

नमस्कार विद्यार्थ्यांनो, या भिन्न समीकरणांच्या मालिकेतील तिसऱ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे
आम्ही आता थोड्या वेगळ्या

भूमितीय दृष्टिकोनाकडे वळू, आम्ही भक्षक शिकार मॉडेलवर पुनर्विचार करू जेणेकरून आम्ही
भिन्न समीकरणांची व्होल्टेरा लोड कार प्रणाली घेऊ.

आम्ही पहिल्याच व्याख्यानात पाहिलं

आहे की dx by dt समान आहे वजा ax plus bxy dy by dt equal to ky उणे cxy असे तुम्ही
नुकतेच दाखवलेल्या स्लाईडमध्ये पहात आहे की आमच्याकडे यावर उपाय आहे असे म्हणण्याचा अर्थ काय आहे विभेदक
समीकरण आपल्याला वेळेचे कार्य म्हणून x आणि y हे वेळेचे कार्य म्हणून शोधायचे आहे आणि वेळेची ही दोन
कार्ये एकत्र ठेवतात आणि जोडी xt स्वल्पविराम yt बनवतात म्हणून आता हा एक बिंदू
आहे जो प्लेनमध्ये फिरत आहे xt स्वल्पविराम yt आहे समतल मधील पॅरामीटराइज्ड वक्र
हा वक्र कसा दिसतो हे जाणून घेऊ इच्छितो.

पुन्हा एकदा भिन्न समीकरणांची प्रणाली सोडवणे

म्हणजे दोन फंक्शन्स xt स्वल्पविराम yt शोधणे आणि म्हणून आम्हाला पॅरामीटराइज्ड वक्र xt स्वल्पविराम प्राप्त होतो.

या वक्राला xy समतल c म्हणूया आता या वक्राचे कार्टेशियन समीकरण समजून घ्यायचे आहे
 dx ने dt दिलेले आहे आणि d ने दिलेले आहे वक्राचे कार्टेशियन समीकरण कसे शोधायचे आहे
मग चला साखळी लागू करूया नियम आणि dx ने dy म्हणजे dx dx
ने dt ने dt भागिले dt ने लिहूया x वरील बिंदू वेळ व्युत्पन्न दर्शविते
त्यामुळे dx ने dy हा

y बिंदूवर x बिंदू असणार आहे पण x बिंदू काय आहे हे पहिले समीकरण येथे पहा उणे अॅक्स प्लस
 bxy हे y बिंदू काय आहे ते दुसऱ्या समीकरणाकडे पहा ky उणे cxy हे अंशातील x घटक
आणि भाजकातील y घटक आणि म्हणून आम्हाला हे समीकरण 1.

14 मिळते

जे स्पष्टपणे एक परिवर्तनीय विभाजीत समीकरण आहे आणि तुम्हाला आता कसे करायचे हे माहित आहे या
चल विभाज्य समीकरण 1.

14 बरोबर हाताळूया, तर आपण हे समीकरण पाहू या 1.

14 x आणि

y लोकसंख्या दर्शवू आणि लोकसंख्या नॉन-नगेटिव्ह असणे आवश्यक आहे ती सकारात्मक असणे आवश्यक आहे म्हणून आपण
पहिल्या क्वार्टरमधील विभेदक समीकरण पाहत आहोत ठीक आहे

त्यामुळे आम्ही कदाचित ए सामान्यता न

गमावता असे गृहीत धरू की x आणि y दोन्ही धनात्मक आहेत तसेच आपण असे गृहीत धरू की
भाजक शून्य नाही म्हणजे शून्य नाही म्हणजे उणे a शून्य नाही आणि k उणे cx शून्य नाही म्हणून
आपण या दोघांपासून दूर जाऊ या उह पॉइंट्स आणि म्हणून आपण व्हेरिएबल्स वेगळे करतो आणि
आपण व्हेरिएबल्स वेगळे करतो येथे x ने भाग करतो आणि k वजा cx ने गुणाकार करतो आणि म्हणून आपल्याला
हे k वजा cx वर xdx द्वारे dy समान मिळते.

y च्या संदर्भात दोन्ही बाजू एकत्रित करा आणि तुम्हाला k लॉग x काय मिळेल तेथे निरपेक्ष मूल्य ठेवण्याची आवश्यकता नाही
कारण x धन आहे त्याचप्रमाणे y धन आहे

त्यामुळे लॉगरिथम अंतर्गत कोणतेही मॉड्यूलस चिन्ह असणार नाही

त्यामुळे आम्हाला k लॉग x उणे मिळेल cx अधिक लॉग y वजा द्वारे एक

स्थिरांक समाकलनाचा स्थिरांक कॅपिटल ey कॅपिटल या अक्षराने दर्शविले गेले आहे आणि आम्ही एका
क्षणात लक्षात घेऊ की 1.

15 हे पॅरामीटराइज्ड वक्र xt स्वल्पविराम yt चे कार्टेशियन समीकरण आहे म्हणून तुम्ही

याशी परिचित आहात टाक समतलातील ea वर्तुळ x समान $\cos \theta$ y बरोबर \sin

θ ही वर्तुळाची पॅरामेट्रिक समीकरणे आहेत किंवा कार्टेशियन समीकरण x वर्ग अधिक

y वर्ग 1 किंवा तुम्ही x समान कोसाइन थीटा y समान $b \sin$

θ घेऊ शकता लंबवर्तुळाचे पॅरामेट्रिक समीकरण कार्टेशियन समीकरण x स्केअर वर स्केअर
प्लस y स्केअर वर b स्केअर 1 आहे

पॅरामेट्रिक समीकरण x 8θ चा वर्ग आणि y 28θ च्या बरोबरीचे आहे.

त्यामुळे तुम्हाला माहित आहे की

पॅरामीट्रिक समीकरणे आणि कार्टेशियन समीकरणांमधील हे संक्रमण तुम्हाला माहित आहे,

त्यामुळे तुम्ही जे पहात आहात ते

समीकरण 1.

15 हे या वक्र c साठी वक्र c साठी कार्टेशियन समीकरण आहे.

वक्र या विभेदक समीकरणाचे समाधान एक वक्र xt स्वल्पविराम देते yt हा वक्र c अक्षराने दर्शविला जातो आणि आम्हाला जे आढळले आहे ते कार्टेशियन समीकरण हे समीकरण आहे 1.

15 वक्र स्वतःला फेज वक्र म्हणतात.

वक्र स्वतःच विभेदक समीकरणांच्या प्रणालीसाठी फेज वक्र म्हणतात सर्व बरोबर लक्षात ठेवा की हे समीकरण 1.

15

हे एक अतिशय मनोरंजक समीकरण आहे 1.

15 म्हणजे काय हे एक अतिशय मनोरंजक समीकरण आहे असे म्हणतात की k लॉग x उणे cx अधिक $a \log y$ minus by हे दुसऱ्या शब्दांत नेहमी स्थिर असते याचा अर्थ असा की तुम्हाला $k \log xt$ वजा cxt अधिक $a \log y t$ वजा byt हे संयोजन नेहमी स्थिर असते त्याचे मूल्य असते आणि ते वेळेनुसार बदलत नाही याचा अर्थ असा आहे की हे एक प्रकारचे संरक्षित प्रमाण असणार आहे.

हे संयोजन वेळेनुसार स्थिर आहे हे

आता बदलत नाही जर तुमच्याकडे यांत्रिक प्रणाली शास्त्रीय

यांत्रिकी पुराणमतवादी प्रणाली मधून येणारी प्रणाली असेल तर तुम्हाला माहिती आहे की ऊर्जा जाणार आहे जर तुम्ही पेंडुलम समीकरण किंवा हार्मोनिक ऑसीलेटर साधे हार्मोनिक ऑसीलेटर घेतले तर तुम्हाला माहिती आहे की एकूण ऊर्जा नेहमीच संरक्षित केली जाते.

y

ऊर्जेच्या संवर्धनासारखेच आहे आणि आपण याला

काही अर्थाने पर्यावरणीय ऊर्जेचे संवर्धन म्हणू या, जे काही असले तरी फक्त उपमा देऊन मी

याला पर्यावरणीय ऊर्जेचे संवर्धन म्हणत आहे, म्हणूनच मी हे एकीकरणाचे स्थिरता दर्शविण्यासाठी e हे अक्षर वापरतो.

मी फेज वक्र बदल आणखी काही गोष्टी सांगतो, या फेज वक्रचे चित्र विचारणे देखील स्वाभाविक आहे जर तुम्ही हे 1.

15 घेतले तर हे समीकरण कसे होईल तुम्ही समीकरण 1.

15 घ्याल आणि तुम्ही

xy समतल मध्ये या वक्राचा प्लॉट विचारलात तर ते कसे होईल हे वक्र हे समीकरण एक क्लिष्ट समीकरण असल्यासारखे दिसते जर ते x चौरस अधिक y स्केअर e चा समान असेल तर ते समकेंद्रित वर्तुळे आहेत जर e मोठी झाली तर त्रिज्या मोठी झाली तर तुम्हाला एक मोठे वर्तुळ मिळेल जेणेकरून ई ठेवेल वाढल्याने तुम्हाला एककेंद्रित वर्तुळे मिळतात पण दुर्दैवाने हे वर्तुळाचे समीकरण नाही हे एक अधिक क्लिष्ट समीकरण आहे.

हा वक्र स्केच कसा काढतो हे वक्र

रेखाटणे अवघड नाही पण असे करण्यासाठी तुम्हाला काय आवश्यक असेल

अनेक व्हेरिएबल्सच्या कॅल्क्युलसमधून काही मूलभूत संकल्पना असतील.

तुम्हाला अनेक व्हेरिएबल्सच्या कॅल्क्युलसमधून काही संकल्पना आवश्यक असतील

आणि ते आम्हाला सध्याच्या अभ्यासक्रमाच्या व्याप्तीच्या बाहेर थोडेसे घेऊन जातील आणि म्हणून

मी त्या वक्रांचे स्केच कसे काढायचे याबद्दल मी फक्त एक टिप्पणी करेन

की हे वक्र समतलातील बंद वक्र आहेत जसे वर्तुळांचे एक कुटुंब किंवा

लंबवर्तुळांचे कुटुंब हे बंद वक्र आहेत 1.

15 जसे की ते बदलतात बंद वक्रांचे कुटुंब आहे

जर तुम्ही बदलत राहिलात तर वक्र मोठे आणि मोठे केले तर बंद वक्र मोठे

आणि मोठे होतील हे वक्र कसे काढायचे हे समजून घेण्यासाठी मी तुम्हाला फक्त त्यांच्यासाठी एक संदर्भ देईन

ज्यांची उत्सुकता तुम्हाला जागृत केली आहे पॉलने या पुस्तकाचा सल्ला घेऊ शकता:

पुस्तकाचे शीर्षक स्थिरता अस्थिरता आणि गोंधळ आहे हे एक अतिशय मनोरंजक पुस्तक आहे आणि तुमच्यापैकी

ज्यांना हे वक्र कसे रेखाटायचे हे समजून घ्यायचे आहे.

व्होल्टेरा लोटका मॉडेल

या पुस्तकाचा सल्ला घेऊ शकते मला आवडले आहे.

वेबसाइटवरील एक अतिशय छान लेख

जो तुम्ही डाउनलोड करू शकता तो विनामूल्य उपलब्ध आहे आणि या टिपांमध्ये

या फेज वक्रांचे एक अतिशय सुंदर चित्र आहे.

1.

15 ने दिलेल्या वक्रांचे कुटुंब

या लेखात प्लॉट केला गेला आहे तुम्ही प्रयत्न करू शकता ठीक आहे वाचन आनंदी आहे म्हणून आता आपण भौतिकशास्त्रात उद्भवणारे टप्पे आकृती पाहू या म्हणून आपण एक साथे दिसणारे विभेदक समीकरण dx by dt equal to y dy by dt equals उणे x समीकरण 1.

16 समीकरण पाहू.

1.

16 ही खरोखरच साधी हार्मोनिक

मोशन आहे साध्या हार्मोनिक मोशनची समीकरणे देखील याप्रमाणे लिहिली जाऊ शकतात ओमेगा स्केअर इकल 1.

आता मला 1.

16 साठी फेज वक्र समजून घ्यायचे आहेत

आता तुम्ही थेट 1.

16 पाहू शकता आणि तुम्ही पाहू शकता ते x समान sine ty equal to

$\cos d$ हे या समीकरणाचे समाधान आहे 1.

16 तर तुम्हाला काय वाटते 1.

16 साठी फेज वक्र

आहेत ते अगदी सोपे आहेत ते वर्तुळे आहेत

त्यामुळे फेज curs 1.

16 चे ves हे वक्र आहेत

.

थोड्या वेगळ्या

पद्धतीने बघूया आपण एकाला दुसऱ्याने भागू या आणि dx ने dy लिहूया म्हणजे काय आहे dy ने d

xy बिंदूने भागाकार x डॉट dy ने dx म्हणजे dy ने dt ने भागाकार dx ने dt म्हणजे उणे आहे x वर

पुन्हा ते एक वेरियेबल विभाजीत समीकरण आहे हे एक वेरियेबल विभाजीत समीकरण आहे नेहमीच्या ओळींसह पुढे जा

आणि तुम्हाला x स्केअर अधिक y स्केअर c च्या समान मिळेल आम्हाला आमची

एकाग्र वर्तुळे मिळाली आहेत

त्यामुळे फेज वक्र एककेंद्रित वर्तुळे आहेत जरी सिस्टीम आहे

या प्रणाली समीकरण 1.

17 बाबत मला एक महत्त्वाची टिप्पणी करायची

आहे.

त्यात मूळ प्रणाली 1.

16 पेक्षा कमी माहिती आहे.

याचा अर्थ तुम्हाला काय म्हणायचे

आहे आम्ही 1.

16 पाहिला असे म्हणायचे आहे की आम्हाला x चे फंक्शन म्हणून शोधायचे आहे वेळ आणि y फंक्शन म्हणून o f वेळी आम्ही 1.

17 सोडवत आहोत 1.

17 असे म्हणण्याचा अर्थ काय आहे म्हणजे x आणि y मधील संबंध शोधणे

म्हणजे x स्केअर अधिक y स्केअर c च्या बरोबरीचे आहे तर x स्केअर अधिक y स्केअर

c च्या बरोबरीचे समीकरण मिळवणे हे x म्हणण्यापेक्षा खूप वेगळे आहे r कोसाइन t आणि y बरोबर r sine t

वर्तुळ x चौरस अधिक y स्केअर c च्या बरोबरीचे अनेक पॅरामीटरायझेशन आहेत आणि $\sin t$ स्वल्पविराम

$\cos t$ हे अनेक पॅरामीटरायझेशनपैकी फक्त एक आहे दुसरे पॅरामीटरायझेशन x

समान 1 वजा t स्केअर असू शकते 1 अधिक t स्केअर y बरोबर 2 t बाय 1 अधिक t स्केअर तुम्हाला

तुमच्या समन्वय भूमिती अभ्यासक्रमांमध्ये किंवा कॅल्क्युलस कोर्समध्ये हे आढळले असेल

वर्तुळ x स्केअर अधिक y स्केअर 1 बरोबर कोसाइन t स्वल्पविराम म्हणून पॅरामीटराइज्ड

केले जाऊ शकते $\sin t$ स्वल्पविराम कोसाइन t म्हणून पॅरामीटराइज्ड केले जाते ते 1 वजा t स्केअर बाय 1

अधिक t स्केअर स्वल्पविराम 2 t बाय 1 अधिक t स्केअर म्हणून पॅरामीटराइज्ड केले जाऊ शकते

.

वर्तुळ x स्केअर अधिक y स्केअर ई पॅरामीटरायझिंग करण्याचे बरेच वेगवेगळे मार्ग आहेत 1.

च्या गुणवत्तेनुसार x आणि y मधील संबंध

स्पष्टपणे सोडवण्यापेक्षा हे विभेदक समीकरण 1.

16 सोडवण्यापेक्षा खूपच कमी माहितीपूर्ण आहे म्हणून 1.

17

1.

16 पेक्षा कमी माहिती आहे मला आणखी एक प्रणाली पाहू द्या आणि मी नंतर या टिप्पणीवर परत येईन त्यामुळे जोडीचा विचार करा समीकरण dy by dt बरोबर $2xy$ dx बाय dt बरोबर 1 अधिक x वर्ग तुम्ही पहिल्या चतुर्थांश विहिरीत काम करता मी एकाला दुसऱ्याने विभाजित करणार आहे त्यामुळे मला काळजी करावी लागेल

$y \neq 0$ आहे की $x \neq 0$ आहे त्याबद्दल काळजी करा $x \circ y$ पेक्षा मोठा $x \circ$ पेक्षा मोठा $\circ y$ पेक्षा मोठा ठीक आहे आता तुम्हाला १.

१९ पैकी प्रथम क्रमाची समीकरणे मिळवायची आहेत तुम्हाला १.

१९

चे फेज वक्र समजून घ्यायचे आहे ते पुन्हा काय आहे dy by dx equals y dot on x बिंदू म्हणजे y बिंदू y बिंदू हे वेळेच्या संदर्भात y चे व्युत्पन्न आहे आणि ते $2xy$ ने दिलेले आहे x बिंदू

म्हणजे x ची व्युत्पन्न 1 अधिक x चा वर्ग आहे म्हणून dy dx y बिंदू वर x बिंदू आहे जे होईल 1

अधिक x स्केअर वर $2xy$ असेल पुन्हा तुम्हाला एक व्हेरिअबल विभाजित समीकरण दिसेल n तुमच्याकडे एक वेरिअबल विभाजित समीकरण आहे

तुम्हाला ते कसे हाताळायचे हे नक्की माहित आहे म्हणून मी या उदाहरणातील समस्या प्रश्न पूर्ण करण्यासाठी ते तुमच्यावर सोडतो 1.

19 तुम्ही स्पष्टपणे 1.

19 समाकलित करू शकता का तुम्ही t आणि x चे कार्य म्हणून y शोधू शकता या समीकरण 1.

19 चे समाधान करण्यासाठी t चे कार्य म्हणून तुम्ही ते करू शकता कारण तुम्ही प्रथम dx चे दुसरे समीकरण dt बरोबर 1 अधिक x वर्गा सोडवू शकता.

तुमच्या x ला पहिल्या समीकरणात खेचून घ्या आणि

तुमचे y मिळवा म्हणून पुन्हा येथे आहे a हे एक प्रकरण आहे जिथे

t चे फंक्शन म्हणून x आणि t चे फंक्शन म्हणून y मिळवण्यासाठी दोन समीकरणे स्पष्टपणे सोडवली जाऊ शकतात तर मी तुम्हाला जे विचारत आहे तो फेज वक्र आहे याचा अर्थ

x आणि y मधील संबंध आणखी एक उदाहरण विचारात घ्या विभेदक समीकरणाची जोडी

dx बाय dt बरोबर 1 वर 1 अधिक y वर्ग dy बाय dt बरोबर 1 वर 1 अधिक x वर्ग म्हणून 1.

20 फॉर्मचे विभेदक समीकरण मिळवून 1.

21 चे फेज वक्र शोधणे

म्हणजे dy बाय dx समान मिळवणे dx in द्वारे dy काय आहे हे fx करण्यासाठी या प्रकरणात

ते 1 अधिक y चा वर्ग 1 अधिक x चा वर्ग पुन्हा एक व्हेरिअबल विभाज्य समीकरण असेल आणि तुम्ही

हे व्हेरिअबल विभाज्य समीकरण एकत्र करू शकता आणि तुम्ही x आणि y मधील संबंध शोधू शकता कृपया

हा व्यायाम पूर्ण करा आणि फेज वक्र शोधा .

समाकलन स्थिरांकाच्या विविध मूल्यांसाठी फेज वक्र,

त्यामुळे आम्ही एकीकरण स्थिरांक बदलतो तुम्हाला

वेगळा वक्र मिळेल

त्यामुळे तुम्हाला वक्रांचे एक कुटुंब मिळेल म्हणून कृपया हे करा की तुम्हाला

1 अधिक π वर्गाच्या dx बरोबर dy मिळणे सोपे आहे 1 अधिक x चौरस वर पण तुम्ही अंदाज लावू शकता की

ते काय असेल जेथे x चा \tan व्युत्क्रम y अधिक

c चा \tan व्युत्क्रम आहे जो एकीकरणाचा स्थिरांक आहे आणि म्हणून तुम्हाला दोन्ही बाजूंना टॅन लावावा लागेल

तुम्हाला x समान मिळेल टॅन ऑफ टॅनमध्ये y प्लस c चा व्युत्क्रम आहे आणि म्हणून तुम्ही पुढे जा आणि तुम्हाला

x आणि y मधील संबंध मिळेल ठीक आहे आता आपण पुढच्या अंकावर जाऊया आपण dx by dt समान y phi of xy

आणि dy बरोबर dt बरोबर पाहू.

x squ च्या phi मध्ये x वजा करा तुम्ही पुन्हा dx ने dy करता पुन्हा एकाला

दुसऱ्याने विभाजित करा फीड पूर्णपणे नाहीशी होते तुमच्या लक्षात येते फीड पूर्णपणे नाहीशी होते तुम्हाला dy ने d

x बरोबरीने वजा x वर ydy द्वारे dx समान उणे x वर y याचा अर्थ पुन्हा व्हेरिअबल विभाजित

समीकरण तुम्हाला x स्केअर अधिक y स्केअर c च्या बरोबरी मिळतात

त्यामुळे उल्लेखनीय वैशिष्ट्य

म्हणजे हे शुल्क काहीही असले तरीही 1.

22 चे फेज वक्र सर्व वर्तुळे x स्केअर अधिक

y स्केअर समान c स्केअर आहेत याकडे दुर्लक्ष करून मी phi घेतले तर विशेषतः काय आहे 1 च्या बरोबर जर

मी phi समान 1 घेतले तर 1.

22 वाचले dx dt ydy बरोबर dt बरोबर वजा x dt बरोबर

y dy बा

$r \sin t$ आणि y ची t समान r कोसाइन t मी ϕ बदलतो आणि मी xy चा ϕ घेतो x वर्गाच्या बरोबर मग काय होईल मग सोल्यूशन यापुढे साइन t नाही आणि कोसाइन t तुम्ही तपासू शकता समाधान होणार आहे फेज वक्र बदला x चौरस अधिक y वर्ग समान c फेज वक्र बदलत नाहीत जे मी आत्ताच थोड्या वेळापूर्वी सांगितले होते पण हे xt समान $c \sin t$ आणि yt बरोबर $c \cos t$ यापुढे चालणार नाही मी जर xy चा ϕ x स्केअर बरोबर घेतला तर हे कार्य करेल मी ϕ घेतल्यास 1 असेल तर कार्य करा जर मी ϕ घेतला तर x चा वर्ग असेल हे आता चालणार नाही म्हणून जेव्हा मी x y चा ϕ बरोबर x स्केअर 1.

22 मध्ये घेतो तेव्हा मला तुम्ही

वेळ आणि y चे कार्य म्हणून x शोधायचे आहे वेळेचे कार्य आहे काही प्रारंभिक अटी x

0 च्या बरोबर 1 वर रूट 2 आणि 0 च्या y वर तुम्ही आता तुमचे डोके

खाजवायला सुरुवात कराल मी हे dx/dt बरोबर yx स्केअर dy/dt बाय dt समान उणे x कसे करणार आहे क्यूब मी t चे फंक्शन म्हणून x आणि t चे फंक्शन म्हणून y कसे शोधणार आहे कारण dx द्वारे dt समीकरणामध्ये dy/dt द्वारे dt समाविष्ट आहे xx

त्यामुळे ते कॉम ही एक जोडलेली समीकरण प्रणाली आहे आणि मी वैयक्तिकरित्या त्यापैकी एक सोडवू शकत नाही आणि आधीच्या उदाहरणात जसे घडले तसे दुसऱ्यामध्ये बदला,

त्यामुळे तुम्ही जे पहात आहात

ते म्हणजे आम्ही हळूहळू प्रगती करत आहोत अधिक आणि अधिक क्लिष्ट समीकरणांवर \sin जेथे xt शोधणे आणि yt शोधणे वैयक्तिकरित्या सोपे होणार नाही पण मी म्हणतो की हे एकतर अवघड नाही

या उदाहरणात ते कसे करायचे ते येथे एक इशारा आहे म्हंटले आहे की तुम्हाला माहित आहे की xy खोटे आहे

तुम्हाला माहित असलेल्या वर्तुळात t चा x $c \cos \psi$ t बरोबर $c \sin \psi$ t असेल जेथे ψ हे t चे कार्य आहे सर्व मी म्हणत आहे की t चा ψ t च्या बरोबरीने चालणार नाही

फी 1 असेल तेव्हाच कार्य करा पण ψ 1 फी नाही x वर्ग आहे म्हणून हे फंक्शन ψ t अधिक क्लिष्ट होणार आहे त्यामुळे वर्तुळावरील कोणताही बिंदू हा वर्तुळातील कोणत्याही बिंदूच्या कशाचाही कोसाइन

असतो $\cos \theta$ कॉमा साइन थीटा आणि म्हणून θ हे t चे फंक्शन बनते किंवा

या प्रकरणात मी t चे ψ नोटेशन वापरतो म्हणून मी म्हटले आहे xt समान $c \cos \psi$ ty बरोबर $c \sin \psi$ t आणि मला ψ t हे 1 असणे आवश्यक आहे का c आहे 1 कारण ही प्रारंभिक स्थिती पहा

x ची 0 समान 1 वर रूट 2 y च्या 0 बरोबर मूळ 2 वर 1 आणि x वर्ग अधिक y वर्ग

c चा वर्ग आहे म्हणून c 1 असणे आवश्यक आहे म्हणून c 1 हे स्पष्ट आहे म्हणून तुम्हाला ψ t साठी विभेदक समीकरण प्राप्त करावे लागेल

तुम्ही ψ t च्या पर्यायी x साठी विभेदक समीकरण कसे प्राप्त करणार आहात

कोसाइन ψ t च्या बरोबरीचे t समीकरण 1.

22 y च्या t च्या बरोबर ψ t च्या \sin च्या

1.

22 समीकरणात आणि तुम्हाला ψ डॉट समान मिळेल तुम्हाला ψ साठी एक विभेदक समीकरण मिळेल आणि ते विभेदक समीकरण हे एक वेरियेबल विभाजित समीकरण आहे आणि आम्ही प्रत्यक्षात समाकलित करू शकतो आणि आम्ही

ते मिळवू शकतो म्हणून तुम्ही t चे फंक्शन म्हणून स्पष्टपणे x शोधणे आणि t चे कार्य म्हणून y स्पष्टपणे शोधणे

थोडे अधिक क्लिष्ट झाले आहे हे व्यायाम दाखवते की जेव्हा आपण हे फंक्शन ϕ बदलतो तेव्हा

फेज वक्र काय होते फेज वक्र बदलू शकत नाही हे नेहमी x स्केअर अधिक y स्केअर असते

c स्केअर म्हणजे काय बदलते पॅरामीटरायझेशन पैकी एका केसमध्ये ते $\sin t$ स्वल्पविराम

$\cos t$ दुसऱ्या बाबतीत ते ψ t \cos ची \sin असते ψ t आणि a ψ t हे थोडेसे

क्लिष्ट फंक्शन आहे

त्यामुळे पॅरामीटरायझेशनने वक्र बदलला आहे हे वर्तुळ आहे जसे मी

म्हटल्याप्रमाणे वर्तुळात अमर्यादपणे अनेक पॅरामीटरायझेशन आहेत जे योग्य पॅरामीटरायझेशन

आहे जे विभेदक समीकरणाचे निराकरण असेल म्हणून मी एक सामान्य टिप्पणी करू.

आपण उदाहरणांची संख्या पाहिली आहे

1.

16 1.

19 आणि 1.

22 म्हणजे 1.

16 काय आहे हे हार्मोनिक ऑसीलेटर dx आहे dt च्या

y 1.

16 च्या dx बरोबर y dy/dt च्या dt बरोबर dt बरोबर उणे x म्हणजे 1.

19 dy/dt x^2

d d बरोबर आहे dt समान 1 अधिक x चौरस पुन्हा मी पुन्हा सांगतो की तुम्ही दुसरे समीकरण सोडवू शकता

x मिळवा हे पहिल्या समीकरणात टाकलेले वेळेचे फंक्शन म्हणून मिळवा आणि नंतर वेळेचे फंक्शन म्हणून y मिळवा म्हणून पुन्हा येथे आपण ते करू शकू आणि समीकरण 1.

22 ज्याची आपण आत्ताच

चर्चा केली आहे म्हणून या तीन उदाहरणांमध्ये आपण वेळेची कार्ये म्हणून x आणि y शोधण्यात स्पष्टपणे सक्षम आहोत आणि ही एक अत्यंत दुर्मिळ परिस्थिती आहे.

rra भार समीकरण dx by dt समान वजा ax plus bxy dy by dt समान ky उणे

cxy तुम्हाला हे पर्यावरणीय उर्जेचे संवर्धन मिळते.

तुम्ही यापुढे जाऊ शकत नाही हे एवढेच मिळवू शकता

आणि वेळेचे कार्य म्हणून स्पष्टपणे x मिळवू शकता आणि y स्पष्टपणे एक म्हणून वेळेचे कार्य त्यामुळे तुम्हाला

या समीकरणामध्ये मर्यादा आहेत हे दिसेल.

तुम्हाला समीकरण 1.

25 मध्ये समाधानी असणे आवश्यक आहे.

तुम्ही मागील तीन उदाहरणांप्रमाणे वेळेची फंक्शन्स म्हणून x आणि y वैयक्तिकरित्या मिळवू शकत नाही परंतु व्यवहारात हे समीकरण सर्व व्यावहारिक हेतूसाठी हे चरण वक्र पुरेसे आहे असे दिसून आले की फेज वक्र पुरेसा आहे.

1.

25 समीकरणावरून आपल्याला सिस्टीमच्या वर्तनाबद्दल आपली सर्व माहिती मिळू शकते.

चला आणखी एक उदाहरण पाहू या

आपल्या शेवटच्या लेक्चर्समधून पेंडुलम समीकरण रिकॉल आहे d^2y बाय dt स्केअर प्लस l sine y वर g

शून्य आहे जेथे y हे कोनीय विस्थापन आहे मध्य स्थानावरून पेंडुलम विस्थापित

होतो आणि दोलनामध्ये सेट होतो आणि मध्य स्थानावरून होणारे विस्थापन

हे कोनीय विस्थापन yt आहे तर कोनीय विस्थापनाचे व्युत्पन्न कोनीय वेग काय आहे

dt द्वारे d आहे z आहे कोनीय वेग आहे

तुम्ही कोनीय वेग वेगळे करा तुम्हाला कोनीय प्रवेग मिळेल dt द्वारे आहे

d^2y द्वारे dt हा कोनीय प्रवेगाचा वर्ग केला जातो परंतु विभेदक समीकरण तुम्हाला असे देते की

d^2y द्वारे dt वर्ग वजा g वर l sine y म्हणून आपण या गोष्टी एकत्रितपणे

dt पर्यंत एकत्र करूया आणि dt द्वारे dz म्हणू.

उणे g वर l साइन y आता समीकरण 1.

27 पहा

तेच आहे मी dt द्वारे dy करण्याचा प्रयत्न करतो आहे d d द्वारे dt आहे l sine y वर वजा g आहे पुन्हा तुम्हाला दिसेल की आम्हाला

समीकरणांची एक प्रणाली मिळाली आहे विभेदक समीकरणांची जोडलेली प्रणाली y शोधते

वेळेचे कार्य म्हणून स्पष्टपणे आणि वेळेचे कार्य म्हणून स्पष्टपणे z शोधणे हा एक कठीण

व्यवसाय आहे आणि दोन कार्ये एकत्र yt स्वल्पविराम zt आणि तुम्हाला एक पॅरामीटराइज्ड वक्र मिळेल.

e पॅरामीटराइज्ड वक्र हे पेंडुलम समीकरणासाठी फेज वक्र आहेत एकतर 1.

26 किंवा 1.

27

ते खरोखर समान आहेत म्हणून जोडी yt स्वल्पविराम zt हे पेंडुलम समीकरणासाठी फेज वक्र आहेत

1.

26

त्यामुळे zt आणि y t मधील संबंध मिळवा zt आणि मधील संबंध मिळवा

yt दुस-या शब्दात फेज वक्रांसाठी कार्टेशियन समीकरणे मिळवा फेज वक्रांसाठी कार्टेशियन समीकरणे मिळवा

आणि तुमच्या निकालाचा भौतिक अर्थ लावा.

तुम्ही या

फेज आकृतीचे चित्र पाहिले असेल जर तुम्ही फेज वक्र एकत्रीकरण स्थिरांकाच्या विविध मूल्यांसाठी प्लॉट

केल्यास yz समतल वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली मिळवा आणि या चित्राला

फेज डायग्राम असे म्हणतात जो तुम्ही कदाचित तुमच्या भौतिकशास्त्राच्या अभ्यासक्रमातील पेंडुलम समीकरणासाठी हा फेज आकृती

पाहिला असेल, तुम्ही कदाचित तेथे z आणि y मधील या संबंधाची भौतिक व्याख्या देखील पाहिली असेल

z आणि y बरोबर संबंध आहे आणि नात्याचा अर्थ काय आहे

तो संवर्धनाचा नियम आहे $\circ f$ ऊर्जा पेंडुलम ही एक पुराणमतवादी यांत्रिक प्रणाली आहे आणि उर्जेच्या संवर्धनाचा नियम तुम्हाला zt आणि yt यांच्यातील संबंध देतो आणि हे नाते तुम्हाला फेज वक्रांसाठी कार्टेशियन समीकरण म्हणून मिळेल.

या टप्प्याचे रेखाटन करण्यासाठी तुम्ही भौतिक अंतर्ज्ञान देखील वापरू शकता वक्र हे फेज वक्र बंद वक्र होणार आहेत कारण जेव्हा तुम्ही पेंडुलमला दोलनात सेट करता तेव्हा पेंडुलम स्विंग होऊ लागतो आणि ते दोलन गती दाखवते आणि म्हणून हे फेज वक्र बंद सर्किट्स होतील.

मात्र जर तुम्ही पेंडुलमला जोरात धक्का दिला

तर पेंडुलम काय करेल हे खूप कठीण आहे ते पुढे जाईल ते

उजवीकडे शीर्षस्थानी जाईल आणि सर्किट पूर्ण करेल आणि खाली येईल आणि ते x होईल

आणि ते वर्तुळाकार हालचाली प्रदर्शित करेल आणि ते तुम्हाला ल्यानुसार काढण्यास सक्षम

करेल ऊर्जेच्या मोठ्या मूल्यांसाठी फेज वक्र प्रयत्न करा किंवा कदाचित भौतिकशास्त्राच्या काही पुस्तकांचा सल्ला घ्या

या व्यायामाचा उद्देश सह बाहेर आणण्यासाठी काहीही असो फेज वक्र

आणि भौतिकशास्त्र यांच्यातील संबंध ऊर्जा संवर्धनाचा नियम वेळेची फंक्शन्स म्हणून t आणि z चा t चा y वैयक्तिकरित्या शोधणे

कठीण होणार आहे लंबवर्तुळाकार फंक्शन्ससह

मी थांबलेल्या शेवटच्या व्याख्यानात लंबवर्तुळाकार कार्ये समाविष्ट करणे आणि येथे आपल्याला हे पुन्हा आढळतात की ही लंबवर्तुळ

कार्ये भौतिकशास्त्रात अगदी नैसर्गिकरीत्या दिसून येतात.

आपल्याला ऊर्जेच्या संवर्धनाचा नियम सहज मिळतो

जो उह फंक्शन्स yt आणि z मधील संबंध आहे ठीक आहे आता

आपण व्याख्यानांच्या या मालिकेच्या पुढील टप्प्यावर येतो, म्हणजे भिन्न

समीकरणे फॉर्म mdx plus ndy equal to zero पुस्तकांमध्ये तुम्हाला अनेकदा

$mxydx$ plus $nxydy$ equal to θ असे समीकरण 1.

28 सारखे लिहिलेले दिसेल.

आता हे समीकरण 1.

28 काहीसे वादग्रस्त आहे कारण याचा अर्थ काय आहे?

dx आणि dy च्या आजूबाजूला तरंगणाऱ्या d चा आपण सतत म्हणत आलो आहोत की

कॅल्क्युलसमध्ये dy ने dx ने dx ने भागलेला नाही हे x च्या संदर्भात y चे व्युत्पन्न आहे

ते फक्त dx ने dy चे चिन्ह आहे तो dy ने भागलेला $dx dy$ ही संख्या नाही आणि

dx ही संख्या नाही म्हणून येथे समीकरण 1.

28 मध्ये अचानक dx आणि dy आले आहेत

विभक्त केलेले ते तुमच्या विभेदक कॅल्क्युलस आणि इंटीग्रल कॅल्क्युलस कोर्समध्ये अविभाज्य होते

आता ते वेगळे केले जात आहेत अरे किती क्रूर mdx plus ndy ही अभिव्यक्ती

गणितात अगदी अचूक शब्दात परिभाषित केली जाऊ शकते असे करण्याचा एक मार्ग आहे पण आम्ही तसे करणार नाही

येथे कारण ते करण्याची ही जागा नाही म्हणून आपण काय करू तर आपण समीकरण १.

२८ चे काय करावे आपण

पुढे जाण्यापूर्वी या समीकरण १.

२८ चा अर्थ स्पष्ट केला पाहिजे कारण असंख्य

विभेदक समीकरणे १.

२८ फॉर्ममध्ये सादर केली जाणार आहेत.

mdx plus ndy चा अर्थ प्रत्यक्षात स्पष्ट करणे तातडीचे आहे आणि आम्ही आता तसे करू आता मी हे स्पष्ट करण्यासाठी पुढे

जाऊया म्हणून प्रथम आपण आतापर्यंत झालेल्या चर्चेचे स्मरण करून सुरुवात करूया ज्यामध्ये आपण

फरक पाहिला आहे भौतिक विज्ञान आणि जैविक

विज्ञान यांमध्ये नैसर्गिकरित्या उद्भवणारी अंतर्भूत समीकरणे ही सामान्यतः भिन्न समीकरणांची प्रणाली असतात ती भिन्न समीकरणांच्या

जोडी असतात

व्होल्टेरा लोड ची समीकरणे dx बाय dt इकल टू वजा अॅक्स प्लस $xydy$ बाय dt इकल टू ky वजा c

xy the simple harmon गती dx by dt समान y dy dt बरोबर उणे x पुन्हा एक सिस्टीम

आम्ही नुकतेच पाहिलेले पेंडुलम समीकरण एक सिस्टीम म्हणून लिहिले जाऊ शकते म्हणून आम्ही

विभेदक समीकरणांच्या सिस्टीम पहात आहोत आणि जर यांत्रिक प्रणाली मध्ये

पाहत आहोत तर टाइम डेरिव्हेटिव्ह

त्यामुळे आतापर्यंत तुम्हाला कोणत्या प्रकारची भिन्न समीकरणे आली

आहेत ते 1.

29 dx बाय dt समान nxy dy बाय dt इकल वजा mxy असे आहेत हे अशा प्रकारचे भिन्न समीकरण आहेत ज्याचा आम्हाला आत्तापर्यंत सामना झाला आहे तर याचा अर्थ काय आहे मेकॅनिकल सिस्टीम मी आत्ताच म्हटले आहे की t वेळ व्हेरिएबल दर्शविले आणि म्हणून x आणि y चा n आणि xy च्या m वजा हे वेगाचे घटक आहेत जर x आणि y c आहेत विस्थापनाचे घटक नंतर dx द्वारे dt स्वल्पविराम dy द्वारे dt हा वेगाचा सदिश आहे दुसऱ्या शब्दांत n आणि उणे m हे कणाच्या वेगाचे घटक आहेत आणि हे विभेदक समीकरण 1.

29

सोडवण्याची समस्या एक्स फंक्शन म्हणून स्पष्टपणे शोधण्यासाठी आहे.

वेळेचे आणि y हे वेळेचे कार्य म्हणून स्पष्टपणे पण आम्ही पाहिले आहे की व्यवहारात वेळेचे कार्य म्हणून 1.

29 x वरून मिळवणे क्वचितच शक्य आहे आणि y हे वेळेचे कार्य आहे याचे उत्कृष्ट उदाहरण म्हणजे व्होल्टेज वाटप व्यक्ती समीकरणांचे जरी तुम्ही ते करू शकता तेव्हा ते करणे पूर्णपणे सोपे नाही.

ठीक आहे म्हणून आम्हाला फक्त फेज वक्रांवर समाधानी राहावे लागेल फेज वक्र मिळवणे खूप सोपे आहे कारण आम्ही वेळोवेळी पाहिले आहे.

x बिंदूवर y बिंदू जे उणे m वर n आहे आणि 1.

30 हे एक विभेदक समीकरण आहे x आणि y ला जोडणारे पण आपण y बिंदूला x बिंदूने विभाजित करण्याऐवजी वेगळ्या पद्धतीने पुढे जाऊ शकलो असतो तर आपण ते दुसऱ्या मार्गाने करतो dx ने dt dy ने dt x बिंदूने भागले y dot किंवा dx ने dy ने भागले वजा n वर m त्यामुळे आम्हाला एकीकडे डिफरेंशियल समीकरण 1.

30 मिळाले आणि आम्हाला डिफरेंशियल समीकरण मिळाले 1.

31 आणि जेव्हा तुम्ही सिस्टम 1.

29 वर परत जाता x आणि yx मध्ये कोणताही भेद नाही आणि y हे चल आहेत जे समान स्थितीचा आनंद घेतात म्हणून कोणताही पक्षपात नाही x किंवा y ला अनुकूल असण्याची गरज नाही त्यामुळे दोघांनाही समान महत्त्व आहे म्हणून मला 1.

30 किंवा 1.

31 हे स्पष्ट नाही प्राधान्यकृत या दोन समीकरणांना समान महत्त्व आहे म्हणून vo मध्ये x आणि y मधील सममिती ही x आणि y द्वारे खेळलेल्या समान भूमिका आहेत आपण 1.

28 एकतर समीकरण 1.

30 किंवा समीकरण 1.

31 द्वारे दर्शवतो म्हणून 1.

28 हा 1.

30 आणि 1.

31 दोन्ही एकत्र करण्याचा एक मार्ग आहे.

हे एकच समीकरण म्हणून 1.

28 चा अर्थ एकतर 1.

30 किंवा एक पॉइंट थ्री असा केला पाहिजे एक ठीक आहे

त्यामुळे हे मुळात या अभिव्यक्तीचा अर्थ स्पष्ट करते mdx plus ndy समान शून्य आहे खात्री आहे की आपण dx आणि dy वेगळे केले आहेत $cr.$

$ue1$ dx आणि dy हे अविभाज्य होते परंतु आम्ही त्यांना वेगळे केले आहे परंतु व्याख्या ची अचूक व्याख्या देण्यात आली आहे 1.

28 ला 1.

30 किंवा 1.

31 असे समजले पाहिजे म्हणून आता आम्ही

व्यावहारिक मुद्द्यावरून mdx अधिक ndy चे स्पष्ट स्पष्टीकरण दिले आहे 1.

28 1.

28 सारखी मनोरंजक प्रथम क्रमाची समीकरणे पहा

1.

29 मधून उद्भवणारे एक समीकरण आहे म्हणून 1.

29 सारख्या समीकरणांचा अभ्यास

केल्यास भिन्नता समीकरण 1.

28 आणि 1.

28 मी पुनरावृत्ती करतो हे फक्त 1.

30 किंवा 1.

31 आहे जे

तुम्हाला x अधिक स्थान द्यायचे आहे की नाही यावर अवलंबून आहे किंवा अधिक अनुकूल स्थिती ठीक आहे किंवा नाही, म्हणून हे वेगळ्या पद्धतीने सांगितले आहे .

जोडी 1.

29 अधिक मूलभूत आहे आणि ती

विचाराधीन एक अधिक मनोरंजक गोष्ट आहे 1.

29 हा अभ्यासाचा मूळ उद्देश आहे

आणि 1.

28 हे फक्त एक सहायक साधन आहे आणि दुर्दैवाने व्यवहारात ते नाही

1.

29 चे पूर्णपणे निराकरण करणे शक्य नाही वेळेचे कार्य म्हणून x आणि वेळेचे कार्य म्हणून y मिळवणे शक्य नाही आपण फक्त t .

o हे समीकरण 1.

28 सोडवा म्हणूनच $m dx$ plus nd

y equal to θ सारखे समीकरण खूप तपशीलाने शिकवले जाते कारण हे इतकेच आहे जे आपण खरोखरच सोडवू शकतो बरोबर दुसरा मुद्दा मला सांगायचा आहे आता आपण थोड्या वेगळ्या प्रणालीकडे पाहू.

सिस्टीम

घेतली आम्ही सिस्टीम dx घेतली आहे dt बरोबर nd y बरोबर dt बरोबर उणे m मी काय करतो ते म्हणजे मी दोन्हीच्या उजव्या बाजूस xy च्या μ समान घटकाने गुणाकार करतो लक्षात ठेवा आम्ही एक

साधे उदाहरण dx केले dt च्या बरोबरी y गुणिले xy च्या dy च्या ϕ dy च्या dt बरोबर उणे x मध्ये x च्या

ϕ जेथे xy चे ϕ x चे कोणतेही कार्य आहे आणि y आम्ही काय पाहिले आम्ही पाहिले की फेज वक्र फेज वक्र बदलत नाहीत

फेज वक्र नेहमी असतात मंडळे काय बदलते मग काय बदल होतो जेव्हा तुम्ही

फंक्शन ϕ बदलता तेव्हा पॅरामीटरायझेशन बदलते म्हणून आता आम्ही अधिक सामान्य परिस्थिती पाहत आहोत

मी तेच करतो या समीकरणाने dx बाय dt समान $n dy$ द्वारे dt

समान वजा m आणि त्याच f साठी उजव्या बाजूने गुणाकार करा xy चा अभिनेता μ पुन्हा तुम्हाला

एक दुसऱ्याने विभाजित करताना μ गायब होताना दिसेल.

जर μ गायब झाला तर

μ या घटकाचा परिचय करून दिल्याने फेज वक्र बदलणार नाहीत म्हणून 1.

32 चे फेज वक्र आणि 1.

29 चे फेज वक्र

सारखेच आहेत काय बदलते पॅरामीटरायझेशन बदलेल

भौतिकशास्त्राच्या दृष्टीने पॅरामीटरायझेशन का बदलेल हे समीकरण 1.

29 तुम्हाला काय सांगते ते तुम्हाला सांगते की

वेगाचे घटक n आणि उणे m आहेत मी काय केले आहे मी μ चा घटक टाकून वेग बदलला

आहे x या स्केलर फॅक्टर μ

त्यामुळे वेग त्याचे परिमाण बदलतो पण दिशा बदलत नाही

त्यामुळे कणाचा वेग बदलतो पण कणाचा प्रक्षेप

फेज वक्र बदलत नाही फेज वक्रांसह वेग बदलत नाही त्यामुळे

फेज वक्रसह पॅरामीटरायझेशन बदलेल म्हणून 1.

32 चे फेज वक्र देखील 1.

29 च्या फेज वक्र सारखेच आहेत म्हणून

मी 1.

29 मध्ये रूपांतरित केले की नाही हे महत्त्वाचे नाही 1.

32 कारण आम्ही मान्य केले आहे की फेज

वक्र या एकमेव गोष्टी आहेत ज्या आपण शेवटी ठरवू शकतो कारण

t चे फंक्शन म्हणून x आणि t चे कार्य म्हणून y शोधणे अत्यंत दुर्मिळ आहे हे एक अतिशय महत्वाचे तथ्य आहे ज्यावर सहसा जोर दिला जात नाही पुस्तकांमध्ये आणि मी याकडे हळू जात आहे कारण हा एक अतिशय महत्वाचा मुद्दा आहे.

जॉन कार्लो रोटा यांच्या एका विशिष्ट लेखाकडे मला तुमचे लक्ष वेधायचे आहे.

आम्ही शेवटच्या

दोन स्लाइड्समध्ये काय केले आहे ते आम्ही काळजीपूर्वक केले आहे $mdx + ndy = 0$ या अभिव्यक्तीचा अर्थ स्पष्ट केला

तर तुम्हाला आश्चर्य वाटेल की मी या विषयावर इतका वेळ का घालवत आहे आणि हा एक महान गणितज्ञ जियानकार्लो रोटा यांनी लिहिलेल्या तात्विक लेखावर आधारित आहे जो आता नाही आणि त्याच्याकडे आहे.

विभेदक समीकरणे शिकवण्याबद्दल त्यांचे तात्विक दृष्टिकोन लिहिले आणि हा लेख ऑनलाइन उपलब्ध आहे.

आणि $mdx + ndy$ बरोबर 0 बद्दल *rota* च्या टिप्पण्यांमुळे मला हे अर्थ स्पष्ट करण्यासाठी बराच वेळ घालवण्यास प्रवृत्त केले.

या

अभिव्यक्तीबद्दल मी घाईघाईने एक अस्वीकरण जोडणे आवश्यक आहे हा लेख एक मोठा लेख आहे आणि असे बरेच मुद्दे आहेत जे या लेखात फिरवले जातात आणि मी त्यापैकी काहीशी सहमत आहे विशेषतः मी नुकतेच सांगितलेले पण सामान्यतः मी असहमत आहे

रोटाद्वारे संबोधित केलेल्या इतर अनेक मुद्द्यांसह हे एक बौद्धिक मतभेद आहे कारण हे खरोखरच तात्विक मुद्दे आणि अध्यापनशास्त्रीय मुद्दे आहेत असे नाही की गणित चुकीचे आहे

गणित अगदी तंतोतंत आहे ज्याबद्दल आपण बोलत आहोत ते व्याख्या आहेत तात्विक आधार आणि कोणते मुद्दे आहेत

कोर्समध्ये जोर द्यायचा आणि कोर्समध्ये कशावर जोर द्यायचा नाही आणि मी काही गोष्टींवर रोटाशी सहमत आहे आणि मी त्याच्याशी अनेक गोष्टींवर असहमत आहे पण तेच आयुष्य आहे मग आता आपण

भिन्न समीकरणांच्या आणखी काही भौमितिक पैलू पाहूया मला भूमिती आवडते म्हणून मी भूमितीवर जास्त वेळ घालवतो आम्ही पाहिले आहे की विभेदक समीकरण $mdx + ndy = 0$ तुम्हाला वक्रांचे एक कुटुंब

देते वक्रांचे ते कुटुंब काय आहे प्रणालीचे फेज वक्र प्रणालीचे फेज वक्र

प्रणाली म्हणून हे वक्रांचे एक पॅरामीटर कुटुंब आहे जसे x वर्ग अधिक y वर्ग समान c मधील वर्तुळांचे एक पॅरामीटर कुटुंब आहे जगाच्या बाबतीत खूप ची समीकरण आहे

तुम्हाला बंद वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली मिळेल ज्यामध्ये पहिला चतुर्थांश भरून पेंडुलम समीकरण तुम्हाला पुन्हा वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली मिळणार आहे आणि तुम्ही पाहणार आहात फेज डायग्रामसाठी भौतिकशास्त्राच्या काही पुस्तकांवर म्हणून समीकरण 1.

28 तुम्हाला

वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली देते उलट वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली दिल्यास आपण त्यातून एक विभेदक समीकरण मिळवू शकतो, होय आपण वक्रांचे एक पॅरामीटर फॅमिली खूप सुंदर वस्तू आहेत.

इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समध्ये

ते फ्लुइड मेकॅनिक्समध्ये दिसतात इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समध्ये ते इन्फिनिटेशियल रेषांचा विचार करतात तर इन्फिनिटेशियल पृष्ठभाग जर तुम्हाला चार्जेसचे वितरण मिळाले असेल तर असे

पृष्ठभाग आहेत जे अ इन्फिनिटेशियल सरफेसेस याला म्हणतात हे इन्फिनिटेशियल पृष्ठभाग घ्या आणि त्यांचे xy समतल तुकडे करा आणि तुम्हाला xy समतल वर समानार्थी रेषा मिळतील उदाहरणार्थ

मी तुम्हाला *resnick* आणि हॅलिडेज पुस्तकाच्या पृष्ठ 635 वर वळण्याची जोरदार शिफारस करतो मी या पुस्तकाचा आधी उल्लेख केला आहे

आणि पृष्ठ क्रमांकावर 635 किंवा त्याच आवृत्तीत तुमच्या लक्षात येते की

समतल्य रेषांची काही सुंदर चित्रे आहेत आता आपण अशा कुटुंबांची काही मनोरंजक उदाहरणे पाहू या सर्वात सोपे उदाहरण म्हणजे एकाग्र वर्तुळाचे कुटुंब

हे समीकरण वेगळे करते, तुम्हाला $2x$ अधिक $2y dy$ by dx बरोबर 0 मिळेल.

स्थिर

c अदृश्य होतो जेव्हा तुम्ही 2 ने भागाकार करता तेव्हा तुम्हाला x अधिक $y dy$ dx ने 0 मिळते हे विभेदक समीकरण आहे म्हणून 1.

33 हे

वक्र x वर्ग आणि y वर्ग समान c च्या एका पॅरामीटर कुटुंबासाठी विभेदक समीकरण आहे पण आता आपण पुढे जाऊया दुसरे उदाहरण जेथे ते इतके वापरकर्ता अनुकूल होणार नाही

तेथे y-अक्षाला स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळांच्या कुटुंबाचा विचार करूया एक y-अक्ष मूळस्थानी y-अक्षाला स्पर्श करणारे वर्तुळ काढा

मध्यभागी c स्वल्पविराम 0 असणे आवश्यक आहे आणि त्रिज्या पुन्हा c असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून वर्तुळ x वजा c संपूर्ण वर्ग अधिक y वर्ग समान c वर्गाचे समीकरण काय आहे c स्केअर रद्द होतो आणि तुम्हाला 1.

34 स्लाईड वर समीकरण 1.

34 मिळते x च्या संदर्भात 1.

34 आणि

2 ने भागाकार केला तर तुम्हाला x अधिक ydy द्वारे dx बरोबरी मिळेल c वरून c चे हे मूल्य परत 1.

34 मध्ये ठेवा

आणि तुम्हाला एक विभेदक समीकरण 1.

36 मिळेल पुन्हा १.

३५ वापरा जिथे आमच्याकडे c आहे आणि

तो १.

३४ मध्ये बदला आणि थोडी पुनर्रचना करा तुम्हाला हे सुंदर विभेदक समीकरण मिळेल

1.

36 आणि 1.

36 हे विभेदक समीकरण आहे या एका पॅरामीटर वर्तुळाच्या कुटुंबासाठी

आता मूळस्थानी y अक्षांना स्पर्श करत आहे.

मी तुम्हाला थोडा व्यायाम सांगणार आहे व्यायाम

कठीण नाही पण तुम्ही ते पूर्ण करणे आवश्यक आहे.

आम्ही हे समीकरण 1.

34 मध्ये फरक केल्यावर आम्ही विचार केला आहे

की y हे x चे कार्य आहे याचा अर्थ y अस्पष्ट आहे

x चे कार्य हे एक वैध गृहितक आहे या वर्तुळांचे रेखाटन करा

आणि उत्पत्तीवर काय होते ते शोधा आणि $2c$ स्वल्पविराम 0 वर काय होते ते शोधा .

या बिंदूच्या शेजारी

y हे x चे कार्य आहे असे म्हणणे कायदेशीर आहे का? x हे y चे कार्य आहे असे म्हणू नये

आपण x ला y चे अंतर्निहित कार्य मानू नये आणि x च्या संदर्भात फरक करण्याऐवजी y च्या संदर्भात 1.

34 मध्ये फरक करून पुढे जाऊ नये हे बरोबर आहे आपण x ला y चे कार्य मानले पाहिजे आणि आम्ही

y च्या संदर्भात फरक करून पुढे जाणे आवश्यक आहे परंतु आम्हाला तेच उत्तर मिळते आम्हाला पुन्हा समान भिन्नता

समीकरण 1.

36 मिळते आणि ते असे आहे की तुम्ही हे तपासले पाहिजे की तुमच्यासाठी हा एक छोटासा व्यायाम आहे तो

एक अतिशय सोपा व्यायाम आहे आणि मी तुम्हाला असे करण्यास सांगतो आता तुम्ही हा व्यायाम केल्यावर तुम्हाला

१.

३० आणि १.

३१ सममिती फॉर्म 1.

28 मधील समीकरण लिहिण्याचे गुण दिसले आहेत का, मी तुमच्यासाठी काही

स्लाईड्स परत देतो म्हणून तुम्ही हा व्यायाम केल्यानंतर तुम्ही माझ्याशी सहमत आहात का ते अधिक चांगले आहे ०

फॉर्म 1.

28 सह कार्य करा कारण काहीवेळा तुम्हाला y हे x चे फंक्शन मानावे लागेल आणि काहीवेळा

तुम्हाला x ला y चे फंक्शन मानावे लागेल जसे हे उदाहरण स्पष्टपणे दर्शविते आणि त्यामुळे

गोष्ट असममित बनवणे उचित नाही आणि सोबत काम करणे समीकरण 1.

28 चे अधिक सममितीय स्वरूप

सुचवले जाते ते एक वांछनीय वैशिष्ट्य आहे ठीक आहे

त्यामुळे तुम्ही माझ्याशी सहमत व्हाल की 1.

28 हे

सर्वात इष्ट वैशिष्ट्य आहे आता मी थोडे अधिक व्यायाम देणार आहे पण यावेळी

रंगीत पेनसह मजा येईल माझी इच्छा आहे की तुम्ही उगमस्थानी y -अक्षाला स्पर्श करणारी ती वर्तुळे

निव्या पेनने रेखाटून पुढील वर्तुळे लाल पेनने स्केच करा .

मूळच्या x -अक्षाला स्पर्श करा आणि

निव्या वर्तुळांना काटकोनात कापून घ्या म्हणून या वक्रांचे स्केचिंग करा आणि मिळवा

निव्या आणि लाल पेनमध्ये तुमच्या कलाकृतीचे एक सुंदर चित्र करा आणि नंतर रेसिकन हॉलिडेज

पुस्तक पृष्ठ 635 वर जा आणि आकृती 29 .

15 पाहा, तुमचे चित्र

विद्युत् द्विध्रुवाची लांबी याच्या जवळपास आहे का लहान होत जाते म्हणून या मनोरंजक

व्यायामासह मी आजचे व्याख्यान बंद करेन धन्यवाद

Prutor@iitk