नमस्कार
त्यामुळे विभेदक समीकरणांवरील मालिकेतील दुसऱ्या व्याख्यानात विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे
चला आपण कोठे थांबलो होतो हे थोडक्यात आठवूया आम्ही
एक अतिशय निरागस दिसणारे विभेदक समीकरण dy by dt equal to y वर्ग बघत होतो आणि आम्ही इथपर्यंत
आलो आणि आम्हाला उपाय सापडला yt बरोबर c बाय 1 वजा ct असे आम्ही निरीक्षण करतो की
सोल्यूशन जसा वेळ t 1 ओव्हर c ला डावीकडून yt जातो तो सोल्युशन अनंतात जातो तो ठराविक वेळेत
उडातो तेथे एक मर्यादित वेळ आपत्ती आहे कारण हे असे का घडते
या y स्क्वेअर टर्ममुळे y स्क्वेअर च्या ऐवजी मी y क्यूब टाकला तर तुम्हाला
तीच गोष्ट मर्यादित वेळेत घडताना दिसेल सोल्यूशन अनंतापर्यंत जाईल
, डिफरेंशियल समीकरणामध्ये काहीही चुकीचे नाही डिफरेंशियल समीकरण सर्वत्र y परिभाषित केले
आहे वर्ग हा बहुपदी आहे.
तरीही सोल्यूशन
संपूर्ण वास्तविक रेषेवर राहत नाही ते उणे अनंतापासून ते c वर 1 पर्यंत राहतात ते मध्यांतर आहे ज्यावर
समाधान e xists ही सामान्यतः संपूर्ण खरी रेषा नसते परंतु वास्तविक रेषेचा फक्त एक भाग असतो ती
वास्तविक रेषेचा फक्त एक लहान भाग असतो म्हणून मी मागील स्लाइडमध्ये हेच म्हणायचे होते जेव्हा
मी म्हटले होते की जरी विभेदक समीकरण सर्वत्र परिभाषित केले जाईल मध्यांतर i i is
equal to t naught वजा a स्वल्पविराम t naught अधिक a तो मध्यांतर i कदाचित पूर्ण मध्यांतर असू शकत नाही
जो मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत सुटू शकतो.

चला आता या घटनेकडे
थोडे अधिक तपशीलाने पाहूया कदाचित आणखी काही उदाहरणांमध्ये आपण ते घेण्यापूर्वी पाहू शकतो अहो,
आणखी एक लहान मुद्दा आहे जो मी संबोधित करू इच्छितो, म्हणजे जर तुमच्या लक्षात आले की आम्ही होतो
अनिश्चित अविभाज्यांचा वापर करून मला सूचित करायचे आहे आणि मी
माझ्या सर्व विद्यार्थ्यांना हे सांगत आहे की जेव्हा शक्य असेल तेव्हा निश्चित अविभाज्यांसह कार्य करा अनिश्चित अंतराल टाळण्याचा प्रयत्न करा
अशा परिस्थिती आहेत जेव्हा तुम्ही ते करू शकत नाही अशा परिस्थितीत हे शक्य नाही
किंवा ते न वापरणे अधिक अनाकलनीय आहे म्हणून जेव्हा जेव्हा शक्य असेल तेव्हा निश्चित पूर्णांक वापरण्याचा प्रयत्न करा
हा मूलभूत मंत्र मला सांगायचा आहे की निश्चित पूर्णांक का
वापरावेत कारण निश्चित पूर्णांक हे श्रेष्ठ प्राणी आहेत ते का श्रेष्ठ आहेत प्राण्यांच्या
लक्षात येते की अ ते b पर्यंत अविभाज्य fx dx हे कोणत्याही निरंतर कार्यासाठी f
x अंतराल ab वर परिभाषित केले आहे चिन्हाचा अचूक अर्थ आहे की तुम्ही
अनिश्चित पूर्णांक मोजू शकता की नाही हे तुम्ही शोधू शकता किंवा नाही x च्या f या
चिन्हाचा अविभाज्य a ते bfx dx साठी प्रिमिटिव्ह म्हणजे आणखी एक फायदा म्हणजे जेव्हा तुम्ही
विभेदक समीकरणांमध्ये निश्चित अविभाज्य वापरता तेव्हा तुम्ही
सुरुवातीच्या अटी आपोआप अंतर्भूत करता तेव्हा आपण तीच समस्या पुन्हा अनिश्चित पूर्णांकांऐवजी भिन्न पूर्णांक वापरून करूया
आपण पुन्हा एकदा विभेदक
समीकरणाकडे जाऊ या es
t च्या संदर्भात ठराविक अंतराल 0 स्वल्पविराम s म्हणजे आपण या वेळी एक निश्चित अविभाज्य अविभाज्य पहात
आहोत आणि आपल्याला 0 ते s 1 ओव्हर yt चा वर्ग y prime t dt मध्ये
समविभाज्य 0 ते s dt उजव्या बाजूने काय मिळेल अर्थातच डाव्या बाजूच्या बद्दल s मध्ये समाकलित होते
लक्षात ठेवा विभेदक समीकरण पहा dy by dty prime y prime हा y वर्ग आहे म्हणून y prime
हा धनाकार उजवा आहे म्हणून y हे काटेकोरपणे मोनोटोन वाढणारे कार्य आहे आणि म्हणून मी तुम्हाला
प्रतिस्थापन प्रमेयाला आवाहन करू शकतो मी t च्या y च्या बरोबर u बरोबर ठेवतो आणि मला y प्राइम t
dt du मिळेल जेव्हा t 0 असेल तेव्हा 0 c चे y काय होते आणि t जेव्हा s च्या बरोबर व्हेरिएबलचे मूल्य
u s चे y असेल त्यामुळे प्रतिस्थापन वापरून अविभाज्य t च्या
बरोबरीचे y चं रुपांतर integral c मध्ये sdu चा sdu चा u स्क्वेअर बरोबर s आता तुम्ही du u स्क्वेअर द्वारे समाकलित करू शकता आणि
मग सुरुवातीच्या अटी c साठी वजा चिन्हासह u वर 1 असेल आणि हे c
आणि y s ची आणि तुम्ही सोपी आणि पुनर्रचना केल्यास तुम्हाला तेच मिळेल s ची
ty c ला 1 वजा cs ने भागली जाते म्हणून मी ही लहान बीजगणित वगळत आहे ही समस्या
u स्क्वेअर द्वारे समाकलित करणे द्वारे पुनर्रचना करणे आणि तुमचा
y मिळवणे हा एक अतिशय क्षुल्लक व्यायाम आहे आणि मी तुम्हाला पुढे नेण्याचा आग्रह करतो ते स्वतः बाहेर काढा आणि सत्यापित करा की शेवटी
तुम्हाला 1 वजा cs वर s चा y मिळेल तुम्ही या विभेदक समीकरणाचे निराकरण कराल

पण यावेळी आम्ही पद्धतशीरपणे निश्चित पूर्णांकांचा वापर केला आहे आणि
मागील स्लाइड्स प्रमाणे अनिश्चित पूर्णांक नाही ठीक आहे आणि मी एकदा तुम्हाला पुन्हा तुम्हाला स्मरण करून द्यायचे आहे की
निश्चित अविभाज्य हे श्रेष्ठ प्राणी आहेत तुम्ही आदिम शोधण्यात सक्षम आहात की नाही याची पर्वा न करता
तुम्हाला एखादे फंक्शन शोधण्यात समर्थ आहे की नाही ज्याचे
डेरिव्हेटिव्ह दिलेले फंक्शन अँटी-डेरिव्हेटिव्ह आहे कारण ते इंटिग्रल होते.
कोसाइन x चे व्युत्पन्न sine x अधिक
c आहे कारण sine x चे व्युत्पन्न कोसाइन आहे जे कोसाइनचे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह आहे
sine आहे या प्रकरणात w हे शोधणे सोपे आहे हॅट कोसाइनचे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह आहे परंतु अनेक प्रकरणांमध्ये
तुम्हाला माहित आहे की व्युत्पन्न करणे सोपे नाही हे अवघड आहे काहीवेळा तुमच्यासाठी फंक्शन शोधणे अजिबात शक्य नसते
ज्याचे डेरिव्हेटिव्ह हे दिलेले फंक्शन आहे परंतु जेव्हा तुम्ही निश्चित पूर्णांकांशी व्यवहार करता तेव्हा
निश्चित पूर्णांक लक्षात ठेवा ची व्याख्या क्षेत्रे म्हणून केली जाते आणि त्यांचा अतिशय
अचूक आणि कठोर गणितीय अर्थ आहे
त्यामुळे ते नेहमीच श्रेष्ठ वस्तू असतात
म्हणून आता आपण दोन अभ्यासांकडे जाऊ या विभेदक समीकरण dy by dt equals 1 अधिक y
वर्ग प्रारंभिक परिस्थिती y च्या 0 बरोबर निर्धारित केल्या आहेत 1.
समाधान
मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत निघून जाते काय तर उजव्या हाताची बाजू 1 अधिक y ने पॉवर 10 ने बदलली असेल तर
आपण थांबू आणि हा प्रश्न कसा करायचा याचा विचार करूया.
तुम्हाला दिसेल की तुमचा प्रारंभिक आवेग
हे एकत्रित करूया विभेदक समीकरण ठीक आहे चला प्रयत्न करूया चला ते करूया
आणि पूर्ण हॉग करू आणि इंटिग्रलची गणना करू आणि गणनेचे निराकरण करू या आणि नंतर उत्तर
द्या हा प्रश्न आहे की समाधान मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत निघून जाते का ते सर्व
ठीक आहे
त्यामुळे तुमचे विभेदक समीकरण dy ने dt बरोबर 1 अधिक y स्क्वेअर आहे तेथे 1 1 अधिक y वर्गाने
भागण्यात कोणतीही अडचण नाही कारण ते नेहमी सकारात्मक
समाकलित होते काही अंतराल 0 ते s म्हणतात जेव्हा वेळ t 0 च्या बरोबर असतो तेव्हा तुम्हाला काय मिळेल आम्ही
प्रारंभिक स्थिती निर्धारित केली आहे 1 अविभाज्य dy ने भागाकार 1 अधिक y वर्ग समान
dt 0 ते s पर्यंत s म्हणजे s म्हणजे तुम्हाला उलट टॅन मिळेल s चा y चा s वजा टॅन व्युत्क्रम 1
s च्या बरोबरीचा किंवा तुम्हाला s चा s बरोबर s अधिक pi चा 4 चा टॅन मिळतो
त्यामुळे तुम्हाला समाधान चांगले मिळाले म्हणून
तुम्ही सोल्यूशनवरून ठीक म्हणाल तुम्ही या सोल्यूशनचे परीक्षण कराल तुम्ही सोल्यूशनचे परीक्षण कराल आणि मग
तुम्हाला कळेल जेव्हा s डावीकडून 4 ने pi जवळ येतो तेव्हा s चा सोल्यूशन y प्लस अनफिनिटी वर जातो
हे सर्व खूप छान आहे पण चला समस्येकडे जाऊ या समस्येकडे परत जाऊ आणि तुम्हाला काय विचारले जात आहे ते पाहू.

आहेत ing विचारले तर समाधान अनंतापर्यंत
निसटते का तुम्हांला उपाय ठरवायला सांगितले जात
नाही.
प्लस y
ते पॉवर 10 आणि तुम्ही डिफरेंशनल समीकरण सोडवण्याचा प्रयत्न कराल तर तुम्हाला
dy 1 अधिक y बरोबर पॉवर 10 मध्ये समाकलित करावे लागेल आणि ते खूप कंटाळवाणे होणार आहे ते खूप वेळ
घेणारे आणि कंटाळवाणे असेल तर ते सर्व आहे.
असे विचारले आहे की समाधान
मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत पोचते का सर्व ठीक आहे
त्यामुळे पृथ्वीवर तुम्ही या प्रश्नाचे उत्तर स्पष्टपणे न शोधता कसे देणार आहात असा
प्रश्न विचारला कोणी ते करू शकते आणि ते कसे सोपे आहे याचा विचार कसा करायचा ते पाहू
या विभेदक समीकरणांच्या सिद्धांतातील अतिशय महत्त्वाचे तत्त्व
त्यामुळे तुम्हाला काय दिले आहे ते dt ने दिले आहे dy बरोबर 1 अधिक y चा वर्ग y चा 0 बरोबर 1.

तुम्ही निश्चितपणे dt ने dy ला y स्क्वेअर ओलांडले असे म्हणू शकता.
y तुम्ही माझ्याशी सहमत व्हाल की 1 अधिक
y वर्ग हा y वर्गापेक्षा मोठा आहे खरं म्हणजे काटेकोरपणे मोठा आहे म्हणून आता आपण
तेच करू शकतो आता y वर्ग धन आहे लक्षात ठेवा म्हणून 1 वर y वर्ग dy by dt काटेकोरपणे
मोठा आहे 1 आता समाकलित करा आता समाकलित करा 0 s सांगा तुम्हाला अविभाज्य काय मिळेल
जेव्हा t 0 असेल तेव्हा t 0 असेल तेव्हा y चे मूल्य y 1 असेल तर ते sdu चे 1 2 y असेल u पेक्षा जास्त वर्ग s जेव्हा तुम्ही 1

समाकलित करता तेव्हा तुम्हाला
मध्यांतर चांगले मिळते आता तुम्ही गणना चालू ठेवू शकता आणि मग
आम्ही काय करू आम्ही हे वजा 1 वर u ah वर 1 ते y s पेक्षा जास्त असेल
ते होईल मला 1 उणे 1 वर s पेक्षा मोठा द्या किंवा 1 उणे s वर s
1 पेक्षा मोठा द्या म्हणजे याचा अर्थ असा होईल की s चा 1
वर 1 उणे s पेक्षा s वर जातो तेव्हा आपण लगेच पाहतो की s वरून 1 वर जातो प्रदर्शित असमानतेच्या उजव्या बाजूला डावीकडे
लाल रंगात प्रदर्शित असमानता अनंताकडे जाते
s certai चे समाधान y करते s च्या बरोबर 1 च्या पलीकडे जगू शकत नाही खरं तर आपण पाहिले आहे की समाधान
4 बाय पाई वर अनंताकडे जाते जे प्रत्यक्षात 1 पेक्षा कमी आहे आता आपण काय केले आहे आपण एक अतिशय सोपी
गोष्ट केली आहे आपण विभेदक समीकरणावरून a वर गेलो आहोत विभेदक असमानता आम्ही फक्त
हे 1 ठोकून देतो आणि आम्ही म्हणतो की dy बाय dt हा y वर्गापेक्षा मोठा आहे आणि बाकीची गणना
अगदी सोपी होती
त्यामुळे तुमच्याकडे 1 अधिक y ची पॉवर 10 असली तरीही आम्ही तेच करू शकतो.

एक बंद करा आणि तुम्ही म्हणू शकता की dy ने y ची पॉवर 10 ला y ने भागू शकतो 10 ला y ने भागू शकतो
आणि त्याच ओळीने पुढे जाऊ शकतो असे करण्यापासून काहीही थांबवत नाही
त्यामुळे मुद्दा हा आहे की
फरक सोडवणे आवश्यक नाही समीकरण हे पूर्णपणे बदलून घेण्यासाठी पुरेसे
आहे आणि भिन्न समीकरण सोडवल्याशिवाय
विभेदक समीकरण सोडवणे आवश्यक नाही, तरीही आपण आपले निष्कर्ष काढू शकतो आणि भिन्नतेच्या सिद्धांतामध्ये ही सर्वात महत्त्वाची गोष्ट
आहे भाडे समीकरणे एक क्वचितच विभेदक समीकरण पूर्ण करण्यासाठी सोडवते एक
अनेकदा समाधानाचे वर्तन मिळवते
सोल्यूशन स्पष्टपणे न ठरवता शेवटपर्यंत सोडवल्याशिवाय आम्ही सोल्यूशनचे गुणधर्म मिळविण्याचा प्रयत्न करतो सोल्यूशनचे गुणधर्म मिळवण्याचा प्रयत्न
करतो तोच आता विभेदक समीकरणांचा सिद्धांत आहे.
मी एक महत्त्वाची टिप्पणी टाकतो की
आपण d y बरोबर d dt बरोबर 1 अधिक y चा वर्ग y बरोबर
0 च्या बरोबर 1 बरोबर d y पेक्षा मोठा असमानता dy dt पेक्षा y च्या 0 च्या बरोबरीच्या y च्या
बरोबरीने उत्तीर्ण झालो आहोत.
1 आणि मग आम्ही असा निष्कर्ष काढला की s चा y 1 वर 1 वजा s पेक्षा मोठा आहे याचा अर्थ s चा y 1 वर
जाईल तोपर्यंत s आधीच अनंतात गेला असेल हे लक्षात ठेवा की
s चा y s प्रमाणेच अनंत होतो असे आपण म्हणत नाही 1 ला जातो आपण म्हणत आहोत की s चा y अनंताकडे जातो
एकतर s एकाकडे जातो किंवा कदाचित त्यापूर्वीच s चा y अस्तित्वाचा काळ आहे
एक ओलांडू शकत नाही पण प्रत्यक्षात तो कठोर असू शकतो y एकापेक्षा लहान आम्ही कृती केली आम्ही हे पाहिले आम्ही
स्लाईड dy मधील पहिले डिस्प्ले dt
बरोबर 1 अधिक y चा वर्ग y बरोबर 0 बरोबर 1 आम्ही प्रत्यक्षात हे विभेदक समीकरण समाकलित केले
आम्ही पाहिले की आम्हाला समाधान सापडले t चे y हे t च्या tan च्या tan बरोबर pi 4 च्या बरोबर आहे आणि आम्ही पाहिले आहे की द्रावण
अनंतात जातो कारण t पाई 4 ने वळतो.
म्हणून सोल्युशन t बरोबर 1 च्या वेळेपूर्वी अनंततेत होते
त्यामुळे असमानतेमधील आमचा फरक तुम्हाला काय सांगतो अस्तित्वाचा काळ 1 पेक्षा जास्त असू शकत नाही
पण तो आता पेक्षा कमी असू शकतो 1 अधिक y वर्ग 1 वर
1 अधिक y वर्ग पुन्हा तुम्ही 1 अधिक y वर्गाने गुणाकार करा दोन्ही बाजूंना समाकलित करा संदर्भात निश्चित पूर्णांक वापरण्याची
शिफारस केली नाही परंतु तुम्ही अनिश्चित पूर्णांक देखील वापरू शकता जर तुम्हाला ती तुमची
आवड आहे परंतु येथे शक्य तितक्या ठिकाणी शिफारस केली आहे निश्चितपणे वापरणे शक्य आहे जेणेकरून तुम्ही
स्वतः दुसऱ्या समस्येचा प्रयत्न करू शकता आणि हे शोधण्याचा प्रयत्न करू शकता की उपाय
अनंतापर्यंत अनंत काळासाठी निसटतो किंवा तो कायमचा राहतो.
सर्व काही ठीक आहे म्हणून दोन सोपे व्यायाम आहेत
विभक्त व्हेरिएबल्सवर आधारित जे y आणत आहेत डावीकडे स्क्वेअर
आणि t च्या संदर्भात एकत्रित करणे आता आपण तिसरी समस्या येथे
घेऊया कोसाइन x 1 अधिक साइन ydy द्वारे dx बरोबर 1 अधिक साइन x बरोबर कोसाइन y मध्ये पुन्हा हे
व्हेरिएबल विभाज्य समीकरण आहे काय लक्षात ठेवा dy by dx xy च्या f च्या बरोबरी म्हणून हा घटक कोसाइन
x 1 अधिक साइन y मध्ये तुम्ही उजव्या हाताच्या बाजूला ठेवलात आणि तुम्हाला उजव्या बाजूला काय मिळेल

हे xy च्या f दोन व्हेरिएबल्सचे कार्य आहे आणि ते त्याचे उत्पादन आहे y च्या फंक्शनच्या गुणाकार x गुणाकार म्हणून जेव्हा जेव्हा तुमच्या उजव्या बाजूला dx ने dy असेल तेव्हा gx hy मध्ये आम्ही विभेदक समीकरणाचा संदर्भ वेरियेबल विभाज्य समीकरण म्हणून पाहतो हे देखील व्हेरिएबल se आहे बोधकथा समीकरण dy द्वारे dx हे एकट्या x च्या फंक्शनचे गुणाकार आहे गुणिले y एकट्याचे फंक्शन येथे अर्थातच येथे कोसाइन खाली कोसाइनच्या उपस्थितीमुळे मी असे गृहीत धरणार आहे की x आणि y हे ओपन इंटरव्हल वजा मध्ये आहेत pi 2 बाय 2 ते pi बाय 2 आम्ही ओपन इंटरव्हल वजा pi बाय 2 ते pi बाय 2 मध्ये काम करणार आहोत ठीक आहे ठीक आहे समस्या चालू राहते हे सिद्ध करा की x चे समाधान y संपूर्ण अंतराल वजा pi बाय 2 बाय 2 वर परिभाषित केले आहे आणि x जेव्हा pi 2 च्या जवळ येतो तसतसे x चे समाधान y पाई 2 पर्यंत पोहोचते.

ज्यामध्ये

y 0 च्या बरोबरीचे 0 निर्दिष्ट केले आहे त्या विशेष केसची चर्चा करा चला अनिश्चित अविभाज्यांसह कार्य करूया जरी ते निकृष्ट प्राणी असले तरी त्यांना सुद्धा जगण्याचा अधिकार आहे जसे ते होते म्हणून आपण चल वेगळे करूया कारण ते cos y ने भागूया आणि cos x ने भागूया म्हणजे y व्हेरिएबल्स आहेत सर्व डावीकडे आणि x व्हेरिएबल्स a आहेत ll उजवीकडे आणि एकीकरण करा तुम्ही 1 वर cos y 1 वर cos y is secant y y च्या संदर्भात secant y चे इंटिग्रल काय आहेत ते log secant y plus tan y आहे निरपेक्ष मूल्य ठेवण्याची आवश्यकता नाही कारण आपण या अंतराल वजा pi by 2 ते pi by 2 मध्ये आहोत जिथे गोष्ट धनात्मक सेकंट y अधिक tan y आहे की ती 1 अधिक sine y असेल cos y cosine वर एक सम फंक्शन आहे ते सकारात्मक आहे आणि एक अधिक sine y देखील सकारात्मक आहे निरपेक्ष व्हॅल्यू sine ची गरज नाही म्हणून ते 1 चा अविभाज्य आहे कारण y log secant अधिक tan आहे आणि नंतर तुम्हाला sine y चा अविभाज्य cos y द्वारे मिळाला आहे जो tan ydy चा अविभाज्य आहे आणि अविभाज्य आहे log secant आहे

त्यामुळे तुम्हाला दोन लॉगची बेरीज मिळाली आहे ते खालचे उत्पादन असेल

त्यामुळे डाव्या हाताची बाजू

secant स्क्वेअर y अधिक secant y टेबलचा लॉग म्हणून एकत्रित होईल नंतर तुम्हाला येथे बरीच सममिती दिसेल जी तुम्हाला डावीकडे y सह दिसते तीच गोष्ट उजवीकडे x सह पहा म्हणजे जेव्हा तुम्ही तीच समाकलित करता तेव्हा ng आणि नृत्य हे लॉग सेकंट स्क्वेअर x अधिक सेकंट x टॅक्स असेल

त्यामुळे जेव्हा तुम्ही हे समाकलित कराल तेव्हा तुम्हाला मिळेल तेव्हा तुम्हाला लॉग सेकंट स्क्वेअर y अधिक सेकंट मिळेल योग्य वेळी चला मला थोडेसे धीमे करू द्या प्रत्यक्षात इन्सर्ट करून दोन ओळी सर्व बरोबर तुम्ही सहमत आहात डाव्या बाजूला तुम्हाला मिळत आहे log secant वर्ग y अधिक secant y tan y equals log secant वर्ग x अधिक secant x tan x plus a constant of integration c exponentiate secant squared y अधिक secant y tan by e च्या पॉवर c मध्ये c मध्ये secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan x म्हणून आम्ही येथे थांबतो आणि येथे आम्ही म्हणतो की हे समाधान आहे ज्यावर तुम्ही आक्षेप घेऊ शकता असे तुम्ही म्हणू शकता की सोल्यूशन y समान असले पाहिजे ज्याचे स्वरूप नाही ज्याचे आम्हाला समाधान मिळाले आहे he y हे x चे फंक्शन आहे परंतु स्पष्टपणे वर्णन केले आहे जेव्हा तुम्ही पहिल्या क्रमाने विभेदक समीकरणे सोडवता तेव्हा हे घडणार आहे सामान्यत: सोल्यूशन स्वतःच गर्भित स्वरूपात सादर होईल जसे ते येथे घडते म्हणून ठीक आहे म्हणून समाधान अंतर्निहित स्वरूपात दिले आहे चला स्लाईड्सवर परत जाऊया होय तुम्ही पाहाल की सेकंट स्क्वेअर y अधिक सेकंट y tan y बरोबर e च्या पॉवर c मध्ये सेकंट स्क्वेअर x अधिक secant x tan x काय समस्या तुम्हाला विचारते समस्या पहा समस्या पहा पुन्हा सिद्ध करा की सोल्यूशन संपूर्ण इंटरव्हल वजा pi by 2 ते pi by 2 वर परिभाषित केले आहे.

हे स्पष्ट आहे की येथे सोल्यूशन संपूर्ण मध्यांतरावर परिभाषित केले आहे जेव्हा x वर या मध्यांतराचा अर्थ असा आहे की तुम्ही जोपर्यंत खुल्या मध्यांतरात आहात तोपर्यंत काहीही होत नाही या समीकरणामध्ये कोणत्याही प्रकारची अडचण आहे असे दिसते.

x ची 2 बाय पाई कडे झुकत असल्याने समस्या पुन्हा काय विचारत आहे ते पाहूया , तुम्हाला दाखवावे लागेल की x चा y देखील 2 ने pi वर जातो.

उजवीकडे काय होते ते पहा हात एस ide secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan x म्हणजे काय ते 1 अधिक साइन x वर कोसाइन स्क्वेअर x उजव्या बाजूस 1 अधिक साइन x वर कोसाइन स्क्वेअर x आहे कारण x पाई 2 1 अधिक साइन x 2 च्या जवळ येतो आणि भाजक कोसाइन स्क्वेअर x ० पर्यंत पोहोचतो.

आणि म्हणून हा घटक secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan

x plus infinity वर जातो आणि तो दुसरा फॅक्टर एक स्थिर असतो म्हणून अनिवार्यपणे हा secant स्क्वेअर y अधिक secant y tan y ने अनंताकडे जाणे आवश्यक आहे हे विभेदक समीकरण सांगते तुम्ही dx द्वारे dy नेहमी सकारात्मक असतो लक्षात ठेवा cos सकारात्मक psi 1 अधिक चिन्ह या मध्यांतरावर सकारात्मक आहे काही समस्या नाही आणि म्हणून dy द्वारे dx सकारात्मक आहे म्हणून उपाय yx हे मोनोटोन वाढणारे फंक्शन आहे एक मोनोटोन वाढणारे फंक्शन आहे आणि जसे x ला जातो pi 2 बाय 2 हे आता अनिवार्य आहे कारण या समीकरणातून आपण सक्तीने पाहतो की x चा y देखील pi beta वर जाणे आवश्यक आहे x मोनोटोनचा y पाई 2 ने वाढतो त्यामुळे शेवटच्या exa मध्ये प्रश्नाचे उत्तर मिळेल mple जेव्हा x उणे pi 2 ने जातो तेव्हा काय होते याचा अभ्यास करा म्हणून मी हे अभ्यास करण्यासाठी तुमच्यावर सोडत आहे या फंक्शनचे काय होते secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan x जेव्हा x उणे pi 2 ने जातो तेव्हा काय होते ते काय आहे 1 अधिक sine x वर cos स्क्वेअर x वर जातो म्हणून x उणे pi by 2 वर जातो म्हणून अंश 0 वर जातो आणि त्याचप्रमाणे भाजक देखील 0 वर जातो
म्हणून तो शून्य बाय शून्य फॉर्म आहे म्हणून तुम्हाला अशा मर्यादांना कसे सामोरे जावे हे माहित आहे तुम्ही असे बरेच केले आहे मर्यादा समस्या आणि
x हे उणे पाय 2 ने गेल्याने मर्यादेचे काय होते हे शोधणे तुमच्यासाठी एक मनोरंजक व्यायाम आहे आणि म्हणून तुम्ही त्याचप्रमाणे x उणे पाय उजवीकडे गेल्याने संबंधित yx चे काय होईल हे शोधून काढता.

त्यामुळे तुमच्यासाठी काहीतरी आहे
पुढील प्रश्नाचा विचार करायचा आहे की प्रारंभिक स्थिती जर 0 ची y बरोबर 0 असेल तर 0 ची y असेल तर 0 असेल म्हणजे x 0 असेल तर y देखील 0 असेल.
तर तुम्ही पाहत असलेल्या शेवटच्या प्रदर्शित समीकरणाचे काय होते
येथे या स्लाइडमध्ये लाल रंगात तुम्ही x समान ० या समीकरणात ठेवले आहे जे displ आहे लाल रंगात ayed मग y चे 0 0 आहे ते लक्षात ठेवा म्हणजे x 0 आहे आणि y 0 आहे.

tan x 0 होतो आणि tan y 0 होतो secant x 1 होतो आणि secant y देखील 1 होतो
त्यामुळे काय बाकी आहे ते आपल्याला मिळेल e ची घात c च्या बरोबरी 1 आहे त्यामुळे लाल रंगात प्रदर्शित होणारे समीकरण सेकंट स्क्वेअर y अधिक secant y tan y समान secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan xe ची घात c ची 1 आणि म्हणजे काय 1 आणि म्हणजे तुम्हाला फक्त secant वर्ग y मिळेल अधिक secant y
गुणा y समान secant स्क्वेअर x अधिक secant x tan x हे समीकरण तुम्हाला सक्ती करेल की y बरोबर x किंवा मला असे वाटते की तुम्ही याचा तपास केला पाहिजे तर ते फॉलो करते की समाधान x च्या y च्या x बरोबर दिले आहे तर e च्या समीकरणाचे काय होते c ची घात 1 आहे आणि म्हणून आमचे हे समीकरण वाचते secant वर्ग y अधिक secant by tan y हे secant वर्ग x अधिक secant x tan x आहे
त्यामुळे ते x च्या y च्या बरोबरीचे अनुसरण करते आपण निश्चितपणे काही क्षण घालवावे आणि त्याबद्दल विचार करावा असे वाटते.
आम्ही पुढील गोष्टीकडे जाऊ समस्या सोडवा डिफरेंशियल समीकरण 1 अधिक e ते पॉवर tdy द्वारे dt plus e ते पॉवर t वजा y बरोबर 0 पुन्हा प्रश्न हा आहे की समाधान अनंताकडे सुटते का काही मर्यादित काळासाठी विभेदक समीकरण सोडवल्यास त्याला देखील मर्यादा आहे का t वजा अनंताकडे जातो त्यामुळे प्रश्नांची संख्या तुम्हाला एक विभेदक समीकरण दिले जाते ठीक आहे हे एक वेरियेबल विभाज्य समीकरण आहे तुम्ही e ने घात वजा y ला भागता आणि तुम्ही 1 अधिक e ने घात भागाता y prime आम्हाला e ची पॉवर yy प्राइम अधिक e ची पॉवर t वर 1 अधिक e ची पॉवर t बरोबर 0 तुम्ही लगेच t च्या संदर्भात एकत्रित करू शकता आणि तुम्हाला 1 प्लस e च्या पॉवर y अधिक लॉगमध्ये e मिळेल पॉवर टीमध्ये c हा एकीकरणाचा स्थिरांक आहे
1.
12 मधील पॉवर y ची संज्ञा सकारात्मक आहे आणि 1 प्लस e ची पॉवर टी ची संज्ञा देखील सकारात्मक आहे म्हणून एकत्रीकरणाची स्थिरता असणे आवश्यक आहे सकारात्मक रहा o kay म्हणून विभेदक समीकरण देखील दाखवते त्यामुळे विभेदक समीकरण तुम्हाला काय सांगते ते तुम्हाला सांगते की y अविभाज्य समीकरणातून ऋण आहे y अविभाज्य आहे हे ऋण आहे घातांकीय कार्ये सकारात्मक आहेत म्हणून समीकरणावरून तुम्हाला दिसेल की y अविभाज्य सर्वत्र आहे ऋण म्हणजे y हे मोनोटोन कमी करणारे फंक्शन का आहे मोनोटोन कमी करणारे फंक्शन आहे आणि समजा समाधान

हे संपूर्ण अंतराल शून्य ते अनंतावर जगायचे असेल तर समजा
मर्यादित वेळेत अनंतातून सुटका नाही दोन शक्यता आहेत दोन
परिस्थिती समाधान सुटते अनंतात एक आहे एक मर्यादित वेळ आपत्ती आहे
किंवा समाधान कायमचे जगते समजा समाधान कायमचे जगते तर तुम्ही काय करू शकता आम्ही
1.
12 मध्ये अनंताकडे झुकत नाही 1.
12 वर परत जाऊया तर हे एक समीकरण आहे आणि जर मी करू शकलो तर
जर हे t च्या सर्व मूल्यांसाठी वैध असेल तर कायमस्वरूपी जगण्यासाठी एक उपाय आहे तर मी
t ला अनंतापर्यंत जाण्याची परवानगी देऊ शकतो जर tg oes to infinity 1 plus e च्या log चे 1 plus e च्या power t टर्म लॉग ला 1 plus e च्या पॉवर t कडे infinity ला जाते दुसरी टर्म e ची
power y सुद्धा पॉझिटिव्ह असते
त्यामुळे डाव्या हाताची बाजू अनंताकडे जाते तर उजव्या हाताची
बाजू स्थिर आहे हे कसे शक्य आहे आपल्याकडे एक विरोधाभास आहे हे शक्य
नाही समाधान संपूर्ण अंतरालवर जगते ० अनंत समाधान कायमचे जगू शकत नाही
समाधान अनंतापर्यंत मर्यादित वेळेत निसटले पाहिजे ते अनंतापर्यंत जाईल किंवा
ते उणे अनंताकडे जाईल का जर t चा y प्लस अनंताकडे गेला तर e च्या घात y ला प्लस अनंताकडे जाईल
आणि 1.
12 हे होण्यापासून प्रतिबंधित करते म्हणून या प्रकरणात t चा y वजा अनंतावर जाणे आवश्यक आहे आणि
आपल्याला e कडे जायला हवे 0 कडे जाणारी y ची शक्ती म्हणजे सर्वात मोठा अंतराल 0 t ज्यावर समाधान
परिभाषित केले आहे आणि t वर गेल्यावर काय होते ते म्हणजे अस्तित्वाचा काळ जो तेथे
आहे तो एक मर्यादित वेळ आहे ज्यामध्ये गोष्ट जात आहे वजा अनंतापर्यंत पळून जा y आणि ती मर्यादित
वेळ भांडवली t आहे
त्यामुळे भांडवल t चे मूल्य काय आहे म्हणून थोडे t भांडवल t मध्ये जाते म्हणून समीकरण
1.
12 मध्ये तुम्हाला 1 अधिक e चा लॉग मिळेल भांडवली t ला पॉवर कॅपिटल t ला पण थोडे t कॅपिटल ty मध्ये
जाते वजा अनंत करण्यासाठी हे e ते पॉवर y टर्म गायब होते आणि पुन्हा उजवीकडील बाजू
स्थिर असते आणि
त्यामुळे तुम्ही मोजू शकता भांडवल किती असेल t हे
e द्वारे पॉवर कॅपिटल t ला दिले जाणार आहे.
e ची पॉवर c उणे 1 च्या बरोबरी तर कॅपिटल t म्हणजे
काय आहे e चा घात c उणे 1 चा लॉग असेल जे मुळात तुमच्यासाठी या पहिल्या प्रश्नाचे उत्तर देते
मी दुसरा भाग तुमच्यावर विचार करण्यासाठी सोडतो विचारासाठी काही अन्न असावे
आम्ही आता या विभेदक समीकरणाकडे पाहतो तेव्हा काय होते हे विशेष प्रकरण पाहणार आहोत
जे व्हेरिएबल विभाज्य dy द्वारे dx समान gx बरोबर आहे hy मध्ये आम्हाला आठवते की
आम्ही नेहमीच h ने भागाकार करत आहोत.
वस्तुस्थिती आहे की g x शून्य चांगले नाही प्रो काय आहे
h शून्य झाला तर h ने भागाकार केला नाही तर h शून्य झाला तर h ने भागू शकत नाही पण
g शून्य असण्याबद्दल काय आहे g शून्य होण्यात काय नुकसान आहे हे लक्षात ठेवा की आपल्याजवळ आहे
व्हेरिएबल्सचा बदल वापरत आहोत uh प्रमेय प्रतिस्थापन प्रमेय हे लक्षात ठेवा की आपण
प्रतिस्थापन प्रमेय बऱ्याच वेळा वापरत आहोत आणि आणि आपण केवळ प्रतिस्थापन प्रमेय वापरू शकतो
व्युत्पन्न संपूर्ण मध्यांतरात शून्य नसलेले असते जेव्हा x चा हा g असेल तेव्हा काय होईल याची चिंता करा शून्य
ठीक आहे मी पुन्हा म्हणतो सामान्यतः वास्तविक जीवनातील परिस्थितींमध्ये जेव्हा भिन्न समीकरणे तुमच्याकडे येतात तेव्हा
ते तुमच्याकडे विहित प्रारंभिक अटींसह येतील आणि
त्यामुळे सुरुवातीच्या अटी अशा असतात
की तुमच्याकडे x शून्य बरोबर y शून्य का आहे जेथे x शून्य हा काही वेळ आहे आणि y शून्य
ही वेळेतील प्रणालीची स्थिती x बरोबर x बरोबर नाही आता समजा y शून्याचा h शून्य झाला तर समजा y
शून्याचा h उजव्या हातात शून्य असेल तर उजवीकडील बाजू z आहे इरो
लक्षात घ्या की जेव्हा तुम्ही एका स्थिर फंक्शनमध्ये फरक करता तेव्हा स्थिर फंक्शन हे डिफरेंशियल समीकरणाचे समाधान करते तेव्हा
डावी बाजू ० असते आणि स्थिर फंक्शन y बरोबर y शून्य असते जेव्हा
तुम्ही ते प्लग इन करता तेव्हा तुम्हाला दिसेल की उजव्या हाताची बाजू देखील ० आहे.

त्यामुळे 0 0 च्या बरोबर होय,
त्यामुळे x चे स्थिर
फंक्शन y y शून्याच्या बरोबरीचे विभेदक समीकरण देखील पूर्ण

करते प्रारंभिक स्थितीचे कार्य सर्वत्र आहे y सर्वत्र y शून्याच्या समान आहे आणि
म्हणून विशेषत: x शून्य येथे देखील ते y शून्याच्या समान आहे म्हणून आम्ही प्रारंभिक मूल्य समस्येचे निराकरण केले आहे
म्हणजे समाधान हे स्थिर समाधान आहे
त्यामुळे जेव्हा h 0 असेल तेव्हा केस या
अगदी क्षुल्लक पद्धतीने हाताळले जाऊ शकते तर दुसरीकडे y च्या शून्यता 0 नसेल तर आपण hy ने भागू शकतो लक्षात ठेवा
आम्ही फक्त x च्या आसपासच्या छोट्या अंतराने आजूबाजूची परिस्थिती पाहत आहेत, हे लक्षात
ठेवू नका की उपाय संपूर्ण कालावधीसाठी जगू शकत नाही आणि संपूर्ण नाटक केवळ शेजारीच वैध आहे
सुरुवातीच्या स्थितीचा od म्हणजे x हा x शून्याच्या जवळ आहे आणि y y शून्याच्या जवळ जाणार आहे
h y शून्य नाही म्हणून h शून्य होणार नाही म्हणून सातत्य आवडत नाही म्हणून
मी y शून्याच्या h ने भागू शकतो परंतु x चे g शून्य असू शकते ज्या बाबतीत आपण
परिवर्तनीय सूत्राच्या बदलाचा वापर केल्यास आपल्या प्रतिस्थापन प्रमेयाचा वापर संशयास्पद आहे अशा परिस्थितीत आपण काय
करावे हे म्हणजे g शून्य g शून्य आहे असे गृहीत धरू ज्या
ठिकाणी g 0 g आहे त्या ठिकाणांमधले बिंदू हे काटेकोरपणे सकारात्मक असतील किंवा काटेकोरपणे नकारात्मक असतील आणि
आम्हाला
वेगवेगळ्या अंतरावर परिस्थितीचे विश्लेषण करावे लागेल ज्यावर g शून्य नाही हा g 0 आहे वेगळ्या
ठिकाणी ज्यांना स्वतंत्रपणे सामोरे जावे लागेल ठीक आहे पुढचे उदाहरण म्हणून आम्ही भूमितीची एक अतिशय
लोकप्रिय समस्या घेतो ही समस्या विविध पुस्तकांमध्ये आहे
ती इतकी लोकप्रिय आहे की हे उदाहरण मी पहिल्यांदा कुठे पाहिले ते मला आठवत नाही म्हणून मी
न दिल्याबद्दल दिलगीर आहोत तुम्ही या fi साठी संदर्भ nd समतल वक्र काय
समस्या आहे समतल वक्र y बरोबर fx शोधा की सर्व
सामान्य समान बिंदू मधून जातात भौमितीयदृष्ट्या तुमची अंतर्ज्ञान तुमची भौमितिक
अंतर्ज्ञान तुम्हाला सांगेल की हे वक्र एक वर्तुळ असले पाहिजे तसेच चला याचा बॅकअप घेऊया
कॅल्क्युलसचा वापर करून अचूक गणितीय तर्कासह अंतर्ज्ञान आपण असे गृहीत धरू की ज्या बिंदूतून सर्व सामान्य
पास होतात तो मूळ आहे आणि आपण वक्र वर एक ठराविक बिंदू x naught y naught घेऊ या समीकरण y fx सह , तर
सामान्य बिंदूचा
उतार किती आहे x naught y nought
मला चित्र काढण्याची खरोखर गरज नाही कारण तुम्ही ही व्याख्याने ऐकत असताना मी
तुम्हाला डूडल करण्याचा आणि स्वतः चित्रे काढण्याचा आग्रह करतो हे इतके सोपे आहे की
तुम्हालाही चित्र काढण्याची गरज नाही तुमची तीक्ष्ण कल्पनाशक्ती आहे तुम्हाला हा बिंदू मिळाला आहे x नॉट y नॉट
बिंदूवर वक्र वर x शून्य y शून्य स्पर्शिकेचा उतार किती आहे f अविभाज्य x शून्य
तर सामान्यचा उतार किती आहे mal हे स्पर्शिकेला लंब आहे म्हणून स्पर्शिकेचा उतार
x चा f अविभाज्य आहे, सामान्यचा उतार x शून्याच्या f प्राइम वर उणे 1 असणार आहे, x
शून्याच्या f अविभाज्य स्लाइडमध्ये तेच दिसत आहे पॉवर -1 म्हणजे काय
आहे सामान्य चे समीकरण y सामान्य चे समीकरण y उणे y शून्य आहे m मध्ये x उणे
x शून्य y वजा y शून्य समान m मध्ये उतार आहे x उणे x शून्य इतके थोडे पुनर्रचना
तुम्हाला y उणे y देते x च्या प्राइम मध्ये शून्य नाही प्लस x उणे x शून्य समान
हे सामान्यचे समीकरण आहे आता आपण काय म्हणत आहोत हे
सामान्य उत्पत्तीमधून जाते म्हणून उत्पत्ति हे समीकरण पूर्ण करते जेंव्हा मी x बरोबर
ठेवतो 0 आणि y बरोबर 0 हे समीकरण वैध असले पाहिजे म्हणून येथे x बरोबर 0
आणि y बरोबर 0 ठेवू या येथे आपल्याला x शून्य अधिक y शून्य हे समीकरण x शून्याच्या f
प्राइम मध्ये मिळेल.
0 हे 1.
13 समीकरण आहे म्हणून आपण पाहतो की 1.
13 ला धारण करणे आवश्यक आहे
वक्रातील सर्व बिंदूंवरील वक्रवरील सर्व बिंदू आपण हे समीकरण 1.
13 धारण केले पाहिजे म्हणून अर्थातच
पुढील गोष्ट म्हणजे समीकरण 1.
13 पाहणे आणि फक्त या त्रासदायक सबस्क्रिप्ट्स
शून्य सोडूया
त्यामुळे त्रासदायक सबस्क्रिप्ट्स शून्य सोडू या हे वक्रवरील सर्व बिंदू
x naught y nought साठी धरून आहे आणि म्हणून आपण सबस्क्रिप्ट शून्याशिवाय एक बिंदू एक तीन लिहू
आणि x च्या f prime च्या जागी dx द्वारे परिचित नोटेशन dy वापरतो आणि म्हणून 1.
13 x
अधिक ydy बाय dx काय आहे 0 च्या बरोबर या ydy द्वारे dx समान आहे वजा x हे एक व्हेरिएबल विभाज्य

विभेदक समीकरण आहे ते एक व्हेरिएबल विभाज्य विभेदक समीकरण आहे आणि तुम्ही ते ताबडतोब
समाकलित करू शकता आणि तुम्हाला y स्क्वेअर 2 बरोबर वजा x स्क्वेअर 2 प्लस कॉन्स्टंट
किंवा y स्क्वेअर प्लस x मिळवू शकता चौरस बरोबर 2c वक्र हे वर्तुळ आहे म्हणून आपल्या अंतर्ज्ञानाचा कॅल्क्युलस वापरून
अचूक गणिती तर्काने बॅकअप घेतला गेला आहे म्हणून वक्र हा गुणधर्म असलेला वक्र आहे
जो सर्व नॉर्मल एका बिंदूतून जातो हे एक वर्तुळ आहे
त्यामुळे आता आमच्या अजेंडातील पुढील आयटम रेनवेलच्या पुस्तकातील प्राथमिक भिन्नता समीकरणांवरील
एक अतिशय मनोरंजक उदाहरणाचा अभ्यास करणे आहे
, त्याचा अचूक संदर्भ नंतर उदाहरणाच्या शेवटी दिला जाईल, तर उदाहरणे कोणती आहेत
आपण एक चल विभाजीत समीकरण वर्गमूळ घेऊ.
1 वजा x वर्ग dy द्वारे dx अधिक
1 वजा y वर्गाचे वर्गमूळ 0 y बरोबर 0 बरोबर 3 बाय 2 नेहमीप्रमाणे आपल्याला
1 वजा xy वर्गाच्या मूळ द्वारे अविभाज्य dy मिळेल आणि 1 वजा x च्या वर्गमूळावर अविभाज्य dx मिळेल
0 च्या बरोबरीचा वर्ग.
y अविभाज्य हे y चा साइन व्युत्क्रम आहे हे सर्वांना माहीत आहे
आणि x अविभाज्य हे 0 च्या x इंटिग्रलचे साइन व्युत्क्रम आहे हे निश्चितच आता एक
स्थिरता आहे हे निश्चित करण्यासाठी आम्ही प्रारंभिक डेटामध्ये प्रारंभिक अटी
ठेवतो जेव्हा x 0 असेल तेव्हा प्रारंभिक स्थिती म्हणजे y रूट 3 बाय 2 रूट 3 बाय 2.
म्हणून येथे x बरोबर 0
आणि y बरोबर रूट 3 बाय 2 ठेवा.
म्हणून रूट 3 बाय 2 चा साइन व्युत्क्रम i बाय 3 आहे
त्यामुळे त्याचे मूल्य
स्थिरांक पाई बाय ३ आहे.
म्हणजे abou मला असे म्हणायचे आहे की या प्रारंभिक स्थितीसह हे भिन्न समीकरण सोडवणे ही एक अतिशय सोपी समस्या आहे
परंतु आपण येथे थांबू नये आपण
आपला तपास थोडा पुढे नेला पाहिजे आणि काही अतिशय मनोरंजक गोष्टी समोर
येतात क्षमस्व.
जरा सोप्या पद्धतीने उपाय पाहूया त्यामुळे
आपल्याला स्थिरांकाचे मूल्य पाई 3 बाय 3 हे काय मिळते ते लक्षात ठेवा
त्यामुळे आपल्याला y चा sine व्युत्क्रम मिळतो
pi by 3 वजा sine inverse of x तर आपण दोन्ही बाजूंची साइन घेऊ.
y
pi च्या sine च्या बरोबरीने 3 वजा sine x चा sine inverse sine साठी बेरीज फॉर्म्युला आठवत आहे
साइन साठी बेरीज फॉर्म्युला काय आहे कृपया तो a ची sine आहे sine a cos b plus cos
a sine b आणि a sine b ची sine sine a cos b उणे cos a sine b आहे तर
हे sine pi by 3 cos of sine inverse of x उणे cos pi by 3 sine in sine of sine
inverse
of x सर्व बरोबर आहे म्हणजे तुम्हाला y बरोबर रूट 3 by मिळेल 2 cos of sine inverse of x उणे
अर्धा x मग आपण प्रोब केले पाहिजे हा अर्धा x डाव्या हाताच्या बाजूने आणि
चौरसावर आणू जेव्हा आपण y अधिक x 2 चा चौरस काढतो तेव्हा पूर्ण वर्ग 3 बाय 4 असतो cos स्क्वेअर sine
x च्या व्युत्क्रमात आणि जो 1 वजा सायन स्क्वेअर sine x चा व्युत्क्रम असतो 1 वजा सायन स्क्वेअर
आहे x चा sine व्युत्क्रम आहे तो फक्त 1 वजा x स्क्वेअर आहे तो फक्त 1 वजा x स्क्वेअर चांगला आहे पुढील
गोष्ट म्हणजे हे विस्तृत करणे आणि संज्ञा एकत्र करणे चांगले आहे आम्हाला अधिक शोभिवंत फॉर्म्युलेशन x
स्क्वेअर अधिक y स्क्वेअर प्लस मिळेल xy समान 3 बाय 4.
आपल्या आधीच्या अवतारापेक्षा हा सोल्यूशनचा अवतार किती वेगळा आहे हे लक्षात घ्या
आपला मागील अवतार
y चा साइन व्युत्क्रम होता आणि x चा sine व्युत्क्रम pi बरोबर 3 आणि आता आम्हाला समाधानाचे एक अतिशय वेगळे
दिसणारे समीकरण मिळाले आहे.
y हे स्पष्टपणे x च्या संदर्भात दिलेले आहे
चला थोडे पुढे जाऊ या या टप्प्यावर आपण हार मानू नका हा वक्र काय आहे हे समजून
घेण्याचा प्रयत्न करूया xy समतल मधील वक्र आहे जर xy संज्ञा नसती तर
ती आली असती x वर्ग अधिक y वर्ग सम l ते 3 बाय 4 आम्हाला खूप आनंद होईल आणि आम्ही
त्रिज्या रूट 3 बाय 2 चे वर्तुळ काढणार आहोत पण दुर्दैवाने या xy शब्दामुळे गोष्टी किंचित क्लिष्ट होणार आहेत
पण हे समीकरण कोणत्या प्रकारचे वक्र प्रतिनिधित्व करते हे समजून घ्यायला आवडेल
x चौरस अधिक y वर्ग अधिक xy बरोबर 3 बाय 4.

वक्राचे स्वरूप तपासण्यासाठी x चौरस
अधिक y वर्ग अधिक x चौरस समान 3 बाय 4 आपण मूळ 2 वर 1 च्या बरोबर थोडे y ठेवूया
भांडवल x अधिक भांडवल y थोडे x बरोबर 1 वर मूळ 2 मध्ये कॅपिटल x उणे कॅपिटल y
तुमच्यापैकी ज्यांनी समन्वय भूमिती योग्यरित्या शिकली आहे ते ओळखतील की आपण
समन्वय प्रणालीला pi च्या 4 च्या कोनाद्वारे फिरवत आहोत.

4 आणि समजून घेण्याचा प्रयत्न करत आहे x वर्ग अधिक
y वर्ग अधिक xy समान 3 बाय 4 या समीकरणाचे काय होते.
नवीन समीकरण समीकरण किंवा
नवीन समन्वय प्रणालीमधील वक्र 3 x वर्ग अधिक y वर्ग 3 बाय 2 च्या समान आहे.
कमी आहे आणि पहा हे आहे
लंबवर्तुळ 3 x चौरस अधिक y वर्ग समान 3 बाय 2 हा एक मानक लंबवर्तुळ आहे आता आपण
या लंबवर्तुळाकडे थोडे काळजीपूर्वक पाहू या नवीन निर्देशांकातील लंबवर्तुळ 3x वर्ग अधिक y वर्ग
आहे 3 बाय 2.
आपण आकृती काढण्याचा प्रयत्न करूया या लंबवर्तुळाचा अर्ध-मुख्य अक्ष आणि अर्ध-लहान अक्ष काय आहे ते
आपण समीकरणाला 3 3 ने 2 ने भागू या जेणेकरून उजवी बाजू 1 बनवता येईल, जर आपण असे केले तर
काय होते चला 3 ने 2 ने भागू या काय करू.
आपल्याला अर्ध्या वर x वर्ग आणि y वर 3 बाय
2 बरोबर 1 चा वर्ग मिळतो.
तर अर्ध-प्रमुख अक्ष काय आहे अर्ध-प्रमुख अक्ष 3 पेक्षा 2 चे वर्गमूळ आहे
अर्ध-प्रमुख अक्ष 3 पेक्षा 2 चे वर्गमूळ आहे आणि द सेमी-मायनर अक्ष मूळ 2 वर 1 आहे.
त्यामुळे
मानक लंबवर्तुळ प्रमुख आणि लहान अक्ष समन्वय अक्षाच्या बाजूने आहेत पण
आम्ही काय केले हे लक्षात ठेवा आम्ही कोऑर्डिनेट सिस्टीम कोन pi द्वारे 4 ने फिरवले आम्ही कोऑर्डिनेट सिस्टीम कोन pi द्वारे 4 ने फिरवले
तर मूळ लंबवर्तुळाचा प्रमुख आणि किरकोळ अक्ष कोणता
आहे ही रेषा a वर तिरकी आहे n pi चा कोन 4 बाय 4 आणि दुसरी रेषा ती
उणे pi च्या कोनात 4 बाय तिरकी आहे आणि
त्यामुळे x वर्ग अधिक y वर्ग अधिक xy बरोबर आहे
3 बाय 4 हा एक मानक लंबवर्तुळ आहे जो pi 4 ने कोनाने फिरवला जातो.
म्हणून हे सुंदर उदाहरण अर्ल डी
रेनव्हिलच्या प्राथमिक भिन्न समीकरणांपासून आहे या पुस्तकाच्या पाचव्या आवृत्तीच्या अनेक
आवृत्त्या झाल्या आहेत ते दहाव्या आवृत्तीत आले आहेत पण मी पाचव्या आवृत्तीचा संदर्भ देत आहे आणि पृष्ठ
क्रमांक पाचव्या आवृत्तीचा संदर्भ घेत आहेत म्हणून ही समस्या याच्या पृष्ठ 4243 वर दिसते सुंदर पुस्तक आणि
तो समस्यांचा एक उल्लेखनीय संग्रह आहे जो मी तुम्हाला लंबवर्तुळाकार फंक्शन्सच्या जन्माकडे पाहण्याची विनंती करतो
आता तुम्हाला वाटेल की ही विशिष्ट समस्या खूपच सोपी होती ती अगदी सोपी समस्या
आहे 1 वजा y वर्गमूळ द्वारे अविभाज्य dy आणि 1 वजा y वर्गमूळ dx वर
वर्गमूळ 1 वजा x 0 चा वर्ग बरोबर असेल तर तुम्हाला आश्चर्य वाटेल की आम्ही असा क्षुल्लक व्यायाम का करतो
कदाचित तुमच्यापैकी काहींना हे कंटाळवाणे वाटेल पण मला हे पटवून द्यायचे आहे की हे
हे गणिताच्या अत्यंत क्षुल्लक आणि अतिशय रोमांचक भागाकडे नेत आहे
हा y चा वर्ग y ने घात चौथ्याने बदलणे आणि हा x चा वर्ग x ने पॉवर फोर ने बदलणे ही कल्पना आहे जर
तुम्ही तुमच्या इंटिग्रलमध्ये पुष्कळ अविभाज्यांवर काम करत असाल तर कॅल्क्युलस क्लासेसमध्ये तुम्हाला कळेल की
1 वजा y च्या घात 4 च्या वर्गमूळानुसार dy हे समाकलित केले जाऊ शकत नाही.
तुम्ही
ty चा अनिश्चित पूर्णांक 1 वजा y च्या वर्गमूळ द्वारे घात 4 ची गणना करू शकत
नाही तर काय होईल ते आम्ही जे काही केले ते आहे x चा sine व्युत्क्रम हे x अधिक
y चा sine व्युत्क्रम या सुरेख स्वरुपात x वर्ग अधिक y वर्ग अधिक xy समान तीन
चौथ्या प्रमाणे हे समीकरण मिळाले आहे
त्यामुळे विभेदक समीकरण कसे तरी
लंबवर्तुळाशी संबंधित आहे अशी कदाचित तुम्हाला कल्पना येईल दुस-या अंशाचा वक्र
त्यामुळे युलर आणखी पुढे गेला आणि त्याने
ही परिस्थिती पाहिली अविभाज्य शून्य ते u उह आपल्या सोबत भाजकातील चौथी शक्ती
त्यामुळे आपण जे काही केले आहे ते थोडेसे होऊ शकते वेगळ्या स्वरूपात लिहिले
तर ती एकच कल्पना आहे पण थोड्या वेगळ्या अवतार अविभाज्य 0 ते u dt द्वारे 1 वजा t

वर्गाप्रमाणे अविभाज्य 0 ते v dt च्या वर्गमूळ द्वारे 1 वजा t वर्ग पुन्हा अविभाज्य dt
वर्गमूळ 1 वजा टी स्क्वेअर ची पण भिन्न मर्यादा 0 ते काही क्लिष्ट अभिव्यक्ती ज्यात
u आणि v समाविष्ट आहे ही गुंतागुंतीची अभिव्यक्ती काय आहे हे uv च्या phi समान आहे u रूट 1 वजा v
स्क्वेअर प्लस v रूट 1 वजा u स्क्वेअर काय   युलरने बदलले होते t ने घात 4 ला t ने वर्ग केला
आणि अधिक क्लिष्ट शुल्कासह समान अभिव्यक्ती प्राप्त केली आणि ही एक अतिशय
उल्लेखनीय कामगिरी होती कारण तीन दशकांनंतर गॉसने व्यस्त कार्याचा अभ्यास केला लक्षात ठेवा
integral 0 to u dt च्या रूट द्वारे 1 वजा t स्क्वेअर साइन व्युत्क्रम आहे u आणि त्याचा व्युत्क्रम
हे साइन फंक्शन आहे त्याचप्रमाणे फंक्शन इंटिग्रल 0 ते u dt द्वारे 1
वजा t च्या घात 4 च्या वर्गमूळात देखील एक व्यस्त आहे ज्याला लंबवर्तुळाकार साइन फंक्शन म्हणतात आणि
त्यांचा अभ्यास गॉस श्रीने केला होता EE दशकांनंतर सुमारे 1796 मध्ये आणि गॉसने
लंबवर्तुळाकार साइन फंक्शनसाठी एक जोड सूत्र प्राप्त केले त्रिकोणमितीय साइन फंक्शनसाठी जोड सूत्राचा अचूक ॲनालॉग
त्यामुळे तुम्हाला दिसेल की जे खूप निरुपद्रवी दिसणारे
विभेदक समीकरण आहे ते तुम्हाला प्रत्यक्षात आणले आहे गेटवे गणिताच्या अतिशय भव्य
भागामध्ये लंबवर्तुळाकार फंक्शन्सचा सिद्धांत आहे या गोष्टींचे एक अतिशय सुंदर वर्णन
AI मार्कस शविश यांच्या पुस्तकात आढळू शकते उल्लेखनीय चिन्ह फंक्शन्स ज्यासाठी
मी तुम्हाला स्लाइड्समध्ये संदर्भ देतो
 त्यामुळे हे घेण्याची कल्पना होती x हे
सोपे व्हेरिएबल विभाज्य विभेदक समीकरण घ्यायचे होते आणि ते तुम्हाला गणिताच्या एका सुंदर भागाची झलक देण्यासाठी एक निमित्त म्हणून घ्यायचे होते