کے شعبہ iit bombay گڈ مارننگ آپ کو تفریق مساوات پر لیکچرز کے اس سلسلے میں خوش آمدید، میں ہوں پروفیسر گوپال کرشنا سنیماسن
ریاضی سے، لہذا ہم ان لیکچرز کے سلسلے کا آغاز مختصر تاریخی خاکے کے ساتھ کریں گے اہم چیزیں جو کہ تفریق مساوات اور کیلکولس کے
اس دور کے آغاز میں ہوئی ہیں پھر میں آپ کو چند اہم ریاضی دانوں کے نام دوں گا جنھوں نے تفریق مساوات کے مطالعہ میں تعاون کیا
تو آئیے اس کے کیلکولس آئزک نیوٹن سے اس کے حرکیات کے قوانین سے لیس ہونا شروع کریں۔ سیاروں کی حرکات و سکنات کی درستگی اور
جوار فلکیات کی تشکیل کی وضاحت کرنے کے قابل تھا جو اب تک تجرباتی سائنس میں متحرک سائنس میں تبدیل ہو چکا ہے یہ نیوٹن کا ایک یادگار
کارنامہ ہے جس کی وجہ سے اسے بہت بڑا نہیں سمجھا جاتا۔ صرف کیلکولس کی ایجاد کے لیے لیکن خیالات کی تبدیلی کے لیے جو بدل جاتے
ہیں۔ فلکیات کا علم بطور ایک متحرک سائنس کے طور پر نیوٹن نے جو کیا وہ بنیادی طور پر دو جسمانی مسائل کے لیے تفریق مساوات کے نظام
سے نمٹا اور وہ کیپلر کے سیارے کی آزاد حرکت کے قوانین کو اخذ کرنے میں کامیاب رہا تاکہ نظریہ تفریق کی ابتداء کم از کم نیوٹن تک مساوات کا
پتہ لگایا جا سکتا ہے اب مجھے اگلی سلائیڈ میں آپ کو کچھ ماسٹرز کے ناموں کی نشاندہی کرنے دیں جو ابتدائی ماسٹرز کو اس مضمون میں شامل
کیا گیا تھا پہلے آپ اسحاق بیرو کا نام دیکھیں جو ایک استاد تھے۔ آئزک نیوٹن کے کیلکولس کے کچھ نظریات پہلے ہی آئزک بیرو پر واپس چلے
جاتے ہیں پھر یقیناً نیوٹن 1687 میں آتا ہے اس نے 1693 میں ایک لکیری تفریق مساوات کو مربوط کیا آپ لیبنز کا نام دیکھیں اور اس نے دریافت کیا
متبادل پھر آتا ہے۔ برنولی کا ایک بہت مشہور نام ہم بعد میں برنولی مساوات کا سامنا کریں گے شاید tx برابر y کہ یکساں مساوات کے لیے
کا نام نظر آتا ہے riccati پانچویں یا چھٹے لیکچر میں اور برنولی نے اس میں حصہ ڈالا ہے تفریق مساوات کے نظریہ کے مطابق پھر آپ کو
ہے یہ تفریق مساوات بدنام ہے کیونکہ اسے ہے y prime equal to ax y squared plus bxy plus cx جو مشہور مساوات
قصور حل نہیں کیا جا سکتا حالانکہ ایسا لگتا ہے کہ اسے خاص کے علاوہ حل نہیں کیا جا سکتا۔ کیسز لیونارڈ ایلر دی گریٹ جینئس اس نے دکھایا
کہ ریکاٹی مساوات کو لکیری مساوات میں کیسے کم کیا جا سکتا ہے اگر کوئی خاص حل معلوم ہو
تو فہرست بہت لمبی ہے اور ہمیں اس فہرست کو چھوٹا کرنا چاہیے کیونکہ تفریق مساوات کا موضوع کم از کم 350 سال پرانا ہے اور ہم ہمیں اس
موجودہ کورس کی سختی تک پہنچنے کی ضرورت ہے اور ہم اس تاریخی پیشرفت پر مزید
توجہ نہیں دے سکتے میں آپ کو تاریخی پیشرفت کے لیے صرف ایک حوالہ دینا چاہوں گا اس کتاب کا ابتدائی باب رہی کی تفریق مساوات پر ایک
تعارف ہے۔ بنیادی تصورات کے نتائج اور اطلاقات کا دوسرا ایڈیشن اس میں طبیعیات کے ایک خوبصورت تاریخی تعارفی قوانین ہیں جب اظہار کیا
گیا ہے ریاضیاتی اصطلاحات میں تفریق مساوات کو جنم دیتے ہیں مثال کے طور پر کیمسٹری میں بڑے پیمانے پر عمل کا قانون آپ کو حیاتیات
ایکولوجی ڈیموگرافی میں پیدا ہونے والے کیمیائی حرکیات اور انزائم کائنےٹک ماڈلز کی تفریق مساوات فراہم کرتا ہے یہ سب تفریق مساوات کو جنم
دیتے ہیں ہم ان میں سے کچھ مثالیں دیکھیں گے ۔ آج کے لیکچر کے آخری حصے میں ماحولیاتی ماڈلز ان امتیازی مساوا
توں کے درمیان کچھ حیرت انگیز مماثلتیں دیکھتے ہیں جو کیمیائی حرکیات اور ریاضیاتی ماحولیات میں پیدا ہوتی ہیں ، دونوں قسم کے نظاموں کے
درمیان مضبوط مماثلتیں ہیں ریاضیاتی حیاتیات آج ایک وسیع علاقے میں ترقی کر چکی ہے اور فعال ہے۔ ریاضیاتی حیاتیات میں تحقیق جاری ہے مثال
دل کی دھڑکن کی ماڈلنگ کرنے میں کامیاب ہوئے ایک نظام کی تفریق مساوات کے طور پر ہڈکن اور ہکسلے کو ec siemens کے طور پر
اعصابی تحریکوں کے اپنے کام کے لیے نوبل انعام ملا
تو پھر جیومیٹری میں جو مسائل پیدا ہوتے ہیں
تو یہاں ایک صورت حال یہ ہے کہ ہم کی درخواست دیکھتے ہیں ریاضی کا ایک حصہ ریاضی کا دوسرا حصہ اس لیے فزیکل سائنسز میں
انجینئرنگ میں بائیولوجیکل سائنسز میں کیمسٹری ایکولوجی ڈیموگرافی میں تمام جگہوں پر تفریق برابر ہے تفریق مساوات کے لیے اس لیے بہت
ساری وجوہات ہیں جن کی وجہ سے کسی کو تفریق مساوات کا مطالعہ کرنا چاہیے اس کے لیے قائل کرنے والی وجوہات ہیں کہ کسی کو مختلف
تفریق مساوا
توں کا مطالعہ کیوں کرنا چاہیے اور جو کچھ آپ اس کورس میں دیکھیں گے وہ ریاضی کے ایک بہت وسیع علاقے کی ایک معمولی شروعات ہے۔
آئیے ایک بہت ہی سادہ جسمانی صورتحال کو دیکھتے ہوئے شروع کرتے ہیں سادہ پینڈولم
کا ایک باب جو ایک نقطہ سے معطل ہوتا ہے جیسا کہ آپ اس تصویر میں m تو ایک سادہ پینڈولم کیا ہوتا ہے اس پر مشتمل ہوتا ہے بڑے پیمانے پر
جو دولن میں سیٹ کی جاتی ہے اور یہ l کا ایک باب بغیر وزن والی چھڑی کے ذریعے معلق ہے۔ لمبائی m دیکھ رہے ہیں کہ بڑے پیمانے پر
سے ہے گھر کیا جاتا ہے اور یہ دوغلوں میں سیٹ ہوتا ہے آپ دیکھتے y کو ایک زاویہ s i زاویہ یہ اوسط پوزیشن ہے یا باب اور یہ باب
جزو ہے اس سمت کا جزو mg sine y وزن ہے جو عمودی طور پر نیچے کی طرف کام کرتا ہے اور mg ہے اور m ہیں کہ باب کا کمیت
ہے ٹینجینٹل سمت اب ہم چاہتے ہیں یہ بتانے کے لیے کہ نیوٹن کا حرکت کا دوسرا قانون پینڈولم کے اس باب کی حرکت کو کنٹرول کرنے والے
،تفریق مساوات کے نظام کو کیسے جنم دیتا ہے
ہے پھر y ہے اور اب ہم دیکھتے ہیں کہ کونسی سرعت اگر نقل مکانی کا زاویہ y کے t تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کونسی نقل مکانی اس وقت
مربع ہے اور آپ کے پاس ایک قوت ہے جو dt بذریعہ d2y ہے کونسی سرعت کیا ہے یہ dy کے حساب سے dt کونسی رفتار کیا ہے یہ
عمودی طور پر نیچے کی طرف کام کر رہی ہے اور وہ قوت ایک کو جنم دے گی۔ ٹارک
سے ضرب کرنا ہوگا اور l ہے آپ کو ٹارک حاصل کرنے کے لیے اسے y سائن mgl تو اس ٹارک کی میگنیٹیوڈ کیا ہے اس ٹارک کی میگنیٹیوڈ
مربع ہے nertia ml کا لمحہ کیا ہے؟ اس باب کا i اب اس باب کی جڑت کا لمحہ
مربع سے ضرب کرتے dt کو d2y مربع ہے آپ زاویہ سرعت ml تو آئیے واپس سلائیڈز پر چلتے ہیں اور آپ دیکھتے ہیں کہ جڑتا کا لمحہ
مربع کے لمحے سے اور یہ بیرونی ٹارک سے م inertia mn ہیں
مربع پلس g over dt بذریعہ d2y کینسل ہو جاتا ہے اور آپ کو مساوات mgl sine y m 1.1 توازن ہو جائے گا ۔ بیرونی ٹارک مائنس
برابر 0 ملتی ہے۔ لہذا مساوات 1.1 ایک سادہ پینڈولم کی حرکت کو کنٹرول کرنے والی تفریق مساوات ہے لہذا یہ سادہ پینڈولم ہم یا l sine y
برابر 0 جو کہ ایک g over l sine y مربع پلس dt بذریعہ d 2 y سادہ پینڈولم کی حرکت اس تفریق مساوات کے ذریعے چلتی ہے
اور حرکت میں سیٹ کریں ٹھیک ہے l ہے لمبائی ma کا ایک m سادہ پینڈولم کی حرکت کے لیے تفریق مساوات ہے سادہ پینڈولم ماس
تو آئیے اس تفریق مساوات 1.1 پر واپس آتے ہیں
مربع ہے dt بذریعہ d2y تو آپ دیکھیں گے کہ دو وقت کے مشتق ہیں یہ
تو یہ دوسرا ترتیب تفریق مساوات ہے۔ آئن ٹھیک ہے اور ام
تو آئیے اگلی پر چلتے ہیں
سادہ ہارمونک حرکت کا مطلب ہے shm تو آئیے فزکس کی ایک اور مثال دیکھیں
تو ایک سادہ ہارمونک حرکت کیا ہے اگر ایک ذرہ ایک سادہ ہارمونک حرکت دکھاتا ہے
تو کہا جاتا ہے کہ اگر یہ حرکت کرتا ہے۔ ایک سیدھی لکیر سب سے پہلے یہ ایک سیدھی لکیر میں حرکت کرتی ہے اور ذرہ پر عمل کرنے والی
ہے پھر y کا t قوت اصل سے نقل مکانی کے متناسب ہے اور یہ قوت نقل مکانی کے مخالف سمت میں کام کرتی ہے لہذا ذرہ کی نقل مکانی
کے متناسب ہے اور اس لیے y سے ضرب دیں آپ کو قوت ملتی ہے اور یہ قوت m مربع ہے اور اس سرعت کو dt بذریعہ d2y ایکسلریشن
ہے اور یہ ایک منفی نشان اٹھانے والی ہے کیونکہ سمت مخالف ہے لہذا ky اس قوت کی شدت

بذریعہ اومیگا اسکوائر کے طور پر کال m کو k اور divide by m برابر ky 0 مربع جمع dt بذریعہ m d2 y توازن قانون آپ کو برابر 0 ملتا ہے۔ y اسکوائر پلس اومیگا اسکوائر dt بذریعہ d2y کریں اور ہمیں تفریق مساوات 1.2
تو مساوات 1.2 دوسری ترتیب کی تفریق مساوات ہے یہ دوسری ترتیب کی تفریق مساوات کیوں ہے کیونکہ آپ دیکھتے ہیں کہ دوسرا مشتق ظاہر مربع بالکل ٹھیک ہے لہذا اب یہاں ہم طبیعیات کی دوسری مثال دیکھتے ہیں جہاں ہمیں تفریق مساوات ملی ہے dt بذریعہ d2y ہوتا ہے توازن قانون کے ذریعے م
توازن قانون کو دیکھ کر میں ایک بار پھر دہراتا ہوں کہ طبیعیات کے قوانین جب ریاضی کی اصطلاحوں میں بیان کیے جاتے ہیں
تو تفریق مساوات کو جنم دیتے ہیں اور ہم نے ایسی دو مثالیں پہلے ہی دیکھی ہیں دو مثالیں وہ دونوں سیکنڈ آرڈر کی تفریق مساوات ہیں، چلو تھوڑا آگے بڑھتے ہیں۔ مزید تھوڑا آگے اور پھر فزکس کی مثالوں کو دیکھیں لیکن اس سے پہلے ہم اس سادہ ہارمونک موشن کو تھوڑی تفصیل سے
ایکوئیل کے ذریعے ظاہر ہوتی y اسکوائر پلس اومیگا اسکوائرڈ dt میں d2y دیکھتے ہیں تاکہ سادہ ہارمونک موشن کی مساوات دوبارہ سلائیڈ ہے۔ 0 سے کوئی بھی مساوات 1.2 میں اومیگا ٹی کے کوسائن کو تبدیل کر سکتا ہے اور براہ راست تصدیق کر سکتا ہے کہ اومیگا ٹی کا کوسائن مساوات کو پورا کرتا ہے 1.2 پر ہم اومیگا ٹی کے کوزائن کو مساوات 1.2 کے حل کے طور پر کہتے ہیں اسی طرح کوئی بھی کوشش کر سکتا کے برابر سائن اومیگا ٹی اس کو تفریق مساوات 1.2 میں بدل دے اور کوئی اس بات کی تصدیق کر سکتا ہے کہ سائن اومیگا ٹی بھی y ہے کہ مساوات 1.2 کا حل ہے
اب طبیعیات میں آپ سپرپوزیشن کے خیال سے واقف ہیں لہذا آپ sine omega t 1.2 اور cosine omega t تو ہمیں مل گیا۔ دو حل دو لہروں کی سپرپوزیشن کو درست لیتے ہیں
تو سپرپوزیشن کا ریاضیاتی معنی کیا ہے یہ کہنے کا کیا مطلب ہے کہ ہم ایک سپرپوزیشن لیتے ہیں ایک کوزائن اور ایک سائن اس کا مطلب ہے کہ cos omega t plus b sine omega t آپ دیکھیں کہ حل کی تیسری قسم 1.3 یعنی
تو آئیے ہم مساوات 1.3 کو لے کر مساوات 1.2 میں بدل دیں اور آپ جلدی سے تصدیق کر سکیں گے کہ 1.3 بھی مطمئن ہے۔ تفریق مساوات 1.2
تو ہم نے کیا کیا ہے اب ہم نے 1.2 کے بہت سے حل درج کیے ہیں یعنی کوسائن اومیگا ٹی سائن اومیگا ٹی اور عام طور پر ایک کوسائن اومیگا ٹی کے برابر لیتے ہیں b 0 پلس بی سائن اومیگا ٹی جو کہ 1.3 نوٹس ہے 1.3 میں اگر آپ 1 کے برابر اور کے برابر لیتے ہیں b 1 کا کوسائن ملتا ہے اگر ہم 0 کے برابر اور t تو ہمیں اومیگا
مختلف قدریں دے سکتے b تو ہمیں سائن اومیگا ٹی ملتا ہے اور میں مختلف قدریں 1 2 3 منفی نصف دے سکتا ہوں 1 3 جو کچھ بھی ہو اور آپ مساوات 1.3 ہارمونک آسیلیٹر مساوات 1.2 کا حل b اور a ہیں 1 پر روٹ 2 1 مائنس 1 0 وغیرہ اس لیے مستقل کے ہر انتخاب کے لیے دکھاتا ہے لہذا ہم نے 1.2 کے بہت سے حل درج کیے ہیں درحقیقت ہم 1.2 کے حل کے ایک لامحدود خاندان کو درج کیا تاہم آئیے ہم اپنے آپ سے یہ سوال پوچھیں کہ کیا ہم نے تمام حلوں کو درج کیا ہے مجھے کیسے پتہ چلے گا کہ یہ 1.3 تمام حل کو ختم کر دیتا ہے ہو سکتا ہے کہ اس سوال کا a cosine omega t plus b sine omega t کوئی بہت زیادہ ہوشیار ہو اور 1.2 کا حل نکالے جو فارم میں نہیں ہے۔ کا کوئی حل ہے zt 1.2 جواب دینا ضروری ہے کہ ہم یہ کیسے جانتے ہیں کہ اگر
ہم دیکھیں کہ ہم قدرتی طور پر وہیں کی طرف لے جا رہے ہیں۔ b اور a کی شکل میں ہے t سائن اومیگا b ایک کوسائن اومیگا ٹی پلس zt تو تمام حلوں کی کلاس کو بیان کرنے کا مسئلہ یہ ظاہر کرنا مشکل نہیں ہے کہ 1.3 1.2 کے تمام حل کو ختم کر دیتا ہے 1.2 کا ہر محلول ایک کی شکل میں ہوتا ہے یہ ثابت کرنا مشکل نہیں ہے لیکن ہم ایسا نہیں کریں گے۔ ایسا کریں cosine omega t Plus b sine omega t کہ اس وقت ہم اس پر بہت بعد میں واپس آئیں گے اگر وقت اجازت دیتا ہے
تو ہم اس کے بجائے کچھ اور مثالوں کی طرف چلتے ہیں آئیے ہم الیکٹریکل سرکٹس کی کچھ مثالیں دیکھتے ہیں کہ 1.2 1.2 کا اینالاگ کیا ہے ایک سادہ ہارمونک کا ایک میکانی نظام ہے۔ ایک ذرّہ کی حرکت ایک قوت کے ذریعے سیدھی لکیر کے ساتھ حرکت کرتی ہے جو لکیری ہے اور مخالف کا مطلب c اور inductance سرکٹس کا مطلب lc سمت میں 1.2 کا اینالاگ بھی برقی سرکٹس کے نظریہ میں پیدا ہوتا ہے یعنی میں آپ کو رابرٹ ریسنک اور ڈیوڈ ہالیڈے کی مشہور کتاب کا حوالہ دوں گا lc circuits ہے لہذا ان پر بحث کے لیے capacitance ایڈیشن پر p جو مجھے یقین ہے کہ آپ سب اس وقت اپنی تیاریوں کے لیے پڑھ رہے ہیں اور تیسرے ایڈیشن کی دوسری جلد توجہ دیں کیونکہ اس کتاب کے کئی ایڈیشن ہو چکے ہیں اس لیے اگر آپ غلط ایڈیشن اٹھاتے ہیں
تو ہم اس قابل نہیں ہوں گے کہ ہم ایک صفحے پر نہیں ہیں اس لیے میں پہلوانی کے تیسرے ایڈیشن کے صفحہ 845 مساوات 38.5 کے بارے میں بات کر رہا ہوں۔ اور فزکس والیوم 2 کی چھٹی کی مشہور کتاب۔ وہاں آپ کو اس الیکٹریکل ایل سی سرکٹس کی بہت تفصیلی وضاحت نظر آئے گی درحقیقت وہ صفحہ 848 پر ایل سی آر سرکٹس کے بارے میں بات کرتا ہے اور ایل سی آر سرکٹ کو کنٹرول کرنے والی مساوات کیا ہیں یہ d2 ایک مزاحمت ہے r صفر کے برابر ہے یہاں r over l dq by dt plus q over lc از ڈی ٹی اسکوائر پلس ہے۔ q l inductance خاص طور پر اگر مزاحمت صفر ہے خاص طور پر مزاحمت صفر ہے c ہے اور
صفر ہے r کو دیکھتے ہیں اصطلاح مڈل ٹرم نہیں ہے درمیانی اصطلاح نہیں ہے اگر r تو کیا ہوتا ہے اس تفریق مساوات کا کیا ہوتا ہے جو آپ

ایک lc ایک پر مستقل ایک کیا ہے؟ lc صفر ہے q مربع پلس مستقل اوقات dt دو کیوبڈ بذریعہ d تو آپ کے پاس کیا ہے آپ کے پاس کے برابر نظر آتا q 0 مربع اور اومیگا مربع dt مکعب بذریعہ d2 مثبت مستقل ہے لہذا آپ اسے اومیگا اسکوائر کہہ سکتے ہیں لہذا آپ کو صفر کے برابر ہے y مربع جمع اومیگا مربع dt بذریعہ d2y ہے لیکن کیا یہ 1.2 1.2 کے برابر نہیں ہے
تو آپ دیکھتے ہیں کہ الیکٹریکل سرکٹ تھیوری میں جس ایل سی سرکٹس کا آپ سامنا کرتے ہیں وہ ایک سادہ ہارمونک حرکت کے مکینیکل سسٹم کا برقی اینالاگ ہے لہذا دوسری طرف تفریق مساوات بہت ملتی جلتی ہے اگر آپ مزاحمتی اصطلاح میں پھینکتے ہیں
درمیانی اصطلاح ہے اس لیے یہ مساوات ایک the r by l dq by dt تو آپ کے پاس درمیانی اصطلاح ہے درمیانی اصطلاح ڈالی جائے گی اس لیے میں آپ کو ریسلنگ اور چھٹی کی مساوات 15.37 کا حوالہ دوں damping term ہو گی جس میں ایک oscillator گا اب ہم فزکس کے دائرے کو چھوڑ دیں اور آہستہ آہستہ حیاتیات کے دائرے میں جائیں خاص طور پر ریاضیاتی ایکولوجی 1798 میں مالتھس نے ایک ماحولیات کی آبادی میں اضافے کے لیے ایک ماڈل تجویز کیا جس میں حیاتیات کی صرف ایک نوع ہے مثال کے طور پر آپ بیکٹ کے بارے میں سوچ سکتے ہیں۔ بیکٹیریل ثقاف
توں کی نشوونما اب اس ماحولیات میں صرف ایک ہی نوع ہے اس ماڈل کو لیونارڈ یولر نے بھی کچھ عرصہ پہلے آزادانہ طور پر تجویز کیا تھا جو اس وقت موجود آبادی کے dt بذریعہ dy کی شرح آبادی کی تبدیلی t اس وقت پرجاتیوں کی آبادی ہے جب y کا t ماڈل کہتا ہے کہ اگر ہے یہ مساوات 1.4 ہے کسی ایک نوع کے y ضرب k تناسب کے لیے k کچھ مستقل d بذریعہ dy متناسب ہے دوسرے لفظوں میں ہونا چاہئے مساوات ae کے kt طاقت y کا t ماحولیات کی مساوات یا مالتھوسیئن ماڈل نوٹ کریں کہ 1.4 فوری طور پر آپ کو بتاتا ہے کہ تیزی سے بڑھنی چاہئے لہذا ایک سنگل کے لئے y کے ایک گنا کفایتی طاقت سے مطمئن ہے لہذا یہ ظاہر کرتا ہے کہ آبادی kt سے 1.4 ae مالتھوسیئن ماڈل کے مطابق پرجاتی ماحولیات آبادی کے پھٹنے سے یہ بہت تیزی سے بڑھتا ہے یہ بہت تیزی سے بڑھتا ہے، آئیے ہم اپنے آپ

سے چند سوالات پوچھیں کیا یہ عملی طور پر آبادی کو بڑھا سکتی ہے؟ لامحدود وقت کے دوران تیزی سے تیز رفتاری کے ساتھ کیا فطرت آبادی
میں اس قدر تیزی سے اضافے کی اجازت دے گی کیا قدرتی وسائل کی محدودیت کی وجہ سے کچھ روکنے والے عوامل نہیں ہوں گے جو اس تیزی
سے بڑھنے کو روکیں گے ہم جانتے ہیں کہ یہ آبادی میں اضافہ جاری نہیں رکھ سکتا کسی وقت تیزی سے تیز رفتاری کا کوئی نہ کوئی طریقہ
ضرور ہوتا ہے جس کے ذریعے اسے روکا جاتا ہے ایسا طریقہ کار 1836 میں وربسٹ نے تجویز کیا تھا جسے وربول کہتے ہیں کہ تفریق
کیا کہتا ہے کیا آپ دیکھتے ہیں کہ دائیں ہاتھ کو تبدیل کرنا ضروری ہے جب ky برابر ہے dy by dt مساوات 1.4 کو دیکھیں وہاں صرف
قدرتی وسائل کی کمی ہوتی ہے جب مثبت خوراک ہوتی ہے
کی ky تو اس سے معاشرتی رگڑ پیدا ہوتی ہے جو معاشرتی رگڑ کا سبب بنتی ہے اور اس معاشرتی رگڑ کا آبادی کی ترقی پر منفی اثر پڑتا ہے۔
میں ential equation اصطلاح مساوات 1.5 کو دیکھیں فرق r مربع میں تبدیل کیا جانا چاہیے بذریعہ ky مائنس aky اصطلاح کو
مائنس کچھ ky برابر ہے dt ہے dy کے برابر ہے ky برابر dy by dt نہیں ہے dy تبدیلی آئی ہے آبادی کی تبدیلی کی شرح
کہا جاتا ہے ماحول کی لے جانے کی صلاحیت r کو دوسرا مستقل r ایک اور مستقل ہے اس r جہاں r مربع بذریعہ ky اصطلاح کیا ہے
کا انحصار ماحول کی ان حدود پر ہوگا جس میں ماحولیات کا ارتقا ہو رہا ہے ریاضی کی حیاتیات پر ایک بہت ہی خوبصورت کتاب ہے r اس مستقل
کی میں نے آپ کو اس کا حوالہ دیا ہے کہ یہ سب سے زیادہ جامع معاہدوں میں سے ایک ہے جس پر لکھا گیا ہے۔ ریاضیاتی jd murray
حیاتیات اور آپ کو اس کتاب میں بہت ساری تاریخی تفصیلات ملیں گی مختلف ماڈلز مختلف ماڈلز جو مختلف سائنسدانوں نے ان مختلف ماڈلز کی
خوبیوں اور خامیوں کو تجویز کیا ہے وہ مختلف قسم کی تفریق مساواتیں جو آپ کو مختلف مفروضے بنا کر حاصل ہوتی ہیں اور اب آئیے کسی
دوسرے نظام پر چلتے ہیں ایک ماحولیاتی نظام کی طرف چلتے ہیں لیکن اس بار اس ماحولیات میں دو قسمیں ہیں pecies a predator
مثال کے طور پر آپ شکاری کو شارک اور شکار کو سارڈینز کے طور پر سوچ سکتے ہیں یا کوئی بھی شکاری اور کوئی بھی and a prey
شکار جیسے آپ بلیوں اور چوہے کے بارے میں سوچ سکتے ہیں اگر آپ چاہیں
کے ساتھ ایک شکار اس لیے شکاریوں کے yt کے ساتھ اور آبادی xd تو آئیے ایک شکاری پر مشتمل دو انواع کی ماحولیات پر غور کریں۔ آبادی
لیے خوراک کا ذریعہ شکار کی دستیابی ہے اور شکار وہ سبزی خور جانور ہیں مثال کے طور پر اگر آپ آبی نظام کو دیکھ رہے ہیں
تو آپ فرض کریں گے کہ شکار زندہ رہتا ہے۔ طحالب پر مثال کے طور پر قدرتی سبزی خور کھانا
وہاں نہیں ہے y تو فرض کریں مثال کے طور پر کوئی شکار نہیں ہے فرض کریں
تو شکاریوں کے پاس کھانے کے لیے کھانا نہیں ہے
جس کا exp کو دیکھیں جو مائنس کلہاڑی کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ dx تو ان کی آبادی تیزی سے مر جائے گی مساوات 1.6
کی طرح ہونے جا رہا ہے اس پر پاور مائنس کی طرح ختم ہو جائے گا کیونکہ وقت دوسرے لفظوں میں لامحدودیت کی xt e مطلب ہے کہ فنکشن
نہیں ہے yt طرف جاتا ہے اگر اگر کوئی شکار نہیں ہے اگر
نہیں ہے xt کی آبادی کی شرح بہت تیزی سے کم ہوتی رہے گی دوسری طرف اگر شکاری نہیں ہیں وہاں xt تو
تو آبادی میں اضافے کو روکنے کے لئے کوئی چیز نہیں ہے۔ شکار شکار سبزی خور جانور ہیں اور ان کی آبادی میں تیزی سے اضافہ ہوتا رہتا ہے
مثال کے طور پر آپ خرگوش اور لومڑی والے ماحول کے بارے میں سوچ سکتے ہیں مثال کے طور پر شکار خرگوش ہو سکتا ہے اور شکاری
لومڑی ہو سکتا ہے خرگوش سبزی خور جانور ہیں اور لومڑیاں گوشت خور ہیں اب آئیے دیکھتے ہیں کہ جانوروں کی ان دو اقسام کو ایک ساتھ رکھیں

تو 1.6 کی کمی کی شرح اب درست نہیں رہی کیونکہ شکاریوں کے پاس اب کھانے کے لیے خوراک ہے اس لیے آبادی میں کمی جو کہ مائنس
اصطلاح کے اضافے پر آپ سلائیڈ میں آخری لائن دیکھیں گے کہ مساوات bxy کلہاڑی کی اصطلاح ہے اس کی جانچ پڑتال کی جائے گی۔ پلس
اور constants abc آپ تمام ind سے بدل کر تبدیل کیا گیا ہے۔ bxy m کے دائیں ہاتھ کی طرف مائنس ایکس کو مائنس ایکس پلس 1.6
سب مثبت ہیں ٹھیک ہے اب اس کا کیا ہوگا اور 1.7 کے دائیں ہاتھ میں اضافے کی شرح کی نشاندہی کی گئی ہے اب آپ شکاریوں کو ڈالیں اور k
ایک ساتھ دعا کریں کہ اب شکاری وہاں ہیں وہ جا رہے ہیں۔ شکار کو کھائیں تاکہ شکار کی آبادی 1.7 کی طرح بڑھتی ہی نہیں جا سکتی ہے آبادی
مائنس ky اصطلاح میں ترمیم کی جا رہی ہے اس میں کس طرح ترمیم کی جائے گی آپ ky کے برابر ہے ky کے حساب سے dt کی شرح
minus برابر ہوگا dx by dt کو دیکھ رہے ہوں گے اور اس طرح مساوات کا ترمیم شدہ نظام cxy مائنس ky آپ cxy کو دیکھ رہے ہیں
اب اس k اور constants abc آپ کو تفریق مساوات کا ایک جوڑا ملے گا 1.8 cxy مائنس ky برابر dy by dt ax plus bxy
yy مربع xyy naught x کیوں ڈالا یہ چوکور اصطلاح cxy اور مائنس bxy موڑ پر مثبت ہیں آپ پوچھ سکتے ہیں کہ میں نے پلس
مربع اچھی طرح سے یہ ماڈل ہیں اور یہ درست ماڈل نہیں ہیں سب سے پہلے دوسری بات ہم ایک سوچ سمجھ کر تجربہ کرتے ہیں naught xy
فرض کریں کہ آپ کے پاس ایسا ماحول ہے جس میں کہا جائے کہ یہ ایک بلی اور چوہے ہیں اب فرض کریں کہ بلیوں کی آبادی دوگنی ہو جائے اور
چوہوں کی آبادی بھی دوگنی ہو جائے
کی اصطلاح اور بلی اور چوہے کے xy تو بلی کے چوہوں سے ملنے کا امکان ختم ہو جائے گا۔ اس کے بعد چار گنا تک یہ وضاحت کرتا ہے کہ
درمیان یہ تعامل کیوں چوہے کے لیے نقصان دہ ثابت ہو رہا ہے جب کہ یہ بلیوں کے لیے سازگار ہو گا، اس لیے جب پہلی مساوات میں آپ اس
اصطلاح کو جمع کے ساتھ دیکھیں گے۔ سائن اور دوسری مساوات جس کو آپ اس اصطلاح کو مائنس کے نشان کے ساتھ دیکھتے ہیں تاکہ اس ماڈل
کی تجرباتی طور پر وضاحت کی جائے 1.8 یہ ماڈل ایک بہت مشہور ماڈل ہے اسے وولٹیرا لوٹکا ماڈل کہا جاتا ہے یہ مساوات کا ایک وولٹیرا لوڈ
کاسٹ نظام ہے یہ بیک وقت تفریق مساوات کا نظام ہے۔ اور یہ تفریق مساوات کا ایک جوڑا نظام ہے یاد رکھیں 1.8 میں پہلی مساوات کو دیکھیں یہ
برابر dt بذریعہ dy ظاہر ہوتا ہے آئن بھی اور دوسری مساوات y پہلی مساوات میں bxy برابر ہے مائنس ایکس پلس dt بذریعہ dx
دونوں مساوات y اور x ظاہر ہوتا ہے لہذا مساوات کا نظام ایک جوڑے کا نظام ہے یعنی نامعلوم x ہے دوسری مساوات میں cxy مائنس ky
میں ظاہر ہوتے ہیں اور یہ بیک وقت نظام ہے تفریق مساوات کی اور یہ مثال میں نے صرف یہ بتانے کے لیے دی ہے کہ ماحولیاتی نظاموں کے
مطالعہ میں کس طرح تفریق مساوات پیدا ہوتی ہے جس کا ہم مطالعہ نہیں کرنے جا رہے ہیں ہم اس مساوات 1.8 کا تفصیل سے تجزیہ نہیں کریں
گے کیونکہ یہ اس کورس کے دائرہ کار میں بالکل نہیں ہے لیکن یہ مثال صرف یہاں یہ ظاہر کرنے کے لیے رکھی گئی ہے کہ تفریق مساوات ہر
جگہ ایک بار پھر فزکس میں ظاہر ہوتی ہیں جیسا کہ الیکٹریکل سرکٹس مکینیکل سسٹمز میں ظاہر ہوتی ہیں وہ بیکٹیریا کی افزائش اور آبادی کے ماڈلز
ڈیموگرافی بیماریوں کے پھیلاؤ کیمیائی حرکیات اور بہت کچھ بہت کچھ ٹھیک ہے لہذا میں حیاتیاتی نظام کی اس مختصر بحث کو بند کرنا چاہوں گا
کہ حیاتیات میں تفریق مساوات کیسے پیدا ہوتی ہیں اس پر کافی دیر تک بات کی اس لیے صرف آپ کو کچھ حوالہ جات دینا سمجھ میں آتا ہے جو آپ
کسی وقت پڑھ سکتے ہیں ریاضیاتی حیاتیات پر سینکڑوں اور سینکڑوں کتابیں لکھی گئی ہیں اور میں نے ان میں سے تین کا انتخاب کیا ہے جو آخری
ایک ہے۔ جے ڈی مرے کی بہت اچھی کتاب جس کا میں پہلے ہی ذکر کر چکا ہوں اور پہلی کتاب ڈی ایس جونز ایم جے پلانک اور بی ڈی سلیمان
کہتی ہیں کہ ریاضی کی حیاتیات میں تفریق مساوات یہ کتاب آپ کو مختلف حیاتیاتی مسائل میں پیدا ہونے والی تفریق مساوات کے نظام کی ایک بڑی
تعداد فراہم کرتی ہے جیسے کہ ٹیومر کی نشوونما۔ بیماریوں کے پھیلاؤ اور دیگر بہت سے حیاتیاتی نظاموں پر بحث کی گئی ہے حیاتیاتی تفریق
مساوات فزیالوجی میں پیدا ہونے والی شہ رگ میں خون کے بہاؤ کی وجہ سے امتیازی مساوات کے دلچسپ نظام کو جنم دیتا ہے اور کینر اور
شنائیڈ نے ریاضیاتی فزیالوجی پر ایک بہت ہی موٹی کتاب لکھی ہے۔ یقیناً ہم ان چیزوں کے بارے میں زیادہ کچھ نہیں کہنے والے ہیں اس لیے یہ ایک

اس بارے میں لیکچر کہ کس طرح تفریق مساوات سے پیدا ہوتی ہے تفریق مساوات کی ابتداء، لہذا اب آتے ہیں مخصوص tory uh تعارف ہے۔
تفریق مساوات کی طرف جو اس کورس کے لیے متعلقہ ہیں
تو اب ہم پہلی ترتیب میں صرف تفریق مساوات کا مطالعہ کرنے جارہے ہیں کہ کس طرح یہ کریں کہ فرسٹ آرڈر کی تفریق مساوات dy by
مساوات 1.9 جو آپ سلائیڈ پر دیکھ رہے ہیں یہ پہلی ترتیب کی تفریق مساوات ہے یہ پہلی f x comma y کی طرح دکھائی دیتی ہے dx
سادہ ہارمونک حرکت سادہ ہارمونک shm اس کے برعکس dx بذریعہ dy ترتیب کی تفریق مساوات ہے کیونکہ صرف ایک مشتق ظاہر ہوتا ہے
حرکات کو کنٹرول کرنے والی مساوات پینڈولم کی حرکت کو کنٹرول کرنے والی مساوات ایل سی آر سرکٹس انڈکٹنس کیپیسیٹینس ریزسٹنس ان تمام
نظاموں میں دو مشتقات کے ساتھ تفریق مساوات شامل ہیں لہذا ہم سب سے پہلے دوسری ترتیب کی تفریق مساوات موجود ہیں۔ دوسرے آرڈر کے فرق کا
مطالعہ کریں۔ فطری طور پر فطری طور پر فطری مساوات کے ساتھ شروع ہونا آسان ہے اور اس کورس میں ہم سیکنڈ آرڈر کی
تفریق مساوا
دو متغیرات کا فعل اس لیے f کا xy توں کو تلاش کر رہے ہیں جو آپ کو لیکچرز کی موجودہ سیریز سے آگے دیکھنے کی ضرورت ہے تاکہ
ہم بنیادی طور پر تین قسم کی تفریق مساوا
توں کو دیکھیں گے 1.9 یعنی وہ تفریق مساوات جنہیں متغیر الگ کرنے والی مساوات کہا جاتا ہے اور دوسری قسم کی تفریق مساوات کو ہم جنس
تفریق مساوات کے نام سے جانا جاتا ہے اور تیسری لکیری مساواتیں ہیں۔ ان کے قریبی کزنز یعنی برنولی مساوات یاد رکھیں کہ شروع میں میں نے
اسے جین برنولی کا نام دیا تھا جو کہ امتیازی مساوات کی اس تاریخی ترقی میں بہت اہم شخصیت تھے یہ وہی برنولی ہے اس لیے اس کا نام اب
ظاہر ہوتا ہے اتنی لکیری مساوات اور bernoulli equations
میں دیکھیں گے۔ اس کا کورس ٹھیک ہے t تو ہم ان تین قسم کی مساوات کو
تو آئیے سب سے پہلے متغیر الگ ہونے والی مساوات کو لے لیں
تو متغیر الگ ہونے والی مساوات
مختلف قسم کی ہو سکتی ہے f کے دائیں ہاتھ کی f xy کے دائیں ہاتھ کی طرف xy تو یہ ایک بہت ہی خاص قسم کی تفریق مساوات ہے جہاں
cos y میں sine x ہوسکتا ہے مثال کے طور پر x yfxy میں f x کا xy مربع یا y کا مربع پلس f xy مختلف فنکشنز کے دائیں
ہوسکتا ہے
اوقات کا ایک فنکشن ہے لیکن پہلی مثال میں جو میں x کا ایک فنکشن y کیا خاص ہے f کا xy تو یہ آخری دو صورتیں بہت خاص ہیں اس میں
کے فنکشن درست ہے y کے فنکشن کی پیداوار نہیں ہے اور x مربع یہ y مربع کے برابر دیا ہے اور f x کا xy نے آپ کو
کی شکل میں ہے جو gy میں f hx کا xy تو کیا ہیں متغیر الگ ہونے والی مساوات مساوات 1.9 ایک متغیر الگ ہونے والی مساوات ہے اگر
hy میں gx کہ معذرت خواہ ہے
میں پھر ہم کہتے ہیں کہ تفریق مساوات متغیر ہے سپیرایبل hy کو gx کا فنکشن 1.9 میں ظاہر ہوتا ہے فارم xy صورت یہ ہے جب k تو
ٹھیک ہے ٹھیک ہے
کو دیکھ رہے ہیں dy میں اسے لکھنے دو میں اسے لکھ دیتا ہوں تاکہ آپ hy ہو جائے گا gx دائیں میں gx hy میں f کے 1.9 xy تو
کی شکل میں ہے gx میں f hy کا یہ xy کا اور میں فرض کر رہا ہوں کہ dx xy کے برابر f
کے برابر لکھوں گا۔ یقیناً میں یہ dx میں dy سے h کے y سے تقسیم کروں گا اور میں اسے h کے y تو اب مجھے کیا کرنا ہے میں
کا حل y کا ایک فنکشن ہے اور x نہیں ہے میں یہ قیاس کرنے جا رہا ہوں کہ اس کے بعد کیا ہوگا جو h 0 کا y فرض کرنے جا رہا ہوں کہ
کے حوالے سے دونوں اطراف کو x کا ایک فنکشن ہے میں x کے بدلے میں y اور y ایک فنکشن ہے h کا ایک فنکشن ہے اور x بھی
صفر نہیں ہے hy سے تقسیم کیا گیا ہے میں فرض کرنے جا رہا ہوں کہ h مربوط کرنے جا رہا ہوں لہذا آپ دیکھیں گے کہ مساوات 1.10 کو
حقیقت میں ہم فرض کرنے جا رہے ہیں کہ نہ
ہے۔ کیا ہوتا ہے جب ان میں سے ایک 0 ہو جسے ہم بعد میں اٹھائیں گے اور ایسے معاملات ہمیشہ کسی بھی hy 0 ہے اور نہ ہی gx 0 تو
ریاضی میں پیدا ہوتے رہیں گے۔ مادیاتی تجزیہ جب آپ تقسیم کرتے ہیں
تو آپ کو ان خاص معاملات کو دیکھنا پڑے گا جہاں آپ جس مقدار کو تقسیم کرتے ہیں وہ صفر ہے ان صور
اور y سے تقسیم کریں۔ h توں کو ہمیشہ الگ سے نمٹا جاتا ہے ہم اسے بعد میں کریں گے لہذا ہمیں دلیل کے بہاؤ میں خلل نہ ڈالنے دیں تاکہ ہم
برابر ملتا dx dx بذریعہ hydy کے حوالے سے ضم کرتے ہیں آپ کو کیا ملتا ہے آپ کو 1 پر x آپ مساوات 1.10 کے دونوں اطراف کو
متبادل تھیوریم کو لاگو کرنے کا uh اب بائیں ہاتھ کی طرف دیکھیں بائیں ہاتھ کی طرف کا انٹیگرل بہت خاص ہے یہ بہت خاص ہے gx dx ہے
کا ایک فنکشن ہے x کا ایک فعل ہے y xy اور h کا y یاد رہے x کا y لالچ یہ متبادل تھیوریم کو لاگو کرنا بہت پرجوش ہے تاکہ آپ کو
پر ہمارا r درست ہوگا لہذا dx dx بذریعہ dy کے برابر u برابر y کا x کے برابر رکھنا چاہتے ہیں اگر u کو y کے x آپ
اس لئے ایک متبادل تھیوریم ہے لیکن اس سے پہلے کہ ہم متبادل تھیوریم کو لاگو کریں gx dx برابر hy میں بدل جائے گا بذریعہ dy انٹیگرل
آپ کو محتاط رہنا چاہئے کہ مشتق اس کی تبدیلی صفر نہیں ہونی چاہئے جو متبادل تھیوریم ہے جس میں آپ متغیرات میں تبدیلی کر رہے ہیں مثال
کے مربع جڑ کو ضم کرنا چاہتے ہیں آپ کہیں گے dx مربع x کے طور پر اپنے انٹیگرل کیلکولس میں یاد کریں آپ 1 مائنس put x equal
میں کام کر pi by 2 pi by 2 کو سائن تھیٹا کے برابر رکھ سکتے ہیں جب تک کہ آپ وقفہ مائنس x to sine theta well you
کا غیر صفر ہونا ضروری ہے تفریق مساوات 1.10 پر dy by dx سائن تھیٹا کے برابر ہے دوسرے لفظوں میں x رہے ہیں متغیر کی تبدیلی
صفر نہیں ہے لہذا آپ کا gx صفر نہیں ہے اب ہم یہ فرض کرنے جا رہے ہیں کہ hy واپس جائیں ہم پہلے ہی فرض کر رہے ہیں کہ dy
کو ضم gx dx غیر صفر ہو جائے گا متبادل تھیوریم درست ہے اور اس لیے ہمیں مساوات 1.11 اب ٹھیک ہے ہمیں دائیں طرف dx بذریعہ
کو انضمام کرنے کی ضرورت ہے امید ہے کہ ہم ان انضمام کو انجام dy کے ذریعے hy کرنے کی کیا ضرورت ہے اور ہمیں بائیں طرف سے
دے سکتے ہیں اور امید ہے کہ ہمیں ایک بند جواب مل جائے گا لیکن آپ اپنے تجربے سے جانتے ہیں۔ یہ صرف امیدیں ہیں اور ان کو ہمیشہ پورا
شمار نہیں کیا جا سکتا یا اس کی gxdx نہیں کیا جا سکتا آپ کو اکثر ایسے فنکشنز کی بہت سی مثالیں معلوم ہوتی ہیں جن کا غیر معینہ انٹیگرل
گنتی بہت مشکل ہو سکتی ہے بعض اوقات وہ آسان ہوتے ہیں ہم خوش قسمت ہیں اگر ان انٹیگرلز کی گنتی کرنا آسان ہو شمار کرتے ہیں اکثر ہم اتنے
خوش قسمت نہیں ہوتے ہیں یا
تو اس کے لیے کچھ بہت ہوشیار ہیرا پھیری کی ضرورت ہوتی ہے اور بعض اوقات غیر معینہ انٹیگرل کی گنتی کرنا ممکن نہیں ہوتا لیکن یہی زندگی
ہے ہمیں اسے قبول کرنا پڑتا ہے آئیے ہم ایک سادہ سی مثال دیکھیں اور عام طور پر کیا ہوتا ہے ایک تفریق مساوات سے لیس آتا ہے۔ کچھ ابتدائی
حالات کے ساتھ اچھی طرح سے میں اس تبصرے کے بعد حل شدہ مثال کی طرف آؤں گا ہم متغیر کے بارے میں سوچتے ہیں کہ آزاد متغیر وقت
صحیح ہے اور منحصر متغیر کا کہنا ہے کہ آبادی وقت پر ہے اور ہم نے دیکھا ہے یا یہ موجودہ بہاؤ ہو سکتا ہے برقی سرکٹ کے ذریعے یا یہ
سادہ پینڈولم کی اوسط پوزیشن سے نقل مکانی ہو سکتی ہے
تو ہمیں کیا ضرورت ہے ایسا کرنے کے لیے یہ ہے کہ ہمیں آزاد متغیر کو وقت کے متغیر کے طور پر سوچنے کی ضرورت ہے اور کسی وقت
کے برابر آبادی کونیی نقل مکانی t آپ کو اعداد و شمار دینے کی ضرورت ہے جیسے کہ وقت t naught کے برابر t کہتے ہیں کہ وقت

کسی کیمیکل میں کسی کیمیکل میں کیمیائی ری ایکٹنٹس کے ارتکاز کے برابر نہ ہونے پر یا اگر آپ کیمیائی رد عمل کا مطالعہ کر رہے ہیں
تو مختلف مادوں کی ارتکاز جو ان کو ایک خاص وقت پر متعین کرنے کی ضرورت ہے کوئی چیز نہیں یا موجودہ اگر مطالعہ ایک برقی سرکٹ کا
کے وقت ڈیٹا کی ضرورت ہے یہی وہ t naught برابر t کو متعین کیا جاسکتا ہے لہذا آپ کو t equal t naught تو اس وقت کرنٹ
دوسرے لفظوں میں ہمیں t naught برابر t حل ہے جسے آپ تلاش کرنے کی کوشش کر رہے ہیں کم از کم ایک خاص وقت بتانا چاہئے وقت
کے برابر t مقرر کیا جاتا ہے yt کی قیمت دی جاتی ہے حل yt کے وقت کہ آپ کو محلول t naught برابر t کی قدر دی جاتی ہے y
پلس عام t naught minus a to t naught اور آپ جو کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ آپ وقفہ میں حل تلاش کرتے ہیں ught وقت پر
طور پر تفریق مساوات کچھ ضمنی حالات سے لیس ہوتی ہیں جیسے دوسرے الفاظ میں ابتدائی حالات آپ کو دیکھ رہے ہیں نہ صرف تفریق مساوات
کے برابر ہے یہ کچھ اضافی شرط کے ساتھ پورا dx کے f کے xy کو دیکھ رہے ہیں جو کہ dy کو دیکھ کر آپ نہ صرف تفریق مساوات
کے برابر ہے آپ کو یہ کہنا ہے کہ کوئی بھی انتباہ کا ایک ٹکڑا نہیں ہے x کی قیمت y کے برابر x کوئی نہیں y کا y کیا جاتا ہے جیسے
کی وضاحت کی گئی ہے جس پر حل معنی رکھتا ہے محدود ہوسکتا ہے i جو آپ دیکھتے ہیں یہاں تک کہ تفریق مساوات میں بھی ہر جگہ وقفہ
مربع ایک بہت ہی معصوم نظر آنے dy بذریعہ dt برابر y آئیے اسے ایک بہت ہی آسان اور خاص معاملے میں دیکھتے ہیں۔ تفریق مساوات
ایک مستقل c جہاں sc i کے برابر 0 t مربع ہے اور ہم یہ کہتے ہیں کہ حل کی قدر وقت y برابر dt بذریعہ dy والی تفریق مساوات
ایک مثبت مستقل ہے صرف خیالات کو ٹھیک کرنے کے لیے پھر اوپر کی طرح آگے بڑھنا ہم کیا کہتے ہیں آگے بڑھنے c ہے اور فرض کریں کہ
سے تقسیم y حق کے حوالے سے دونوں اطراف کو ضم کرتے ہیں ہم t مربع سے تقسیم کرتے ہیں اور y کا کیا مطلب ہے جیسا کہ اوپر ہم
کے حوالے سے انضمام کریں t کرتے ہیں۔ اسکوائرڈ اور دونوں اطراف کو
تو آئیے ایسا کرتے ہیں
کے c برابر 0 y مربع y برابر dt بذریعہ dy تو ہم دیکھ رہے ہیں
dy مربع y دونوں اطراف انٹیگرل 1 پر t کے برابر 1 سے تقسیم کریں وقت کے لحاظ سے dt کو dy مربع y مربع 1 سے y تو ہم
مربع کے حساب y کو dy صحیح ہے بالکل وہی ہے جو ہم نے اب یہ کیا ہے یہ بائیں ہاتھ کی طرف سے انٹیگرل dt مساوی dt dt بذریعہ
سے آسان بنا دیا جائے گا متغیر متبادل تھیوریم کی تبدیلی کی بدولت متبادل تھیوریم میں آپ کو یہ بتاؤں گا کہ بالکل وہی ہے جو آپ سلائیڈ میں
کا i انٹیگریٹ اور انضمام کے مستقل کو یاد رکھیں یہ غیر معینہ انٹیگرلز ہیں لہذا dt مربع برابر dy by y دیکھتے ہیں جو آپ دیکھتے ہیں
وہ مستقل ہوگا انٹیگریشن ادھر ادھر تیرتا ہے
مربع کے برابر y کو دیکھ رہے ہیں dy تو آئیے ایسا کرتے ہیں کہ انضمام کی مستقل میں ڈالیں اور دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے لہذا آپ انٹیگرل
انٹیگرل dt
کے برابر مائنس 1 پر ٹی پلس بی کو y کا مستقل ہے انضمام درست ہے تاکہ ٹی کے b جہاں b جمع t برابر y تو کیا ہوتا ہے مائنس 1 پر
کے برابر 0 t کے برابر 0 کے برابر ہے ہم کیا جانتے ہیں جب t ابھی ابتدائی حالات میں ڈالیں یاد رکھیں کہ ہمیں ابتدائی شرائط دی گئی ہیں جو
ہوتا ہے
c برابر 0 ہے t y کا y تو ہم جانتے ہیں کہ
آئیے ہم اس میں رائے دیں اس قدر کو یہاں واپس رکھیں c کے برابر مائنس 1 پر b یا b کے برابر مائنس 1 پر c تو ہم کیا حاصل کرتے ہیں
ہوگا ct سے 1 مائنس c یا c مائنس 1 پر t برابر ملتا ہے مائنس 1 پر yy کا t ہمیں کیا ملتا ہے ہمیں
تک پہنچتا ہے c پر 1 t تو یہ تفریق مساوات کا حل ہے جو اس کا حل ہے فرق ابتدائی مساوات جو ایک فنکشن نوٹس ہے کہ کیا ہوتا ہے اگر
تک پہنچتا ہے c پر 1 t تو کیا ہوتا ہے جب
تو اس چیز کا کیا ہوتا ہے یہاں یہ چیز انفینٹی تک اڑا دیتی ہے وہ چیز انفینٹی تک جاتی ہے
ہوتا ہے جو کہ اصل c کا رجحان بائیں سے 1 بائے t میں دیکھتے ہیں اس پر سرخ رنگ میں تبصرہ کیا تھا کیونکہ i تو یہاں آپ اسے سلائیڈ
کے قریب آتا ہے c بذریعہ 1 t سے شروع ہوتا ہے اور یہ آگے بڑھتا ہے اور وقت ارتقاء پذیر ہوتا ہے اور جب وقت
تو حل کا کیا ہوتا ہے حل صرف لامحدودیت کی طرف جاتا ہے۔ لامحدود وقت میں لامحدودیت کی طرف بھاگ جاتا ہے لہذا جسمانی نظام کے حل سے
جسمانی نظام پہلے ہی پھٹ چکا ہے by c برابر 1 t سے آگے x c برابر 1 t جسمانی نظام کا ارتقا صرف اس وقت تک معنی رکھتا ہے
تباہی ٹھیک ہے
s تک ہے اس سے آگے نہیں یہ کیپشن c تو وہ وقفہ جس پر حل موجود ہے وہ پوری حقیقی لائن نہیں ہے یہ مائنس انفینٹی سے لے کر 1 تک
محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف فرار ہوتا ہے حل محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف فرار ہوتا ہے لہذا میں صرف olution کہتا ہے
پچھلی سلائیڈ پر جاتا ہوں اور اب ہم انتباہ کو دیکھتے ہیں یہاں تک کہ اگر تفریق مساوات کی ہر جگہ تعریف کی گئی ہے
مربع کی وضاحت ہر y مربع ہے اس میں کوئی غلط بات نہیں ہے کہ تفریق مساوات y مساوی dt بذریعہ dy تو تفریق مساوات کو دیکھیں۔
جگہ ہوتی ہے ہر جگہ تفریق مساوات کی وضاحت ہوتی ہے اس کے باوجود حل محدود وقت میں لامحدودیت کی طرف نکل جاتا ہے لہذا یہاں تک کہ
کی وضاحت کی جاتی ہے جس پر حل ہوتا ہے۔ سمجھ میں آتا ہے کہ محدود ہو سکتا ہے اور اس خاص معاملے میں i تفریق مساوات ہر جگہ وقفہ
بالکل ایسا ہی ہوتا ہے اس لیے ہم یہ پہلا لیکچر یہاں روک دیں گے اور ہم اسے دوسرے لیکچر میں جاری رکھیں گے آپ کا بہت بہت شکریہ آپ کا