

સુપ્રભાત , વિભેદક સમીકરણો પરના વ્યાખ્યાનોની આ શ્રેણીમાં આપનું સ્વાગત છે, હું iIT બોમ્બેના ગણિત વિભાગમાંથી પ્રોફેસર ગોપાલ કૃષ્ણ સુનિમાસન

છું

તેથી અમે આ વ્યાખ્યાનોની શ્રેણીની શરૂઆત ટૂંકા ઐતિહાસિક સ્કેચ સાથે કરીશું.

વિભેદક સમીકરણો અને કેલ્ક્યુલસના આ યુગની શરૂઆતમાં જે મહત્વની બાબતો બની છે તે પછી હું તમને કેટલાક મહત્વપૂર્ણ ગણિતશાસ્ત્રીઓના નામ આપીશ જેમણે વિભેદક સમીકરણોના અભ્યાસમાં યોગદાન આપ્યું હતું તો યાવો તેના કેલ્ક્યુલસ આઇઝેક ન્યૂટન સાથે તેના ગતિશાસ્ત્રના નિયમો સાથે સજ્જ થવાનું શરૂ કરીએ.

ગ્રહોની ગતિને વિષુવવૃત્તિની ચોકસાઈ અને ભરતીના ખગોળશાસ્ત્રની રચનાને સમજાવવામાં સક્ષમ હતા જે અત્યાર સુધી પ્રયોગમૂલક વિજ્ઞાનમાં ગતિશીલ વિજ્ઞાનમાં ફેરવાઈ ગયું છે, આ ન્યૂટનની એક સ્મારક સિદ્ધિ છે જેને કારણે તેને ખૂબ જ મહાન માનવામાં આવે છે.

માત્ર કેલ્ક્યુલસની શોધ માટે પરંતુ વિચારોના રૂપાંતરણ માટે જે પરિવર્તન થાય છે સારમાં એક ગતિશીલ વિજ્ઞાન તરીકે ખગોળશાસ્ત્રનો અભ્યાસ ન્યૂટને જે કર્યું તે મૂળભૂત રીતે બે શરીરની સમસ્યા માટે વિભેદક સમીકરણોની સિસ્ટમ સાથે કામ કર્યું અને તે કેપ્લરના ગ્રહ મુક્ત ગતિના નિયમો મેળવવામાં સક્ષમ હતા જેથી વિભેદક સિદ્ધાંતની ઉત્પત્તિ ઓછામાં ઓછા ન્યૂટન સુધીના સમીકરણો શોધી શકાય છે, હવે યાવો હું તમને આગળની સ્વાઇડમાં લઈ જઈશ, જે માસ્ટર્સના કેટલાક નામો દર્શાવે છે જે શરૂઆતના માસ્ટર્સ આ વિષયમાં યોગદાન આપ્યું હતું, પ્રથમ તમે આઇઝેક બેરોનું નામ જુઓ જેઓ શિક્ષક હતા. આઇઝેક ન્યૂટનના કેલ્ક્યુલસના કેટલાક વિચારો પહેલાથી જ આઇઝેક બેરો પર પાછા જાય છે પછી અલબત્ત 1687 માં ન્યૂટન આવે છે તેણે 1693 માં એક રેખીય વિભેદક સમીકરણને એકીકૃત કર્યું

તમે લીબનીઝનું નામ જુઓ છો અને તેણે શોધ્યું કે સજાતીય સમીકરણો માટે y બરાબર tx અવેજીમાં આવે છે.

બર્નોલીનું એક ખૂબ જ પ્રખ્યાત નામ આપણે પછીથી કદાચ પાંચમા કે છઠ્ઠા વ્યાખ્યાનમાં બર્નોલી સમીકરણનો સામનો કરીશું અને બર્નોલીએ આ ઘટનામાં યોગદાન આપ્યું છે વિભેદક સમીકરણોની થિયરી પર ધ્યાન આપો તો તમે રિક્કાટીનું નામ જોશો જે પ્રખ્યાત સમીકરણ y પ્રાઇમ ઇક્વલ ટુ $ax y$ સ્ક્વેર્ડ વત્તા bxy વત્તા cx છે આ વિભેદક સમીકરણ કુખ્યાત છે કારણ કે તે નિર્દોષ રીતે ઉકેલી શકાતું નથી જો કે એવું લાગે છે કે તે વિશિષ્ટ સિવાય ઉકેલી શકાતું નથી.

કેસ લિયોનાર્ડ યુલર ઘ ગ્રેટ જીનિયસ તેમણે બતાવ્યું કે કેવી રીતે રિક્કાટી સમીકરણને રેખીય સમીકરણમાં ઘટાડી શકાય છે જો કોઈ ચોક્કસ ઉકેલ જાણીતો હોય તો સૂચિ ખૂબ લાંબી છે અને આપણે આ સૂચિને કાપી નાખવી જોઈએ કારણ કે વિભેદક સમીકરણોનો વિષય ઓછામાં ઓછો 350 વર્ષ જૂનો છે અને અમે આ વર્તમાન અભ્યાસક્રમની જીણવટભરી સ્થિતિ સુધી પહોંચવાની જરૂર છે અને અમે આ ઐતિહાસિક વિકાસ પર વધુ ધ્યાન આપી શકતા નથી, હું તમને ઐતિહાસિક વિકાસ માટે ફક્ત એક સંદર્ભ આપવા માંગુ છું , આ પુસ્તકના પ્રારંભિક પ્રકરણમાં વિભેદક સમીકરણો પર રબ્બી દ્વારા એક પરિચય મૂળભૂત વિભાવનાઓ પરિણામો અને એપ્લિકેશન બીજી આવૃત્તિ

જ્યારે વ્યક્ત કરવામાં આવે ત્યારે તેમાં ભૌતિકશાસ્ત્રના સુંદર ઐતિહાસિક પરિચયના નિયમો છે ગાણિતિક દ્રષ્ટિએ વિભેદક સમીકરણોને જન્મ આપે છે ઉદાહરણ તરીકે રસાયણશાસ્ત્રમાં સામૂહિક ક્રિયાનો કાયદો તમને રાસાયણિક ગતિશાસ્ત્ર અને એન્જાઇમ ગતિશાસ્ત્રના મોડલના વિભેદક સમીકરણો આપે છે જે બાયોલોજી ઇકોલોજી ડેમોગ્રાફીમાં ઉદ્ભવતા હોય છે જે તમામ વિભેદક સમીકરણોને જન્મ આપે છે અમે આમાંથી કેટલાક ઉદાહરણો જોશું .

આજના લેક્ચરના પાછલા ભાગમાં ઇકોલોજીકલ મોડલ, રાસાયણિક ગતિશાસ્ત્ર અને ગાણિતિક ઇકોલોજીમાં ઉદ્ભવતા વિભેદક સમીકરણો વચ્ચે કેટલીક આઘાતજનક સમાનતાઓ જોવા મળે છે, ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાન આજે એક વિશાળ ક્ષેત્રમાં વિકસ્યું છે અને સક્રિય રીતે બે પ્રકારની સિસ્ટમો વચ્ચે મજબૂત સમાનતા છે.

ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાનમાં સંશોધન યાવી રહ્યું છે ઉદાહરણ તરીકે ઇસી સીમેન્સ હૃદયના ધબકારાને વિભેદક સમીકરણોની સિસ્ટમ તરીકે મોડલિંગ કરવામાં સફળ થયા હોજકિન અને હક્સલીને તેમના ન્યુરલ ઇમ્પલ્સના કામ માટે નોબેલ પુરસ્કાર મળ્યો તો પછી ભૂમિતિમાં સમસ્યાઓ ઊભી થાય છે

તેથી અહીં એક પરિસ્થિતિ છે જ્યાં અમે એપ્લિકેશન જોઈએ છીએ ગણિતના એક ભાગથી ગણિતના બીજા ભાગમાં તેથી વિભેદક સમીકરણો ભૌતિક વિજ્ઞાનમાં એન્જિનિયરિંગમાં જૈવિક વિજ્ઞાનમાં રસાયણશાસ્ત્રમાં ઇકોલોજી ડેમોગ્રાફી, ગાંઠોના રોગોના વિકાસનો ફેલાવો અને અન્ય ઘણી બધી વસ્તુઓ અને હા ભૂમિતિમાં સમસ્યાઓ ઊભી થાય છે.

વિભેદક સમીકરણો માટે,

તેથી વિભેદક સમીકરણોનો અભ્યાસ કરવો જોઈએ તે માટે ઘણા કારણો છે ત્યાં પ્રેરક કારણો છે કે શા માટે વ્યક્તિએ વિવિધ વિભેદક સમીકરણોનો અભ્યાસ કરવો જોઈએ અને તમે આ અભ્યાસક્રમમાં જે જોશો તે માત્ર ગણિતના ખૂબ જ વિશાળ ક્ષેત્રની સાધારણ શરૂઆત છે.

યાવો એક ખૂબ જ સરળ ભૌતિક પરિસ્થિતિને જોઈને શરૂ કરીએ

સાદું લોલક એટલે સાદું લોલક શું છે તે એક બિંદુથી લટકેલા દળ m નો બોબ ધરાવે છે જેમ તમે આ ચિત્રમાં જોઈ શકો છો કે વજનહીન સળિયા દ્વારા સ્થગિત દળ m નો બોબ લંબાઈ 1 જે ઓસિલેશનમાં સેટ છે અને આ કોણ આ સરેરાશ સ્થિતિ અથવા બોબ અને આ બોબ i છે s એ કોણ y દ્વારા વિસ્થાપિત થાય છે અને તે ઓસિલેશનમાં સેટ થયેલ છે તમે જુઓ છો કે બોબનો સમૂહ m છે અને mg એ વજન છે જે ઊભી રીતે નીચેની તરફ કામ કરે છે અને $mg \sin y$ એ ઘટક છે આ દિશાનો ઘટક છે સ્પર્શક દિશા હવે આપણે ઇચ્છીએ છીએ ન્યૂટનનો ગતિનો બીજો નિયમ લોલકના આ બોબની ગતિને સંચાલિત કરતી વિભેદક સમીકરણોની સિસ્ટમને કેવી રીતે જન્મ આપે છે તે બતાવવા

માટે, યાવો જોઈએ કે t ની y સમયે કોણીય વિસ્થાપન બરાબર છે અને હવે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે કોણીય પ્રવેગક

તેથી જો વિસ્થાપનનો કોણ y છે પછી કોણીય વેગ શું છે તે dt દ્વારા dy છે કોણીય પ્રવેગ શું છે તે d^2y બાય dt ચોરસ છે અને તમારી પાસે એક બળ છે જે ઊભી રીતે નીચેની તરફ કામ કરી રહ્યું છે અને તે બળ એકને જન્મ આપશે ટોર્ક તો આ ટોર્કની તીવ્રતા શું છે આ ટોર્કની તીવ્રતા mgI સાઈન y છે ટોર્ક મેળવવા માટે તમારે આને 1 વડે ગુણાકાર કરવો પડશે અને હવે આ બોબની જડતાની ક્ષણ i ની ક્ષણ કેટલી છે આ બોબનો નેટિયા

mI સ્ક્વેર છે

તેથી ચાલો સ્વાઈડ્સ પર પાછા જઈએ અને તમે જોશો કે જડતાની ક્ષણ mI સ્ક્વેર છે તમે કોણીય પ્રવેગક d^2y ને dt સ્ક્વેર દ્વારા dt સ્ક્વેરનો ગુણાકાર કરો અને તે બાહ્ય ટોર્ક દ્વારા સંતુલિત થશે.

બાહ્ય ટોર્ક માઈનસ mgI સાઈન y છે m રદ થાય છે અને તમને સમીકરણ 1.

1 d^2y બાય dt સ્ક્વેર વત્તા g ઓવર 1 સાઈન y બરાબર 0 મળે છે.

તેથી સમીકરણ 1.

1

એ એક સરળ લોલકની ગતિને સંચાલિત કરતું વિભેદક સમીકરણ છે

તેથી આ સરળ લોલક બોમ્બ અથવા સાદા લોલકની ગતિ આ વિભેદક સમીકરણ દ્વારા સંચાલિત થાય છે d^2y બાય dt સ્ક્વેર વત્તા g ઓવર 1 સાઈન y બરાબર 0 જે સરળ લોલકની ગતિ માટેનું વિભેદક સમીકરણ છે

સાદું લોલક એ એક ma છે m નું માસ લંબાઈ 1 અને ગતિમાં સેટ કરો ઠીક છે તો ચાલો આ વિભેદક સમીકરણ 1.

1 પર પાછા જઈએ જેથી તમે જોશો કે બે સમયના ડેરિવેટિવ્સ છે તે d^2y બાય dt સ્ક્વેર છે

તેથી આ બીજો ક્રમ વિભેદક સમીકરણ છે આયન બરાબર છે અને અમ તો ચાલો હવે પછીના પર જઈએ તો ચાલો આપણે ભૌતિકશાસ્ત્રમાંથી એક વધુ ઉદાહરણ જોઈએ shm એ સાદી હાર્મોનિક ગતિ માટે વપરાય છે તો સરળ હાર્મોનિક ગતિ શું છે એક કણ જો તેની સાથે આગળ વધે તો તેને સરળ હાર્મોનિક ગતિ પ્રદર્શિત કરે તેવું કહેવાય છે.

એક સીધી રેખા સૌ પ્રથમ તે એક સીધી રેખામાં આગળ વધે છે અને કણ પર કાર્ય કરતું બળ મૂળના વિસ્થાપનના પ્રમાણસર હોય છે અને બળ વિસ્થાપનની વિરુદ્ધ દિશામાં કાર્ય કરે છે

તેથી કણનું વિસ્થાપન t પછી y છે પ્રવેગક d^2y છે dt વર્ગ અને આ પ્રવેગને m વડે ગુણાકાર કરો તો તમને બળ મળે છે અને આ બળ y ના પ્રમાણસર છે અને

તેથી આ બળ ky ની તીવ્રતા ધરાવે છે અને તે નકારાત્મક ચિહ્ન પસંદ કરશે કારણ કે દિશા વિરુદ્ધ છે

તેથી સંતુલન કાયદો તમને $m d^2y$ બાય dt સ્ક્વેર વત્તા ky બરાબર 0 ભાગાકાર m અને k ને m વડે ઓમેગા સ્ક્વેર તરીકે કોલ કરો અને અમને ડિફરન્સિયલ સમીકરણ 1.

2 d^2y બાય dt સ્ક્વેર વત્તા ઓમેગા સ્ક્વેર y બરાબર 0 મળે છે.

તેથી સમીકરણ 1.

2 એ બીજા ક્રમનું વિભેદક સમીકરણ છે તે શા માટે બીજા ક્રમનું વિભેદક સમીકરણ છે કારણ કે તમે જુઓ છો કે બીજું વ્યુત્પન્ન d^2y બાય dt ચોરસ બરાબર દેખાય છે

તેથી હવે અહીં આપણે ભૌતિકશાસ્ત્રનું બીજું ઉદાહરણ જોઈએ છીએ જ્યાં આપણને વિભેદક સમીકરણ મળ્યું છે સંતુલન કાયદા દ્વારા સંતુલિત કાયદાને જોઈને

તેથી હું ફરીથી પુનરાવર્તન કરું છું કે ભૌતિકશાસ્ત્રના નિયમો જ્યારે ગાણિતિક શબ્દોમાં દર્શાવવામાં આવે છે ત્યારે વિભેદક સમીકરણોને જન્મ આપે છે અને આપણે પહેલાથી જ આવા બે ઉદાહરણો જોયા છે બે ઉદાહરણો તે બંને બીજા ક્રમના વિભેદક સમીકરણો છે, ચાલો આપણે થોડું આગળ વધીએ.

થોડું આગળ અને ફરીથી ભૌતિકશાસ્ત્રના ઉદાહરણો જોઈએ પણ તે પહેલાં ચાલો આ સરળ હાર્મોનિક ગતિને થોડી વિગતમાં જોઈએ જેથી સરળ હાર્મોનિક ગતિનું સમીકરણ ફરીથી સ્વાઈડ્સ d^2y માં dt squared plus omega squared y equal દ્વારા પ્રદર્શિત થાય.

0 થી કોઈ પણ વ્યક્તિ 1.

2 સમીકરણમાં ઓમેગા ટીના કોસાઈનને બદલી શકે છે

અને સીધું જ ચકાસી શકે છે કે ઓમેગા ટીનું કોસાઈન સમીકરણને સંતોષે છે 1.

2 પર

તેથી આપણે સમીકરણ 1.

2 ના સોલ્યુશન તરીકે ઓમેગા ટીના કોસાઈનને બોલાવીએ છીએ તેવી જ રીતે કોઈ પણ સાઈન ઓમેગા ટીના y બરાબરનો પ્રયાસ કરી શકે છે અને તેને વિભેદક સમીકરણ 1.

2 માં બદલી શકે છે અને કોઈ ચકાસી શકે છે કે સાઈન ઓમેગા ટી પણ સમીકરણ 1.

2 નો ઉકેલ છે

તેથી અમને મળ્યું બે ઉકેલો કોસાઈન ઓમેગા ટી અને સાઈન ઓમેગા ટી 1.

2 હવે ભૌતિકશાસ્ત્રમાં તમે સુપરપોઝિશનના વિચારથી પરિચિત છો

તેથી તમે બે તરંગોની સુપરપોઝિશન બરાબર લો છો તો સુપરપોઝિશનનો ગાણિતિક અર્થ શું છે તે કહેવાનો અર્થ શું છે કે આપણે સુપરપોઝિશન લઈએ છીએ કોસાઈન અને સાઈન એટલે કે તમે ત્રીજા પ્રકારનું સોલ્યુશન 1.

3 જુઓ એટલે કે કોસ ઓમેગા ટી પ્લસ બી સાઈન ઓમેગા ટી તો ચાલો આપણે સમીકરણ 1.

3 લઈએ અને તેને સમીકરણ 1.

2 માં બદલીએ અને તમે ઝડપથી ચકાસવા માટે સમર્થ હશો કે 1.

3 પણ સંતોષે છે.

વિભેદક સમીકરણ 1.

2 તો આપણે શું કર્યું હવે આપણે 1.

2 ના ઘણા ઉકેલો દાખલ કર્યા છે જેમ કે કોસાઈન ઓમેગા ટી સાઈન ઓમેગા ટી અને સામાન્ય રીતે કોસાઈન ઓમેગા ટી પ્લસ બી સાઈન ઓમેગા ટી જે 1.

3 નોટિસ છે 1.

3 માં જો તમે 0 ની બરાબર 1 અને b બરાબર 0 લઈએ તો આપણને ઓમેગા t નો કોસાઈન મળે છે જો આપણે 0 ની બરાબર અને b 1 ની બરાબર લઈએ તો આપણને સાઈન ઓમેગા ટી મળે છે અને હું વિવિધ મૂલ્યો 1 2 3 ઓછા અડધા આપી શકું છું 1 3 ગમે તે હોય અને તમે b વિવિધ મૂલ્યો આપી શકો 1 પર રુટ 2 1 ઓછા 1 0 વગેરે

તેથી અચળ a અને b સમીકરણ 1.

3 ની દરેક પસંદગી માટે હાર્મોનિક ઓસિલેટર સમીકરણ 1.

2 નું સોલ્યુશન પ્રદર્શિત કરે છે

તેથી અમે 1.

2 ના ઘણા ઉકેલોની નોંધણી કરી છે હકીકતમાં અમે 1.

2 ના સોલ્યુશન્સના અનંત પરિવારની યાદી બનાવી છે જો કે યાલો આપણે આપણી જાતને આ પ્રશ્ન પૂછીએ કે શું આપણે બધા ઉકેલોની સૂચિબદ્ધ કરી છે મને કેવી રીતે ખબર છે કે આ 1.

3 તમામ ઉકેલોને ખતમ કરી નાખે છે કદાચ કોઈ વ્યક્તિ ખૂબ જ હોશિયાર હોઈ શકે છે અને 1.

2 નું સોલ્યુશન ઉત્પન્ન કરી શકે છે જે ફોર્મનું નથી a cosine omega t plus b sine omega t આ પ્રશ્નનો જવાબ આપવો જોઈએ કે આપણે કેવી રીતે જાણી શકીએ કે જો zt એ 1.

2 નું કોઈપણ સોલ્યુશન હોય તો zt એ ચોક્કસ સ્થિરાંકો a અને b માટે કોસાઈન ઓમેગા ટી પ્લસ b સાઈન ઓમેગા ટી સ્વરૂપનું છે.

જુઓ કે આપણે કુદરતી રીતે મી તરફ દોરી ગયા છીએ તમામ ઉકેલોના વર્ગનું વર્ણન કરવાની સમસ્યા એ દર્શાવવું મુશ્કેલ નથી કે 1.

3 1.

2 ના તમામ ઉકેલોને ખતમ કરે છે 1.

2 ના દરેક ઉકેલો કોસાઈન ઓમેગા ટી પ્લસ બી સાઈન ઓમેગા ટીનું સ્વરૂપ છે આ સાબિત કરવું મુશ્કેલ નથી પરંતુ આપણે કરીશું નહીં.

આ ક્ષણે આપણે આ પર પાછા આવીશું જો સમય પરવાનગી આપે તો આપણે તેના બદલે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો તરફ આગળ વધીએ, યાલો આપણે વિદ્યુત સર્કિટના કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ કે 1.

2 1.

2 નું એનાલોગ શું છે તે એક સરળ હાર્મોનિકની યાંત્રિક સિસ્ટમ છે.

એક બળ દ્વારા સીધી રેખા સાથે આગળ વધતા કણની ગતિ જે રેખીય છે અને 1.

2 ની વિરુદ્ધ દિશામાં એનાલોગ પણ વિદ્યુત સર્કિટના સિદ્ધાંતમાં ઉદભવે છે એટલે કે 1c સર્કિટ 1 એ ઇન્ડક્ટન્સ અને c એટલે કેપેસિટન્સનો અર્થ થાય છે

તેથી આની ચર્ચા માટે એલસી સર્કિટ્સ હું તમને રોબર્ટ રેસ્નિક અને ડેવિડ હેલીડેના પ્રખ્યાત પુસ્તકનો સંદર્ભ આપીશ જે મને ખાતરી છે કે તમે બધા તમારી તૈયારીઓ માટે હાલમાં વાંચી રહ્યાં છો અને ત્રીજી આવૃત્તિ p માટેનો બીજો ભાગ આવૃત્તિ પર ધ્યાન આપો કારણ કે આ પુસ્તકની ઘણી આવૃત્તિઓ થઈ છે

તેથી જો તમે ખોટી આવૃત્તિ પસંદ કરશો તો અમે એક જ પૃષ્ઠ પર નથી

તેથી હું કુસ્તીની ત્રીજી આવૃત્તિમાં પૃષ્ઠ 845 સમીકરણ 38.

5 વિશે વાત કરી રહ્યો છું.

અને હોલિડે ફેમસ બુક ઓફ ફિઝિક્સ વોલ્યુમ 2.

ત્યાં તમે આ ઇલેક્ટ્રિકલ્સ એલસી સર્કિટનું ખૂબ જ વિગતવાર વર્ણન જોશો હકીકતમાં તે પૃષ્ઠ 848 પર એલસીઆર સર્કિટ વિશે વાત કરે છે અને

એલસીઆર સર્કિટને સંચાલિત કરતા સમીકરણ શું છે તે d2 q બાય dt સ્ક્વેર્ડ પ્લસ છે.

r ઉપર 1 dq બાય dt વતા q ઉપર 1c બરાબર શૂન્ય અહીં r એ પ્રતિકાર છે 1 એ ઇન્ડક્ટન્સ છે અને c એ કેપેસિટન્સ છે ખાસ કરીને જો પ્રતિકાર શૂન્ય હોય તો ખાસ કરીને પ્રતિકાર શૂન્ય હોય તો તમે r જુઓ છો તે વિભેદક સમીકરણનું શું થાય છે શબ્દ મધ્યમ શબ્દ ત્યાં નથી મધ્યમ પદ ત્યાં નથી જો r શૂન્ય હોય તો તમારી પાસે શું છે તમારી પાસે d બે ધન બાય dt ચોરસ વતા અચલ ગુણો q શૂન્ય છે 1c એક પર અચળ શું છે 1c એ સકારાત્મક સ્થિરાંક છે

તેથી તમે તેને ઓમેગા સ્ક્વેર્ડ કહી શકો જેથી તમે d2 ક્યુબ બાય dt સ્ક્વેર વતા ઓમેગા સ્ક્વેર q બરાબર 0 જુઓ પણ શું તે 1.

2 1.

2 d2y બાય dt સ્ક્વેર્ડ વતા ઓમેગા સ્ક્વેર y બરાબર શૂન્ય જેટલો નથી

તેથી તમે જુઓ છો કે ઇલેક્ટ્રીકલ સર્કિટ થિયરીમાં તમે જે એલસી સર્કિટનો સામનો કરો છો તે સાદી હાર્મોનિક ગતિની યાંત્રિક

પ્રણાલીનો વિદ્યુત એનાલોગ છે

તેથી બીજી તરફ વિભેદક સમીકરણ ખૂબ સમાન છે જો તમે પ્રતિકાર શબ્દમાં ફેંકો છો તો તમારી પાસે મધ્યમ શબ્દ છે r દ્વારા 1 dq બાય dt વચ્ચેનો શબ્દ મધ્યમ શબ્દ છે

તેથી આ સમીકરણ એક ઓસિલેટર હશે જેમાં એક ભીનાશવાળો શબ્દ હશે

તેથી હું તમને કુસ્તી અને રજાના સમીકરણ 15.

37 નો સંદર્ભ આપીશ હવે ચાલો આપણે ભૌતિકશાસ્ત્રના ક્ષેત્રને છોડી દઈએ અને ધીમે ધીમે 1798 માં બાયોલોજીના ક્ષેત્રમાં ખાસ કરીને ગાણિતિક ઇકોલોજી તરફ આગળ વધો, માલ્થુસે

ઇકોલોજીની વસ્તી વૃદ્ધિ માટે એક મોડેલનો પ્રસ્તાવ મૂક્યો જેમાં જીવતંત્રની માત્ર એક જ પ્રજાતિ છે ઉદાહરણ તરીકે તમે બેક્ટ વિશે વિચારી શકો છો.

બેક્ટેરિયલ સંસ્કૃતિનો વિકાસ હવે આ ઇકોલોજીમાં માત્ર એક જ પ્રજાતિ છે, આ મોડેલ પણ લિયોનાર્ડ યુલર દ્વારા સ્વતંત્ર રીતે પ્રસ્તાવિત કરવામાં આવ્યું હતું, જે મોડલ કહે છે તે કહે છે કે જો t ની y એ પ્રજાતિઓની વસ્તી હોય ત્યારે t જ્યારે dt દ્વારા વસ્તીમાં ફેરફાર એ સમયે હાજર વસ્તીના પ્રમાણસર છે અન્ય શબ્દોમાં dy દ્વારા dt એ k ગુણ્યા y છે અમુક સતત k પ્રમાણ માટે આ સમીકરણ છે 1.

4 એ એક પ્રજાતિના ઇકોલોજીનું સમીકરણ છે અથવા માલ્થુસિયન મોડેલ નોંધે છે કે 1.

4 તરત જ તમને આપે છે કે t ની y એ પાવર kt માટે ae હોવો જોઈએ સમીકરણ 1.

4 એ ae થી ઘાત kt ના ગુણાંક kt ના ઘાતાંકીય ગુણોથી સંતુષ્ટ છે

તેથી આ બતાવે છે કે y વસ્તી ઘાતાંકીય રીતે ઝડપથી વધવી જોઈએ

તેથી એક માટે માલ્થુસિયન મોડેલ અનુસાર પ્રજાતિઓ ઇકોલોજી વસ્તી y વિસ્ફોટ થાય છે તે ખૂબ જ ઝડપથી વધે છે તે શક્તિ kt માટે છે ચાલો આપણે આપણી જાતને થોડા પ્રશ્નો પૂછીએ કે શું આ વ્યવહારુ વસ્તી ખરેખર વધી શકે છે? અમર્યાદિત સમયગાળામાં ઘાતાંકીય રીતે ઝડપથી કુદરત વસ્તીના આવા ઘાતાંકીય વૃદ્ધિને મંજૂરી આપશે તો શું કુદરતી સંસાધનોની મર્યાદાઓને કારણે કેટલાક અવરોધક પરિબલો હશે નહીં જે આ ઘાતાંકીય વૃદ્ધિને અટકાવશે અમે જાણીએ છીએ કે આ વસ્તી વધવાનું ચાલુ રાખી શકશે નહીં.

અમુક સમયે ઘાતાંકીય રીતે ઝડપી એવી કોઈ મિકેનિઝમ હોવી જોઈએ કે જેના દ્વારા આને અટકાવવામાં આવે, આવી પદ્ધતિ વર્લ્ડસ્ટ દ્વારા 1836 માં પ્રસ્તાવિત કરવામાં આવી હતી જે વર્લ્ડ કહે છે તે છે કે વિભેદક સમીકરણ 1.

4 જુઓ ત્યાં માત્ર dy બાય dt બરાબર ky છે શું કહે છે તમે જુઓ છો કે જ્યારે જમણી બાજુએ કુદરતી સંસાધનોની અછત હોય છે જ્યારે હકારાત્મક ખોરાક હોય છે ત્યારે તે સામાજિક ઘર્ષણનું કારણ બને છે જે સામાજિક ઘર્ષણનું કારણ બને છે અને તે સામાજિક ઘર્ષણની વસ્તી વૃદ્ધિ પર નકારાત્મક અસર થાય છે.

ky શબ્દને r શબ્દ દ્વારા aky માઈનસ ky વર્ગમાં બદલવો આવશ્યક છે સમીકરણ 1.

5 પર જુઓ તફાવત $entia1$ સમીકરણ બદલાઈ ગયું છે વસ્તીના ફેરફારનો દર dy નથી dt બરાબર ky તે dy છે dt બરાબર ky માઈનસ અમુક શબ્દ શું છે ky વર્ગ r વડે r જ્યાં r બીજું સ્થિર છે આ r બીજા સ્થિર r કહેવાય છે પર્યાવરણની વહન ક્ષમતા આ સતત r પર્યાવરણની મર્યાદાઓ પર નિર્ભર રહેશે જેમાં ઇકોલોજી વિકસિત થઈ રહી છે ત્યાં જેડી મુરે દ્વારા ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાન પર એક ખૂબ જ સુંદર પુસ્તક છે મેં તમને તે સંદર્ભ આપ્યો છે કે તે સૌથી વ્યાપક સંધિઓમાંની એક છે જેના પર લખાયેલ છે.

ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાન અને તમે આ પુસ્તકમાં ઘણી બધી ઐતિહાસિક વિગતો મેળવશો વિવિધ મોડેલો વિવિધ મોડેલો કે જે વિવિધ વૈજ્ઞાનિકોએ આ વિવિધ મોડેલોના ગુણ અને ગેરફાયદાનો પ્રસ્તાવ મૂક્યો છે તે પ્રકારના વિભેદક સમીકરણો જે તમે વિવિધ ધારણાઓ કરીને મેળવો છો અને

તેથી વધુ હવે ચાલો.

બીજી સિસ્ટમ પર જાઓ ચાલો આપણે ઇકોલોજીકલ સિસ્ટમ પર જઈએ પરંતુ આ વખતે આ ઇકોલોજીમાં બે પ્રકારના s છે

$pecies$ a predator and a prey ઉદાહરણ તરીકે તમે શિકારીને શાર્ક તરીકે અને શિકારને સારડીન તરીકે માની શકો છો અથવા કોઈપણ શિકારી અને કોઈપણ શિકારને તમે બિલાડી અને ઉદર વિશે વિચારી શકો છો, જો તમને ગમે તો ચાલો આપણે શિકારીનો સમાવેશ કરતી બે પ્રજાતિઓની ઇકોલોજીનો વિચાર કરીએ.

વસ્તી x સાથે અને વસ્તી y સાથે શિકાર

તેથી શિકારીઓ માટે ખોરાકનો સ્ત્રોત એ શિકારની ઉપલબ્ધતા છે અને શિકાર તેઓ શાકાહારી પ્રાણીઓ છે તેઓ તેઓ છે ઉદાહરણ તરીકે જો તમે જળચર પ્રણાલીને જોઈ રહ્યા હોવ તો તમે ધારો છો કે શિકાર જીવે છે શેવાળ પર ઉદાહરણ તરીકે કુદરતી શાકાહારી ખોરાક

તેથી ધારો કે ત્યાં કોઈ શિકાર નથી ધારો કે y ત્યાં નથી તો શિકારી પાસે ખાવા માટે ખોરાક નથી

તેથી તેમની વસ્તી

ઝડપથી મૃત્યુ પામશે સમીકરણ 1.

6 dx બાય dt બરાબર માઈનસ કુહાડી જે એનો અર્થ એ થાય છે કે એક્સ્ટ્ર એનો અર્થ એ છે કે ફંક્શન xt એ તેના પરના પાવર માઈનસની જેમ e ની જેમ થવાનું છે તે ક્ષીણ થઈ રહ્યું છે કારણ કે સમય બીજા શબ્દોમાં અનંત તરફ જાય છે જો ત્યાં હોય તો જો ત્યાં કોઈ શિકાર ન હોય જો y ન હોય તો xt ની વસ્તીનો દર ખૂબ જ ઝડપથી ઘટતો રહેશે બીજી તરફ જો કોઈ શિકારી ન હોય તો ત્યાં xt ન હોય તો વસ્તીની વૃદ્ધિને રોકવા માટે કંઈ નથી.

શિકાર એ શાકાહારી પ્રાણીઓ છે અને તેમની વસ્તી ઝડપથી વધી રહી છે ઉદાહરણ તરીકે તમે સસલા અને શિયાળવાળા વાતાવરણ વિશે વિચારી શકો છો ઉદાહરણ તરીકે શિકાર સસલા હોઈ શકે છે અને શિકારી શિયાળ હોઈ શકે છે સસલા શાકાહારી પ્રાણીઓ છે અને શિયાળ માંસાહારી છે હવે ચાલો જોઈએ કે આપણે પ્રાણીઓની આ બે પ્રજાતિઓને એકસાથે મૂકીએ જેથી 1.

6 ઘટવાનો દર હવે સાચો નથી કારણ કે શિકારીઓ પાસે હવે ખાવા માટે ખોરાક છે

તેથી વસ્તીમાં ઘટાડો જે માઈનસ કુહાડી શબ્દ છે તે દ્વારા તપાસવામાં આવશે.

પ્લસ bxy શબ્દના ઉમેરા પર તમે સ્વાઇડમાં છેલ્લી લીટી જુઓ છો સમીકરણ 1.

6 ની જમણી બાજુનું સમીકરણ માઈનસ

એક્સ વતા bxy m વડે માઈનસ એક્સને બદલીને સુધારેલ છે.

ind તમે બધા સ્થિરાંકો abc અને k બધા હકારાત્મક છે ઠીક છે હવે શું થશે અને 1.

7 ની જમણી બાજુએ દર્શાવેલ વધારાનો દર હવે તમે શિકારીઓને મૂકો અને હવે સાથે મળીને પ્રાર્થના કરો કે શિકારીઓ ત્યાં છે તેઓ જઈ રહ્યાં છે શિકારને ખાઓ જેથી શિકારની વસ્તી 1.

7 ની જેમ

વધતી ન રહી શકે

cxy તમે ky માઈનસ cxy જોતા હશો અને

તેથી સમીકરણોની સંશોધિત સિસ્ટમ dx બાય dt બરાબર માઈનસ ax plus bxy dy બાય dt બરાબર ky માઈનસ

cxy હશે તો તમને વિભેદક સમીકરણોની જોડી મળશે 1.

8 એબીસી અને k સ્થિરાંકો અત્યારે આ સમયે સકારાત્મક છે તમે પૂછી શકો છો કે મેં પ્લસ bxy અને માઈનસ cxy શા માટે મૂક્યું છે આ યતુર્ભુજ શબ્દ xyy naught x સ્કવેર્ડ yy nought xy સ્કવેર્ડ વેલ આ મોડેલ્સ છે અને તે ચોક્કસ મોડલ નથી સૌ પ્રથમ તો યાલો અમે એક વિચાર પ્રયોગ કરીએ છીએ ધારો કે તમારી પાસે એવું વાતાવરણ છે કે તે એક બિલાડી અને ઉંદર છે એવું કહીએ તો આખી જગ્યાએ હવે ધારો કે બિલાડીઓની વસ્તી બમણી થાય છે અને ઉંદરની વસ્તી પણ બમણી થાય છે તો બિલાડીનો ઉંદરનો સામનો થવાની સંભાવના ઓછી થઈ જાય છે.

ચાર ગણા વધારે તો તે સમજાવે છે કે શા માટે xy શબ્દ અને બિલાડી અને ઉંદર વચ્ચેની આ ક્રિયાપ્રતિક્રિયા માઉસ માટે હાનિકારક બની રહી છે જ્યારે તે બિલાડીઓ માટે અનુકૂળ રહેશે જેથી તમે આ શબ્દને વતા સાથે જોશો ત્યારે પ્રથમ સમીકરણ ચિહ્ન અને બીજું સમીકરણ તમે આ શબ્દને બાદબાકીના ચિહ્ન સાથે જુઓ છો જેથી આ મોડેલને પ્રાયોગિક રીતે સમજાવે 1.

8 આ મોડેલ ખૂબ પ્રખ્યાત મોડલ છે તેને વોલ્ટેરા લોટકા મોડલ કહેવામાં આવે છે તે વોલ્ટેરા લોટકાસ્ટ સમીકરણોની સિસ્ટમ છે તે એક સાથે વિભેદક સમીકરણોની સિસ્ટમ છે અને તે વિભેદક સમીકરણોની એક જોડી સિસ્ટમ છે યાદ રાખો 1.

8 માં પ્રથમ સમીકરણ જુઓ તે dx બાય dt બરાબર છે માઈનસ ax plus bxy પ્રથમ સમીકરણમાં y દેખાય છે આયન પણ અને બીજું સમીકરણ dy બાય dt બરાબર છે ky માઈનસ cxy બીજા સમીકરણમાં x દેખાય છે

તેથી સમીકરણોની સિસ્ટમ એ સમીકરણની સિસ્ટમ છે એટલે કે બંને સમીકરણોમાં અજાણ્યા x અને y બંને દેખાય છે અને આ એક સાથે સિસ્ટમ છે વિભેદક સમીકરણોનું અને આ ઉદાહરણ મેં ઇકોલોજીકલ સિસ્ટમના અભ્યાસમાં કેવી રીતે વિભેદક સમીકરણો ઉદભવે છે તે સમજાવવા માટે આપ્યું છે જેનો આપણે અભ્યાસ કરવા નથી જઈ રહ્યા અમે આ સમીકરણ 1.

8નું વિગતવાર વિશ્લેષણ કરીશું નહીં કારણ કે તે આ અભ્યાસક્રમના અવકાશમાં નથી પરંતુ આ ઉદાહરણ હમણાં જ અહીં મૂકવામાં આવ્યું છે તે બતાવવા માટે કે વિભેદક સમીકરણો બધી જગ્યાએ ફરી છે તે ભૌતિકશાસ્ત્રમાં દેખાય છે જેમ કે ઇલેક્ટ્રિકલ સર્કિટ યાંત્રિક પ્રણાલીઓમાં તેઓ બેક્ટેરિયાના વિકાસમાં દેખાય છે અને વસ્તીના મોડલ ડેમોગ્રાફી રોગોના ફેલાવા રાસાયણિક ગતિશાસ્ત્ર અને ઘણું બધું ઘણું બધું બરાબર

તેથી હું જૈવિક પ્રણાલીઓની આ ટૂંકી ચર્ચાને બંધ કરવા માંગુ છું કે કેવી રીતે જીવવિજ્ઞાનમાં વિભેદક સમીકરણો ઉદભવે છે આના પર થોડો સમય બોલ્યો

તેથી તમને કેટલાક સંદર્ભો આપવાનો અર્થ જ થાય છે જે તમે અમુક સમયે વાંચી શકો છો

ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાન પર સેંકડો અને સેંકડો પુસ્તકો લખેલા છે અને મેં તેમાંથી ત્રણ પસંદ કર્યાં છે જે છેલ્લું છે જેડી મુરે દ્વારા ખૂબ જ સરસ પુસ્તક જેનો મેં પહેલેથી જ ઉલ્લેખ કર્યો છે અને પ્રથમ પુસ્તક ડીએસ જોન્સ એમજે પ્લાન્ક અને બીડી સ્વીમેન કહે છે કે ગાણિતિક જીવવિજ્ઞાનમાં વિભેદક સમીકરણો આ પુસ્તક તમને વિવિધ જૈવિક સમસ્યાઓમાં ઉદભવતા વિભેદક સમીકરણોની મોટી સંખ્યામાં સિસ્ટમો આપે છે જેમ કે ગાંઠની વૃદ્ધિ.

રોગોના ફેલાવાના દાખલા અને અન્ય ઘણી જૈવિક પ્રણાલીઓની ચર્ચા કરવામાં આવી છે જૈવિક વિભેદક સમીકરણો શરીરવિજ્ઞાનમાં ઉદભવે છે એરોટમાં રક્ત પ્રવાહ જે વિભેદક સમીકરણોની રસપ્રદ પ્રણાલીઓને જન્મ આપે છે અને કીનર અને સ્નેઇડ દ્વારા ગાણિતિક શરીરવિજ્ઞાન પર ખૂબ જ ચરબીયુક્ત પુસ્તક લખવામાં આવ્યું છે.

અલબત્ત અમે આ વસ્તુઓ વિશે વધુ કહેવાના નથી

તેથી આ એક પરિચય છે વિભેદક સમીકરણો વિભેદક સમીકરણોની ઉત્પત્તિ કેવી રીતે વિભેદક સમીકરણોની ઉત્પત્તિ થાય છે તેના પર વ્યાખ્યાન,

તો યાલો હવે આપણે ચોક્કસ વિભેદક સમીકરણો પર આવીએ જે આ અભ્યાસક્રમ માટે સુસંગત છે,

તેથી હવે આપણે પ્રથમ ક્રમમાં ફક્ત વિભેદક સમીકરણોનો અભ્યાસ કરીશું.

પ્રથમ ક્રમનું વિભેદક સમીકરણ કેવી રીતે દેખાય છે dy બાય dx બરાબર f નું x અલ્પવિરામ y સમીકરણ 1.

9 જે તમે સ્વાઇડ પર જુઓ છો આ પ્રથમ ક્રમ વિભેદક સમીકરણ છે આ પ્રથમ ક્રમ વિભેદક સમીકરણ છે કારણ કે માત્ર એક વ્યુત્પન્ન dy દ્વારા dy દેખાય છે તેનાથી વિપરિત shm સરળ હાર્મોનિક ગતિ સરળ હાર્મોનિક ગતિને સંચાલિત કરતા સમીકરણો લોલકની ગતિને સંચાલિત કરતા સમીકરણ એલસીઆર સર્કિટ્સ ઇન્ડક્ટન્સ કેપેસિટન્સ રેઝિસ્ટન્સ આ તમામ સિસ્ટમોમાં બે ડેરિવેટિવ્સ સાથે વિભેદક સમીકરણોની સમાવેશ થાય છે

તેથી બીજા ક્રમના વિભેદક સમીકરણો છે જેનો આપણે અભ્યાસ કરીએ તે પહેલાં બીજા ક્રમના વિભેદકનો અભ્યાસ હાથ ધરો

સમીકરણો પ્રથમ ક્રમના વિભેદક સમીકરણોથી શરૂ થવું સ્વાભાવિક છે અને આ કોર્સમાં આપણે બીજા ક્રમના વિભેદક સમીકરણો માટે

જોઈશું જે તમારે પ્રવચનોની વર્તમાન શ્રેણીની બહાર જોવાની જરૂર છે જેથી xy નો f એ છે.

બે ચલોનું કાર્ય

તેથી આપણે મુખ્યત્વે ત્રણ પ્રકારના વિભેદક સમીકરણો 1.

9 જોઈશું એટલે કે તે વિભેદક સમીકરણો જેને ચલ વિભાજિત સમીકરણો કહેવામાં આવે છે અને બીજા પ્રકારના વિભેદક સમીકરણોને સજાતીય વિભેદક સમીકરણો તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને ત્રીજું રેખીય સમીકરણો અને તેમના નજીકના પિતરાઈ ભાઈઓ એટલે કે બર્નોલી સમીકરણ યાદ રાખો કે શરૂઆતથી જ મેં તેને જીન બર્નોલીનું નામ નીચે મૂક્યું હતું જે વિભેદક સમીકરણોના આ ઐતિહાસિક વિકાસમાં ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ વ્યક્તિ હતા તે તે જ બરનોલી છે

તેથી તેનું નામ હવે દેખાય છે

તેથી રેખીય સમીકરણો અને bernoulli સમીકરણો

તેથી આપણે t માં આ ત્રણ પ્રકારના સમીકરણો જોઈશું તેનો અભ્યાસક્રમ બરાબર છે તો ચાલો આપણે પ્રથમ વેરીએબલ વિભાજિત સમીકરણ લઈએ જેથી ચલ અલગ કરી શકાય તેવું સમીકરણ

તેથી આ એક ખૂબ જ વિશિષ્ટ પ્રકારનું વિભેદક સમીકરણ છે જ્યાં xy ની જમણી બાજુ $f(xy)$ ની જમણી બાજુ f વિવિધ હોઈ શકે છે વિવિધ ફંક્શનના જમણા $f(xy)$ નો ચોરસ વત્તા y વર્ગ હોઈ શકે અથવા xy નો $f(x)$ માં $yf(xy)$ હોઈ શકે છે દાખલા તરીકે $\sin x$ માં $\cos y$ હોઈ શકે છે

તેથી આ છેલ્લા બે કિસ્સાઓ ખૂબ જ ખાસ છે જે xy ના f વિશે વિશેષ છે x ગુણ્યાનું કાર્ય y નું કાર્ય છે પરંતુ પ્રથમ ઉદાહરણમાં જે મેં તમને xy નું f બરાબર x ચોરસ વત્તા y ચોરસ આપ્યું છે તે x ના ફંક્શન અને y ના ફંક્શનનું ઉત્પાદન નથી

તેથી યોગ્ય છે પરંતુ શું છે ચલ વિભાજિત સમીકરણ 1.

9 એ ચલ વિભાજિત સમીકરણ છે જો xy નું f એ

hx માં gy ના સ્વરૂપનું હોય તો માફ કરશો gx માં hy છે

તેથી k જ્યારે xy નું ફંક્શન 1.

9 માં દેખાતું હોય ત્યારે તે નું ઉત્પાદન છે hy માં gx ફોર્મ પછી આપણે કહીએ કે વિભેદક સમીકરણ એ વેરીએબલ વિભાજિત છે બરાબર ઠીક છે,

તેથી xy ના 1.

9 f માં gx છે hy જમણે તે gx hy માં hy હશે, ચાલો હું તેને લખી દઉં જેથી તમે dy બાય dx બરાબર f ની બરાબર જોઈ રહ્યા છો.

xy નું અને હું ધારી રહ્યો છું કે xy નો આ f એ hy માં gx નું સ્વરૂપ છે તો મારે આગળ શું કરવું જોઈએ હું y ના h વડે ભાગીશ અને હું તેને 1 પર h y ના dy માં dx બરાબર લખીશ x ના g માટે અલબત્ત હું માનીશ કે y નો h 0 નથી હું ધારણા કરવા જઈ રહ્યો છું કે પછી શું છે તે x નું ફંક્શન છે અને y સોલ્યુશન પણ x નું ફંક્શન છે અને h એક ફંક્શન છે બદલામાં y અને y એ x નું કાર્ય છે હું x ના સંદર્ભમાં બંને બાજુઓને એકીકૃત કરવા જઈ રહ્યો છું

તેથી તમે જોશો કે સમીકરણ 1.

10 ને h વડે વિભાજિત કર્યું હતું હું માનીશ કે hy એ શૂન્ય નથી હકીકતમાં આપણે ધારીશું કે ન તો gx 0 છે કે ન તો hy 0 છે.

જ્યારે તેમાંથી એક 0 હોય ત્યારે શું થાય છે જે આપણે પછીથી લઈશું અને આવા કિસ્સાઓ કોઈપણ ગણિતમાં હંમેશા ઉદ્ભવશે મેટ્રિકલ વિશ્લેષણ જ્યારે તમે ભાગાકાર કરો છો ત્યારે તમારે તે ખાસ કિસ્સાઓ જોવાનું રહેશે જ્યાં તમે ભાગાકાર કરો છો તે જથ્થા શૂન્ય છે તે કેસ હંમેશા અલગથી વ્યવહાર કરવામાં આવે છે અમે તે પછીથી કરીશું જેથી દલીલના પ્રવાહમાં વિદ્વેષ ન આવે

તેથી આપણે h વડે ભાગીએ.

y અને તમે x ના સંદર્ભમાં સમીકરણ 1.

10 ની બંને બાજુઓને એકીકૃત કરો છો, તમને શું મળે છે તમને 1 પર $hydy$ બાય dx માં dx બરાબર integral $gx dx$ હવે ડાબી બાજુ જુઓ ડાબી બાજુ પરનું અવિભાજ્ય ખૂબ જ વિશિષ્ટ છે તે ખૂબ જ છે ઉહ અવેજી પ્રમેય લાગુ કરવા માટે પ્રલોભન કરવું તે અવેજી પ્રમેય લાગુ કરવા માટે ખૂબ જ આકર્ષક છે જેથી તમે y નો x યાદ રાખો અને y એ xy નું કાર્ય છે x નું કાર્ય છે તમે x ના y ને u બરાબર મૂકવા માંગો છો x ની y બરાબર u પછી $dy dx dx d$ બરાબર હશે

તેથી r પરનું અમારું અવિભાજ્ય dy માં hy બરાબર integral $gx dx$ માં રૂપાંતરિત થશે

તેથી એક અવેજી પ્રમેય છે પરંતુ અમે અવેજી પ્રમેય લાગુ કરીએ તે પહેલાં તમારે સાવચેત રહેવું જોઈએ કે વ્યુત્પન્ન તમે જે અવેજી પ્રમેયમાં ફેરફાર કરી રહ્યા છો તે બદલાવ શૂન્ય ન હોવો જોઈએ, ઉદાહરણ તરીકે તમારા અભિન્ન કલનમાંથી યાદ કરો કે તમે 1 ઓછા x ચોરસ dx ના વર્ગમૂળને એકીકૃત કરવા માંગો છો, તમે કહેશો x બરાબર સાઈન થીટા બરાબર છે.

જ્યાં સુધી તમે સાઈન થીટાના અંતરાલ માઈનસ પાઈ બાય 2 બાય 2 માં કામ કરી રહ્યા હોવ ત્યાં સુધી x બરાબર મૂકી શકો છો અને સાઈન થીટાના સમાન x વેરીએબલ્સમાં ફેરફાર

કરી શકો છો અન્ય શબ્દોમાં dy બાય dx નોન-ઝીરો હોવો જોઈએ વિભેદક સમીકરણ 1.

10 પર પાછા જાઓ અમે પહેલાથી જ ધારી રહ્યા છીએ કે hy એ શૂન્ય નથી હવે અમે માનીશું કે gx શૂન્ય નથી

તેથી dx દ્વારા તમારું dy બિન- શૂન્ય હશે અવેજી પ્રમેય માન્ય છે અને

તેથી હવે અમને સમીકરણ 1.

11 ઠીક છે.

અમારે જમણી બાજુએ $gx dx$ ને એકીકૃત કરવા માટે શું બાકી રહે છે

અને ડાબી બાજુએ hy દ્વારા dy ને સંકલિત કરવાની જરૂર છે આશા છે કે અમે આ એકીકરણ કરી શકીશું અને આશા છે કે અમને

બંધ જવાબ મળશે પરંતુ તમે તમારા અનુભવ પરથી જાણો છો આ માત્ર આશાઓ છે અને તે હંમેશા સાકાર થઈ શકતી નથી, તમે ઘણીવાર એવા ફક્શનના ઘણા ઉદાહરણો જાણો છો કે જેની અનિશ્ચિત અવિભાજ્ય $\int g(x) dx$ ની ગણતરી કરી શકાતી નથી અથવા તેની ગણતરી ખૂબ જ મુશ્કેલ હોઈ શકે છે કેટલીકવાર તે સરળ હોય છે તો અમે નસીબદાર છીએ જો તેઓ ગણતરી કરવા માટે સરળ છે.

ગણતરી કરીએ તો ઘણી વાર આપણે એટલા નસીબદાર નથી હોતા કે તેને કેટલીક ખૂબ જ ચતુર મેનિપ્યુલેશનની જરૂર પડે છે અને કેટલીકવાર અનિશ્ચિત અવિભાજ્યની ગણતરી કરવી શક્ય નથી પરંતુ તે જીવન છે જેને આપણે સ્વીકારવું પડશે, ચાલો આપણે એક સરળ ઉદાહરણ જોઈએ અને સામાન્ય રીતે શું થાય છે તે વિભેદક સમીકરણ સજ્જ આવે છે.

કેટલીક પ્રારંભિક પરિસ્થિતિઓ સાથે સારી રીતે હું આ ટિપ્પણી પછી ઉકેલાયેલા ઉદાહરણ પર આવીશ, અમે યલને સ્વતંત્ર યલને સમય યોગ્ય ગણીએ છીએ અને આશ્રિત યલ એ સમયની વસ્તી કહે છે અને અમે જોયું છે અથવા તે વર્તમાન પ્રવાહ હોઈ શકે છે વિદ્યુત સર્કિટ દ્વારા અથવા તે સામાન્ય લોલકની સરેરાશ સ્થિતિથી વિસ્થાપન હોઈ શકે છે

તેથી આપણને શું જોઈએ છે કરવા માટે એ છે કે આપણે સ્વતંત્ર યલને સમય યલ તરીકે વિચારવાની જરૂર છે અને અમુક સમયે કહી કે સમય t બરાબર t naught તમને ડેટા આપવાની જરૂર છે જેમ કે t ની બરાબર સમયે વસ્તી કોણીય વિસ્થાપન અશુભ સમાન સમયે અથવા રાસાયણિકમાં રાસાયણિક પ્રતિક્રિયાઓની સાંદ્રતા જો તમે રાસાયણિક પ્રતિક્રિયાનો અભ્યાસ કરી રહ્યાં હોવ તો, વિવિધ પદાર્થો પ્રતિક્રિયા કરતા પદાર્થોની સાંદ્રતા તેમને ચોક્કસ સમયે ઉલ્લેખિત કરવાની જરૂર નથી અથવા વર્તમાન જો અભ્યાસ કરવામાં આવે તો વિદ્યુત સર્કિટના પછી વર્તમાન સમયે ટી સમાન નટનો ઉલ્લેખ કરી શકાય છે

તેથી તમારે ટી નટના સમાન સમયે ડેટાની જરૂર છે તે ઉકેલ છે જે તમે શોધવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યાં છો તે ઓછામાં ઓછા એક ચોક્કસ બિંદુએ સૂચવવું જોઈએ સમય t બરાબર t naught બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો અમને y નું મૂલ્ય t બરાબર t naught સમયે આપવામાં આવે છે કે તમને સોલ્યુશનની કિંમત આપવામાં આવે છે $y(t)$ ઉકેલ $y(t)$

સૂચવવામાં આવે છે $t = na$ ની બરાબર સમયે $y(t)$ અને તમે શું કરો છો તે તમે અંતરાલમાં ઉકેલ શોધી રહ્યા છો $t = naught$ માઈનસ a to $t = naught$ વત્તા સામાન્ય રીતે વિભેદક સમીકરણો અમુક બાજુની સ્થિતિઓથી સજ્જ આવે છે જેમ કે પ્રારંભિક સ્થિતિઓ અન્ય શબ્દોમાં તમે જોઈ રહ્યાં છો માત્ર વિભેદક સમીકરણને જ જોતા નથી, તમે માત્ર xy ના f ની બરાબર dx દ્વારા વિભેદક સમીકરણ dy ને જ જોઈ રહ્યાં નથી, આ કેટલીક વધારાની સ્થિતિ સાથે પૂરક છે જેમ કે x ના y ની કિંમત x ના બરાબર x પર y ની કિંમત શું છે તમને આપવામાં આવે છે કહી કે કંઈપણ ચેતવણીનો એક ભાગ છે જે તમે વિભેદક સમીકરણમાં પણ જુઓ છો તે દરેક જગ્યાએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અંતરાલ i જેના પર ઉકેલનો અર્થ થાય છે તે મર્યાદિત હોઈ શકે છે ચાલો આપણે આને ખૂબ જ સરળ અને વિશિષ્ટ કિસ્સામાં જોઈએ.

વિભેદક સમીકરણ dy બાય dt બરાબર y સ્ક્વેર એ ખૂબ જ નિર્દોષ દેખાતું વિભેદક સમીકરણ dy બાય dt બરાબર y સ્ક્વેર છે અને ચાલો કહીએ કે $0 = i$ ની બરાબર t સમયે સોલ્યુશનનું મૂલ્ય sc જ્યાં c એ એક સ્થિરાંક છે અને ધારો કે c એ માત્ર વિચારોને ઠીક કરવા માટે એક હકારાત્મક સ્થિરાંક છે પછી ઉપરની જેમ આગળ વધવું, અમારો શું મતલબ છે આગળ વધવા માટે ઉપરની જેમ આપણે y વર્ગ દ્વારા વિભાજીત કરીએ છીએ અને t અધિકારના સંદર્ભમાં બંને બાજુઓને એકીકૃત કરીએ છીએ અમે y વડે ભાગીએ છીએ.

$t = na$ સંદર્ભમાં બંને બાજુઓને ચોરસ કરો અને એકીકૃત કરો

તેથી ચાલો તે કરીએ

તેથી આપણે d બાય dt બરાબર y ચોરસ $y = \theta$ બરાબર c ની બરાબર જોઈ રહ્યા છીએ

તેથી આપણે y સ્ક્વેર 1 પર y સ્ક્વેર dy વડે dt બરાબર 1 જોઈશું

તેથી એકીકૃત કરો સમયના સંદર્ભમાં બંને બાજુઓ અવિભાજ્ય મેળવે છે 1 પર y ચોરસ dy બાય dt dt બરાબર થાય છે dt જમણે બરાબર તે જ કર્યું છે હવે અમે આ એક ડાબી બાજુએ

y ચોરસ દ્વારા અવિભાજ્ય dy ને સરળ બનાવશે યલ અવેજી પ્રમેયના ફેરફારને કારણે આભાર

અવેજી પ્રમેય હું તમને આ આપીશ જે તમે સ્વાઇડમાં જુઓ છો તે બરાબર છે જે તમે જુઓ છો dy બાય y સ્ક્વેર બરાબર dt

ઇન્ટિગ્રેટ કરો અને એકીકરણનો સ્થિરાંક યાદ રાખો આ અનિશ્ચિત પૂર્ણાંક છે

તેથી i નો તે સ્થિરાંક હશે એકીકરણ ફરતે તરતું છે

તેથી ચાલો તે કરીએ, ચાલો એકીકરણનો સ્થિરાંક મૂકીએ અને જોઈએ કે શું થાય છે જેથી તમે ઇન્ટિગ્રલ dy ને y સ્ક્વેર બરાબર

ઇન્ટિગ્રલ dt દ્વારા જોઈ રહ્યાં છો તો શું થાય છે માઈનસ 1 પર y બરાબર t વત્તા b જ્યાં b નું સ્થિરાંક છે સંકલન સાચો છે જેથી કરીને ટી વત્તા b પર t ની બરાબર 1 ની બરાબર વાંચો,

અત્યારે પ્રારંભિક પરિસ્થિતિઓમાં મૂકી યાદ રાખો કે અમને પ્રારંભિક શરતો આપવામાં આવી છે $t = \theta$ ની બરાબર પુટ કરો ત્યારે આપણે શું જાણીએ છીએ જ્યારે $t = \theta$ ની બરાબર હોય ત્યારે આપણે જાણીએ છીએ કે at ની $y = t$ બરાબર 0 છે c તો આપણે શું મેળવી શકીએ c બરાબર માઈનસ 1 પર b અથવા b બરાબર માઈનસ 1 પર c હવે આર્બિટરી કોન્સ્ટન્ટની કિંમતની ગણતરી કરવામાં આવી છે અમે અત્યારે આર્બિટરી કોન્સ્ટન્ટ ઇન્ટિગ્રેશન કોન્સ્ટન્ટની કિંમતની ગણતરી કરી છે ચાલો આપણે આમાં પ્રતિસાદ આપીએ આ મૂલ્ય અહીં પાછું મૂકીએ આપણને શું મળે છે આપણને t નું yy બરાબર માઈનસ 1 પર t ઓછા 1 પર c અથવા c બાય 1 ઓછા ct હશે

તેથી તે વિભેદક સમીકરણનો ઉકેલ છે જેનું સમાધાન છે તફાવત એરેન્શિયલ સમીકરણ એ એક ફક્શન નોટિસ છે કે જો $t = 1$ પર c સુધી પહોંચે તો શું થાય છે જ્યારે $t = 1$ પર c સુધી પહોંચે છે ત્યારે શું થાય છે જ્યારે આ ઓબ્જેક્ટનું શું થાય છે અહીં આ વસ્તુ અનંત સુધી ફૂંકાય છે તે વસ્તુ અનંત સુધી ફૂંકાય છે

તેથી અહીં તમે આ સ્વાઇડ i માં જુઓ છો આને લાલ રંગમાં ટિપ્પણી કરી હતી કારણ કે t એ ડાબી બાજુથી 1 બાય c તરફ વલણ ધરાવે છે જે t મૂળથી શરૂ થાય છે અને તે આગળ વધે છે અને સમય વિકસિત થાય છે અને જ્યારે સમય $t = 1$ બાય c નજીક આવે છે ત્યારે સોલ્યુશનનું શું થાય છે સોલ્યુશન ફક્ત અનંત સુધી જાય છે

મર્યાદિત સમયમાં અનંત સુધી છટકી જાય છે

તેથી ભૌતિક પ્રણાલી જે ઉકેલને અર્થમાં બનાવે છે તે ભૌતિક સિસ્ટમની ઉત્ક્રાંતિનો અર્થ માત્ર સમય સુધી જ થાય છે t બરાબર 1 બાય c અને t બરાબર 1 બાય c ભૌતિક સિસ્ટમ પહેલાથી જ વિસ્ફોટ થઈ ચૂકી છે.

આપત્તિ ઠીક છે

તેથી જે સમય અંતરાલ પર સોલ્યુશન અસ્તિત્વમાં છે તે સંપૂર્ણ વાસ્તવિક રેખા નથી તે માઈનસ અનંતથી 1 બાય c સુધીની બધી રીતે છે આની આગળ નહીં કેપ્શન શું કહે છે તે છે s ઓલ્યુશન મર્યાદિત સમયમાં અનંતમાં ભાગી જાય છે સોલ્યુશન મર્યાદિત સમયમાં અનંતમાં ભાગી જાય છે

તેથી ચાલો હું ફક્ત પાછલી સ્લાઇડ પર પાછા જાઉં અને હવે ચાલો ચેતવણી જોઈએ ભલે વિભેદક સમીકરણ દરેક જગ્યાએ વ્યાખ્યાયિત હોય તો પણ વિભેદક સમીકરણ જુઓ વિભેદક સમીકરણ શું છે dy બાય dt બરાબર y સ્ક્વેર છે ત્યાં વિભેદક સમીકરણમાં કંઈ ખોટું નથી y વર્ગ દરેક જગ્યાએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે વિભેદક સમીકરણ દરેક જગ્યાએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે તેમ છતાં ઉકેલ મર્યાદિત સમયમાં અનંત સુધી છટકી જાય છે

તેથી વિભેદક સમીકરણ પણ દરેક જગ્યાએ અંતરાલ i કે જેના પર ઉકેલ આવે છે તે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે અર્થમાં મર્યાદિત હોઈ શકે છે અને આ ખૂબ જ વિશિષ્ટ કિસ્સામાં તે જ થાય છે

તેથી અમે આ પ્રથમ વ્યાખ્યાન અહીં બંધ કરીશું અને અમે બીજા વ્યાખ્યાનમાં આ ચાલુ રાખીશું તમારો ખૂબ ખૂબ આભાર તમારો