیں جو اب نہیں رہے اور انہوں نے تفریق مساوات کی کے بارے میں آن لائن اور mdx plus ndy equal to θ تعلیم کے بارے میں اپنا فلسفیانہ نظریہ لکھا ہے اور یہ مضمون دستیاب ہے۔ کے تبصروں نے مجھے اس اظہار کے اس معنی کو واضح کرنے میں ایک طویل وقت گزارنے پر اکسایا ہے تاہم مجھے عجلت میں ایک $rota$ دستبرداری کا اضافہ کرنا ہوگا مضمون ایک طویل مضمون ہے اور اس مضمون میں بہت سے نکات ہیں جو روٹا نے بتائے ہیں۔ اور میں ان میں سے کچھ کے ساتھ متفق ہوں خاص طور پر جو میں نے ابھی کہا ہے لیکن عام طور پر میں روٹا کے ذریعہ حل کیے گئے بہت سے دوسرے نکات سے متفق ہوں لہذا یہ ایک فکری اختلاف ہے کیونکہ یہ واقعی فلسفیانہ مسائل اور تدریسی مسائل ہیں ایسا نہیں ہے کہ ریاضی ریاضی بالکل درست ہے جس کے بارے میں ہم بات کر رہے ہیں وہ ہے تشریحات فلسفیانہ بنیادیں اور تدریسی مسائل کورسز میں کس چیز پر زور دیا جائے اور کورسز میں کن

توں پر زور نہ دیا جائے اور میں ایک دو با

توں پر روٹا سے متفق ہوں اور بہت سی چیزوں پر میں اس سے متفق نہیں ہوں۔ چیزیں لیکن یہ زندگی ٹھیک ہے

تو اُتے اب تفریق کے کچھ اور جیومیٹرک پھلوں کو دیکھتے ہیں۔ مساواتیں مجھے جیومیٹری پسند ہے اس لیے میں جیومیٹری پر زیادہ وقت صرف مساوی θ آپ کو منحنی خطوط کا ایک خاندان فراہم کرتا ہے جو منحنی خطوط mdx plus ndy کرتا ہوں ہم نے دیکھا ہے کہ ایک تفریق مساوات کا خاندان ہے نظام کے مرحلے کے منحنی خطوط کے منحنی خطوط ایک نظام کے طور پر یہ ایک ہے منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر خاندان جیسے کے برابر دائروں کا ایک پیرامیٹر خاندان ہے دنیا کی لاٹ چی مساوات کے معاملے میں آپ کو بند منحنی خطوط کی c مربع برابر y مربع جمع x ایک پیرامیٹر فیملی ملے گی جو پہلے کوآڈرینٹ کو بھرتی ہے پینڈولم مساوات آپ کو دوبارہ منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر خاندان حاصل کرنے جا رہے ہیں اور آپ فیز ڈایاگرام کے لیے طبیعیات کی کچھ کتابیں دیکھنے جا رہے ہیں لہذا مساوات 1.28 آپ کو منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر خاندان فراہم کرتا ہے اس کے برعکس منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر خاندان دیا جاتا ہے۔ کیا ہم اس سے ایک تفریق مساوات حاصل کر سکتے ہیں ہاں ہم کر سکتے ہیں منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر خاندان بہت خوبصورت چیزیں ہیں جو الیکٹرو سٹیٹکس میں ظاہر ہوتی ہیں وہ سیال میکانکس میں ظاہر ہوتی الیکٹرو سٹیٹکس مساوی خطوط کے بارے میں سوچتے ہیں اگر مساوی سطحوں پر آپ کو چارجز کی تقسیم ملتی ہے n ہیں

xy ہوائی جہاز سے کاٹ دیں اور آپ کو xy تو ایسی سطحیں ہیں جنہیں ایکویپوٹینشل سطحیں کہا جاتا ہے ان مساوی سطحوں کو لے کر انہیں ہوائی جہاز پر مساوات کی لکیریں ملتی ہیں مثال کے طور پر میں تجویز کرتا ہوں آپ ریسنگ اور بالیڈے کی کتاب کے صفحہ 635 کی طرف رجوع کریں میں نے اس کتاب کا پہلے بھی ذکر کیا تھا اور صفحہ نمبر 635 یا اسی ایڈیشن پر ذہن میں رکھتے ہیں کہ آپ کے ذہن میں مساوی خطوط کی کچھ خوبصورت تصویریں ہیں اب اُتے ہم ایسے خاندانوں کی چند دلچسپ مثالوں کو دیکھتے ہیں جو سادہ ترین مثال ہے۔ مرکز حلقوں کا ایک خاندان کے برابر ملتا ہے جب آپ 2 سے تقسیم کرتے ہیں θ dx بذریعہ dy جمع $2x$ ہے اس مساوات کو فرق کرتا ہے آپ کو 2

غائب ہو جاتا ہے جب آپ 2 سے تقسیم کرتے ہیں c تو مستقل

x ملتا ہے جو کہ تفریق مساوات ہے لہذا 1.33 تفریق مساوات کے منحنی خطوط کا ایک پیرامیٹر فیملی θ dx بذریعہ ydy جمع x تو آپ کو y -axis کے برابر ہے لیکن اب اُتے ایک اور مثال کی طرف چلتے ہیں جہاں یہ اتنا صارف دوست نہیں ہو گا اُتے c مربع برابر y مربع پلس کوما c کو چھوٹا ہے اصل مرکز میں y -axis ایک دائرہ کھینچتا ہے جو y -axis کو چھونے والے حلقوں کے خاندان پر غور کریں وہاں مربع c مربع برابر y کی مساوات کیا ہے پورا مربع پلس c مائنس x ہے اور اس طرح دائرہ c ہونا چاہیے۔ θ اور رڈاس دوبارہ کے حوالے سے 1.34 فرق کرنے والی سلائیڈ پر مساوات 1.34 ملتی ہے 2 کے ذریعے آپ $divide$ اور x منسوخ ہو جاتا ہے اور آپ کو کی اس قدر کو واپس 1.34 میں ڈالیں اور آپ کو ایک تفریق مساوات 1.36 c سے c ملتا ہے لہذا c برابر dx بذریعہ ydy جمع x کو ہے اور اسے 1.34 میں بدل دیں اور تھوڑا سا دوبارہ ترتیب دیں۔ یہ خوبصورت تفریق c ملے گا پھر 1.35 کا استعمال کریں جہاں ہمارے پاس محور کو چھونے والے حلقوں کے اس ایک پیرامیٹر فیملی کے لیے تفریق مساوات ہے اب میں آپ y مساوات 1.36 ملے گا اور 1.36 اصل میں کہ آپ اس پر کام کرتے ہیں جب ہم اس مساوات $a1$ کو ایک چھوٹی سی ورزش کرنے جا رہا ہوں ورزش مشکل نہیں ہے لیکن یہ ضروری ہے۔ میں فرق کرتے ہیں 1.34

کا ایک فنکشن ہے کیا یہ ایک درست مفروضہ x واضح طور پر y کا ایک فنکشن ہے جس کا مطلب ہے کہ y x تو ہم یہ فرض کر رہے ہیں کہ کوما θ پر کیا ہوتا ہے۔ اس نقطہ کے پڑوس میں کیا یہ c ان دائروں کا خاکہ بنائیں اور معلوم کریں کہ اصل میں کیا ہوتا ہے اور معلوم کریں کہ 2 کا ایک مضمحل فعل نہیں سمجھنا y کو x کا فنکشن نہیں کہنا چاہئے، کیا ہمیں y کو x کا ایک فنکشن ہے، کیا ہمیں y x کہنا قانونی ہے کہ x کے حوالے سے 1.34 میں فرق نہیں کرنا چاہئے یہ درست ہے کہ ہمیں y کے حوالے سے فرق کرنے کے بجائے x چاہئے اور کیا ہمیں کے حوالے سے فرق کرتے ہوئے آگے بڑھنا چاہئے لیکن ہمیں وہی جواب ملتا ہے جو ہمیں دوبارہ ملتا y کا فعل سمجھنا چاہئے اور ہمیں y کو ہے۔ وہی تفریق مساوات 1.36 اور یہ وہ چیز ہے جسے آپ کو ضرور دیکھنا چاہیے کہ یہ آپ کے لیے ایک چھوٹی سی ورزش ہے یہ ایک بہت ہی آسان ورزش ہے اور میں آپ سے گزارش کرتا ہوں کہ اس مشق کو کرنے کے بعد کیا آپ کو مساوات لکھنے کی خوبیاں نظر آتی ہیں؟ 1.30 اور سڈول شکل 1.28 میں مجھے آپ کے لیے کچھ سلائیڈز واپس کرنے دیں 1.31 کو ایک y تو کیا آپ اس مشق کو کرنے کے بعد مجھ سے اتفاق کرتے ہیں کہ فارم 1.28 کے ساتھ کام کرنا بہتر ہے کیونکہ بعض اوقات آپ کو کے فعل کے طور پر ماننا پڑ سکتا ہے جیسا کہ یہ مثال واضح طور پر y کو x اور بعض اوقات آپ کو x فنکشن کے طور پر ماننا پڑ سکتا ہے۔ پر ظاہر کرتی ہے اور اس لیے چیز کو غیر متناسب بنانا مناسب نہیں ہے اور مساوات 1.28 کی زیادہ سڈول شکل کے ساتھ کام کرنے کا مشورہ دیا

جاتا ہے کہ یہ ایک مطلوبہ خصوصیت ہے۔ مجھ سے اتفاق کریں کہ 1.28 سب سے زیادہ مطلوبہ خصوصیت ہے اب میں تھوڑی اور مشقیں کرنے کو چھونے والے حلقوں کا y-axis جا رہا ہوں لیکن اس بار رنگین قلموں کے ساتھ مزہ آئے گا، میں چاہتا ہوں کہ آپ نیلے قلم سے اصل میں خاکہ بنائیں۔ اگلا خاکہ دائروں میں سرخ قلم سے اصل میں ایکس محور کو چھوتا ہے اور نیلے دائروں کو دائیں زاویوں سے کاٹتا ہے اور پھر s تو ان منحنی خطوط کی یہ خاکہ نگاری کریں اور نیلے اور سرخ قلم میں اپنے آرٹ ورک کی خوبصورت تصویر حاصل کریں۔ چھٹیاں کتاب کے صفحہ 635 پر واپس جائیں اور اعداد و شمار 29.15 کو دیکھیں کیا آپ کی تصویر اس کے قریب سے لگتی ہے resnicken جب الیکٹریک ڈیپول کی لمبائی چھوٹی اور چھوٹی ہو جاتی ہے تو اس دلچسپ مشق کے ساتھ میں آج کا لیکچر بند کروں گا شکریہ آپ

Prutor@MITK