

सुप्रभात , भिन्न समीकरणांवरील व्याख्यानांच्या या मालिकेत आपले स्वागत आहे, मी आयआयटी बॉम्बेच्या गणित विभागातील प्राध्यापक गोपाल कृष्ण सुनीमासन आहे, म्हणून आम्ही व्याख्यानांच्या या मालिकेची सुरुवात एका छोट्या ऐतिहासिक स्केचसह करू.

विभेदक समीकरणे आणि कॅल्क्युलसच्या या युगाच्या सुरुवातीस घडलेल्या महत्त्वाच्या गोष्टी, मग मी तुम्हाला काही महत्त्वाच्या गणितज्ञांची नावे देईन ज्यांनी भिन्न समीकरणांच्या अभ्यासासाठी योगदान दिले होते, तर चला त्याच्या कॅल्क्युलस आयझॅक न्यूटनला त्याच्या गतिशीलतेच्या नियमांसह सुसज्ज करू या.

ग्रहांची गती विषुववृत्तांची अचूकता समजावून सांगण्यास सक्षम होते आणि भरती-ओहोटीच्या खगोलशास्त्राची निर्मिती जे आतापर्यंत अनुभवजन्य विज्ञानात एक गतिशील विज्ञानात रूपांतरित झाले आहे, ही न्यूटनची एक अतुलनीय कामगिरी आहे, म्हणूनच ती फार मोठी मानली जात नाही.

फक्त कॅल्क्युलसच्या आविष्कारासाठी पण परिवर्तन घडवणाऱ्या विचारांच्या परिवर्तनासाठी खगोलशास्त्राचा अर्थ एक गतिशील विज्ञान म्हणून न्यूटनने जे केले ते मूलतः

दोन शरीरांच्या समस्येसाठी भिन्न समीकरणांची प्रणाली हाताळण्यात आली आणि तो केप्लरच्या ग्रह मुक्त गतीचे नियम मिळवू शकला त्यामुळे भिन्नता सिद्धांताची उत्पत्ती किमान न्यूटनपर्यंतची समीकरणे शोधली जाऊ शकतात, आता मला पुढील स्लाइडमध्ये काही मास्टर्सची नावे आहेत ज्यात या विषयासाठी सुरुवातीच्या मास्टर्सचे योगदान होते, प्रथम तुम्ही आयझॅक बॅरोचे नाव पाहू शकता जे एक शिक्षक होते आयझॅक न्यूटनच्या कॅल्क्युलसच्या काही कल्पना आधीच आयझॅक बॅरोकडे परत जातात मग अर्थातच 1687 मध्ये न्यूटन येतो त्याने 1693 मध्ये एक रेखीय विभेदक समीकरण एकत्र केले , तुम्हाला लीबनिझचे नाव दिसेल आणि त्याला आढळले की एकसंध समीकरणांसाठी y समान tx पर्यायी नंतर येतो.

बर्नौलीचे एक अतिशय प्रसिद्ध नाव आपल्याला बर्नौली समीकरण नंतर कदाचित पाचव्या किंवा सहाव्या व्याख्यानात भेटेल आणि बर्नौलीने या घटनेत योगदान दिले आहे डिफरेंशियल समीकरणांच्या सिद्धांताचा अर्थ लावला तर तुम्हाला *riccati* चे नाव दिसेल जे प्रसिद्ध समीकरण आहे y prime equal to $ax y$ squared plus bxy plus cx हे विभेदक समीकरण कुप्रसिद्ध आहे कारण ते निर्दोष सोडवता येत नाही असे दिसत असले तरी ते सोडवता येत नाही केसेस लिओनार्ड युलर द ग्रेट जीनियस यांनी दाखवले की रिकाटी समीकरण एका रेखीय समीकरणात कसे कमी केले जाऊ शकते जर विशिष्ट उपाय माहित असेल तर यादी खूप मोठी आहे आणि आपण ही यादी कापली पाहिजे कारण भिन्न समीकरणांचा विषय किमान 350 वर्षे जुना आहे आणि आम्ही या सध्याच्या अभ्यासक्रमाच्या सूक्ष्म-किरकोळतेकडे जाणे आवश्यक आहे आणि आम्ही या ऐतिहासिक विकासावर अधिक काळ राहू शकत नाही, मी तुम्हाला ऐतिहासिक घडामोडींसाठी फक्त एक संदर्भ देऊ इच्छितो

, या पुस्तकाच्या सुरुवातीच्या अध्यायात भिन्न समीकरणांवर रब्बी यांचा परिचय मूलभूत संकल्पना परिणाम आणि अनुप्रयोग दुसऱ्या आवृत्तीत भौतिकशास्त्राचे सुंदर ऐतिहासिक परिचय नियम आहेत जेव्हा व्यक्त केले जातात गणिताच्या दृष्टीने विभेदक समीकरणांना जन्म देतात उदाहरणार्थ रसायनशास्त्रातील वस्तुमान क्रियेचा नियम आपल्याला रासायनिक गतिशास्त्र आणि एंझाइम गतिशास्त्र मॉडेल्सची विभेदक समीकरणे देतो जी जीवशास्त्र पर्यावरणीय लोकसंख्याशास्त्रात उद्भवतात आणि ते सर्व भिन्न समीकरणांना जन्म देतात यापैकी काही उदाहरणे आपण पाहू .

आजच्या व्याख्यानाच्या उत्तरार्धात इकोलॉजिकल मॉडेलमध्ये रासायनिक गतीशास्त्र आणि गणितीय

इकोलॉजीमध्ये निर्माण झालेल्या भिन्न समीकरणांमध्ये काही उल्लेखनीय समानता दिसून येते, गणितीय जीवशास्त्र आज मोठ्या क्षेत्रामध्ये विकसित झाले आहे आणि सक्रिय झाले आहे.

गणितीय जीवशास्त्रात संशोधन चालू आहे उदाहरणार्थ *ec siemens* हृदयाच्या ठोक्यांचे मॉडेलिंग करण्यात यशस्वी ठरले ते भिन्न समीकरणांच्या प्रणाली म्हणून हॉजकिन आणि हक्सले यांना त्यांच्या तंत्रिका आवेगांच्या कार्यासाठी नोबेल पारितोषिक मिळाले तर भूमितीमध्ये समस्या उद्भवतात म्हणून येथे परिस्थिती आहे चा अर्ज आपण पाहतो गणिताचा एक भाग ते गणिताचा दुसरा भाग त्यामुळे भौतिक विज्ञानातील अभियांत्रिकीमधील भौतिक शास्त्रांमध्ये रसायनशास्त्र पर्यावरणशास्त्रातील लोकसंख्याशास्त्रातील सर्व ठिकाणी भिन्न समीकरणे आहेत विभेदक समीकरणांसाठी,

त्यामुळे एखाद्याने भिन्न समीकरणे का अभ्यासली पाहिजेत याची बरीच कारणे आहेत, भिन्न भिन्न समीकरणे का अभ्यासली पाहिजेत याची प्रेरक कारणे आहेत आणि या कोर्समध्ये आपण जे पहाल ते गणिताच्या खूप मोठ्या क्षेत्राची एक माफक सुरुवात आहे.

चला सुरुवात करूया अगदी साध्या भौतिक परिस्थितीकडे बघून साधा लोलक म्हणजे काय साधा लोलक त्यात असतो तो बिंदूपासून लटकलेला m वस्तुमानाचा बॉब असतो जसे आपण या चित्रात पाहतो की वजनहीन रॉडने लटकलेला m वस्तुमानाचा बॉब असतो .

लांबी l जी दोलनांमध्ये सेट केली जाते आणि हा कोन हा मध्य स्थान किंवा बॉब आणि हा बॉब i आहे s हा कोन y ने विस्थापित केला आहे आणि तो दोलनांमध्ये सेट केला आहे, तुम्ही पहाल की बॉबचे वस्तुमान m आहे आणि mg हे वजन अनुलंब खालच्या दिशेने कार्य करत आहे आणि $mg \sin y$ हा घटक या दिशेचा घटक आहे स्पर्शिक दिशा आता आम्हाला आवडेल न्यूटनचा गतीचा दुसरा नियम पेंडुलमच्या या बॉबच्या गतीला नियंत्रित करणाऱ्या विभेदक समीकरणांच्या प्रणालीला कसा जन्म देतो हे दर्शविण्यासाठी, तर टी च्या y वेळी

कोनीय विस्थापन पाहू आणि आता आपण पाहतो की कोनीय प्रवेग असेल तर विस्थापनाचा कोन y आहे मग कोनीय वेग किती आहे तो dt ने dy आहे तो कोणीय प्रवेग d^2y बाय dt वर्ग आहे आणि तुमच्याकडे एक बल आहे जो अनुलंब खालच्या दिशेने कार्य करत आहे आणि ते बल a वाढणार आहे टॉर्क तर या टॉर्कची तीव्रता किती आहे या टॉर्कची तीव्रता $mg l \sin y$ आहे y तुम्हाला टॉर्क मिळविण्यासाठी याचा l ने गुणाकार करावा लागेल आणि आता या बॉबच्या जडत्वाचा क्षण i चा क्षण काय आहे या बॉबचा नर्टिया मिली स्केअर आहे म्हणून आपण स्लाइड्सवर परत जाऊ या आणि तुम्हाला जडत्वाचा क्षण $m l^2$ स्केअर आहे.

तुम्ही कोनीय प्रवेग d^2y ला dt वर्गाने जडत्व $m l^2$ वर्गाच्या क्षणाने गुणाकार करा आणि ते बाह्य टॉर्कने संतुलित केले जाईल.

बाह्य टॉर्क वजा $mg l \sin y$ m रद्द होतो आणि तुम्हाला समीकरण 1.

1 d^2y by dt वर्ग अधिक g ओवर l sine y बरोबर 0 मिळते.

म्हणून समीकरण 1.

1 हे साध्या पेंडुलमच्या गतीला नियंत्रित करणारे विभेदक समीकरण आहे

त्यामुळे हा साध्या पेंडुलम बॉम्ब किंवा साध्या पेंडुलमची गती या विभेदक समीकरण d^2y द्वारे dt वर्ग अधिक g ओवर l sine y बरोबर 0 द्वारे नियंत्रित केली जाते म्हणजे साध्या पेंडुलमच्या गतीचे विभेदक समीकरण आहे साध्या पेंडुलमचे द्रव्यमान m आहे.

लांबी l आणि मोशनमध्ये सेट करा ठीक आहे, चला या विभेदक समीकरण 1.

1 वर परत जाऊ या म्हणजे तुम्हाला दिसेल की दोन वेळेचे डेरिव्हेटिव्ह आहेत ते d^2y द्वारे dt स्केअर आहे

त्यामुळे हा दुसरा क्रम भिन्न समीकरण आहे \sin ठीक आहे आणि \cos म्हणून चला पुढच्याकडे जाऊया, म्हणून आपण भौतिकशास्त्रातील आपणखी एक उदाहरण पाहूया \sin म्हणजे साधी हार्मोनिक गती म्हणजे साधी हार्मोनिक गती म्हणजे काय असे म्हटले जाते की जर कण पुढे गेला तर तो साधी हार्मोनिक गती प्रदर्शित करतो एक सरळ रेषा सर्वप्रथम ती एका सरळ रेषेत सरकते आणि कणावर कार्य करणारी शक्ती उत्पत्तीपासून होणाऱ्या विस्थापनाच्या प्रमाणात असते

आणि बल विस्थापनाच्या विरुद्ध दिशेने कार्य करते

त्यामुळे कणाचे विस्थापन t चे y असते.

प्रवेग d^2y आहे dt वर्गाने आणि या प्रवेगाचा m ने गुणाकार करा तुम्हाला बल मिळेल आणि हे बल y च्या प्रमाणात आहे आणि म्हणून या बलाचे परिमाण ky आहे आणि ते एक नकारात्मक चिन्ह उचलणार आहे कारण दिशा विरुद्ध आहे

त्यामुळे शिल्लक नियम तुम्हाला $m d^2y$ द्वारे dt वर्ग अधिक ky समान 0 ला m ने भागाकार आणि k ला m ने ओमेगा वर्ग म्हणून कॉल करा आणि आम्हाला 1.

2 d^2y द्वारे dt वर्ग अधिक ओमेगा वर्ग y बरोबर 0 असे विभेदक समीकरण मिळेल.

तर समीकरण 1.

2 हे द्वितीय क्रमाचे विभेदक समीकरण आहे ते द्वितीय क्रमाचे विभेदक समीकरण का आहे कारण आपण पाहतो की दुसरे व्युत्पन्न d^2y द्वारे dt वर्ग बरोबर दिसत आहे,

म्हणून आता येथे आपण भौतिकशास्त्रातील दुसरे उदाहरण पाहतो जिथे आपल्याला विभेदक समीकरण मिळाले समतोल कायद्याद्वारे संतुलित कायदा बघून मी पुन्हा पुन्हा सांगतो की भौतिकशास्त्राचे नियम गणिती शब्दात व्यक्त केल्यावर विभेदक समीकरणे निर्माण होतात आणि आपण अशी दोन उदाहरणे आधीच पाहिली आहेत दोन उदाहरणे ही दोन्ही द्वितीय क्रमाची भिन्न समीकरणे आहेत चला थोडे पुढे जाऊया.

आणखी थोडे पुढे आणि पुन्हा भौतिकशास्त्रातील उदाहरणे पाहू पण त्याआधी आपण या साध्या हार्मोनिक मोशनकडे थोडे तपशीलवार पाहू या

त्यामुळे साध्या हार्मोनिक मोशनचे समीकरण पुन्हा d^2y द्वारे dt squared plus omega squared y equal या स्लाइडमध्ये दिसून येईल.

0 पर्यंत कोणीही 1.

2 च्या समीकरणांमध्ये ओमेगा टीचा कोसाइन बदलू शकतो आणि थेट सत्यापित करू शकतो की ओमेगा टीचा कोसाइन समीकरणाचे समाधान करतो 1.

2 वर म्हणून आपण 1.

2 च्या समीकरणाचे समाधान म्हणून ओमेगा टीचे कोसाइन म्हणतो त्याचप्रमाणे कोणीही y समीकरण साइन ओमेगा t चा विभेदक समीकरण 1.

2 मध्ये बदलण्याचा प्रयत्न करू शकतो आणि कोणीही सत्यापित करू शकतो की साइन ओमेगा टी हे समीकरण 1.

2 चे समाधान आहे म्हणून आम्हाला मिळाले कोसाइन ओमेगा टी आणि साइन ओमेगा टी ची 1.

2 ही दोन सोल्यूशन्स आता भौतिकशास्त्रात तुम्हाला सुपरपोजिशनची कल्पना माहित आहे म्हणून तुम्ही दोन लहरींचे सुपरपोजिशन बरोबर घेता म्हणून सुपरपोजिशनचा गणितीय अर्थ काय आहे याचा अर्थ काय आहे की आपण सुपरपोजिशन घेतो .

एक कोसाइन आणि साइन याचा अर्थ असा आहे की तुम्ही तिसरा प्रकार 1.

3 म्हणजे कॉस ओमेगा टी प्लस बी साइन ओमेगा टी बघता, म्हणून आपण 1.

3 समीकरण घेऊ आणि समीकरण 1.

2 मध्ये बदलू आणि 1.

3 देखील समाधानी आहे हे तुम्ही त्वरीत सत्यापित करू शकाल.

विभेदक समीकरण 1.

2 तर आम्ही आता काय केले आहे आम्ही 1.

2 चे अनेक उपाय सूचीबद्ध केले आहेत जसे की कोसाइन ओमेगा टी साइन ओमेगा टी आणि सामान्यतः एक कोसाइन ओमेगा टी प्लस बी साइन ओमेगा टी म्हणजे 1.

3 नोटिस \sin 1.

3 मध्ये जर तुम्ही 1 च्या बरोबरीने आणि b च्या बरोबरीचे 0 घेतले तर आम्हाला ओमेगा t चे कोसाइन मिळेल जर आपण 0 च्या बरोबरीने आणि b च्या बरोबरीचे 1 घेतले तर आपल्याला \sin omega t मिळेल आणि मी विविध मूल्ये 1 2 3 वजा अर्धा देऊ शकतो 1 3 जे काही असेल आणि तुम्ही b ची विविध मूल्ये 1 वर रूट 2 1 वजा 1 0 इत्यादी देऊ शकता

त्यामुळे स्थिरांकांच्या प्रत्येक निवडीसाठी a आणि b समीकरण 1.

3 हे हार्मोनिक ऑसिलेटर समीकरण 1.

2 चे समाधान दर्शविते

म्हणून आम्ही 1.

2 चे अनेक उपाय सूचीबद्ध केले आहेत.

1.

2 च्या सोल्यूशन्सच्या अनंत कुटुंबाची यादी केली आहे, तथापि आपण स्वतःला हा प्रश्न विचारूया की आम्ही सर्व उपायांची यादी केली आहे का हे मला कसे कळेल की हे 1.

3 सर्व उपाय संपवते कदाचित कोणीतरी अत्यंत हुशार असेल आणि 1.

2 चे समाधान तयार करू शकेल जे स्वरूपाचे नाही.

a cosine omega t plus b sine omega t या प्रश्नाचे उत्तर देणे आवश्यक आहे की zt हे 1.

2 चे कोणतेही समाधान असेल तर zt हे विशिष्ट स्थिरांक a आणि b साठी कोसाइन ओमेगा t प्लस b साइन ओमेगा t चे स्वरूप आहे हे कसे समजेल.

आम्ही नैसर्गिकरित्या व्या नेले आहेत की पहा सर्व सोल्यूशन्सच्या वर्गाचे वर्णन करताना हे दाखवणे कठीण नाही की 1.

3 1.

2 ची सर्व सोल्यूशन्स संपवते 1.

2 चे प्रत्येक सोल्यूशन एक कोसाइन ओमेगा टी प्लस बी साइन ओमेगा टी या स्वरूपाचे आहे हे सिद्ध करणे कठीण नाही परंतु आम्ही ते करणार नाही.

तसे करा या क्षणी आपण याकडे नंतर परत येऊ जर वेळ पडली तर आपण त्याऐवजी आणखी काही उदाहरणांकडे वळू या आपण इलेक्ट्रिकल सर्किट्सची काही उदाहरणे पाहू या 1.

2 1.

2 चे अॅनालॉग ही साध्या हार्मोनिकची यांत्रिक प्रणाली आहे.

एका सरळ रेषेत एका बलाने फिरणाऱ्या कणाची गती रेखीय आणि विरुद्ध दिशेतील 1.

2 एनालॉग देखील विद्युतीय सर्किट्सच्या सिद्धांतात उद्भवते म्हणजे 1c सर्किट्स म्हणजे 1 म्हणजे इंडक्टन्स आणि c म्हणजे कॅपेसिटन्स म्हणून याविषयी चर्चा करण्यासाठी 1c circuits मी तुम्हाला रॉबर्ट रेस्निक आणि डेव्हिड हॅल्लिडे यांच्या प्रसिद्ध पुस्तकाचा संदर्भ देईन जे तुम्ही सर्वजण सध्या तुमच्या तयारीसाठी वाचत आहात आणि तिसऱ्या आवृत्तीचा दुसरा खंड p.

आवृत्तीकडे लक्ष द्या कारण या पुस्तकाच्या बऱ्याच आवृत्त्या झाल्या आहेत, जर तुम्ही चुकीची आवृत्ती काढली तर आम्ही सक्षम होणार नाही आम्ही एकाच पानावर नाही म्हणून मी कुस्तीच्या तिसऱ्या आवृत्तीतील पृष्ठ 845 समीकरण 38.

5 बदल बोलत आहे.

आणि हॅल्लिडे फेमस बुक ऑफ फिजिक्स व्हॉल्यूम 2.

तेथे तुम्हाला या इलेक्ट्रिकल्स एलसी सर्किट्सचे तपशीलवार वर्णन दिसेल खरे तर तो पृष्ठ 848 वर एलसीआर सर्किट्सबद्दल बोलतो आणि एलसीआर सर्किट नियंत्रित करणारे समीकरण काय आहे ते डीटी स्केअर प्लस द्वारे डी2 क्यू आहे.

r ओव्हर 1 dq द्वारे dt अधिक q ओव्हर 1c बरोबर शून्य येथे r एक प्रतिकार आहे 1 इंडक्टन्स आहे आणि c हे कॅपेसिटन्स आहे विशेषतः जर प्रतिकार शून्य असेल तर विशेषतः प्रतिकार शून्य असेल तर तुम्ही r पाहत असलेल्या भिन्न समीकरणाचे काय होते टर्म मध्यम टर्म नाही आहे मध्यम टर्म नाही आहे जर r शून्य असेल तर तुमच्याकडे काय आहे d दोन घन बाय dt वर्ग अधिक स्थिर वेळा q शून्य आहे 1c एक वर स्थिरांक किती आहे? 1c हा सकारात्मक स्थिरांक आहे म्हणून तुम्ही त्याला ओमेगा स्केअर म्हणू शकता त्यामुळे तुम्हाला d2 क्यूब बाय dt स्केअर अधिक ओमेगा स्केअर q 0 बरोबर दिसतो पण 1.

2 1.

2 d2y वाचतो dt स्केअर अधिक ओमेगा स्केअर y बरोबर शून्य असे नाही का? तुम्ही पाहता की इलेक्ट्रिकल सर्किट थिअरीमध्ये तुम्हाला आढळणारी 1c सर्किट्स हे

साध्या हार्मोनिक मोशनच्या मेकॅनिकल सिस्टमचे इलेक्ट्रिकल अॅनालॉग आहे, तर दुसरीकडे डिफरेंशियल समीकरण अगदी सारखेच आहे जर तुम्ही रेझिस्टन्स टर्म टाकले तर तुमच्याकडे मध्यम टर्म असेल मध्यवर्ती पद the r by 1 dq by dt ही मधली संज्ञा आहे त्यामुळे हे समीकरण ओलसर असणारे शब्द असेल म्हणून मी तुम्हाला कुस्ती आणि सुट्टीचे समीकरण 15.

37 चा संदर्भ देईन आता आपण भौतिकशास्त्राचे क्षेत्र सोडू या आणि हळूहळू जीवशास्त्राच्या क्षेत्राकडे जा, विशेषतः गणितीय

पर्यावरणशास्त्र 1798 मध्ये

माल्थुसने पर्यावरणाच्या लोकसंख्येच्या वाढीसाठी एक मॉडेल प्रस्तावित केले ज्यामध्ये जीवाणूंची फक्त एक प्रजाती आहे उदाहरणार्थ आपण जीवाणूंचा विचार करू शकता eria जिवाणू संस्कृतीची वाढ आता या पर्यावरणात फक्त एकच प्रजाती आहे हे मॉडेल लिओनार्ड युलर यांनी काहीसे आधी स्वतंत्रपणे प्रस्तावित केले होते ते मॉडेल काय म्हणते ते असे म्हणते की जर t ची y ही प्रजातीची लोकसंख्या असेल तेव्हा लोकसंख्येचा dt नुसार बदल हा त्यावेळच्या लोकसंख्येच्या प्रमाणात आहे दुसऱ्या शब्दात dy ने dt म्हणजे k गुणिले y काही स्थिर k समानुपातिकतेसाठी हे समीकरण 1.

4 हे एका प्रजातीच्या पर्यावरणशास्त्राचे समीकरण आहे किंवा माल्थुशियन मॉडेल लक्षात ठेवा की 1.

4 ताबडतोब तुम्हाला देते की t चे y हे ae पॉवर kt साठी ae असणे आवश्यक आहे समीकरण 1.

4 हे ae द्वारे kt च्या पॉवर kt च्या घातांकाच्या पटीने समाधानी आहे म्हणून हे दर्शविते की yt लोकसंख्या वेगाने वाढली पाहिजे म्हणून एकलसाठी माल्थुशियन मॉडेलनुसार प्रजाती इकोलॉजी, लोकसंख्येचा स्फोट होतो, ती खूप वेगाने वाढते.

अमर्यादित कालावधीत वेगाने वेगाने लोकसंख्येची अशी घातपाती वाढ करण्यास निसर्ग अनुमती देईल तर नैसर्गिक संसाधनांच्या मर्यादांमुळे काही प्रतिबंधात्मक घटक नसतील

जे या घातांकीय वाढीस प्रतिबंध करतील हे आम्हाला माहित आहे की लोकसंख्या वाढतच राहू शकत नाही.

एखाद्या वेळी वेगाने वेगवान अशी काही यंत्रणा असावी ज्याद्वारे हे थांबवले जाईल अशी यंत्रणा 1836 मध्ये वर्हुस्टेने प्रस्तावित केली होती, varhool काय म्हणतो ते म्हणजे 1.

4 हे विभेदक समीकरण पहा तेथे फक्त dy by dt equal to ky आहे काय म्हणतात जेव्हा सकारात्मक अन्न असते तेव्हा नैसर्गिक साधनसंपत्तीची कमतरता असते तेव्हा उजव्या बाजूस बदल करणे आवश्यक आहे , त्यामुळे सामाजिक घर्षण होते ज्यामुळे सामाजिक घर्षण होते आणि सामाजिक घर्षणाचा लोकसंख्येच्या वाढीवर नकारात्मक परिणाम होतो.

ky संज्ञा aky वजा ky वर्गात बदलली पाहिजे

ential समीकरण बदलले आहे लोकसंख्येच्या बदलाचा दर dy नाही dt बरोबर ky आहे dy d d बरोबर ky आहे वजा काही टर्म काय आहे ky वर्ग r ने जेथे r दुसरा स्थिरांक आहे या r दुसऱ्या स्थिरांकाला r म्हणतात पर्यावरणाची वाहून नेण्याची क्षमता हा स्थिर r पर्यावरणाच्या मर्यादांवर अवलंबून असेल ज्यामध्ये इकोलॉजी विकसित होत आहे , जेडी मुरे यांचे गणितीय जीवशास्त्रावरील एक अतिशय सुंदर पुस्तक आहे, मी तुम्हाला संदर्भ दिला आहे की तो सर्वात व्यापक करारांपैकी एक आहे.

गणितीय जीवशास्त्र आणि तुम्हाला या पुस्तकात अनेक ऐतिहासिक तपशील सापडतील विविध मॉडेल्स विविध मॉडेल्स जे विविध शास्त्रज्ञांनी प्रस्तावित केले आहेत या विविध मॉडेल्सचे गुण आणि तोटे

तुम्हाला विविध गृहीतके करून मिळणारी भिन्न समीकरणे आणि असेच आता आपण पाहू या.

दुसऱ्या दुसऱ्या प्रणालीकडे जाऊ या आपण पर्यावरणीय प्रणालीकडे जाऊ या परंतु यावेळी या इकोलॉजीमध्ये दोन प्रकारचे एस आहेत $pecies$ a $predator$ and a $prey$ उदा.

तुम्ही शिकारीला शार्क आणि भक्ष्याला सार्डिन म्हणून विचार करू शकता किंवा कोणताही भक्षक आणि कोणताही शिकार तुम्ही मांजर आणि उंदराचा विचार करू शकता.

लोकसंख्या x d सह आणि लोकसंख्या y t सह एक शिकार

त्यामुळे भक्षकांसाठी अन्नाचा स्त्रोत म्हणजे भक्ष्याची उपलब्धता आणि शिकार ते शाकाहारी प्राणी आहेत ते ते आहेत उदाहरणार्थ आपण जलचर प्रणाली पाहत असाल तर आपण असे गृहीत धरू की शिकार जगतो एकपेशीय वनस्पतींवर उदाहरणार्थ नैसर्गिक शाकाहारी अन्न म्हणून समजा तेथे कोणताही शिकार नाही समजा y नसेल तर भक्षकांना खाण्यासाठी अन्न नाही म्हणून त्यांची लोकसंख्या वेगाने खाली येईल याचा अर्थ असा की एक्सटी फंक्शन e सारखे होणार आहे ते पॉवर मायनस सारखे होणार आहे कारण वेळ क्षय होत आहे दुसऱ्या शब्दात सांगायचे तर, जर तेथे असेल तर y t नसेल तर शिकार नसेल तर x t च्या लोकसंख्येचा दर झपाट्याने घसरत राहिल दुसरीकडे शिकारी नसतील तर x t नसेल तर लोकसंख्येची वाढ थांबवण्यासारखे काहीही नाही .

शिकार हे शाकाहारी प्राणी आहेत आणि त्यांची लोकसंख्या झपाट्याने वाढत आहे उदाहरणार्थ, तुम्ही ससे आणि कोल्हे असलेल्या वातावरणाचा विचार करू शकता उदाहरणार्थ शिकार ससे असू शकते आणि भक्षक कोल्हे असू शकतात, ससे शाकाहारी प्राणी आहेत आणि कोल्हे मांसाहारी आहेत आता आपण या दोन प्रजातींचे प्राणी एकत्र ठेवू या,

त्यामुळे घटण्याचा दर 1.

6 यापुढे खरा राहणार नाही कारण भक्षकांकडे आता खाण्यासाठी अन्न आहे

त्यामुळे लोकसंख्येतील घट म्हणजे वजा कुन्हाड ही संज्ञा तपासली जाईल.

अधिक bxy टर्म जोडल्यावर तुम्हाला स्लाईडमधील शेवटची ओळ दिसते ah समीकरण 1.

6 च्या उजव्या बाजूचे समीकरण वजा अॅक्सच्या जागी वजा अॅक्स अधिक bxy m ने बदलले आहे.

इंड तुम्ही सर्व स्थिरांक abc आणि k सर्व सकारात्मक आहात ठीक आहे आता काय होईल आणि वाढीचा दर 1.

7 च्या उजव्या बाजूला दर्शविला आहे आता तुम्ही भक्षक ठेवा आणि आता एकत्र प्रार्थना करा की भक्षक तिथे आहेत ते जात आहेत भक्ष्य खा म्हणजे शिकाराची लोकसंख्या 1.

7 प्रमाणे वाढू शकत नाही cxy मध्ये तुम्ही ky उणे cxy पहात असाल आणि

त्यामुळे समीकरणांची सुधारित प्रणाली dx by dt समान वजा ax plus bxy dy by dt समान ky उणे cxy असेल तुम्हाला भिन्न समीकरणांची जोडी मिळेल 1.

8 abc आणि k स्थिरांक आता सकारात्मक आहात या क्षणी तुम्ही विचारू शकता की मी प्लस bxy आणि वजा cxy का लावले हे चतुर्भुज शब्द xyy शून्य x स्केअर yy शून्य xy स्केअर वेल हे मॉडेल आहेत आणि ते अचूक मॉडेल नाहीत सर्वप्रथम दुसरे म्हणजे द्या आम्ही एक विचार प्रयोग करतो समजा तुमच्याकडे सर्वत्र मांजर आणि उंदीर असे वातावरण आहे आता समजा मांजरींची लोकसंख्या दुप्पट झाली आणि उंदरांची लोकसंख्याही दुप्पट झाली तर मांजरीला उंदरांचा सामना करण्याची शक्यता कमी होईल.

चार पटीने नंतर हे स्पष्ट करते की xy शब्द आणि मांजर आणि उंदीर यांच्यातील हा परस्परसंवाद उंदरासाठी का हानिकारक आहे तर ते मांजरींना अनुकूल आहे म्हणून जेव्हा आपण प्रथम समीकरण हे प्लससह पहाल तेव्हा चिन्ह आणि दुसरे समीकरण तुम्हाला वजा चिन्हासह हे पद दिसते जेणेकरून या मॉडेलचे प्रायोगिकपणे स्पष्टीकरण दिले जाईल 1.

8 हे मॉडेल एक अतिशय प्रसिद्ध मॉडेल आहे याला व्होल्टेरा लोटका मॉडेल म्हणतात, ही समीकरणांची व्होल्टेरा लोटकास्ट प्रणाली आहे, ही एकाचवेळी भिन्न समीकरणांची एक प्रणाली आहे आणि ही विभेदक समीकरणांची जोडलेली प्रणाली आहे लक्षात ठेवा 1.

8 मधील पहिले समीकरण पहा ते dx by dt आहे वजा axy अधिक bxy पहिल्या समीकरणात y दिसते ion देखील आणि दुसरे समीकरण dy by dt समान आहे ky उणे cxy दुस-या समीकरणात x दिसतो म्हणून समीकरणांची प्रणाली दोन

समीकरणांची प्रणाली आहे म्हणजे दोन्ही समीकरणांमध्ये अज्ञात x आणि y दोन्ही दिसतात आणि ही एक एकाचवेळी प्रणाली आहे विभेदक समीकरणांचे आणि हे उदाहरण मी केवळ पर्यावरणीय प्रणालींच्या अभ्यासात विभेदक समीकरणे कशी निर्माण होतात हे स्पष्ट करण्यासाठी दिले आहे ज्याचा आपण अभ्यास करणार नाही या समीकरण 1.

8 चे तपशीलवार विश्लेषण करणार नाही कारण ते या अभ्यासक्रमाच्या व्याप्तीमध्ये नाही परंतु हे उदाहरण नुकतेच येथे दर्शविण्यासाठी ठेवले आहे की भिन्न समीकरणे सर्वत्र पुन्हा भौतिकशास्त्रात दिसतात जसे की इलेक्ट्रिकल सर्किट यांत्रिक प्रणालींमध्ये ते बॅक्टेरियाच्या वाढीमध्ये दिसतात आणि लोकसंख्या मॉडेल लोकसंख्या रोगांचा प्रसार रासायनिक गतिशास्त्र आणि बरेच काही आणि बरेच काही.

बरेच काही ठीक आहे म्हणून मी जीवशास्त्रातील भिन्न समीकरणे कशी निर्माण होतात या जैविक प्रणालींची ही थोडक्यात चर्चा बंद करू इच्छितो.

यावर बराच वेळ बोललो

त्यामुळे तुम्हाला काही संदर्भ देण्यात अर्थ आहे जे तुम्ही कधीतरी वाचू शकता गणितीय जीवशास्त्रावर शेकडो आणि शेकडो पुस्तके लिहिली आहेत आणि मी त्यापैकी तीन निवडले आहेत शेवटचे आहे जेडी मरे यांचे खूप छान पुस्तक ज्याचा मी आधीच उल्लेख केला आहे आणि पहिले पुस्तक डीएस जोन्स एमजे प्लँक आणि बीडी स्लीमन म्हणतात गणितीय जीवशास्त्रातील भिन्न समीकरणे हे पुस्तक तुम्हाला विविध जैविक समस्यांमध्ये उद्भवणाऱ्या विभेदक समीकरणांची प्रणाली देते जसे की ट्यूमरची वाढ.

रोगांचा प्रसार आणि इतर अनेक जैविक प्रणालींवर चर्चा केली गेली आहे जैविक भिन्नता समीकरणे शरीरविज्ञानामध्ये उद्भवतात महाधमनीमधील रक्त प्रवाह ज्यामुळे भिन्न समीकरणांच्या मनोरंजक प्रणालींना जन्म दिला जातो आणि संपूर्ण पुस्तक गणितीय शरीरविज्ञानावर कीनर आणि श्रीड यांनी लिहिले आहे.

अर्थात आम्ही या गोष्टींबद्दल अधिक काही बोलणार नाही म्हणून ही ओळख आहे विभेदक समीकरणे विभेदक समीकरणांची उत्पत्ती कशी निर्माण होते या विषयावर व्याख्यान, तर आता आपण विशिष्ट विभेदक समीकरणांकडे येऊ या जे या अभ्यासक्रमासाठी सुसंगत आहेत, तर आता आपण प्रथम क्रमाने फक्त भिन्न समीकरणांचा अभ्यास करणार आहोत.

फर्स्ट ऑर्डरचे डिफरेंशियल इक्वेशन कसे दिसते ते dy by dx बरोबर f च्या x स्वल्पविराम y समीकरण 1.

9 जे तुम्ही स्लाइडवर पहात आहात हे पहिले ऑर्डर डिफरेंशियल समीकरण आहे हे पहिले ऑर्डर डिफरेंशियल समीकरण आहे कारण फक्त एक व्युत्पन्न dy द्वारे dy दिसते याउलट sh साधी हार्मोनिक गती साध्या हार्मोनिक हालचालींवर नियंत्रण करणारी समीकरणे पेंडुलमची गती नियंत्रित करणारी समीकरणे एलसीआर सर्किट्स इंडक्टन्स कॅपेसिटन्स रेझिस्टन्स या सर्व सिस्टीममध्ये दोन डेरिवेटिव्हसह भिन्न समीकरणे समाविष्ट आहेत म्हणून दुसरी क्रम भिन्न समीकरणे आहेत ज्याचा आपण अभ्यास करू.

द्वितीय क्रम भिन्नतेचा अभ्यास करा समीकरणे पहिल्या क्रमातील भिन्न समीकरणाने सुरुवात करणे स्वाभाविक आहे आणि या कोर्समध्ये आपण फक्त दुसऱ्या क्रमातील भिन्न समीकरणे पाहणार आहोत जे तुम्हाला सध्याच्या व्याख्यानांच्या मालिकेपलीकडे पाहण्याची आवश्यकता आहे

त्यामुळे xy चा f a आहे दोन व्हेरिएबल्सचे कार्य म्हणून आपण प्रामुख्याने तीन प्रकारची विभेदक समीकरणे पाहणार आहोत 1.

9 म्हणजे ती विभेदक समीकरणे ज्यांना चल विभक्त समीकरणे म्हणतात आणि दुसऱ्या प्रकारची भिन्न समीकरणे एकसंध भिन्न समीकरणे म्हणून ओळखली जातात आणि तिसरी समीकरणे रेखीय समीकरणे आणि त्यांचे जवळचे चुलत भाऊ अथवा बहीण बरनौली समीकरण लक्षात ठेवा की अगदी सुरुवातीपासून मी जीन बर्नौलीचे नाव ठेवले आहे जे विभेदक समीकरणांच्या या ऐतिहासिक विकासातील एक अतिशय महत्त्वाचे व्यक्तिमत्त्व होते तेच बर्नौली आहे म्हणून त्याचे नाव आता इतके रेखीय समीकरणे दिसते आणि **bernoulli** समीकरणे म्हणून आपण या तीन प्रकारची समीकरणे t मध्ये पाहू त्याचा कोर्स ठीक आहे, चला तर मग आपण पहिले व्हेरिएबल विभाज्य समीकरण घेऊ या म्हणजे व्हेरिएबल विभाज्य समीकरण म्हणजे हे एक विशेष प्रकारचे विभेदक समीकरण आहे जेथे xy ची उजवी बाजू f xy ची उजवी बाजू f विविध असू शकते वेगवेगळ्या फंक्शन्सची उजवीकडे xy चा f x स्केअर अधिक y स्केअर किंवा xy चा f x x y xy मध्ये $\sin x$ $\cos y$ असू शकतो उदाहरणार्थ, या शेवटच्या दोन केसेस खूप खास आहेत त्याबद्दल xy चा f काय विशेष आहे

y च्या फंक्शनचे x गुणिले फंक्शन आहे पण पहिल्या उदाहरणात मी तुम्हाला xy चा f x स्केअर आणि y स्केअर बरोबर दिलेला आहे हे x च्या फंक्शनचे उत्पादन नाही आणि y चे फंक्शन बरोबर आहे तर काय आहेत व्हेरिएबल विभाजीत समीकरण 1.

9 हे व्हेरिएबल विभाज्य समीकरण आहे जर xy चे f हे

hx मध्ये gy च्या रूपात असेल तर क्षमस्व gx मध्ये hy असेल तर k असे असेल जेव्हा xy चे फंक्शन 1.

9 मध्ये दिसणारे f चे उत्पादन आहे फॉर्म gx hy मध्ये मग आपण म्हणतो की विभेदक समीकरण व्हेरिएबल विभाजीत आहे बरोबर ठीक आहे, म्हणून xy च्या 1.

9 f मध्ये gx आहे hy उजवीकडे gx hy मध्ये gx होणार आहे, चला ते लिहू द्या मला ते लिहू द्या म्हणजे तुम्ही dy by dx बरोबर f बघत आहात.

xy चा आणि मी गृहीत धरत आहे की xy चा हा f हा gx hy मध्ये आहे तर मी पुढे काय करायचे आहे मी y च्या h ने भागेन आणि मी ते y च्या 1 वर y ला dy ने dx समान लिहीन x च्या g साठी अर्थातच मी गृहीत धरणार आहे की y चा h θ नाही मी गृहीत धरणार आहे मग पुढे काय आहे ते x चे फंक्शन आहे आणि y हे समाधान देखील x चे फंक्शन आहे आणि h एक फंक्शन आहे y चे y आणि y हे x चे फंक्शन आहे मी x च्या संदर्भात दोन्ही बाजू एकत्र करणार आहे

त्यामुळे तुम्हाला 1.

10 हे समीकरण h ने भागलेले दिसेल मी गृहीत धरणार आहे की hy शून्य नाही खरं तर आपण गृहीत धरणार आहोत की gx θ नाही किंवा hy θ नाही.

त्यांच्यापैकी एक 0 असेल तेव्हा काय होते ते आपण नंतर घेऊ आणि अशी प्रकरणे कोणत्याही गणितात नेहमीच उद्भवतील मॅटिकल अॅनालिसिस जेव्हा तुम्ही भागाल तेव्हा तुम्हाला त्या विशेष केसेस पहाव्या लागतील ज्यामध्ये तुम्ही ज्या प्रमाणात भागाकार करता ते शून्य असते त्या केसेस नेहमी वेगळ्या पद्धतीने हाताळल्या जातात आम्ही ते नंतर करू म्हणून वादाच्या प्रवाहात व्यत्यय आणू नये म्हणून आम्ही h ने भागू

y आणि तुम्ही समीकरण 1.

10 च्या दोन्ही बाजूंना x च्या संदर्भात एकत्रित केले तर तुम्हाला काय मिळेल तुम्हाला 1 वर $hydy$ द्वारे dx मध्ये dx बरोबरी $gx dx$ आता डाव्या बाजूकडे पहा डाव्या बाजूला अविभाज्य आहे हे खूप खास आहे uh प्रतिस्थापन प्रमेय लागू करण्याचा मोह होतो प्रतिस्थापन प्रमेय लागू करणे खूप मोहक आहे जेणेकरून तुम्हाला x चे y y चे h लक्षात ठेवता येईल आणि y हे xy चे फंक्शन आहे x चे फंक्शन तुम्हाला x च्या y ला u बरोबर ठेवायचे असेल तर x चा y बरोबर u नंतर $dy dx dx$ बरोबर d असेल त्यामुळे r वरील आपले अविभाज्य dy मध्ये रूपांतरित होईल hy बरोबर integral $gx dx$ म्हणून एक प्रतिस्थापन प्रमेय आहे परंतु आपण प्रतिस्थापन प्रमेय लागू करण्यापूर्वी आपण सावधगिरी बाळगली पाहिजे की व्युत्पन्न तुम्ही व्हेरिबल्समध्ये बदल करत असलेल्या प्रतिस्थापन प्रमेयातील बदल शून्य नसावा, उदाहरणार्थ तुमच्या इंटिग्रल कॅल्क्युलसमध्ये तुम्हाला 1 वजा x चौरस dx चे वर्गमूळ समाकलित करायचे आहे, तुम्ही म्हणाल x ला साइन थीटा बरोबर ठेवा.

x समान sine theta ला ठेवू शकता जोपर्यंत तुम्ही मध्यांतर वजा π by 2 π by 2 मध्ये काम करत आहात तोपर्यंत व्हेरिबल्सचा बदल x sine theta च्या बरोबरीचा आहे व्युत्पन्न दुसऱ्या शब्दात dy by dx शून्य नसणे आवश्यक आहे विभेदक समीकरण 1.

10 वर परत जा आपण आधीच गृहीत धरत आहोत की hy शून्य नाही आता आपण gx हे शून्य नाही असे गृहीत धरणार आहोत त्यामुळे तुमचा dy द्वारे dx नॉन- शून्य होणार आहे प्रतिस्थापन प्रमेय वैध आहे आणि त्यामुळे आम्हाला समीकरण 1.

11 आता ठीक आहे.

उजव्या बाजूला $gx dx$ समाकलित करण्यासाठी आम्हाला काय बाकी आहे आणि आम्हाला डाव्या बाजूला dy द्वारे hy द्वारे समाकलित करणे आवश्यक आहे आशा आहे की आम्ही हे एकत्रीकरण करू शकू आणि आशा आहे की आम्हाला बंद उत्तर मिळेल परंतु तुम्हाला तुमच्या अनुभवावरून माहित आहे.

या फक्त आशा आहेत आणि त्या नेहमी साकारल्या जाऊ शकत नाहीत अशा फंक्शन्सची अनेक उदाहरणे तुम्हाला माहित आहेत ज्यांचे अनिश्चित अविभाज्य $gxdx$ गणले जाऊ शकत नाही किंवा त्याची गणना खूपच अवघड असू शकते कधीकधी ते सोपे असतात जर त्यांची गणना करणे सोपे असेल तर आम्ही भाग्यवान आहोत .

गणनेसाठी आपण बरेचदा भाग्यवान नसतो एकतर त्यासाठी काही अत्यंत हुशार हाताळणीची आवश्यकता असते आणि कधीकधी अनिश्चित अविभाज्य घटकांची गणना करणे शक्य नसते परंतु हे जीवन आपल्याला ते स्वीकारावे लागेल , आपण एक साथे उदाहरण पाहू या आणि सामान्यतः जे घडते ते विभेदक समीकरण सुसज्ज होते.

काही सुरुवातीच्या परिस्थितींसह मी या टिप्पणीनंतर सोडवलेल्या उदाहरणाकडे येईन इलेक्ट्रिकल सर्किटद्वारे किंवा ते साध्या पेंडुलमच्या सरासरी स्थितीतून विस्थापन असू शकते म्हणून आपल्याला काय हवे आहे यासाठी आपण स्वतंत्र व्हेरिबलचा टाइम व्हेरिबल म्हणून विचार केला पाहिजे आणि काही वेळेस टाइम टी इक्वल टू टी नॉट असे म्हणावे लागेल.

जर तुम्ही रासायनिक अभिक्रियेचा अभ्यास करत असाल तर रासायनिक अभिक्रिया करणाऱ्या विविध पदार्थांची एकाग्रता शून्याच्या बरोबरीची आहे किंवा रासायनिक अभिक्रिया करणाऱ्या पदार्थांची एकाग्रता एका विशिष्ट वेळी नमूद करणे आवश्यक आहे किंवा जर अभ्यास केला असेल तर वर्तमान इलेक्ट्रिकल सर्किटच्या वेळी विद्युतप्रवाह निर्दिष्ट केला जाऊ शकतो, त्यामुळे आपल्याला वेळेच्या t समान t नॉटच्या बरोबरीच्या वेळेस डेटा आवश्यक आहे , तो उपाय आहे जो आपण शोधण्याचा प्रयत्न करीत आहात तो कमीत कमी एक विशिष्ट बिंदू सांगा.

वेळ t समान t शून्य दुसऱ्या शब्दात आपल्याला y चे मूल्य दिले जाते t च्या बरोबरीच्या वेळी t शून्य असते की आपल्याला द्रावणाचे मूल्य दिले जाते yt समाधान yt निर्धारित केले जाते t समान वेळी t na ught आणि तुम्ही काय करता ते तुम्ही मध्यांतरात उपाय शोधता t naught उणे a to t naught अधिक सामान्यतः भिन्न समीकरणे काही बाजूंच्या अटींसह सुसज्ज असतात जसे की प्रारंभिक परिस्थिती इतर शब्दात तुम्ही पाहत आहात केवळ विभेदक समीकरण पाहत नाही तर तुम्ही केवळ xy च्या f च्या dx च्या बरोबरीचे dx चे विभेदक समीकरण पाहत नाही हे काही अतिरिक्त अटींसह पूरक आहे जसे की x च्या y चे मूल्य x वर y ची किंमत x समान नाही तुम्हांला दिलेले आहे म्हणायचे आहे की काही नाही असा एक इशारा आहे जो तुम्ही विभेदक समीकरणात देखील पाहता, सर्वत्र परिभाषित केले आहे मध्यांतर i ज्यावर समाधानाचा अर्थ होतो तो मर्यादित असू शकतो हे अगदी सोप्या आणि विशेष प्रकरणात पाहूया.

विभेदक समीकरण dy by dt बरोबर y वर्ग हे एक अतिशय निष्पाप दिसणारे विभेदक समीकरण dy द्वारे dt बरोबर y वर्ग आहे आणि आपण असे म्हणूया की t वेळी द्रावणाचे मूल्य 0 i च्या बरोबरीचे आहे.

sc जेथे c हा स्थिरांक आहे आणि c हा केवळ कल्पना निश्चित करण्यासाठी सकारात्मक स्थिरांक आहे असे गृहीत धरले तर वरीलप्रमाणे पुढे जाणे म्हणजे आपल्याला काय म्हणायचे आहे ते वरीलप्रमाणे आपण y वर्गाने भागतो आणि t उजवीकडे y ने भागाकार करून दोन्ही बाजू एकत्रित करतो चौरस करा आणि t च्या संदर्भात दोन्ही बाजू एकत्रित करा म्हणून आपण ते करूया म्हणून आपण dy ने dt च्या बरोबर y स्केअर y 0 च्या c च्या बरोबरीने पाहत आहोत म्हणून आपण y स्केअर 1 वर y स्केअर dy ने dt च्या बरोबर 1 म्हणून समाकलित करू.

वेळेच्या संदर्भात दोन्ही बाजूंना अविभाज्य 1 वर y स्केअर dy द्वारे dt dt बरोबर dt dt बरोबर तेच आम्ही आता हेच केले आहे ही डावी बाजू

y चौरस द्वारे अविभाज्य करण्यासाठी सुलभ करेल व्हेरिबल्स प्रतिस्थापन प्रमेय बदलल्याबद्दल धन्यवाद प्रतिस्थापन प्रमेय मी तुम्हाला हे देईन, तुम्ही स्लाइडमध्ये dy by y वर्ग समान dt integrate पहात आहात आणि एकत्रीकरणाचा स्थिरांक लक्षात ठेवा हे अनिश्चित पूर्णांक आहेत त्यामुळे i चा स्थिरांक असेल.

इंटीग्रेशन भोवती फिरत आहे म्हणून चला ते करू या इंटीग्रेशनचा स्थिरांक टाकू आणि काय होते ते बघूया म्हणजे तुम्ही इंटीग्रल dy कडे y स्केअर इक्वल टू इंटीग्रल dt बघत आहात तर काय होते वजा 1 वर y समान t अधिक b जेथे b चा स्थिरांक आहे इंटीग्रेशन बरोबर आहे जेणेकरून t च्या y च्या बरोबरीचे वाचन करा वजा 1 वर t अधिक b आत्ताच सुरुवातीच्या स्थितीत ठेवा लक्षात ठेवा की आम्हाला सुरुवातीच्या अटी दिल्या आहेत 0 च्या बरोबर t पुट करा 0 च्या बरोबरी तेव्हा आम्हाला माहित आहे की y च्या y t बरोबर 0 म्हणजे c , मग आपल्याला c च्या बरोबरीचे वजा 1 वर b किंवा b बरोबर उणे 1 वर c बरोबर काय मिळेल, आर्बिट्ररी स्थिरांकाचे मूल्य आता मोजले गेले आहे, आम्ही आत्ताच अनियंत्रित स्थिरांक समाकलन स्थिरांकाचे मूल्य काढले आहे.

यातील फीडबॅक येथे हे मूल्य परत ठेवू या, आम्हाला काय मिळेल t चे yy बरोबर उणे 1 वर t वजा 1 वर c किंवा c द्वारे 1 वजा ct असेल म्हणजे हे विभेदक समीकरणाचे समाधान आहे फरक इरेन्शियल इन्केशन हे फंक्शन नोटिस आहे की टी 1 वर c जवळ आल्यास काय होते काय होते जेव्हा t 1 वर c जवळ येतो तेव्हा काय होते या ऑब्जेक्टचे काय होते येथे ही गोष्ट अनंतापर्यंत उडते ती गोष्ट अनंतापर्यंत उडते

त्यामुळे येथे तुम्ही हे स्लाइड i मध्ये पहा यावर लाल रंगात टिप्पणी केली होती कारण t हा डावीकडून 1 बाय c कडे झुकतो जो t उगमस्थानापासून सुरू होतो आणि तो पुढे जातो आणि वेळ विकसित होतो आणि जेव्हा वेळ t 1 बाय c जवळ येतो तेव्हा सोल्यूशनचे काय होते समाधान फक्त अनंतापर्यंत जाते मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत पळून जातो

त्यामुळे भौतिक प्रणालीच्या उल्लांतीला भौतिक प्रणालीचा

अर्थ प्राप्त होतो तो फक्त वेळेपर्यंतच अर्थ प्राप्त होतो t समान 1 बाय c च्या पलीकडे t बरोबर 1 बाय c या भौतिक प्रणालीचा आधीच स्फोट झाला आहे आपत्ती ठीक आहे म्हणून ज्या मध्यांतरावर समाधान अस्तित्वात आहे तो वेळ ही संपूर्ण वास्तविक रेषा नाही ती सर्व उणे अनंतापासून 1 बाय c पर्यंत आहे याच्या पलीकडे नाही मथळा s म्हणतो ओल्यूशन मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत पळून जाते समाधान मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत पळून जाते,

म्हणून मी फक्त मागील स्लाइडवर परत जाऊ आणि आता आपण चेतावणी पाहू या जरी विभेदक समीकरण सर्वत्र परिभाषित केले असले तरीही भिन्न समीकरण पहा.

dy by dt बरोबर y स्केअर यात काहीही चूक नाही y वर्ग हे विभेदक समीकरण सर्वत्र परिभाषित केले आहे विभेदक समीकरण सर्वत्र परिभाषित केले आहे तरीही समाधान मर्यादित वेळेत अनंतापर्यंत पोहोचते

त्यामुळे विभेदक समीकरण देखील सर्वत्र परिभाषित केले जाते मध्यांतर i ज्यावर समाधान आहे अर्थ मर्यादित असू शकतो आणि अगदी हेच या विशेष प्रकरणात घडते म्हणून आम्ही हे पहिले व्याख्यान येथे थांबवू आणि आम्ही हे दुसऱ्या व्याख्यानात सुरू ठेवू तुमचे खूप खूप आभार तुमचे