नमस्ते छात्रों, अंतर समीकरणों की इस श्रृंखला में तीसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है, अब हम थोड़ा अलग उह परिप्रेक्ष्य में आगे बढ़ेंगे, ज्यामितीय दृष्टिकोण हम शिकारी शिकार मॉडल पर फिर से विचार करेंगे,

इसलिए हम अंतर समीकरणों के वोल्टेरा लोड कार सिस्टम को लेते हैं कि हमने पहले ही व्याख्यान में देखा कि यह कहता है कि dx बटा dt एक ऋण कुल्हाड़ी के बराबर bxy dy बटा dt के बराबर ky माइनस cxy के बराबर है जैसा कि आप उस स्लाइड में देखते हैं जो अभी प्रदर्शित है इसका क्या मतलब है कि हमारे पास इसका समाधान है अवकल समीकरण हमें x को समय के फलन के रूप में और y को समय के फलन के रूप में समय के इन दो फलनों को एक साथ रखना है और युग्म xt अल्पविराम yt बनाना है,

इसलिए अब यह एक बिंदु है जो समतल में गतिमान है युग्म xt अल्पविराम yt है विमान में एक पैरामीटरयुक्त वक्र कोई यह जानना चाहेगा कि यह वक्र कैसा दिखता है एक बार फिर अंतर समीकरणों की प्रणाली को हल करने का अर्थ है दो कार्यों को खोजना xt अल्पविराम yt और

इसलिए हमें एक पैरामीटरयुक्त वक्र मिलता है xt अल्पविराम yt हम इस वक्र को xy में c कहते हैं विमान संख्या हम इस वक्र के कार्तीय समीकरण को समझना चाहते हैं हम वक्र के कार्तीय समीकरण को कैसे प्राप्त करते हैं जो हमें dx द्वारा dt दिया जाता है और हमें dt द्वारा डाई दिया जाता है, तो आइए हम श्रृंखला नियम लागू करें और dx को dy द्वारा dx लिखें। dt से dy से dt से विभाजित करके x के ऊपर डॉट समय व्युत्पन्न का प्रतिनिधित्व करता है

इसलिए dx by dy होने वाला है x डॉट अप y डॉट लेकिन x डॉट क्या है यहां पहले समीकरण को देखें माइनस ax प्लस bxy y डॉट क्या है देखें दूसरा समीकरण ky माइनस cxy x फ़ैक्टर से अंश और y फ़ैक्टर हर से और

इसलिए हमें यह समीकरण 1.14 मिलता है जो स्पष्ट रूप से एक चर वियोज्य समीकरण है और अब तक आप जानते हैं कि इस चर वियोज्य समीकरण 1.14 से कैसे निपटना है, ठीक है तो आइए हम इस समीकरण को देखें 1.14 x और y जनसंख्या को निरूपित करते हैं और जनसंख्या को गैर-ऋणात्मक होना चाहिए, इसे सकारात्मक होना चाहिए

इसलिए हम पहले चतुर्थांश में अंतर समीकरण को देख रहे हैं,

इसलिए हम व्यापकता के नुकसान के बिना मान सकते हैं कि x और y दोनों धनात्मक हैं, आइए हम भी मान लें कि भाजक शून्य नहीं है, अंश शून्य नहीं है अर्थात शून्य से a शून्य नहीं है और k ऋण cx शून्य नहीं है, तो आइए हम इन दो उह बिंदुओं से दूर रहें और

इसलिए हमें क्या मिलता है हम चर को अलग करते हैं और हम प्राप्त करते हैं वेरिएबल्स को अलग करें, हम x से विभाजित करते हैं और k घटा cx से गुणा करते हैं और

इसलिए हमें यह k माइनस cx बटा xdx बटा dy बराबर बटा माइनस a बटा y मिलता है, दोनों पक्षों को y के संबंध में अच्छी तरह से एकीकृत करते हैं और आपको k लॉग क्या मिलता है x में निरपेक्ष मान डालने की कोई आवश्यकता नहीं है क्योंकि x धनात्मक है इसी तरह y धनात्मक है इसलिए लघुगणक के तहत कोई मापांक चिह्न नहीं होगा

इसलिए हमें k log x ऋण cx प्लस एक लॉग y ऋण बराबर बराबर मिलता है एकीकरण का स्थिरांक रहा है अक्षर कैपिटल ई कैपिटल ई द्वारा निरूपित हम एक पल में देखेंगे कि 1.15 पैरामीटरयुक्त वक्र xt कॉमा yt का कार्तीय समीकरण है,

इसलिए आप इससे परिचित हैं कि समतल x में एक वृत्त लें जो कि कॉस थीटा y के बराबर साइन थीटा है वे एक वृत्त या कार्टेस के पैरामीट्रिक समीकरण हैं इयान समीकरण x चुकता जमा y चुकता 1 के बराबर है या आप x बराबर कोसाइन थीटा y बराबर b साइन थीटा ले सकते हैं एक दीर्घवृत्त के पैरामीट्रिक समीकरण कार्तीय समीकरण x वर्ग पर एक वर्ग प्लस y चुकता पर b चुकता बराबर 1 है। निर्देशांक ज्यामिति से एक तीसरा उदाहरण दें , हम 4 कुल्हाड़ी के बराबर परवलय y वर्ग को देख सकते हैं जो एक कार्तीय समीकरण है, पैरामीट्रिक समीकरण x के बराबर 80 वर्ग और y के बराबर 280 है। तो आप जानते हैं कि आप पैरामीट्रिक समीकरणों के बीच इस संक्रमण को जानते हैं और कार्तीय समीकरण तो आप जो देखते हैं वह यह है कि समीकरण 1.15 यहाँ वक्र c के लिए कार्तीय समीकरण है इस वक्र c के लिए अर्थात् वक्र इस अंतर समीकरण का हल एक वक्र xt अल्पविराम को जन्म देता है yt यह वक्र अक्षर c द्वारा दर्शाया गया है और क्या हमने पाया है कि कार्तीय समीकरण है इस समीकरण 1.15 वक्र को ही चरण वक्र कहा जाता है वक्र को ही अवकल समीकरणों की प्रणाली के लिए चरण वक्र कहा जाता है सभी ठीक है कि यह समीकरण 1.15 एक बहुत ही रोचक समीकरण है यह एक बहुत ही रोचक समीकरण है 1.15 यह कहता है कि के लॉग एक्स माइनस सीएक्स प्लस ए लॉग वाई माइनस बाय हमेशा स्थिर होता है दूसरे शब्दों में इसका मतलब है कि यह संयोजन जिसे आप देखते हैं के लॉग एक्सटी माइनस सीएक्सटी प्लस ए लॉग वाई टी माइनस बाइट यह संयोजन हमेशा स्थिर रहता है इसका मूल्य ई है यह समय के साथ नहीं बदलता है जिसका अर्थ है कि यह किसी प्रकार की संरक्षित मात्रा होने जा रहा है यह संयोजन समय में स्थिर है यह अब समय में भिन्न नहीं होता है यदि आप एक यांत्रिक प्रणाली है जो शास्त्रीय यांत्रिकी से एक रूढ़िवादी प्रणाली आ रही है तो आप जानते हैं कि ऊर्जा संरक्षित होने जा रही है यदि आप एक पेंडुलम समीकरण या हार्मोनिक ऑसीलेटर सरल हार्मोनिक ऑसीलेटर लेते हैं तो आप जानते हैं कि कुल ऊर्जा हमेशा संरक्षित होती है इसका संरक्षण मात्रा ऊर्जा के संरक्षण के समान ही है और आइए हम इसे केवल पारिस्थितिक ऊर्जा के संरक्षण को कुछ अर्थों में अच्छी तरह से कहते हैं, जो कुछ भी सादृश्य से मैं इसे पारिस्थितिक ई का संरक्षण कह रहा हूं nergy

इसलिए मैं एकीकरण के इस स्थिरांक को निरूपित करने के लिए ई अक्षर का उपयोग करता हूं अब मुझे चरण वक्र के बारे में कुछ और बातें कहने दें , इन चरण वक्र की एक तस्वीर के लिए पूछना भी स्वाभाविक है यदि आप इसे 1.15 लेते हैं तो यह समीकरण कैसा होता है आप समीकरण लेते हैं 1.15 और आप xy तल में इस वक्र का एक प्लॉट मांगते हैं कि ये वक्र कैसे दिखेंगे जैसे यह समीकरण एक जटिल समीकरण है यदि यह x वर्ग और y वर्ग e के बराबर होता तो आपके लिए उन्हें प्लॉट करना आसान होता है यदि वे संकेंद्रित वृत्त हैं यदि ई बड़ा हो जाता है त्रिज्या बड़ा हो जाता है आपको एक बड़ा वृत्त मिलता है ताकि ई बढ़ता रहे आपको एक संकेंद्रित वृत्त प्राप्त हो लेकिन दुर्भाग्य से यह एक वृत्त का समीकरण नहीं है यह एक अधिक जटिल समीकरण है कि कोई इस वक्र को कैसे स्केच करता है इसे स्केच करना मुश्किल नहीं है वक्र लेकिन ऐसा करने के लिए आपको कई चरों के कलन से कुछ बुनियादी अवधारणाएँ होंगी, आपको कई चरों के कलन से कुछ अवधारणाओं की आवश्यकता होगी और यह हमें इसके दायरे से थोड़ा बाहर ले जाएगा वर्तमान पाठ्यक्रम और

इसलिए मैं उन वक्रों को स्केच करने के तरीके के बारे में नहीं जानूंगा, मैं केवल एक टिप्पणी करूंगा कि ये वक्र विमान में बंद वक्र हैं जैसे सर्कल के परिवार या अंडाकार के परिवार बंद वक्र हैं यह परिवार 1.15 जैसा कि ई भिन्न होता है, वे बंद वक्रों के परिवार हैं यदि आप बदलते रहते हैं ई यदि आप ई को बड़ा और बड़ा बनाते हैं तो बंद वक्र बड़े और बड़े हो जाएंगे, यह समझने के लिए कि इन वक्रों को कैसे आकर्षित किया जाए, मैं आपको उनके लिए एक संदर्भ दूंगा जिनकी जिज्ञासा जगाई गई है, आप पॉल ग्लेंडेनिंग द्वारा इस पुस्तक से परामर्श कर सकते हैं, पुस्तक का शीर्षक स्थिरता अस्थिरता और अराजकता है यह एक बहुत ही रोचक पुस्तक है और आप में से जो यह समझना चाहते हैं कि वोल्टेरा लोटका मॉडल के लिए इन वक्रों को कैसे स्केच किया जाए, वे इस पुस्तक से परामर्श कर सकते हैं। मुझे वेबसाइट में एक बहुत अच्छा उह लेख भी पसंद है जिसे आप डाउनलोड कर सकते हैं यह मुफ्त में उपलब्ध है और इन नोटों में इन चरण वक्रों की एक बहुत ही सुंदर तस्वीर है जो 1.1 द्वारा दिए गए वक्रों का परिवार है 5 को इस लेख में प्लॉट किया गया है आप कोशिश कर सकते हैं कि ठीक है खुश पढ़ना तो अब हम भौतिकी में उत्पन्न होने वाले चरण आरेखों को देखते हैं तो आइए हम एक साधारण दिखने वाले अंतर समीकरण को देखें dx बटा dt बराबर y dy बटा dt बराबर माइनस x समीकरण 1.16 समीकरण 1.16 वास्तव में सरल हार्मोनिक गति है सरल हार्मोनिक गति के समीकरणों को भी इस तरह लिखा जा सकता है आवृत्ति के साथ ओमेगा वर्ग बराबर 1. अब मैं 1.16 के लिए चरण वक्रों को समझना चाहता हूं अब आप सीधे 1.16 देख सकते हैं और आप देख सकते हैं कि x बराबर sine ty बराबर cos d इस समीकरण का एक समाधान है

1.16 तो आपको क्या लगता है कि 1.16 के लिए चरण वक्र हैं वे बहुत सरल हैं वे वृत्त हैं
इसलिए 1.16 के चरण वक्र वक्र हैं जो साइन टी अल्पविराम हैं r cos tx t के बराबर r sine ty t के बराबर r cosine tr sine t अल्पविराम r cos t वे समतल में वृत्त हैं जो सभी मूल पर केंद्रित हैं लेकिन आइए इसे थोड़ा अलग तरीके से देखने का प्रयास करें आइए हम विभाजित करें एक के बाद एक और आइए हम d द्वारा डाई लिखते हैं x फिर से वही है जो d से dy है xy dot द्वारा x dot dy से dx से dy को dt से dt से विभाजित किया जाता है जो कि माइनस x बटा y फिर से एक चर वियोज्य समीकरण है यह एक चर वियोज्य समीकरण है जो सामान्य रेखाओं के साथ आगे बढ़ता है और आपको x वर्ग और y चुकता c के बराबर मिलेगा, हमें हमारे संकेंद्रित वृत्त मिल गए हैं,
इसलिए चरण वक्र संकेंद्रित वृत्त सरल हैं, हालांकि सिस्टम एक महत्वपूर्ण टिप्पणी है जो मैं इस प्रणाली समीकरण के बारे में बनाना चाहता हूं 1.17 इसके साथ कम जानकारी रखता है मूल प्रणाली से आपका क्या मतलब है 1.16 इसका क्या मतलब है कि हमने 1.16 देखा कि हमें समय के कार्य के रूप में x और समय के कार्य के रूप में y को खोजना है इसका क्या मतलब है कि हम 1.17 को हल कर रहे हैं 1.17 को हल कर रहे हैं इसका सीधा सा मतलब है कि x और y के बीच संबंध खोजना, अर्थात् x वर्ग जमा y वर्ग c के बराबर है,
इसलिए समीकरण x वर्ग और y वर्ग बराबर c प्राप्त करना x के बराबर r कोसाइन t और y बराबर r साइन t सर्कल से बहुत अलग है x वर्ग जोड़ y वर्ग बराबर t o c में कई अलग-अलग पैरामीटर हैं और sin t अल्पविराम क्योंकि t कई पैरामीटरों में से केवल एक है, दूसरा पैरामीटरकरण x के बराबर 1 घटा t वर्ग बटा 1 प्लस t वर्ग y बराबर 2 t बटा 1 प्लस t वर्ग हो सकता है जिसका आपने सामना किया होगा आपके निर्देशांक ज्यामिति पाठ्यक्रम या कलन पाठ्यक्रम वृत्त x वर्ग और y वर्ग 1 के बराबर को कोसाइन टी अल्पविराम पाप के रूप में परिचालित किया जा सकता है, इसे sin t अल्पविराम कोसाइन t के रूप में परिचालित किया जा सकता है, इसे 1 ऋण t वर्ग गुणा 1 जमा t वर्ग के रूप में परिचालित किया जा सकता है अल्पविराम 2 t बटा 1 जमा t वर्ग 1 के बराबर वृत्त x वर्ग जमा y वर्ग को पैरामीटर करने के कई अलग-अलग तरीके हैं।
इसलिए x और y के बीच संबंध देना इस अंतर समीकरण 1.16 को स्पष्ट रूप से हल करने की तुलना में बहुत कम जानकारीपूर्ण है,
इसलिए 1.17 कम वहन करता है 1.16 से अधिक जानकारी मुझे एक और प्रणाली देखने दें और मैं इस टिप्पणी पर बाद में वापस आऊंगा,
इसलिए समीकरण dy बटा dt के बराबर 2xy dx बटा dt के बराबर 1 प्लस x वर्ग पर विचार करें, आप पहले चतुर्थांश में अच्छी तरह से काम करते हैं I मैं एक दूसरे को विभाजित करने जा रहा हूं,
इसलिए मुझे y के 0 होने या x के 0 होने के बारे में चिंता करनी होगी, इसके बारे में चिंता न करें पहले चतुर्थांश में काम करें x 0 से बड़ा y 0 से बड़ा ठीक है अब आप पहले प्राप्त करना चाहते हैं 1.19 में से समीकरणों को क्रमित करें आप 1.19 के चरण वक्रों को समझना चाहते हैं, यह फिर से क्या है dx द्वारा dy बराबर y डॉट बटा x डॉट क्या है y dot y dot समय के संबंध में y का व्युत्पन्न है और यह 2 xy द्वारा दिया गया है। एक्स डॉट एक्स का समय व्युत्पन्न है जो 1 प्लस एक्स स्क्वायर है
इसलिए डीएक्स द्वारा डीई एक्स डॉट पर वाई डॉट है जो 2 एक्सई बटा 1 प्लस एक्स स्क्वायर फिर से आप एक परिवर्तनीय वियोज्य समीकरण देखते हैं आपको एक परिवर्तनीय वियोज्य समीकरण मिला है ठीक-ठीक जानते हैं कि इससे कैसे निपटना है
इसलिए मैं इस उदाहरण 1.19 में समस्या प्रश्न को पूरा करने के लिए इसे आपके ऊपर छोड़ दूंगा क्या आप स्पष्ट रूप से 1.19 को एकीकृत कर सकते हैं क्या आप y को t के एक फ़ंक्शन के रूप में पा सकते हैं और x इस समीकरण को संतुष्ट करने वाले t के एक फ़ंक्शन के रूप में 1.19 आप क्या आप वास्तव में ऐसा कर सकते हैं क्योंकि आप पहले दूसरे समीकरण dx by dt को 1 जमा x वर्ग के बराबर हल कर सकते हैं x इसे पहले समीकरण में खींचें और अपना y प्राप्त करें तो यहां फिर से एक ऐसा मामला है जहां दो समीकरणों को स्पष्ट रूप से हल किया जा सकता है ताकि x को t के फ़ंक्शन के रूप में और y को t के फ़ंक्शन के रूप में प्राप्त किया जा सके जबकि मैं आपसे जो पूछ रहा हूं वह एक है चरण वक्र जिसका अर्थ है x और y के बीच संबंध एक और उदाहरण पर विचार करें अंतर समीकरण dx बटा dt बराबर 1 बटा 1 जोड़ y वर्ग डाई बटा dt बराबर 1 बटा 1 जमा x वर्ग है तो समस्या 1.21 के चरण वक्रों को खोजने की है फॉर्म 1.20 का एक डिफरेंशियल इक्वेशन प्राप्त करना जो कि dx बटा dx बराबर fx y है जो dy बटा dx है, इस मामले में यह 1 जमा y स्क्वेयर बटा 1 प्लस x स्क्वेयर फिर से एक वेरिएबल वियोज्य इक्वेशन होगा और आप इसे इंटीग्रेट कर सकते हैं परिवर्तनीय वियोज्य समीकरण और आप x और y के बीच संबंध पा सकते हैं कृपया इस अभ्यास को पूरा करें और चरण वक्र खोजें एकीकरण स्थिरांक के विभिन्न मूल्यों के लिए चरण वक्रों को स्केच करें ताकि हम एकीकरण स्थिरांक को बदल दें आपको एक अलग वक्र मिलेगा ताकि आपको एक परिवार मिल सके वक्रों की तो कृपया ऐसा करें कि यह बहुत आसान है कि आप dx के बराबर 1 जमा pi वर्ग बटा 1 जमा x वर्ग प्राप्त करने जा रहे हैं, लेकिन आप अनुमान लगा सकते हैं कि यह क्या होने जा रहा है जहां x का टैन व्युत्क्रम y प्लस स्थिरांक c का प्रतिलोम है जो कि है एकीकरण का एक स्थिरांक और
इसलिए आपको दोनों पक्षों पर टैन लागू करना होगा आपको y प्लस c के व्युत्क्रम टैन के x के बराबर x मिलता है और
इसलिए आप आगे बढ़ते हैं और आपको x और y के बीच संबंध मिलता है ठीक है अब हम अगले अंक पर जाते हैं आइए हम सिस्टम dx बटा dt को xy के y phi के बराबर और dy बटा dt के बराबर माइनस x गुणा phi x वर्ग के बराबर देखें, फिर से आप dx द्वारा डाई करते हैं फिर से एक को दूसरे से विभाजित करते हैं आप क्या देखते हैं फ़ीड गायब हो जाता है शुल्क पूरी तरह से गायब हो जाता है आपको dx से dy मिलता है और ydy बटा dx बराबर माइनस x बटा y होता है, जिसका अर्थ है कि फिर से एक चर वियोज्य समीकरण आपको फिर से x वर्ग प्लस y वर्ग c के बराबर मिलता है,
इसलिए उल्लेखनीय विशेषता यह है कि कोई फर्क नहीं पड़ता कि यह शुल्क चरण वक्र है 1.22 में से सभी वृत्त x वर्ग और y वर्ग c वर्ग के बराबर हैं, भले ही phi आंशिक रूप से कुछ भी हो ular अगर मैं 1 के बराबर phi लेता हूं अगर मैं 1 के बराबर phi लेता हूं तो 1.22 क्या पढ़ता है dx बटा dt बराबर ydy बटा dt बराबर माइनस x आप जानते हैं कि उस dx बटा dt को y dy बटा dt बराबर माइनस x के बराबर कैसे हल करना है जो मतलब t का x बराबर r साइन t और y का t बराबर r cosine t मैं phi को बदलता हूं और मैं xy के phi को x वर्ग के बराबर लेता हूं तो क्या होता है तो समाधान अब साइन टी नहीं है और कोसाइन टी आप कर सकते हैं चेक सॉल्यूशन बदलने वाला है फेज कर्व्स x स्क्वायर प्लस y स्क्वेर्ड बराबर c हैं फेज कर्व्स नहीं बदलते हैं जो मैंने अभी थोड़ी देर पहले कहा था लेकिन यह xt c sin t और yt बराबर c cos t अब नहीं रहेगा काम करें अगर मैं एक्स वर्ग के बराबर एक्सई का फाई लेता हूं तो यह काम करेगा अगर मैं फी को एक्स वर्ग के लिए लेता हूं तो यह काम करेगा, यह अब काम नहीं करेगा,
इसलिए जब मैं एक्स वाई के बराबर फाई लेता हूं 1.22 में x वर्ग मैं चाहता हूँ कि आप x को समय के एक फलन के रूप में खोजें और y समय का एक फलन है, कुछ प्रारंभिक शर्तों को देखते हुए x के 0 के बराबर 1 के बराबर रूट 2 और y का 0 अब आप scra शुरू करेंगे अपना सिर खुजलाते हुए मैं इस dx को dt के बराबर yx वर्ग dy बटा dt के बराबर घटा x घन के रूप में कैसे करने जा रहा हूं मैं कैसे t के फ़ंक्शन के रूप में x और t के फ़ंक्शन के रूप में y को खोजने जा रहा हूं क्योंकि dx द्वारा dt समीकरण इसमें dt द्वारा aydy शामिल है xx शामिल है,
इसलिए यह कॉम है यह समीकरण की एक युग्मित प्रणाली है और मैं व्यक्तिगत रूप से उनमें से एक को हल नहीं कर सकता और दूसरे में स्थानापन्न नहीं कर सकता जैसा कि पिछले उदाहरण में हुआ था,
इसलिए आप जो देखते हैं वह यह है कि हम धीरे-धीरे अधिक से अधिक प्रगति कर रहे हैं जटिल समीकरण जहां xt को खोजना और yt को व्यक्तिगत

रूप से खोजना आसान नहीं होगा, लेकिन मैं कहता हूं कि यह मुश्किल नहीं है या तो इस उदाहरण में इसे कैसे करना है यह एक संकेत है संकेत कहता है कि आप जानते हैं कि बिंदु xtyt उस सर्कल में स्थित है जिसे आप पता है कि t का x c कोसाइन psi ty होने वाला है, t का c साइन psi t के बराबर है, जहां psi t का एक कार्य है, मैं बस इतना कह रहा हूं कि t के बराबर t का psi काम नहीं करेगा यह तभी काम करेगा जब शुल्क है 1 लेकिन फाई 1 शुल्क नहीं है x चुकता है

इसलिए यह फ़ंक्शन psi t अधिक जटिल होने जा रहा है तो सर्कल पर कोई भी बिंदु किसी चीज की कोज्या है सर्कल में किसी भी बिंदु कोस थीटा कॉमा साइन थीटा है और

इसलिए थीटा टी का एक कार्य बन जाता है या इस मामले में मैं टी के नोटेशन साई का उपयोग करता हूं

इसलिए मैंने कहा xt के बराबर c कोसाइन psi ty c sine psi t के बराबर है और मुझे यह निर्धारित करना है कि psi tc 1 होना चाहिए c 1 क्यों है क्योंकि इस प्रारंभिक स्थिति x को 0 के बराबर 1 बटा रूट 2 y 0 के बराबर 1 बटा रूट 2 और x चुकता जमा y चुकता c चुकता है

इसलिए c 1 होना चाहिए

इसलिए c 1 है जो स्पष्ट है

इसलिए आपको psi t के लिए एक अंतर समीकरण प्राप्त करना होगा आप psi t के स्थानापन्न x के लिए एक अंतर समीकरण कैसे प्राप्त करने जा रहे हैं जो कोसाइन psi के बराबर है t के समीकरण 1.22 y में psi की ज्या के बराबर t समीकरण 1.22 में और आपको psi dot के बराबर कुछ मिलेगा जो आपको psi के लिए एक अंतर समीकरण मिलेगा और वह अंतर समीकरण एक चर वियोज्य समीकरण है और हम वास्तव में एकीकृत कर सकते हैं और हम इसे प्राप्त कर सकते हैं ताकि आप एक्स को टी और वाई एक्सप्लिक के फ़ंक्शन के रूप में स्पष्ट रूप से ढूंढ सकें जैसा कि t का एक फ़ंक्शन थोड़ा अधिक जटिल हो गया है, अभ्यास से पता चलता है कि जब हम इस फ़ंक्शन को बदलते हैं तो क्या होता है, चरण घटता नहीं बदलता है, चरण वक्र हमेशा x वर्ग होते हैं प्लस y वर्ग c वर्ग होता है, इसमें पैरामीटरकरण क्या परिवर्तन होता है एक मामले में यह साइन टी कॉमा कोसाइन टी है दूसरे मामले में यह साई टी के साई टी कॉस की साइन है और एक साई टी थोड़ा अधिक जटिल कार्य है

इसलिए पैरामीटराइजेशन ने वक्र बदल दिया है जैसे मैंने कहा सर्कल में असीम रूप से कई पैरामीटर हैं जो कि सही पैरामीटर है जो कि अंतर समीकरण का समाधान होगा,

इसलिए मुझे एक सामान्य टिप्पणी करनी चाहिए,

इसलिए हमने कई उदाहरण 1.16 1.19 और 1.22 1.16 देखे हैं यह एक हार्मोनिक ऑसीलेटर डीएक्स बाय डीटी है y 1.16 के बराबर है dx बटा dt बराबर y dy बटा dt बराबर घटा x क्या है 1.19 dy बटा dt बराबर 2xy dx बटा dt बराबर 1 जमा x वर्ग फिर से मैं दोहराता हूं कि आप दूसरे समीकरण को हल कर सकते हैं x के एक फ़ंक्शन के रूप में प्राप्त करें समय में डाल दिया पहले समीकरण और फिर y को समय के एक फलन के रूप में प्राप्त करते हैं,

इसलिए यहाँ हम इसे करने में सक्षम हैं और 1.22 के समीकरण पर हमने अभी चर्चा की है,

इसलिए इन तीन उदाहरणों में हम स्पष्ट रूप से समय के कार्यों के रूप में x और y को खोजने में सक्षम हैं। और यह एक बहुत ही दुर्लभ स्थिति है यह एक बहुत ही दुर्लभ स्थिति है आमतौर पर ऐसा नहीं होगा वोल्टेरा लोड समीकरण डीएक्स बाय डीटी बराबर घटा कुल्हाड़ी प्लस बीएक्सवाई डाई बाय डीटी बराबर के माइनस सीएक्सवाई आपको पारिस्थितिक ऊर्जा का यह संरक्षण मिलता है, यह सब आप प्राप्त कर सकते हैं आप आगे नहीं जा सकते हैं और स्पष्ट रूप से समय के एक समारोह के रूप में एक्स प्राप्त कर सकते हैं और वाई स्पष्ट रूप से समय के एक समारोह के रूप में प्राप्त कर सकते हैं, इसलिए आप देखते हैं कि इस समीकरण में सीमाएं हैं, आपको समीकरण 1.25 के साथ संतुष्ट रहना होगा, आप पिछले तीन उदाहरणों के विपरीत एक्स और वाई प्राप्त नहीं कर सकते हैं व्यक्तिगत रूप से समय के कार्यों के रूप में लेकिन व्यवहार में यह चरण वक्र सभी व्यावहारिक उद्देश्यों के लिए पर्याप्त है, यह पता चला है कि चरण वक्र पर्याप्त है हम सिस्टम के व्यवहार के बारे में अपनी सारी जानकारी प्राप्त कर सकते हैं समीकरण 1.25 आइए एक और उदाहरण करते हैं आइए अपने पिछले व्याख्यानों के पेंडुलम समीकरण को देखें । माध्य स्थिति और दोलन में सेट और माध्य स्थिति से विस्थापन yt कोणीय विस्थापन है

इसलिए कोणीय वेग क्या है कोणीय विस्थापन का व्युत्पन्न कोणीय वेग है dt द्वारा d t का z है कोणीय वेग है आप कोणीय वेग को अलग करते हैं आप कोणीय त्वरण प्राप्त करें ताकि dz बटा dt d2y बटा dt वर्ग कोणीय त्वरण हो, लेकिन अंतर समीकरण आपको देता है कि d2y बटा dt वर्ग माइनस g बटा l साइन y है तो आइए हम इन चीजों को एक साथ dt द्वारा समेकित करें जिसे हम इसे कॉल करने जा रहे हैं z और dz बटा dt, l साइन y पर माइनस g है, अब समीकरण 1.27 को देखें, ठीक यही मैं dt by dy का प्रयास करता हूं z dz by dt है माइनस g ऑन l साइन y फिर से आप देखते हैं कि हमें एक s मिला है समीकरणों की प्रणाली, अंतर समीकरणों की एक युग्मित प्रणाली, y को स्पष्ट रूप से समय के एक फलन के रूप में खोजना और z को समय के एक फलन के रूप में स्पष्ट रूप से खोजना एक कठिन व्यवसाय होने जा रहा है और दो कार्यों को एक साथ रखा जा सकता है yt कॉमा zt और आपको एक पैरामीटरयुक्त वक्र मिलता है और ये पैरामीटरयुक्त वक्र पेंडुलम समीकरण के लिए चरण वक्र हैं या तो 1.26 या 1.27 वे वास्तव में समान हैं

इसलिए जोड़ी yt अल्पविराम zt पेंडुलम समीकरण 1.26 के लिए चरण वक्र हैं

इसलिए zt और y t के बीच संबंध प्राप्त करें zt और yt के बीच संबंध प्राप्त करें दूसरे शब्दों में चरण वक्रों के लिए कार्तीय समीकरण प्राप्त करें चरण घटता के लिए कार्तीय समीकरण प्राप्त करें और भौतिक रूप से अपने परिणाम की व्याख्या करें यदि आप एकीकरण स्थिरांक के विभिन्न मूल्यों के लिए चरण वक्रों की साजिश करते हैं तो आपने इस चरण आरेख की तस्वीर देखी होगी। yz तल में वक्रों का एक पैरामीटर परिवार और इस चित्र को चरण आरेख कहा जाता है आपने शायद इस चरण आरेख को एक पेंडुलम के लिए देखा है आपके भौतिकी पाठ्यक्रमों में समीकरण आपने शायद z और y के बीच इस संबंध के लिए भौतिक व्याख्या भी देखी होगी, z और y के बीच एक संबंध है और संबंध का एक अर्थ है कि यह ऊर्जा के संरक्षण का नियम क्या है पेंडुलम एक है रूढ़िवादी यांत्रिक प्रणाली और ऊर्जा के संरक्षण का कानून आपको zt और yt के बीच संबंध देता है और वह संबंध है जो आपको चरण वक्रों के लिए कार्टेशियन समीकरण के रूप में मिलेगा, आप इन चरण वक्रों को स्केच करने के लिए भौतिक अंतर्ज्ञान का भी उपयोग कर सकते हैं, ये चरण वक्र जा रहे हैं बंद वक्र होना क्योंकि जब आप पेंडुलम को दोलन में सेट करते हैं तो पेंडुलम झूलने लगता है और यह दोलन गति प्रदर्शित करता है और

इसलिए ये चरण वक्र बंद सर्किट होने जा रहे हैं, हालांकि यदि आप पेंडुलम को एक तेज धक्का देते हैं यदि आप इसे बहुत कठिन धक्का देते हैं तो पेंडुलम क्या होगा क्या यह चलेगा यह चलता रहेगा यह शीर्ष पर जाएगा और सर्किट पूरा करेगा और नीचे आ जाएगा और यह x होगा और यह परिपत्र गति प्रदर्शित करेगा और d जो आपको ऊर्जा के बड़े मूल्यों के लिए तदनुसार चरण वक्रों को आकर्षित करने में सक्षम करेगा, कोशिश करें या शायद कुछ भौतिकी पुस्तकों से परामर्श करें, जो भी इस अभ्यास का उद्देश्य चरण वक्र और भौतिकी के बीच संबंध को बाहर लाने के लिए संरक्षण का नियम है समय के कार्यों के रूप में टी के व्यक्तिगत रूप से y और t के z को ऊर्जा खोजना मुश्किल होने वाला है, यह पिछले व्याख्यान में अण्डाकार कार्यों को शामिल करने जा रहा है जिसे मैंने अण्डाकार कार्यों के साथ रोक दिया था और यहाँ हम इनका फिर से सामना करते हैं ये अण्डाकार कार्य भौतिकी में बहुत स्वाभाविक रूप से दिखाई देते हैं हमें ऊर्जा के संरक्षण का नियम आसानी से मिल जाता है, जो कि यूएच फंक्शन yt और z के बीच संबंध है, ठीक

है, अब हम व्याख्यान की इस श्रृंखला के अगले चरण में आते हैं, अर्थात् फॉर्म के अंतर समीकरण mdx प्लस ndy बराबर शून्य के बराबर किताबों में आप अक्सर करेंगे स्लाइड में समीकरण 1.28 की तरह लिखा जा रहा एक अंतर समीकरण देखें mxydx plus nxydy बराबर 0. अब यह समीकरण 1.28 कुछ विवादास्पद है क्योंकि टी क्या है वह इसका अर्थ है dx का अर्थ क्या है और dy जो चारों ओर तैरता है हम लगातार कह रहे हैं कि dy by dx in dy को dx से विभाजित नहीं किया जाता है, यह x के संबंध में y का व्युत्पन्न है यह केवल एक प्रतीक dy है dx यह dy से विभाजित नहीं है dxdy एक संख्या नहीं है और dx एक संख्या नहीं है
इसलिए यहाँ समीकरण 1.28 में अचानक dx और dy को अलग कर दिया गया है, वे आपके डिफरेंशियल कैलकुलस और इंटीग्रल कैलकुलस कोर्स में अविभाज्य थे, अब वे हैं अलग किया जा रहा है ओह कितनी क्रूर अभिव्यक्ति mdx plus ndy को गणित में बहुत सटीक शब्दों में परिभाषित किया जा सकता है, इसे करने का एक तरीका है लेकिन हम यहां ऐसा नहीं करेंगे क्योंकि यह ऐसा करने की जगह नहीं है तो हम क्या करें तो क्या करें क्या हम समीकरण 1.28 के साथ करते हैं, हमें आगे बढ़ने से पहले इस समीकरण 1.28 के अर्थ को स्पष्ट करना चाहिए क्योंकि कई अंतर समीकरण 1.28 के रूप में प्रस्तुत किए जा रहे हैं,
इसलिए वास्तव में एमडीएक्स प्लस एन डी वाई के अर्थ को स्पष्ट करना जरूरी है और हम अब ऐसा करेंगे मुझे अब आगे बढ़ना चाहिए इसे स्पष्ट करने के लिए सबसे पहले हम उस चर्चा को याद करते हुए शुरू करते हैं जो हमने अब तक देखी है, हमने देखा है कि भौतिक विज्ञान और जैविक विज्ञान में स्वाभाविक रूप से उत्पन्न होने वाले अंतर समीकरण आमतौर पर अंतर समीकरणों के सिस्टम होते हैं वे अंतर समीकरणों के जोड़े होते हैं वोल्टेरा लोड ची समीकरण dx बटा dt बराबर माइनस ax प्लस xydy बटा dt बराबर ky माइनस c xy सरल हार्मोनिक गति dx बटा dt बराबर y dy बटा dt बराबर माइनस x फिर से एक सिस्टम पेंडुलम समीकरण जिसे हमने अभी देखा है, के रूप में लिखा जा सकता है एक प्रणाली
इसलिए हम अंतर समीकरणों की प्रणालियों को देख रहे हैं और यदि यांत्रिक प्रणाली में समय व्युत्पन्न को देख रहे हैं तो आपने अब तक किस प्रकार के अंतर समीकरणों का सामना किया है, वे फॉर्म 1.29 dx by dt बराबर nxy dy by dt हैं माइनस एमएक्सई के बराबर है ये इस प्रकार के अंतर समीकरण हैं जिनका हमने अब तक सामना किया है, एक यांत्रिक प्रणाली के लिए इसका क्या मतलब है मैंने अभी कहा कि टी समय चर का प्रतिनिधित्व करेगा और
इसलिए xy का n और xy का m का ऋण वेग के घटक हैं यदि x और y विस्थापन के घटक हैं तो dx बटा dt अल्पविराम dy बटा dt वेग का सदिश है दूसरे शब्दों में n और ऋण m कण के वेग के घटक हैं और इस अंतर समीकरण 1.29 को हल करने की समस्या स्पष्ट रूप से समय के एक समारोह के रूप में एक्स और स्पष्ट रूप से समय के एक समारोह के रूप में खोजने के बराबर है, लेकिन हमने अभी देखा है कि व्यवहार में समय के एक समारोह के रूप में 1.29 x से प्राप्त करना शायद ही संभव है और y समय का एक कार्य है क्लासिक उदाहरण वोल्टेज आवंटन लड़के समीकरणों का है, यहां तक कि जब आप इसे कर सकते हैं तो इसे करना पूरी तरह से आसान नहीं है,
इसलिए हमें केवल चरण वक्र के साथ संतुष्ट रहना होगा, चरण वक्र बहुत आसान हैं प्राप्त करें जैसा कि हमने समय देखा है और फिर से एक को दूसरे डाई से विभाजित करते हैं dx y डॉट बटा x डॉट है जो माइनस m बटा n है और 1.30 x और y को जोड़ने वाला एक डिफरेंशियल इक्वेशन है लेकिन हम y को विभाजित करने के बजाय समान रूप से अलग तरीके से आगे बढ़ सकते थे डॉट बाय एक्स डॉट वी डी o इसके विपरीत हम dx बटा dt प्राप्त करते हैं और dy से dt x डॉट से विभाजित करते हैं, y dot से विभाजित करते हैं या dx बटा dy बराबर माइनस n बटा m,
इसलिए हमें एक ओर अंतर समीकरण 1.30 मिलता है और हमें अंतर मिलता है समीकरण 1.31 और जब आप सिस्टम 1.29 में वापस जाते हैं तो x और yx के बीच कोई अंतर नहीं होता है और y चर हैं जो समान स्थिति का आनंद लेते हैं,
इसलिए कोई पक्षपात नहीं है, x या y के अनुकूल होने की कोई आवश्यकता नहीं है,
इसलिए दोनों को समान महत्व मिलता है।
इसलिए यह मेरे लिए स्पष्ट नहीं है कि 1.30 या 1.31 को प्राथमिकता दी जाती है, इन दो समीकरणों का समान महत्व है,
इसलिए vo में x और y के बीच समरूपता को देखते हुए x और y द्वारा निभाई गई समान भूमिकाएँ हैं जिन्हें हम 1.28 या तो समीकरण 1.30 या समीकरण 1.31 से निरूपित करते हैं,
इसलिए 1.28 1.30 और 1.31 दोनों के संयोजन और इसे एक एकल समीकरण के रूप में लिखने का एक तरीका है,
इसलिए 1.28 को या तो 1.30 या एक बिंदु तीन एक के रूप में व्याख्या किया जाना चाहिए,
इसलिए यह मूल रूप से इस अभिव्यक्ति के अर्थ को स्पष्ट करता है mdx प्लस ndy शून्य के बराबर सुनिश्चित है कि हमने dx को अलग कर दिया है और डाई हम क्रूर रहे हैं l dx और dy अविभाज्य थे लेकिन हमने उन्हें अलग कर दिया है लेकिन व्याख्या एक सटीक व्याख्या दी गई है 1.28 को 1.30 या 1.31 के रूप में माना जाना चाहिए,
इसलिए अब हमने व्यावहारिक बिंदु से mdx plus ndy की बहुत स्पष्ट व्याख्या दी है। दिलचस्प पहले क्रम के समीकरण जैसे 1.28 1.28 एक समीकरण है जो सिस्टम 1.29 से उत्पन्न होता है,
इसलिए 1.29 जैसे समीकरणों का अध्ययन अंतर समीकरण 1.28 और 1.28 को जन्म देता है, मैं दोहराता हूं बस 1.30 या 1.31 इस पर निर्भर करता है कि क्या आप xa को अधिक अनुकूल स्थिति देना चाहते हैं। या अधिक अनुकूल स्थिति ठीक है या नहीं,
इसलिए यह अलग तरह से कहा गया है कि जोड़ी 1.29 अधिक मौलिक है और यह विचाराधीन एक अधिक दिलचस्प वस्तु है 1.29 अध्ययन का मूल उद्देश्य है और 1.28 केवल एक सहायक उपकरण है और दुर्भाग्य से व्यवहार में यह नहीं है 1.29 को पूर्ण रूप से हल करना संभव है, x को समय के फलन के रूप में और y को समय के फलन के रूप में प्राप्त करना संभव नहीं है, हम केवल इस समीकरण 1.28 को हल कर सकते हैं जो कि w है। hy समीकरण जैसे m dx plus nd y बराबर 0 को बहुत विस्तार से पढ़ाया जाता है क्योंकि यह वह सब है जिसे हम वास्तव में हल कर सकते हैं एक और बिंदु जो मैं अब बनाना चाहता हूं, आइए हम एक अलग प्रणाली को देखें जिसे हमने लिया है। सिस्टम डीएक्स बटा डीटी बराबर एन डी वाई बटा डीटी बराबर माइनस एम मैं क्या करता हूं कि मैं उन दोनों के दाहिने हाथ को एक ही कारक से गुणा करता हूं xy का म्यू याद रखें हमने एक सरल उदाहरण किया था dx बटा dt बराबर y गुना phi का xy dy by dt, x के phi में घटा x उप के बराबर है, जहां xy का phi, x और y का कोई भी फलन है, हमने क्या देखा हमने देखा कि चरण वक्र नहीं बदलते हैं चरण वक्र हमेशा वृत्त होते हैं जो बदलते हैं फिर क्या परिवर्तन होता है जब आप फ़ंक्शन को बदलते हैं तो पैरामीटराइजेशन बदल जाता है,
इसलिए अब हम अधिक सामान्य स्थिति को देख रहे हैं, मैं वही काम करता हूं जो इस समीकरण के साथ शुरू होता है dx बटा dt बराबर n dy बटा dt बराबर माइनस m और इसके लिए दाहिने हाथ की भुजाओं को गुणा करें xy का एक ही कारक mu mu फिर से आप देखेंगे कि एक दूसरे को mu disa प्रकट होता है यदि म्यू गायब हो जाता है तो इसका मतलब है कि कारक एमयू को पेश करने से चरण वक्र नहीं बदलेगा,
इसलिए चरण वक्र 1.32 और चरण वक्र 1.29 समान हैं जो पैरामीटर परिवर्तन बदल जाएगा पैरामीटरकरण परिवर्तन भौतिकी के संदर्भ में क्यों सोचता है समीकरण क्या करता है 1.29 आपको बता दें कि यह आपको बताता है कि वेग के घटक n और माइनस m हैं मैंने क्या किया है मैंने xya scalar factor mu का एक गुणनखंड लगाकर वेग को बदल दिया है ताकि वेग का परिमाण बदल जाए लेकिन दिशा नहीं परिवर्तन तो कण की गति बदल जाती है लेकिन कण का प्रक्षेपवक्र चरण वक्र नहीं बदलता है चरण वक्र के साथ वेग नहीं बदलता है
इसलिए चरण वक्र के साथ पैरामीटरकरण बदल जाएगा

इसलिए 1.32 के चरण वक्र भी हैं 1.29 के चरण वक्र के समान है,
इसलिए इससे कोई फर्क नहीं पड़ता कि मैं 1.29 को 1.32 में परिवर्तित करता हूं क्योंकि हम सहमत हैं कि चरण वक्र केवल ऐसी चीजें हैं जिन्हें हम अंततः बी निर्धारित कर सकते हैं क्योंकि वास्तव में x को t के कार्य के रूप में और y को t के कार्य के रूप में खोजना बहुत दुर्लभ है, यह एक बहुत ही महत्वपूर्ण तथ्य है जिस पर आमतौर पर किताबों में जोर नहीं दिया जाता है और मैं इसके साथ धीमी गति से जा रहा हूं क्योंकि यह एक बहुत है महत्वपूर्ण बिंदु अब मैं आपका ध्यान जॉन कार्लो रोटा के एक लेख की ओर आकर्षित करना चाहता हूं जो हमने पिछली कुछ स्लाइड्स में किया है, वह यह है कि हमने इस अभिव्यक्ति mdx plus ndy बराबर 0 के अर्थ को सावधानीपूर्वक स्पष्ट किया है, आपको आश्चर्य होगा कि ऐसा क्यों है कि मैं इस मामले पर इतना समय बिता रहा हूं और यह एक महान गणितज्ञ जियानकार्लो रोटा द्वारा लिखे गए दार्शनिक लेख पर आधारित है जो अब नहीं रहे और उन्होंने अंतर समीकरणों के शिक्षण के बारे में अपना दार्शनिक दृष्टिकोण लिखा है और यह लेख ऑनलाइन उपलब्ध है और रोटा का 0 के बराबर mdx plus ndy के बारे में टिप्पणियों ने मुझे इस अभिव्यक्ति के इस अर्थ को स्पष्ट करने के लिए एक लंबा समय बिताने के लिए प्रेरित किया है, हालांकि मुझे जल्दबाजी में एक अस्वीकरण जोड़ना होगा, लेख एक लंबा लेख है और ऐसे कई बिंदु हैं जो रोटा को संबोधित करते हैं इस लेख में और मैं उनमें से कुछ के साथ सहमत हूं, विशेष रूप से एक जो मैंने अभी कहा था, लेकिन आम तौर पर मैं रोटा द्वारा संबोधित कई अन्य बिंदुओं से असहमत हूं,
इसलिए यह एक बौद्धिक असहमति है क्योंकि यह वास्तव में दार्शनिक मुद्दे और शैक्षणिक मुद्दे हैं। कि गणित गलत है, गणित बिल्कुल सटीक है , जिसके बारे में हम बात कर रहे हैं, वह व्याख्या है, दार्शनिक आधार और शैक्षणिक मुद्दे, पाठ्यक्रमों में क्या जोर देना है और पाठ्यक्रमों में किस पर जोर नहीं देना है और ii कुछ चीजों पर रोटा से सहमत हैं और मैं इससे असहमत हूं उसे कई चीजों पर लेकिन वह जीवन ठीक है तो अब हम अंतर समीकरणों के कुछ और ज्यामितीय पहलुओं को देखें, मुझे ज्यामिति पसंद है
इसलिए मैं ज्यामिति पर अधिक समय बिताता हूं हमने देखा है कि एक अंतर समीकरण mdx प्लस ndy बराबर 0 आपको घटता का एक परिवार देता है वक्र का वह परिवार क्या है प्रणाली के चरण घटता है चरण वक्र एक प्रणाली के रूप में यह घटता का एक पैरामीटर परिवार है जैसे x वर्ग पी lus y चुकता बराबर c दुनिया के मामले में वृत्तों का एक पैरामीटर परिवार है बहुत ची समीकरण में आपको पेंडुलम समीकरण के मामले में पहले चतुर्थांश को भरने वाले बंद वक्रों का एक पैरामीटर परिवार मिलेगा जो आप फिर से जा रहे हैं वक्रों का एक पैरामीटर परिवार प्राप्त करने के लिए और आप चरण आरेख के लिए कुछ भौतिकी पुस्तकों को देखने जा रहे हैं,
इसलिए समीकरण 1.28 आपको वक्रों का एक पैरामीटर परिवार देता है, इसके विपरीत वक्रों का एक पैरामीटर परिवार क्या हम एक अंतर समीकरण प्राप्त कर सकते हैं यह हाँ हम कर सकते हैं वक्रों का एक पैरामीटर परिवार बहुत सुंदर वस्तुएं हैं जो वे इलेक्ट्रोस्टैटिक्स में दिखाई देते हैं वे द्रव यांत्रिकी में दिखाई देते हैं वे इलेक्ट्रोस्टैटिक्स में कैसे उत्पन्न होते हैं, इक्विपेंशियल लाइनों के बारे में सोचते हैं यदि लैस सतहों को आपको चार्ज का वितरण मिला है तो ऐसी सतहें हैं जिन्हें कहा जाता है समविभव सतहें इन समविभव सतहों को लेती हैं और उन्हें xy तल से काटती हैं और आपको xy तल पर समविभव रेखाएँ मिलती हैं, उदाहरण के लिए मैं आपको पृष्ठ पर जाने की दृढ़ता से अनुशंसा करता हूँ 635 रेसनिक और हॉलिडे की किताब मैंने पहले ही इस पुस्तक का उल्लेख किया है और पृष्ठ संख्या 635 या उसी संस्करण पर ध्यान दें कि समविभव रेखाओं के कुछ सुंदर चित्र हैं अब आइए ऐसे परिवारों के कुछ दिलचस्प उदाहरणों को देखें सबसे सरल उदाहरण संकेंद्रित परिवार है मंडल इस समीकरण को अलग करते हैं, आपको 2x प्लस 2y डाई बटा dx 0 के बराबर मिलता है, स्थिर सी गायब हो जाता है जब आप 2 से विभाजित करते हैं तो आपको x प्लस ydy बटा dx मिलता है 0 यह अंतर समीकरण है इसलिए 1.33 एक पैरामीटर परिवार के लिए एक अंतर समीकरण है वक्र x वर्ग प्लस y चुकता c के बराबर बहुत आसान है लेकिन अब हम एक और उदाहरण पर आगे बढ़ते हैं जहां यह इतना उपयोगकर्ता के अनुकूल नहीं होगा आइए हम y- अक्ष को छूने वाले मंडलियों के परिवार पर विचार करें, एक y- अक्ष है जो एक वृत्त को स्पर्श करता है मूल बिंदु पर y-अक्ष केंद्र होना चाहिए c अल्पविराम 0 और त्रिज्या फिर से c है और
इसलिए सर्कल का समीकरण क्या है x घटा c पूरा वर्ग प्लस y वर्ग c के बराबर c वर्ग c वर्ग कैंस एलएस आउट और आपको स्लाइड पर समीकरण 1.34 मिलता है, एक्स के संबंध में 1.34 अंतर करें और 2 से विभाजित करें, आपको एक्स प्लस वाईडी द्वारा डीएक्स बराबर सी मिलता है, इसलिए सी से सी के इस मूल्य को 1.34 में वापस रखें और आपको एक अंतर समीकरण 1.36 फिर से 1.35 का उपयोग करें । जहां हमारे पास c है और इसे 1.34 में स्थानापन्न करें और थोड़ा सा पुनर्व्यवस्था करें, आपको यह सुंदर अंतर समीकरण 1.36 और 1.36 मिलेगा , इस एक पैरामीटर परिवार के लिए अंतर समीकरण है जो मूल पर y अक्ष को छू रहा है, अब मैं जा रहा हूं आपको थोड़ा व्यायाम दें, व्यायाम कठिन नहीं है, लेकिन यह आवश्यक है कि आप इसे हल करें, हमने इस समीकरण को अलग करते समय माना है 1.34 हम यह मान रहे हैं कि y x का एक फलन है जिसका अर्थ है कि y परोक्ष रूप से x का एक फलन है। मान्य धारणा इन मंडलियों को स्केच करें और पता लगाएं कि मूल में क्या होता है और पता लगाएं कि 2 सी कॉमा 0 पर क्या होता है। इस बिंदु के पड़ोस में यह कहना कानूनी है कि वाई एक्स का एक कार्य है, क्या हमें यह नहीं कहना चाहिए कि एक्स का एक कार्य है क्या हमें चाहिए x को y का एक अंतर्निहित कार्य नहीं मानना चाहिए और क्या हमें x के संबंध में अंतर करने के बजाय y के संबंध में 1.34 का अंतर करके आगे बढ़ना चाहिए , यह सही है कि हमें x को y का एक फलन मानना चाहिए और हमें y के संबंध में अंतर करके आगे बढ़ना चाहिए। लेकिन हमें वही उत्तर मिलता है हमें फिर से वही अंतर समीकरण 1.36 मिलता है और यह कुछ ऐसा है जिसे आपको जांचना होगा कि यह आपके लिए थोड़ा व्यायाम है यह एक बहुत ही आसान व्यायाम है और मैं आपसे आग्रह करता हूं कि आप इस अभ्यास को करने के बाद इसे अभी करें। 1.30 और 1.31 को सममित रूप में लिखने के गुण 1.28 मैं आपके लिए कुछ स्लाइडों पर वापस जाना चाहता हूं,
इसलिए इस अभ्यास को करने के बाद क्या आप मुझसे सहमत हैं कि फॉर्म 1.28 के साथ काम करना बेहतर है क्योंकि कभी-कभी आपको ध्यान देना पड़ सकता है y को x के एक फलन के रूप में और कभी-कभी आपको x को y के एक फलन के रूप में मानना पड़ सकता है क्योंकि यह उदाहरण स्पष्ट रूप से दिखाता है और
इसलिए चीज़ को विषम बनाना उचित नहीं है और समीकरण 1.28 के अधिक सममित रूप के साथ काम करना सलाह है sable यह एक वांछनीय विशेषता है, ठीक है तो आप मेरे साथ सहमत होंगे कि 1.28 सबसे वांछनीय विशेषता है अब मैं थोड़ा और अभ्यास देने जा रहा हूं लेकिन इस बार रंगीन पेन के साथ यह मजेदार होने जा रहा है मैं चाहता हूं कि आप उन मंडलियों को स्पर्श करें जो स्पर्श करते हैं मूल पर y-अक्ष नीले पेन के साथ अगले स्केच सर्कल में लाल पेन के साथ मूल पर x-अक्ष को छूता है और नीले घेरे को समकोण पर काटता है
इसलिए इन वक्रों का यह स्केचिंग करें और एक सुंदर चित्र प्राप्त करें अपनी कलाकृति नीले रंग में और लाल पेन और फिर रेसनिकेन हॉलिडे बुक पेज 635 पर वापस जाएं और चित्र 29.15 को देखें, क्या आपकी तस्वीर इसके करीब आती है जब विद्युत द्विध्रुव की लंबाई छोटी और छोटी हो जाती है
इसलिए इस दिलचस्प अभ्यास के साथ मैं आज का व्याख्यान बंद करूंगा धन्यवाद