

हैलो, अंतर समीकरणों पर श्रृंखला के दूसरे व्याख्यान में छात्रों का स्वागत है, आइए हम संक्षेप में याद करें कि हम कहाँ रुके थे हम एक बहुत ही मासूम दिखने वाले अंतर समीकरण को देख रहे थे जो dt के बराबर y वर्ग के बराबर है और हम इस बिंदु पर आए और हमने इसका हल ढूँढ लिया yt बराबर c बटा 1 माइनस ct हम देखते हैं कि समय t बायीं ओर से 1 बटा c पर जाता है yt अनंत तक जाता है समाधान परिमित समय में उड़ जाता है एक सीमित समय तबही होती है क्योंकि यही कारण है कि ऐसा होता है इस वजह से y चुकता के बजाय y चुकता शब्द है यदि मैं y घन डालता हूँ तो आप एक ही चीज़ को परिमित समय में होते हुए देखेंगे, समाधान अनंत तक शूट होगा अंतर समीकरण के साथ कुछ भी गलत नहीं है अंतर समीकरण हर जगह परिभाषित किया गया है y चुकता एक बहुपद है फिर भी समाधान संपूर्ण वास्तविक रेखा पर नहीं रहता है यह ऋणात्मक अनंत से 1 बटा c तक रहता है अर्थात वह अंतराल जिस पर समाधान मौजूद होता है वह आमतौर पर संपूर्ण क्षेत्र नहीं होता है 1 रेखा लेकिन वास्तविक रेखा का केवल एक हिस्सा यह वास्तविक रेखा का केवल एक बहुत छोटा हिस्सा है,

इसलिए पिछली स्लाइड में मेरा यही मतलब था जब मैंने कहा था कि भले ही अंतर समीकरण हर जगह परिभाषित किया जाएगा I टी नॉट माइनस ए कॉमा टी नॉट प्लस ए वह अंतराल के बराबर मैं समय का पूरा अंतराल नहीं हो सकता है कि परिमित समय में अनंत से बच सकता है समाधान सीमित समय में अनंत तक बच सकते हैं ठीक है तो आइए अब उह को देखें यह उह घटना थोड़ा और विस्तार से शायद कुछ और उदाहरणों में हम इसे लेने से पहले देख सकते हैं आह एक और छोटा बिंदु है जिसे मैं संबोधित करना चाहता हूँ, अर्थात् यदि आप ध्यान दें कि हम अनिश्चित इंटीग्रल का उपयोग कर रहे हैं जो मैं चाहता हूँ इंगित करें और मैं अपने सभी छात्रों से यह कह रहा हूँ कि जब भी संभव हो निश्चित अभिन्न के साथ काम अनिश्चित अंतराल से बचने की कोशिश करें, ऐसी स्थितियाँ हैं जहाँ आप इसे नहीं कर सकते हैं या जब कुछ स्थितियों में यह संभव नहीं है या यह अधिक बेकार है इसका उपयोग करने के लिए जब भी संभव हो तो निश्चित इंटीग्रल का उपयोग करने का प्रयास करें, यही मूल मंत्र है, मैं यह बताना चाहता हूँ कि निश्चित इंटीग्रल का उपयोग क्यों किया जाना चाहिए क्योंकि निश्चित इंटीग्रल श्रेष्ठ प्राणी हैं, वे श्रेष्ठ प्राणी क्यों हैं, यह देखते हैं कि ए से बी तक के इंटीग्रल एफएक्स डीएक्स को परिभाषित किया गया है। अंतराल ab पर किसी भी निरंतर कार्य $f(x)$ के लिए प्रतीक का एक सटीक अर्थ है कि आप अनिश्चितकालीन अभिन्न की गणना करने में सक्षम हैं या नहीं, आप x के f के लिए आदिम खोजने में सक्षम हैं या नहीं, यह प्रतीक a से b $f(x) dx$ का अभिन्न अंग बनाता है। परफेक्ट सेंस एक और फायदा यह है कि जब आप डिफरेंशियल इक्वेशन में निश्चित इंटीग्रल का इस्तेमाल करते हैं तो आप स्वचालित रूप से शुरुआती कंडीशंस को शामिल कर लेते हैं,

इसलिए आइए हम फिर से वही प्रॉब्लम अनिश्चित इंटीग्रल के बजाय अलग-अलग इंटीग्रल का इस्तेमाल करते हैं, इसलिए हम फिर से डिफरेंशियल इक्वेशन 1 बटा y स्क्वायर डाई पर वापस जाते हैं। dt बराबर 1. अब हम दोनों पक्षों को एक निश्चित अंतराल पर t के संबंध में एकीकृत करेंगे 0 अल्पविराम अर्थात हम एक निश्चित अभिन्न t को देख रहे हैं उसका समय और हमें y प्राइम में yt चुकता पर 0 से s 1 का इंटीग्रल क्या मिलता है $t dt$ इंटीग्रल 0 से $s dt$ के बराबर होता है। y प्राइम y चुकता है

इसलिए y प्राइम पॉजिटिव राइट है

इसलिए y एक सख्ती से मोनोटोन बढ़ाने वाला कार्य है और

इसलिए मैं प्रतिस्थापन प्रमेय के लिए अपील कर सकता हूँ कि मैं y के y को u के बराबर रखता हूँ और मुझे y प्राइम मिलता है $t dt du$ होता है जब $t = 0$ होता है $0 c$ का y क्या था और जब t के बराबर s का मान u का y होगा, तो t के y के बराबर u के प्रतिस्थापन का उपयोग करके इंटीग्रल, $s du$ के y से y के इंटीग्रल में u वर्ग के बराबर s के बराबर हो जाता है आप y वर्ग द्वारा du को एकीकृत कर सकते हैं और फिर यह प्रारंभिक स्थिति सी के लिए ऋण चिह्न के साथ 1 बटा y होगा और यह सी और एस के वाई और आप सरल और पुनर्व्यवस्थित करते हैं, आपको वही चीज़ मिलती है जो आपको एस के बराबर सी से विभाजित होती है 1 माइनस सीएस

इसलिए मैं इस छोटे बीजगणित को छोड़ रहा हूँ, du को एकीकृत करने की इस समस्या को यू स्केर्ड द्वारा सीमा में डाल दिया गया है d पुनर्व्यवस्था करना और अपना y प्राप्त करना यह एक बहुत ही तुच्छ अभ्यास है और मैं आपसे इसे स्वयं करने का आग्रह करता हूँ और सत्यापित करता हूँ कि अंत में आपको y का y बराबर c बटा 1 घटा cs मिलता है, आप इस अंतर समीकरण के समाधान को पुनर्प्राप्त करते हैं लेकिन इस बार हमने व्यवस्थित रूप से निश्चित इंटीग्रल को नियोजित किया है, न कि अनिश्चित इंटीग्रल को, जैसा कि पिछली स्लाइड्स में दिखाया गया है, ठीक है और मैं एक बार फिर आपको याद दिलाना चाहता हूँ कि निश्चित इंटीग्रल श्रेष्ठ प्राणी हैं, इस पर ध्यान दिए बिना कि आप आदिम को खोजने में सक्षम हैं या नहीं, यह परिभाषा सही समझ में आती है। एक ऐसा फंक्शन खोजने में सक्षम हैं जिसका व्युत्पन्न दिया गया कार्य है, जो कि कोसाइन एक्स का अभिन्न अंग है, साइन एक्स प्लस सी है क्योंकि साइन एक्स का व्युत्पन्न कोसाइन है जो कोसाइन का एक विरोधी व्युत्पन्न है इस मामले में यह यह पता लगाना आसान है कि कोसाइन का एंटी-डेरिवेटिव क्या है, लेकिन कई मामलों में जैसा कि आप जानते हैं कि व्युत्पन्न का निर्धारण करना आसान नहीं है, यह मुश्किल है कभी-कभी यह आपके लिए बिल्कुल भी संभव नहीं है। क्रिया जिसका व्युत्पन्न एक दिया गया कार्य है, लेकिन जब आप निश्चित इंटीग्रल के साथ काम करते हैं तो निश्चित इंटीग्रल याद को क्षेत्रों के रूप में परिभाषित किया जाता है और उनका एक बहुत ही सटीक और कठोर गणितीय अर्थ होता है,

इसलिए वे हमेशा बेहतर वस्तुएं होती हैं,

इसलिए अब दो अभ्यासों पर विचार करें अंतर समीकरण पर विचार करें dy बटा dt बराबर 1 जमा y चुकता प्रारंभिक शर्तें निर्धारित हैं y of 0 बराबर 1. क्या समाधान परिमित समय में अनंत तक बच जाता है यदि दाहिने हाथ की ओर 1 जमा y को घात 10 से बदल दिया जाए तो आइए रुकें और इसके बारे में सोचें इस प्रश्न को कैसे करें आप देखते हैं कि आपका प्रारंभिक आवेग हमें इस अंतर समीकरण को एकीकृत करने देगा ठीक है चलो इसे करने की कोशिश करते हैं उह चलो पूरे हॉग पर जाएं और अभिन्न की गणना करें और समाधान निर्धारित करें और फिर इस प्रश्न का उत्तर दें कि क्या समाधान बच जाता है समय की सीमित मात्रा में अनंत ठीक है तो देखते हैं कि आपका अंतर समीकरण dy बटा dt बराबर 1 जमा y वर्ग है, से विभाजित करने में कोई समस्या नहीं है 1 1 जमा y चुकता क्योंकि यह हमेशा कुछ अंतराल पर सकारात्मक एकीकृत होता है, जैसे 0 से s , आपको क्या मिलता है जब समय $t = 0$ के बराबर होता है, तो हमने प्रारंभिक शर्त निर्धारित की है कि 1 पूर्णांक dy को 1 से विभाजित करके y वर्ग 0 से पूर्णांक dt के बराबर है। से s जो s है जो आपको y के y के विपरीत टैन देगा s माइनस टैन 1 का व्युत्क्रम s के बराबर है या आपको s का y s के टैन के बराबर प्लस π बटा 4 मिलता है,

इसलिए आपको समाधान अच्छी तरह से मिला है

इसलिए समाधान से आप कहेंगे ठीक है, आप इस समाधान की जांच करेंगे, आप समाधान की जांच करेंगे और फिर आप यह पता लगाएंगे कि जब s बाई और से π की ओर 4 तक पहुंचता है, तो s का समाधान y प्लस इनफिनिटी में जाता है यह सब बहुत अच्छा है, लेकिन समस्या पर चलते हैं, चलो वापस जाते हैं समस्या और देखें कि क्या पूछा जा रहा है कि आपसे क्या पूछा जा रहा है, क्या समाधान सीमित समय में अनंत तक बच जाता है, आपको समाधान निर्धारित करने के लिए नहीं कहा जाता है और दूसरी समस्या यह है कि 1 प्लस y वर्ग के बजाय दाहिने हाथ की ओर होगा 1 जमा y से घात 10 अब मान लें कि आपके पास 1 जमा है y से घात 10 तक और आप अंतर समीकरण को हल करने का प्रयास करते हैं, जिसके लिए आपको dy को 1 प्लस y को घात 10 में एकीकृत करना होगा और यह अत्यधिक थकाऊ होने वाला है, यह समय लेने वाला और थकाऊ होने वाला है जबकि वह सब पूछा जा रहा है क्या समाधान परिमित समय में अनंत तक बच जाता है, सब ठीक हो जाता है,

इसलिए प्रश्न करें कि आप पृथ्वी पर कैसे इस प्रश्न का उत्तर स्पष्ट रूप से समाधान खोजने के बिना जा रहे हैं, कोई ऐसा कर सकता है और देखते हैं कि इसके बारे में कैसे सोचना है यह बहुत आसान है और यह बहुत दिखाता है डिफरेंशियल इक्वेशन के सिद्धांत में महत्वपूर्ण सिद्धांत

इसलिए आपको जो दिया गया है वह आपको dt के बराबर दिया गया है 1 जमा y वर्ग y का 0 बराबर 1 है। ठीक है, आप निश्चित रूप से कह सकते हैं कि dy बटा dt y वर्ग से अधिक है निश्चित रूप से आप मुझसे सहमत होंगे कि 1 प्लस y चुकता y चुकता से बड़ा है, तथ्य की बात के रूप में सख्ती से बड़ा है,

इसलिए अब हम वही काम कर सकते हैं अब y वर्ग सकारात्मक है याद रखें

इसलिए 1 बटा y वर्ग डाई बाय dt सख्ती से 1 से बड़ा है अब एकीकृत करें अब 0 कहें पर एकीकृत करें क्या करें जब $t = 0$ होता है तो आप इंटीग्रल हो जाते हैं जब समय $t = 0$ होता है, तो y का y मान 1 होता है,

इसलिए यह $s = du$ का $1/2 y$ होगा, जब आप 1 को एकीकृत करते हैं तो आप s से अधिक हो जाते हैं। अंतराल अच्छी तरह से अब आप गणना जारी रख सकते हैं और फिर हम क्या करते हैं हम यह माइन्स 1 बटा u कहते हैं 1 से y तक s से बड़ा है जो कि मुझे 1 माइन्स 1 बटा y बड़ा देगा s या 1 माइन्स $s = 1$ बटा y से बड़ा है तो इसका मतलब यह होगा कि y का $y = 1$ बटा 1 माइन्स s से अधिक है, हम तुरंत देखते हैं कि जैसे ही प्रदर्शित असमानता के दाईं ओर बाईं ओर से 1 जाता है लाल रंग में प्रदर्शित असमानता अनंत तक जाती है क्या s का समाधान y निश्चित रूप से 1 के बराबर s से आगे नहीं रह सकता है, वास्तव में हमने देखा है कि समाधान π पर 4 से अनंत तक जाता है जो वास्तव में 1 से कम है अब हमने क्या किया है हमने किया है एक बहुत ही साधारण सी बात है कि हम डिफरेंशियल इक्वेशन से डिफरेंशियल असमानता में चले गए हैं, हम बस इस 1 को खत्म कर देते हैं और हम कहते हैं कि डाई बाय डीटी है y वर्ग से बड़ा और बाकी की गणना बहुत सरल थी,

इसलिए भले ही आपके पास 1 प्लस y से घात 10 हो, हम वही काम कर सकते हैं जो हम केवल एक को बंद कर सकते हैं और आप कह सकते हैं कि dy बाय dt y से अधिक है। 10 हम y से घात 10 में विभाजित कर सकते हैं और उसी पंक्तियों के साथ आगे बढ़ सकते हैं, कुछ भी हमें ऐसा करने से नहीं रोकता है,

इसलिए मुद्दा यह है कि उह अंतर समीकरण को पूरी तरह से हल करना आवश्यक नहीं है, इसे किसी और चीज़ से बदलने के लिए पर्याप्त है और यह है विभेदक समीकरण को हल किए बिना अंतर समीकरण को हल करने के लिए आवश्यक नहीं है, हम अभी भी अपने निष्कर्ष निकाल सकते हैं और यह अंतर समीकरणों के सिद्धांत में सबसे महत्वपूर्ण बात है जो शायद ही कभी अंतर समीकरण को पूरा करने के लिए हल करता है एक अक्सर स्पष्ट रूप से किए बिना समाधान का व्यवहार प्राप्त करता है समाधान का निर्धारण किए बिना अंत तक समाधान स्पष्ट रूप से हम समाधान के गुण प्राप्त करने का प्रयास करते हैं जो कि अंतर समीकरणों का सिद्धांत है अब मुझे सम्मिलित करने दें t एक महत्वपूर्ण टिप्पणी नोट है कि हमने अंतर समीकरण dy बटा dt बराबर 1 जमा y वर्ग से y के 0 के बराबर 1 से अंतर असमानता dy बटा dt से बड़ा y वर्ग के साथ 0 के y के बराबर 1 और तब हमने निष्कर्ष निकाला कि s का $y = 1$ बटा 1 माइन्स s से बड़ा है, जिसका अर्थ है कि s का y पहले से ही अनंत तक जा चुका होगा जब तक कि $s = 1$ तक नहीं जाता है, हम यह नहीं कह रहे हैं कि s का y अनंत हो जाता है, ठीक उसी तरह जैसे s जाता है 1 हम कह रहे हैं कि y का y अनंत तक जाता है या तो s एक के पास जाता है या शायद इससे पहले कि अस्तित्व का समय y एक से अधिक नहीं हो सकता है, लेकिन यह वास्तव में एक से बहुत छोटा हो सकता है जिसे हम कार्य करते हैं हमने देखा कि हमने वास्तव में एकीकृत किया था डिफरेंशियल इक्वेशन स्लाइड डाई बटा डीटी में पहला डिस्प्ले 1 प्लस y स्केर्ड के साथ 0 का y बराबर 1 हमने वास्तव में इस डिफरेंशियल इक्वेशन को एकीकृत किया हमने देखा कि हमने पाया कि सॉल्यूशन y का t के बराबर t प्लस π के टैन के बराबर है 4 और हमने देखा कि समाधान अनंत तक जाता है क्योंकि $t = 4$ से π की ओर जाता है।

इसलिए थ ई समाधान 1 के बराबर समय से पहले अनंत हो जाता है,

इसलिए असमानता में हमारा अंतर आपको बताता है कि अस्तित्व का समय 1 से अधिक नहीं हो सकता है लेकिन यह वास्तव में अब से कम हो सकता है अगली समस्या उसी प्रश्न का उत्तर देना है, लेकिन डाई के बजाय dt से 1 जमा y वर्ग के बराबर में आपको dy बटा dt बराबर 1 बटा 1 जोड़ y चुकता 1 बटा 1 जोड़ y चुकता फिर से आप 1 जमा y वर्ग से गुणा करते हैं, t के संबंध में दोनों पक्षों को एकीकृत करने की अनुशंसा की जाती है, लेकिन आप यदि आप अपनी पसंद को पसंद करते हैं तो अनिश्चितकालीन इंटीग्रल का भी उपयोग कर सकते हैं, लेकिन यहां जहां भी संभव हो निश्चित रूप से उपयोग करने की सिफारिश की जाती है ताकि आप दूसरी समस्या को स्वयं आजमा सकें और यह पता लगाने का प्रयास कर सकें कि समाधान अनंत काल तक बच जाता है या क्या यह हमेशा के लिए रहता है ठीक है,

इसलिए दो सरल अभ्यास हैं जो चर को अलग करने पर आधारित हैं जो y वर्ग को बाईं ओर ला रहे हैं और t के संबंध में एकीकृत कर रहे हैं और इसी तरह अब हम तीसरी समस्या लेते हैं यहाँ हम समस्या पर विचार करते हैं कोसाइन x गुणा 1 जमा साइन y बटा dx बराबर 1 जमा साइन x कोसाइन y में फिर से यह एक चर वियोज्य समीकरण है याद रखें कि xy के f के बराबर dx द्वारा dy क्या है

इसलिए यह कारक कोसाइन x में 1 जमा साइन y आप इसे दाईं ओर रखते हैं हाथ की ओर और आपको क्या मिलता है दाहिना हाथ xy के दो चर f का एक कार्य है और यह y के फंक्शन के x गुणा का एक उत्पाद है,

इसलिए जब भी दाहिने हाथ की ओर कि जब भी आपके पास dx द्वारा dy होता है तो gx के बराबर होता है हम अंतर समीकरण को एक चर वियोज्य समीकरण के रूप में संदर्भित करते हैं, यह एक चर वियोज्य समीकरण भी है, dy बाय dx अकेले x के एक फंक्शन का एक उत्पाद है जो यहाँ अकेले y के एक फंक्शन है, निश्चित रूप से यहाँ कोसाइन की उपस्थिति के कारण कोसाइन वहाँ मैं यह मानने जा रहा हूँ कि x और y खुले अंतराल में माइन्स π से 2 से π बटा 2 में झूठ बोलते हैं हम खुले अंतराल में काम करने जा रहे हैं माइन्स π से 2 से π बटा 2 ठीक है ठीक है समस्या जारी है साबित करें कि x का हल y पूरे अंतराल पर परिभाषित किया गया है घटा π बटा 2 π बटा 2 और जैसे ही $x = \pi$ के पास 2 की ओर जाता है, x का हल y , π बटा 2 के पास पहुंचता है। उस विशेष मामले पर चर्चा करें जहां प्रारंभिक शर्तें निर्दिष्ट हैं, 0 का $y = 0$ के बराबर है। यहां एक बदलाव के लिए मैं आपको केवल एक बदलाव के लिए एक अनिश्चित अभिन्न अंग दे रहा हूँ। चलो अनिश्चित अभिन्न के साथ काम करते हैं, हालांकि वे हीन प्राणी हैं, उन्हें कोई फर्क नहीं पड़ता कि उन्हें भी जीने का अधिकार है क्योंकि यह थे

इसलिए हम चर को अलग करते हैं क्योंकि इसे हमें $\cos y$ से विभाजित करते हैं और हमें $\cos x$ से विभाजित करते हैं ताकि y चर है सभी बाईं ओर और x चर सभी दाईं ओर हैं और एक एकीकरण करते हैं जिसे आप 1 बटा $\cos y = 1$ बटा $\cos y \secant y$ एकीकृत कर सकते हैं, y के संबंध में $\secant y$ का समाकलन क्या है, यह $\log \secant y$ प्लस $\tan y$ है निरपेक्ष मान डालने की कोई आवश्यकता नहीं है क्योंकि हम इस अंतराल में माइन्स π से 2 से π बटा 2 हैं जहां बात सकारात्मक सेकेंड है वाई प्लस टैन वाई क्या है कि यह कॉस वाई कोसाइन पर 1 प्लस साइन वाई होने जा रहा है। एक सम फलन यह धनात्मक है और एक जमा साइन y भी धनात्मक है, इसकी कोई आवश्यकता नहीं है f या एक निरपेक्ष मान साइन

इसलिए कि 1 बटा कॉस y का इंटीग्रल लॉग सेकेंट प्लस टैन है और फिर आपको कॉस वाई द्वारा साइन वाई का इंटीग्रल मिला है जो टैन यडी का इंटीग्रल है और इंटीग्रल लॉग सेकेंट है,

इसलिए आपको योग मिला दो लॉग यह एक निचला उत्पाद होगा,

इसलिए बाएं हाथ की तरफ सेकेंड स्क्वायर वाई प्लस सेकेंड वाई टेबल के लॉग के रूप में एकीकृत होगा, फिर आप यहां बहुत सी समरूपता देखते हैं जो आप बाईं ओर वाई के साथ देखते हैं आप वही चीज़ देखते हैं एक्स पर ठीक है,

इसलिए जब आप एक ही गीत को एकीकृत करते हैं और नृत्य करते हैं तो यह लॉग सेकेंड स्क्वायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैक्स होगा,

इसलिए जब आप इसे एकीकृत करेंगे तो आपको एक लॉग सेकेंड स्क्वायर वाई प्लस सेकेंड सही समय मिलेगा, चलो बस मुझे एक धीमा कर दें वास्तव में

कुछ पंक्तियों को सम्मिलित करके आप बाईं ओर सहमत हैं, आप लॉग सेकेंड स्कायर y प्लस सेकेंड वाई टैन वाई बराबर लॉग सेकेंड स्कायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्स प्लस इंटीग्रेशन सी एक्सपोनेंटियेट सेकेंट प्राप्त कर रहे हैं वर्ग y जोड़ $y \tan$ बटा e बराबर घात c गुणा \secant चुकता एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्स तो यहां हम रुकते हैं और यहां हम कहते हैं कि यह समाधान अच्छी तरह से आप आपत्ति कर सकते हैं आप कह सकते हैं कि समाधान y के बराबर होना चाहिए जो उस रूप में नहीं है जिसमें हमें समाधान मिला है हमारे पास क्या रूप है समाधान को निहित रूप में वर्णित किया गया है आपने अपने पाठ्यक्रम के विभेदक कैलकुस भाग में निहित कार्य और अंतर्निहित भेदभाव का अध्ययन किया है, आप निहित कार्य का सामना करते हैं और

इसलिए यहां $y \times$ का एक कार्य है, लेकिन यह स्पष्ट रूप से वर्णित है कि जब भी आप पहले क्रम में अंतर समीकरणों को हल करें आमतौर पर समाधान स्वयं को निहित रूप में प्रस्तुत करेगा क्योंकि यह यहां होता है ठीक है

इसलिए समाधान निहित रूप में दिया गया है तो चलिए स्लाइड्स पर वापस जाते हैं हाँ आप देखते हैं कि सेकेंड स्कायर वाई प्लस सेकेंड वाई टैन वाई बराबर है e से घात c में \secant वर्ग x जमा $\secant \times \tan x$ समस्या क्या है जो आपसे समस्या पूछती है समस्या को फिर से देखें समस्या को फिर से देखें साबित करें कि समाधान संपूर्ण पूर्णांक पर परिभाषित है रावल माइनस पीआई 2 से पीआई बाय 2 यह स्पष्ट है कि यहां समाधान पूरे अंतराल पर परिभाषित किया गया है कुछ भी नहीं होता है जब एक्स इस अंतराल पर मेरा मतलब है कि जब तक आप खुले अंतराल में हैं तब तक किसी भी प्रकार का प्रतीत नहीं होता है इस समीकरण में परेशानी अच्छी तरह से देखते हैं कि समस्या फिर से क्या पूछ रही है क्योंकि x^2 से π की ओर जाता है आपको यह दिखाना होगा कि x का y भी 2 से π हो जाता है। देखें कि दाहिनी ओर सेकेंट वर्ग x प्लस पर क्या होता है $\secant \times \tan x$ वह क्या है जो कोसाइन वर्ग x पर 1 प्लस साइन x है, दाहिनी ओर 1 जोड़ साइन x अपॉन कोसाइन वर्ग x है, जैसे x^2 से π के पास पहुंचता है 1 प्लस साइन x^2 के करीब पहुंचता है और हर कोसाइन वर्ग $x = 0$ तक पहुंचता है. और

इसलिए यह कारक सेकेंड स्कायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्स प्लस इनफिनिटी में जाता है और दूसरा कारक स्थिर है

इसलिए अनिवार्य रूप से यह सेकेंड स्कायर वाई प्लस सेकेंड वाई टैन वाई को अनंतता पर जाना चाहिए संयोग से ध्यान दें कि अंतर समीकरण आपको बताता है कि डीएक्स द्वारा डीई हमेशा सकारात्मक है याद रखें क्योंकि सकारात्मक साई 1 प्लस चिह्न है इस अंतराल पर धनात्मक है, कोई समस्या नहीं है और

इसलिए dx द्वारा dy धनात्मक है,

इसलिए समाधान yx एक मोनोटोन वृद्धिशील फलन है, एक मोनोटोन वृद्धि फलन है और जैसे ही x , π तक 2 जाता है, अब यह अनिवार्य है कि इस समीकरण से हम अनिवार्य रूप से देखें कि x का y भी π बीटा में जाना चाहिए, x मोनोटोन का मेरा y^2 से π तक बढ़ जाता है ताकि अंतिम उदाहरण में प्रश्न का उत्तर दिया जा सके अध्ययन क्या होता है जब x माइनस π^2 से कम हो जाता है,

इसलिए मैं इसे आपके लिए अध्ययन करने के लिए छोड़ रहा हूँ कि क्या इस फंक्शन के साथ होता है सेकेंड स्कायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्स क्या होता है जब एक्स माइनस पीआई 2 अच्छी तरह से जाता है यह क्या है यह 1 प्लस साइन एक्स अपॉन कॉस स्केर एक्स है क्योंकि एक्स माइनस पीआई से 2 तक जाता है, अंश 0 पर जाता है और तो हर करता है तो यह शून्य से शून्य रूप है

इसलिए आप जानते हैं कि ऐसी सीमाओं से कैसे निपटें, आपने ऐसी कई सीमा समस्याएं की हैं और यह पता लगाने के लिए आपके लिए एक मनोरंजक अभ्यास है कि सीमा का क्या होता है क्योंकि x शून्य से नीचे जाता है 2 से पीआई और

इसलिए आप इसी तरह जांच करते हैं कि संबंधित का क्या होगा yx के रूप में x माइनस π पर जाता है, तो यह आपके लिए अगले प्रश्न के बारे में सोचने के लिए कुछ है यदि प्रारंभिक स्थिति 0 का y बराबर 0 है, यदि 0 का $y = 0$ होता है, अर्थात् जब $x = 0$ होता है तो y होता है भी 0. तो अंतिम प्रदर्शित समीकरण का क्या होता है जो आप यहां इस स्लाइड में लाल रंग में देखते हैं आप इस समीकरण में x के बराबर 0 डालते हैं जो लाल रंग में प्रदर्शित होता है तो क्या होता है 0 का $y = 0$ है याद रखें तो $x = 0$ है और $y = 0$. $\tan x = 0$ हो जाता है और $\tan y = 0$ हो जाता है, $\secant x = 1$ हो जाता है और $\secant y$ भी 1 हो जाता है,

इसलिए जो बचा है वह e को घात c के बराबर 1 प्राप्त करता है,

इसलिए लाल रंग में प्रदर्शित होने वाला समीकरण \secant वर्ग को सरल करता है y जमा $\secant y \tan y$ बराबर \secant वर्ग x और $\secant \times \tan x = e^c$ से घात $c = 1$ है और

इसलिए आपको बस \secant चुकता y जमा $\secant y$ गुणा y बराबर \secant वर्ग x जमा $\secant \times \tan x$ मिलता है, यह समीकरण बल देगा आप कि $y \times$ के बराबर है या क्या मुझे लगता है कि आपको इसकी जांच करनी चाहिए, तो क्या यह इस बात का अनुसरण करता है कि x के y के बराबर x का हल दिया गया है तो समीकरण ई के साथ क्या होता है जो हमें पता चला कि 1 है और

इसलिए हमारा यह समीकरण पढ़ता है सेकेंड स्कायर वाई प्लस सेकेंड बाय टैन वाई सेकेंड स्कायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्स है तो इससे यह एक्स के बराबर वाई का पालन करता है x_i को लगता है कि आपको निश्चित रूप से कुछ क्षण बिताने चाहिए और इसके बारे में सोचना चाहिए हम अगली समस्या पर जाते हैं अंतर समीकरण को हल करते हैं 1 प्लस ई को पावर टीडी बटा डीटी प्लस ई से पावर टी माइनस वाई बराबर 0 फिर से सवाल हल करता है कुछ परिमित समय के लिए अनंत तक पलायन, अंतर समीकरण को हल करें, इसकी भी कोई सीमा नहीं है क्योंकि t माइनस इनफिनिटी में जाता है,

इसलिए आपको जितने प्रश्न दिए जाते हैं, वह एक डिफरेंशियल इक्वेशन होता है, यह एक वैरिएबल वियोज्य समीकरण है जिसे आप ई से पावर माइनस y में विभाजित करते हैं और आप 1 प्लस ई से पावर टी में विभाजित करें,

इसलिए हम ऐसा करते हैं कि डीई बाय डीटी बाय वाई प्राइम हम ई को पावर yy प्राइम प्लस ई को पावर टी पर 1 प्लस ई को पावर टी के बराबर 0 के बराबर करते हैं, आप इसे तुरंत एकीकृत कर सकते हैं टी के संबंध में और आप ई को घात y प्लस प्राप्त करते हैं 1 प्लस ई टू पावर टी का लॉग वह जगह है जहां सी एकीकरण का निरंतर है, एकीकरण की निरंतरता लगभग स्पष्ट रूप से सकारात्मक है ई शब्द 1.12 में पावर वाई के लिए सकारात्मक है और 1 प्लस ई का पावर टी भी सकारात्मक है

इसलिए एकीकरण का स्थिरांक सकारात्मक होना चाहिए ठीक है

इसलिए अंतर समीकरण भी दिखाता है तो अंतर समीकरण आपको क्या बताता है यह आपको बताता है कि y प्राइम समीकरण से नकारात्मक है आप तुरंत देखते हैं कि y प्राइम नकारात्मक है घातीय कार्य सकारात्मक है

इसलिए समीकरण से आप देखते हैं कि y प्राइम हर जगह नकारात्मक है

इसलिए y एक मोनोटोन घटने वाला कार्य है, मोनोटोन घटते कार्य क्यों हैं और मान लीजिए कि समाधान पूरे अंतराल पर शून्य से अनंत तक रहना था मान लीजिए कि सीमित समय में अनंत से कोई बच नहीं है दो संभावनाएं दो परिदृश्य समाधान अनंत तक भाग जाता है एक है कि एक सीमित समय आपदा है या समाधान हमेशा के लिए रहता है मान लीजिए कि एक समाधान हमेशा के लिए रहता है तो क्या सी क्या आप ऐसा कर सकते हैं कि हम 1.12 में अनंत की ओर रुख कर सकते हैं, आइए 1.12 पर वापस जाएं,

इसलिए यह एक समीकरण है और अगर मैं यह कर सकता हूँ कि यह टी के सभी मूल्यों के लिए मान्य हो तो एक समाधान हमेशा के लिए जीना था तो मैं अनुमति दे सकता हूँ t अनंत तक जाने के लिए यदि t अनंत तक जाता है तो क्या होता है 1 जमा e के घात का t टर्म लॉग 1 जमा e का घात t

अनंत तक जाता है दूसरा पद e से घात y भी धनात्मक होता है तो बायां हाथ की ओर अनंत तक जाता है जबकि दाहिने हाथ की ओर स्थिर है यह कैसे संभव है हमारे पास एक विरोधाभास है यह संभव नहीं है कि समाधान पूरे अंतराल पर रहता है 0 अनंत समाधान हमेशा के लिए नहीं रह सकता समाधान समय की सीमित मात्रा में अनंत तक बच जाना चाहिए क्या यह अनंत तक जाएगा या यह शून्य से अनंत तक जाएगा यदि टी का वाई प्लस अनंत तक जाता है तो ई शक्ति वाई प्लस अनंत पर जाएगा और 1.12 ऐसा होने से मना करता है इस मामले में टी के वाई को शून्य से जाना चाहिए अनंत और हमें ई प्राप्त करना चाहिए y की शक्ति $y \theta$ पर जा रहा है लार क्या है इशारा अंतराल 0 टी जिस पर समाधान परिभाषित किया गया है और टी के रूप में क्या होता है वह अस्तित्व का समय है जो वहां है एक सीमित समय है जिसमें चीज शून्य से अनंत तक बचने जा रही है और वह सीमित समय है पूंजी टी तो पूंजी का मूल्य क्या है टी इतना कम टी पूंजी टी में जाता है

इसलिए समीकरण 1.12 में आपको पावर कैपिटल टी में 1 प्लस ई का लॉग मिलेगा लेकिन जैसे ही टी पूंजी में जाता है ty शून्य से अनंत तक जाता है यह ई शक्ति y शब्द गायब हो जाता है और फिर से दाहिना हाथ स्थिर होता है और

इसलिए आप गणना कर सकते हैं कि पूंजी t क्या होने वाली है, वह पूंजी t क्या है जो e द्वारा दी जाने वाली शक्ति पूंजी t के बराबर e के बराबर है। सी माइनस 1 तो कैपिटल टी क्या है, ई का लॉग इन पावर सी माइनस 1 ताकि मूल रूप से आपके लिए इस पहले प्रश्न का उत्तर दिया जा सके, मैं आपके बारे में सोचने के लिए दूसरा भाग छोड़ दूंगा आपके पास विचार के लिए कुछ खाना होना चाहिए अब हम उस विशेष स्थिति को देखेंगे जब हम इस अवकल समीकरण को देखते हैं तो क्या होता है? जो परिवर्तनशील वियोज्य dy है dx के बराबर gx में hy हमें याद है कि हम हर समय h से विभाजित होते रहे हैं हम इस तथ्य का भी उपयोग कर रहे हैं कि $g \times$ शून्य अच्छी तरह से नहीं है h के गायब होने में क्या समस्या है यदि h शून्य हो जाता है तो हम कर सकते हैं ' t को h से विभाजित करें यदि h शून्य नहीं है तो हम अभी भी h से विभाजित कर सकते हैं लेकिन g के शून्य होने के बारे में क्या है, g के शून्य होने में क्या नुकसान है नुकसान यह है कि याद रखें कि हम चर के परिवर्तन का उपयोग कर रहे हैं उह प्रमेय प्रतिस्थापन प्रमेय याद रखें कि हम कई बार प्रतिस्थापन प्रमेय का उपयोग कर रहे हैं और हम केवल प्रतिस्थापन प्रमेय का उपयोग कर सकते हैं, व्युत्पन्न अंतराल के दौरान गैर-शून्य है, इस बारे में चिंता करें कि क्या होता है जब x का यह जी शून्य होता है ठीक है, मैं आमतौर पर वास्तविक जीवन स्थितियों में कहता हूं जब डिफरेंशियल इक्वेशन आपके पास आते हैं, वे निर्धारित प्रारंभिक शर्तों के साथ आपके पास आएंगे और

इसलिए शुरुआती स्थितियां ऐसी हैं कि आपके पास $x \ n \ n$ के बराबर y naught क्यों है जहां x naught कुछ निश्चित समय है और y naught सिस्टम की स्थिति समय में है x बराबर x अब मान लीजिए कि यदि y का शून्य शून्य होता है, मान लीजिए कि y का n शून्य दाहिने हाथों में शून्य होता है, तो दाहिने हाथ की ओर शून्य होता है, ध्यान दें कि स्थिर फंक्शन अंतर समीकरण को ठीक उसी समय संतुष्ट करता है जब आप एक स्थिर फंक्शन को अलग करते हैं। बाएं हाथ की ओर 0 है और स्थिर कार्य y बराबर y शून्य है जब आप इसे प्लग इन करते हैं तो आप देखते हैं कि दाहिने हाथ की ओर भी 0 है।

इसलिए 0 0 के बराबर है,

इसलिए y शून्य के बराबर x का निरंतर कार्य अंतर को संतुष्ट करता है समीकरण यह प्रारंभिक स्थिति फंक्शन को भी संतुष्ट करता है हर जगह y हर जगह y शून्य के बराबर है और

इसलिए विशेष रूप से x शून्य पर भी यह y शून्य के बराबर है

इसलिए हमने प्रारंभिक मूल्य समस्या को हल किया है अर्थात् समाधान निरंतर समाधान है

इसलिए मामला जब एच 0 होता है तो दूसरी तरफ इस बहुत ही मामूली फैशन में संभाला जा सकता है यदि वाई शून्य का एच 0 नहीं है तो हम हाय याद से विभाजित कर सकते हैं हम केवल एक्स के आसपास एक छोटे से अंतराल में स्थिति को देख रहे हैं याद नहीं r कि समाधान पूरे समय के अंतराल के लिए नहीं रह सकता है और संपूर्ण नाटक केवल प्रारंभिक स्थितियों के पड़ोस में मान्य है,

इसलिए x शून्य के करीब है और y y शून्य के करीब जा रहा है। y का शून्य शून्य नहीं है

इसलिए एच शून्य नहीं होने वाला है, निरंतरता की तरह क्यों नहीं है,

इसलिए मैं y शून्य के एच से विभाजित कर सकता हूं लेकिन एक्स शून्य का जी शून्य हो सकता है, इस मामले में चर सूत्र के परिवर्तन का हमारा उपयोग प्रतिस्थापन प्रमेय का हमारा उपयोग संदिग्ध है किस मामले में हम यह करेंगे कि हम मान लेंगे कि जी शून्य है जी शून्य है, उन स्थानों के बीच बहुत से बिंदु जहां जी 0 है जी सख्ती से सकारात्मक या सख्ती से नकारात्मक होने जा रहा है और हमें अलग-अलग स्थिति का विश्लेषण करना होगा अंतराल जिस पर जी शून्य नहीं है यह जी अलग-अलग स्थानों पर 0 है जिसे अलग से निपटाया जाना है, अगले उदाहरण के रूप में हम ज्यामिति से एक बहुत लोकप्रिय समस्या लेते हैं यह समस्या विभिन्न पुस्तकों में है यह इतनी लोकप्रिय है कि मुझे वास्तव में याद नहीं है कि मैंने इसे कहाँ देखा था पहली बार उदाहरण के लिए,

इसलिए मैं आपको इसके लिए एक संदर्भ नहीं देने के लिए क्षमा चाहता हूं, एक विमान वक्र खोजें समस्या क्या है विमान वक्र y को संपत्ति के साथ fx के बराबर खोजें कि इसके सभी मानदंड एक ही बिंदु से गुजरते हैं ज्यामितीय रूप से आपका अंतर्ज्ञान आपका ज्यामितीय अंतर्ज्ञान आपको यह बताना चाहिए कि यह वक्र एक वृत्त होना चाहिए, आइए हम कैलकुलस का उपयोग करते हुए सटीक गणितीय तर्क के साथ इस अंतर्ज्ञान का बैकअप लें, आइए मान लें कि जिस बिंदु से सभी मानदंड गुजरते हैं वह मूल बिंदु है और आइए हम एक विशिष्ट बिंदु $x \ n \ y \ y$ पर शून्य लें। समीकरण y के साथ वक्र fx के बराबर है तो x naught y पर सामान्य का ढलान क्या है, वास्तव में मुझे चित्र बनाने की कोई आवश्यकता नहीं है क्योंकि मैं आपसे आग्रह करता हूं कि जब आप इन व्याख्याओं को सुनते हैं तो मैं आपसे डूडल और ड्रा करने का आग्रह करता हूं चित्र स्वयं इतना सरल है कि चित्र की कोई आवश्यकता नहीं है आपके पास अपनी तेज कल्पना भी है आपको यह बिंदु x शून्य पर वक्र पर शून्य x शून्य y शून्य स्पर्शरेखा $f \ p$ का ढलान क्या है $rime \ x$ naught तो सामान्य सामान्य का ढलान स्पर्शरेखा के लंबवत है

इसलिए स्पर्शरेखा का ढलान x का अभाज्य है, सामान्य का ढलान शून्य से 1 बटा f अभाज्य x शून्य होने वाला है, जो कि आप स्लाइड में देखें x का अभाज्य शून्य से घात -1 तो सामान्य का समीकरण क्या है सामान्य का समीकरण y घटा है y naught बराबर m गुणा x घटा x शून्य y घटा y शून्य बराबर m ढलान x में माइनस x नॉट सो लिटिल रीअरेंजमेंट आपको वाई माइनस वाई नॉट इन एफ प्राइम ऑफ एक्स नॉट प्लस एक्स माइनस एक्स शून्य बराबर शून्य देता है यह सामान्य का समीकरण है अब हम क्या कह रहे हैं हम कह रहे हैं कि यह सामान्य मूल से गुजरता है

इसलिए मूल इस समीकरण को संतुष्ट करता है कि जब मैं x को 0 के बराबर और y को 0 के बराबर रखता हूं तो यह समीकरण मान्य होना चाहिए तो चलिए x को 0 के बराबर और y को 0 के बराबर रखते हैं, हमें क्या मिलता है हमें समीकरण x शून्य मिलता है प्लस y शून्य में x का अभाज्य x शून्य के बराबर 0 यह समीकरण 1.13 है

इसलिए हम देखते हैं tha टी 1.13 को वक्र के सभी बिंदुओं पर वक्र के सभी बिंदुओं पर पकड़ना चाहिए, हम इस समीकरण 1.13 को धारण करना चाहिए, निश्चित रूप से अगली बात यह होगी कि समीकरण 1.13 को देखें और बस इन कष्टप्रद सबस्क्रिप्ट को शून्य पर छोड़ दें, तो चलो छोड़ दें कष्टप्रद सबस्क्रिप्ट शून्य

इसलिए चूंकि यह वक्र पर सभी बिंदुओं x शून्य y शून्य के लिए रखता है और

इसलिए हम सबस्क्रिप्ट शून्य के बिना एक बिंदु एक तीन लिखते हैं और x के f प्राइम के स्थान पर dx द्वारा परिचित नोटेशन डाई का उपयोग करते हैं और

इसलिए 1.13 क्या है x जमा ydy बटा dx बराबर 0 यह ydy बटा dx बराबर घटा x यह एक चर वियोज्य अंतर समीकरण है यह एक चर वियोज्य अंतर समीकरण है और आप इसे तुरंत एकीकृत कर सकते हैं और आप y चुकता बटा 2 बराबर घटा x चुकता 2 जमा स्थिरांक प्राप्त कर सकते हैं या y चुकता जमा x चुकता 2c के बराबर होता है वक्र वृत्त है

इसलिए हमारे अंतर्ज्ञान को कैलकुलस का उपयोग करते हुए सटीक गणितीय तर्क द्वारा समर्थित किया गया है ,

इसलिए वक्र संपत्ति के साथ वक्र है जो सभी मानदंड एक बिंदु से गुजरते हैं

इसलिए अब एक वृत्त है हमारे एजेंडे में अगला आइटम रेनवेल की पुस्तक प्राथमिक अंतर समीकरणों से एक बहुत ही रोचक उदाहरण का अध्ययन करना है, सटीक संदर्भ बाद में उदाहरण के अंत में दिया जाएगा, तो उदाहरण क्या हैं हम एक चर वियोज्य समीकरण लेते हैं 1 घटा x वर्ग का वर्गमूल dy बटा dx प्लस वर्गमूल 1 घटा y चुकता बराबर 0 का 0 y बराबर रूट 3 बटा 2, हमेशा की तरह आगे बढ़ने पर हमें 1 घटा xy वर्ग का पूर्णांक dx प्राप्त होता है और 1 ऋण x वर्ग के वर्गमूल पर पूर्णांक dx 0 के बराबर होता है। y इंटीग्रल, जैसा कि सभी जानते हैं, y का साइन व्युत्क्रम है और x इंटीग्रल, 0 का x इंटीग्रल का साइन व्युत्क्रम है, निश्चित रूप से अब एक स्थिरांक है जो इंटीग्रेशन के स्थिरांक को निर्धारित करने के लिए है जिसे हम प्रारंभिक डेटा में प्रारंभिक स्थिति के लिए प्रारंभिक स्थिति में डालते हैं जब x 0 है y रूट 3 बटा 2 रूट 3 बटा 2 है।

इसलिए x को 0 के बराबर और y को रूट 3 बटा 2 में रखें।

इसलिए रूट 3 बटा 2 का ज्या व्युत्क्रम i बटा 3 है

इसलिए अचर का मान π बटा है 3. तो यह इसके बारे में है मेरा मतलब है कि यह एक बहुत ही आसान समस्या है जहाँ तक सॉल्विन जी इस प्रारंभिक स्थिति के साथ इस अंतर समीकरण का संबंध है , लेकिन हमें यहां नहीं रुकना चाहिए, हमें वास्तव में अपनी जांच को थोड़ा और आगे ले जाना चाहिए और कुछ बहुत ही रोचक चीजें सामने आती हैं, क्षमा करें, जबकि यह बहुत आसान लग सकता है आइए हम समाधान को कुछ विस्तार से देखें तो क्या क्या हमें स्थिरांक का मान π बटा 3 मिलता है याद रखें तो हमें y बराबर π बटा 3 घटा x का ज्या व्युत्क्रम मिलता है, तो चलिए दोनों पक्षों की ज्या लेते हैं, हमें y बराबर π की ज्या बटा 3 घटा साइन व्युत्क्रम मिलता है एक्स साइन के लिए अतिरिक्त सूत्र को याद करते हुए साइन के लिए अतिरिक्त सूत्र क्या है कृपया यह एक प्लस बी की साइन है, एक कॉस बी प्लस कॉस ए साइन बी है और एक माइनस बी की साइन साइन ए कॉस बी माइनस कॉस ए साइन बी है तो यह साइन पाई बटा 3 कॉस ऑफ साइन व्युत्क्रम एक्स माइनस कॉस पीआई बटा 3 इन साइन ऑफ साइन इन इनवर्स ऑफ एक्स ऑल राइट होने जा रहा है जिससे आपको y बराबर रूट 3 बटा 2 कॉस ऑफ साइन व्युत्क्रम x माइनस हाफ x मिलता है तो हम शायद इस आधे x को बायीं ओर लाना चाहिए और वर्ग जब हम वर्गाकार करते हैं तो हमें क्या मिलता है y जमा x बटा 2 पूरा वर्ग 3 बटा 4 है, x का प्रतिलोम \cos चुकता है और जो x का 1 ऋण साइन चुकता ज्या प्रतिलोम है 1 ऋण साइन चुकता क्या है x का प्रतिलोम यह केवल 1 ऋण x चुकता है यह बस है 1 माइनस x स्केर्ड वेल अगली बात यह होगी कि इसका विस्तार किया जाए और शब्दों को अच्छी तरह से इकट्ठा किया जाए, हमें अधिक सुरुचिपूर्ण फॉर्मूलेशन मिलता है x स्केर्ड प्लस y स्केर्ड प्लस xy बराबर 3 बटा 4। ध्यान दें कि समाधान का यह अवतार हमारे पिछले से कितना अलग है। अवतार हमारा पिछला अवतार y प्लस साइन व्युत्क्रम x के बराबर π बटा 3 का था और अब हमें एक बहुत अलग दिखने वाला समीकरण मिला है जिसका समाधान y को x के संदर्भ में दिया गया है, चलो थोड़ा आगे बढ़ते हैं आइए हम हार न मानें इस चरण में आइए हम यह समझने की कोशिश करें कि यह वक्र क्या है यह xy तल में एक वक्र है यदि xy पद नहीं होता तो यह केवल x वर्ग होता और y चुकता 3 बटा 4 के बराबर होता हम बहुत खुश होंगे और हम ' त्रिज्या मूल 3 बटा 2 का एक वृत्त खींच रहा होगा लेकिन दुर्भाग्य से यह xy शब्द चल रहा है जो चीजों को थोड़ा जटिल करने के लिए लेकिन हम यह समझना चाहेंगे कि यह समीकरण किस तरह का वक्र है जो एक्स वर्ग प्लस वाई स्क्वायर प्लस एक्सवाई बराबर 3 बटा 4 का प्रतिनिधित्व करता है। वक्र की प्रकृति की जांच करने के लिए एक्स स्क्वायर प्लस वाई स्क्वायर प्लस एक्स स्क्वायर बराबर 3 ब 4 आइए हम छोटे y को 1 बटा रूट 2 में कैपिटल x प्लस कैपिटल y लिटिल x बराबर 1 बटा रूट 2 में कैपिटल x घटाकर कैपिटल y में डालते हैं, आप में से उन लोगों के लिए जिन्होंने कोऑर्डिनेट ज्योमेट्री ठीक से सीख ली है, वे पहचान लेंगे कि हम घूर्णन कर रहे हैं हम निर्देशांक प्रणाली को π के कोण से 4 से घुमा रहे हैं और यह समझने की कोशिश कर रहे हैं कि समीकरण x वर्ग प्लस y वर्ग प्लस xy बराबर 3 बटा 4 का क्या होता है। अच्छी तरह से नया समीकरण समीकरण या नई निर्देशांक प्रणाली में वक्र 3 x वर्ग और y वर्ग 3 बटा 2 के बराबर है। निम्न और देखो यह एक दीर्घवृत्त है 3 x वर्ग और y वर्ग 3 बटा 2 के बराबर एक मानक दीर्घवृत्त है अब आइए इस दीर्घवृत्त को थोड़ा देखें नए समन्वय में ध्यान से दीर्घवृत्त tes 3 x वर्ग है और y वर्ग 3 बटा 2 है। आइए यह पता लगाने की कोशिश करें कि इस दीर्घवृत्त का अर्ध-प्रमुख अक्ष और अर्ध-लघु अक्ष क्या है आइए हम समीकरण को 3 3 से 2 से विभाजित करें ताकि सही बनाया जा सके हाथ की तरफ 1 तो अगर हम ऐसा करते हैं तो क्या होता है 3 से 2 से विभाजित करते हैं हमें क्या मिलता है x वर्ग बटा आधा जोड़ y चुकता 3 बटा 2 बराबर 1. तो अर्ध-प्रमुख अक्ष क्या है अर्ध -प्रमुख अक्ष वर्गमूल है 3 बटा 2 का अर्ध-प्रमुख अक्ष 3 बटा 2 का वर्गमूल है और अर्ध-लघु अक्ष 1 बटा रूट 2 है।

इसलिए मानक दीर्घवृत्त प्रमुख और लघु अक्ष समन्वय अक्ष के साथ हैं लेकिन याद रखें कि हमने क्या किया हमने घुमाया कोण पीआई के माध्यम से समन्वय प्रणाली 4 से हमने कोण पीआई के माध्यम से समन्वय प्रणाली को 4 से घुमाया। तो मूल अंडाकार की प्रमुख और छोटी धुरी क्या हैं यह पीआई के कोण पर 4 के कोण पर ढलान वाली रेखा है और दूसरी रेखा जिस पर ढलान हो रही है माइनस पीआई बटा 4 का कोण।

इसलिए x वर्ग जोड़ y वर्ग जोड़ xy बराबर 3 बटा 4 एक मानक दीर्घवृत्त है जिसे कोण π द्वारा 4 से घुमाया जाता है। यह सुंदर उदाहरण अर्ल डी रेनविले के प्राथमिक अंतर समीकरणों से है, पांचवें संस्करण में इस पुस्तक के कई संस्करण आए हैं, यह दसवें संस्करण में आया है लेकिन मैं पांचवें संस्करण की बात कर रहा हूँ और पेज नंबर पांचवें संस्करण को संदर्भित करता है

इसलिए यह समस्या पृष्ठ पर दिखाई देती है इस खूबसूरत किताब का 4243 और यह समस्याओं का इसका उल्लेखनीय संग्रह है, मैं आपसे अण्डाकार कार्यों के जन्म को देखने का आग्रह करता हूँ, अब आप सोच सकते हैं कि यह विशेष समस्या बहुत सरल थी, यह बहुत ही सरल समस्या है, 1 माइनस y वर्ग के वर्गमूल द्वारा एकीकृत डाई प्लस 1 के वर्गमूल पर dx का इंटीग्रल माइनस x वर्ग बराबर 0 आपको आश्चर्य हो सकता है कि हम इस तरह के तुच्छ अभ्यास क्यों करते हैं शायद आप में से कुछ को यह उबाऊ लग सकता है लेकिन मैं आपको यह विश्वास दिलाना चाहता हूँ कि इससे कुछ बहुत ही गैर-तुच्छ होता है और गणित का बहुत ही रोमांचक हिस्सा यह विचार है कि इस y चुकता को y से घात चौथाई में बदल दिया जाए और इस x वर्ग को x से घात चार में बदल दिया जाए यदि आप बहुत काम कर रहे हैं आपके इंटीग्रल कैलकुलस कक्षाओं में इंटीग्रल के एस आपको पता चल जाएगा कि 1 माइनस y के वर्गमूल से घात 4 को एकीकृत नहीं किया जा सकता है आप ty के अनिश्चितकालीन इंटीग्रल की गणना 1 माइनस y के वर्गमूल से घात 4 तक अच्छी तरह से नहीं कर सकते हैं तो क्या होता है यह है कि हमने जो कुछ भी किया था, हमें यह समीकरण x प्लस साइन व्युत्क्रम y के बराबर c इस सुरुचिपूर्ण रूप में x वर्ग प्लस y वर्ग प्लस xy तीन चौथाई के बराबर मिला है,

इसलिए किसी तरह आपको शायद यह विचार मिल जाना चाहिए कि अंतर समीकरण किसी भी तरह से एक दीर्घवृत्त द्वितीय डिग्री वक्र से संबंधित है, इसलिए यूलर आगे चला गया और उसने इस स्थिति को अभिन्न शून्य से यू उह के साथ देखा, जिसमें हर में चौथी शक्ति थी, इसलिए हमने जो कुछ भी किया है, वह थोड़ा अलग रूप में लिखा जा सकता है। एक ही विचार है लेकिन थोड़ा अलग अवतार में 0 से यू डीटी के मूल से 1 घटा t वर्ग प्लस इंटीग्रल 0 से v dt के वर्गमूल द्वारा 1 घटा t वर्ग फिर से इंटीग्रल dt बटा 1 माइनस t वर्ग का वर्गमूल है लेकिन यू और वी को शामिल करने वाली कुछ जटिल अभिव्यक्ति के लिए अलग-अलग सीमाएं 0 यह जटिल अभिव्यक्ति क्या है यह यूवी का फाई है जो यू रूट के बराबर है 1 घटा वी वर्ग प्लस वी रूट 1 शून्य से यू चुकता यूलर ने क्या किया था उसने टी वर्ग को टी से बदल दिया था शक्ति 4 और एक अधिक जटिल शुल्क के साथ एक समान अभिव्यक्ति प्राप्त की और यह एक बहुत ही उल्लेखनीय उपलब्धि थी क्योंकि तीन दशक बाद गॉस ने व्युत्क्रम फ्रंक्शन का अध्ययन किया याद

रखें 0 से $u dt$ के मूल द्वारा 1 घटा t वर्ग, u का साइन व्युत्क्रम है और इसका व्युत्क्रम है साइन फंक्शन इसी तरह फंक्शन इंटीग्रल 0 टू यू डीटी बाय स्क्वायर रूट 1 माइनस टी टू पावर 4 का एक व्युत्क्रम भी होता है जिसे एलिप्टिक साइन फंक्शन कहा जाता है और जिनका अध्ययन गॉस द्वारा तीन दशक बाद लगभग 1796 में किया गया था और गॉस ने एक अतिरिक्त प्राप्त किया अण्डाकार साइन फंक्शन के लिए सूत्र त्रिकोणमितीय साइन फंक्शन के लिए अतिरिक्त सूत्र का एक एनालॉग सटीक है ताकि आप देख सकें कि जो एक बहुत ही सहज दिखने वाला अंतर समीकरण प्रतीत होता है वह वास्तव में है आपको प्रवेश द्वार के माध्यम से गणित के एक बहुत ही शानदार हिस्से में ले गया, अण्डाकार कार्यों का सिद्धांत इन चीजों का एक बहुत ही सुंदर विवरण एआई मार्कस शैविश की पुस्तक में पाया जा सकता है, उल्लेखनीय संकेत कार्य जिसके लिए मैं आपको स्लाइड में संदर्भ देता हूं इसलिए विचार था इसे लेने के लिए इस सरल चर वियोज्य अंतर समीकरण को लेना था और इसे गणित के एक सुंदर हिस्से की एक झलक देने के लिए एक बहाने के रूप में लेना था।

Prutor@Prutor