

সুপ্রভাত ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের এই সিরিজের বক্তৃতাগুলিতে স্বাগত জানাই, আমি আইআইটি বোম্বের গণিত বিভাগের অধ্যাপক গোপাল কৃষ্ণ সুনিমাসন,

তাই আমরা এই বক্তৃতাগুলির সিরিজগুলি একটি ছোট ঐতিহাসিক স্কেচ দিয়ে শুরু করব, আমরা কিছু গুরুত্বপূর্ণ বিষয় বর্ণনা করব যা ঘটেছিল ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ এবং ক্যালকুলাসের এই যুগের শুরু তারপর আমি আপনাকে কিছু গুরুত্বপূর্ণ গণিতবিদদের নাম দেব যারা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ অধ্যয়নে অবদান রেখেছিলেন

তাই চলুন শুরু করা যাক তার ক্যালকুলাস আইজ্যাক নিউটন তার গতিবিদ্যার সূত্র দিয়ে গতি ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হয়েছিল গ্রহগুলির মধ্যে বিষুবগুলির নির্ভুলতা এবং জোয়ারের জ্যোতির্বিদ্যার গঠন যা এখনও পর্যন্ত একটি অভিজ্ঞতামূলক বিজ্ঞানে একটি গতিশীল বিজ্ঞানে পরিণত হয়েছে এটি নিউটনের একটি বিশাল কৃতিত্ব যা কেবল ক্যালকুলাস আবিষ্কারের জন্যই নয় খুব মহান বলে বিবেচিত হয়। কিন্তু চিন্তার পরিবর্তনের জন্য জ্যোতির্বিদ্যার রূপান্তর একটি গতিশীল বিজ্ঞান হিসাবে নিউটন যা করেছিলেন তা হল তিনি মূলত দুটি শরীরের সমস্যার জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি সিস্টেমের সাথে মোকাবিলা করেছিলেন এবং তিনি গ্রহের মুক্ত গতির কেপলারের সূত্রগুলি বের করতে সক্ষম হয়েছিলেন যাতে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের তত্ত্বের উত্স অন্তত এখন নিউটনের কাছে খুঁজে পাওয়া যায়। আমাদের উহ পরের স্লাইডে দেখতে দাও যে মাস্টারদের কিছু নাম নির্দেশ করে প্রথম দিকের মাস্টাররা এই বিষয়ে অবদান রেখেছিলেন প্রথমে আপনি আইজ্যাক ব্যারোর নাম দেখতে পান যিনি আইজ্যাক নিউটনের একজন শিক্ষক ছিলেন ক্যালকুলাসের কিছু ধারণা ইতিমধ্যেই আইজ্যাক ব্যারোতে ফিরে যান তারপর অবশ্যই 1687 সালে নিউটন আসেন তিনি 1693 সালে একটি রৈখিক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সংহত করেন আপনি লাইবনিজের নাম দেখতে পান এবং তিনি আবিষ্কার করেন যে সমজাতীয় সমীকরণের জন্য tx প্রতিস্থাপনের y সমান তারপরে বার্নউলির একটি খুব বিখ্যাত নাম আসে যা আমরা মুখোমুখি করব। $bernoulli$ সমীকরণ পরে হয়ত পঞ্চম বা ষষ্ঠ বক্তৃতায় এবং $bernoulli$ ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের তত্ত্বে অসাধারণভাবে অবদান রেখেছেন তাহলে আপনি রিক্সার্টার নাম দেখতে পাবেন যা ফ্যামো us equation y prime equal to ax y স্কোয়ার প্লাস bxy plus cx এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি কুখ্যাত কারণ এটি নির্দোষভাবে সমাধান করা যায় না যদিও এটিকে বিশেষ ক্ষেত্রে ব্যতীত সমাধান করা যায় না লিওনার্ড ইউলার মহান প্রতিভা তিনি দেখিয়েছিলেন কীভাবে রিকার্ট সমীকরণটি হ্রাস করা যায় একটি রৈখিক সমীকরণ যদি একটি নির্দিষ্ট সমাধান জানা যায় তবে তালিকাটি খুব দীর্ঘ এবং আমাদের অবশ্যই এই তালিকাটি ছেঁটে ফেলতে হবে কারণ ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের বিষয়টি কমপক্ষে 350 বছর পুরানো এবং আমাদের এই বর্তমান কোর্সের নিউটন-কস্টে যেতে হবে এবং আমরা থাকতে পারি না এই ঐতিহাসিক বিকাশের বিষয়ে আর কোনো দিন আমি আপনাকে ঐতিহাসিক উন্নয়নের জন্য শুধুমাত্র একটি রেফারেন্স দিতে চাই এই বইটির প্রথম অধ্যায় রাবিব দ্বারা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি প্রাথমিক ধারণার ফলাফল এবং প্রয়োগগুলির একটি ভূমিকার দ্বিতীয় সংস্করণে এটির একটি সুন্দর ঐতিহাসিক ভূমিকা আইন রয়েছে পদার্থবিজ্ঞান যখন গাণিতিক পদে প্রকাশ করে তখন ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্ম দেয় যেমন রসায়নে ভর কর্মের সূত্র আপনাকে পার্থক্য দেয় রাসায়নিক গতিবিদ্যা এবং এনজাইম গতিবিদ্যা মডেলের সমীকরণগুলি জীববিদ্যা বাস্তুবিদ্যা জনসংখ্যায় উদ্ভূত হয় এগুলি সবই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্ম দেয় আমরা আজকের বক্তৃতার পরবর্তী অংশে পরিবেশগত মডেল থেকে আসা এই উদাহরণগুলির মধ্যে কয়েকটি দেখতে পাব যেগুলি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলির মধ্যে কিছু আকর্ষণীয় মিল দেখতে পাবে যেগুলি রাসায়নিক গতিবিদ্যা এবং গাণিতিক বাস্তুশাস্ত্রে উদ্ভূত হয় দুটি ধরণের সিস্টেমের মধ্যে শক্তিশালী মিল রয়েছে গাণিতিক জীববিদ্যা আজ একটি বিশাল অঞ্চলে পরিণত হয়েছে এবং সক্রিয় গবেষণা চলছে গাণিতিক জীববিজ্ঞানে উদাহরণস্বরূপ ইসি সিমেন্স একটি সিস্টেম হিসাবে হৃদস্পন্দনের মডেলিংয়ে সফল হয়েছে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্য হজকিন এবং হাল্লি তাদের নিউরাল ইমপালসের কাজের জন্য নোবেল পুরস্কার পেয়েছিলেন তারপরে জ্যামিতিতে কিছু সমস্যা দেখা দেয়

তাই এখানে এমন একটি পরিস্থিতি যেখানে আমরা গণিতের একটি অংশকে গণিতের অন্য অংশে প্রয়োগ করতে দেখি

তাই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি সমস্ত জুড়ে রয়েছে। জৈবিক বিজ্ঞানে ইঞ্জিনিয়ারিংয়ে ভৌত বিজ্ঞানে স্থান রসায়ন বাস্তুবিদ্যার জনসংখ্যার মধ্যে $nces$ টিউমারের রোগের বৃদ্ধি এবং অন্যান্য অনেক কিছুর বিস্তার এবং হ্যাঁ জ্যামিতির সমস্যাগুলি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্ম দেয়

তাই প্রচুর কারণ রয়েছে যে কেন একজনকে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি অধ্যয়ন করতে হবে সেখানে প্ররোচিত কারণ রয়েছে কেন একজনকে ডিফারেনশিয়াল ডিফারেনশিয়াল অধ্যয়ন করতে হবে সমীকরণ এবং আপনি এই কোর্সে যা দেখতে পাবেন তা হল গণিতের একটি খুব বিস্তীর্ণ অঞ্চলের একটি শালীন সূচনা ঠিক আছে

তাই আসুন একটি খুব সাধারণ শারীরিক পরিস্থিতি দেখে শুরু করা যাক সহজ পেন্ডুলাম

তাই একটি সাধারণ পেন্ডুলাম কি এটি নিয়ে গঠিত ভর m -এর বব একটি বিন্দু থেকে স্থগিত করা হয়েছে যেমন আপনি এই ছবিতে দেখছেন 1 দৈর্ঘ্যের একটি ওজনহীন রড দ্বারা স্থগিত ভর m -এর একটি বব 1 যা দোলনায় সেট করা হয়েছে এবং এই কোণটি হল গড় অবস্থান বা বব এবং এই ববটি একটি দ্বারা স্থানচ্যুত হয়েছে কোণ y এবং এটি দোলনায় সেট করা হয়েছে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে ববের ভর হল m এবং mg হল ওজন উল্লম্বভাবে নিচের দিকে কাজ করছে এবং $mg \sin y$ হল এই d এর উপাদান স্পর্শক দিক নির্দেশ করুন এখন আমরা দেখতে চাই কিভাবে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রটি পেন্ডুলামের এই ববটির গতিকে নিয়ন্ত্রণ করে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সিস্টেমের জন্ম দেয়

তাই আসুন দেখি কৌণিক স্থানচ্যুতির সময় t এর y ঠিক আছে এবং এখন আমরা লক্ষ্য করি যে কৌণিক ত্বরণ

তাই যদি স্থানচ্যুতির কোণ y হয় তবে কৌণিক বেগ কত তা dt দ্বারা dy হয় কৌণিক ত্বরণ কত হয় এটি dt বর্গ দ্বারা d^2y এবং আপনি একটি বল পেয়েছেন যা উল্লম্বভাবে নিচের দিকে কাজ করছে এবং সেটি বল একটি ঘূর্ণন সঁচারক বল জন্ম দিতে যাচ্ছে

তাই এই ঘূর্ণন সঁচারক বল এর মাত্রা কত? এই ববের জড়তা হল mL বর্গ

তাই আসুন স্লাইডে ফিরে যাই এবং আপনি দেখতে পাচ্ছেন জড়তার মুহূর্ত হল mL বর্গ আপনি কৌণিক ত্বরণ d^2y কে dt বর্গ দ্বারা গুণ করুন জড়তার মুহূর্ত mL বর্গ এবং এটি $exte$ দ্বারা ভারসাম্যপূর্ণ হবে $rna1$ টর্ক একটি বাহ্যিক ঘূর্ণন সঁচারক বল বিয়োগ $mgL \sin y$ সাইন y m বাতিল হয়ে যায় এবং আপনি সমীকরণ 1.1 d^2y বাই dt বর্গ প্লাস g ওভার L সাইন y সমান 0 পাবেন। সুতরাং সমীকরণ 1.1 হল একটি সরল পেন্ডুলামের গতি নিয়ন্ত্রণকারী ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ

তাই এই সহজ পেন্ডুলাম

তাই বোমার গতি বা সরল পেন্ডুলাম এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয় d^2y দ্বারা dt বর্গ প্লাস g ওভার L সাইন y সমান 0 যে একটি সাধারণ পেন্ডুলামের গতির জন্য ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ সরল পেন্ডুলাম একটি মা ভর m দৈর্ঘ্য L এবং গতিতে সেট করুন ঠিক আছে

তাই আসুন এই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.1 এ ফিরে আসি যাতে আপনি দেখতে পান যে দুটি টাইম ডেরিভেটিভ আছে এটি d^2y দ্বারা dt বর্গ

তাই এটি একটি দ্বিতীয় ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ ঠিক আছে এবং um

তাই চলুন যাই পরেরটিতে

তাই আসুন আমরা পদার্থবিদ্যা থেকে আরও একটি উদাহরণ দেখি \sin মানে সরল হারমোনিক গতি

তাই একটি সরল সুরেলা গতি কি একটি কণাকে একটি সরল সুরেলা গতি প্রদর্শন করতে বলা হয় যদি এটি একটি সরল রেখা বরাবর সরে যায় তবে প্রথমে এটি সরে যায় একটি \sin রেখা এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বল উৎপত্তি থেকে স্থানচ্যুতির সমানুপাতিক এবং বলটি স্থানচ্যুতির বিপরীত দিকে কাজ করে

তাই কণার স্থানচ্যুতি t এর y হলে ত্বরণ d^2y হয় dt বর্গ দ্বারা এবং এটিকে গুণ করুন m দ্বারা ত্বরণ আপনি বল পাবেন এবং এই বলটি y এর সমানুপাতিক এবং

তাই এই বলের মাত্রা ky আছে এবং এটি একটি নেতিবাচক চিহ্ন নিতে চলেছে কারণ দিকটি বিপরীত

তাই ভারসাম্য আইন আপনাকে $m d^2 y$ দ্বারা dt বর্গ প্লাস ky দেয় সমান 0 ভাগ m দ্বারা এবং k কে m দ্বারা ওমেগা বর্গ হিসাবে কল করি এবং আমরা পাই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ $1.2 d^2y$ দ্বারা dt বর্গ এবং ওমেগা বর্গ y সমান 0 । সুতরাং সমীকরণ 1.2 দ্বিতীয় ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ কেন এটি একটি দ্বিতীয় ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ? কারণ আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি d^2y দ্বারা dt বর্গ দ্বারা প্রদর্শিত হয় ঠিক আছে

তাই এখন এখানে আমরা পদার্থবিদ্যা থেকে একটি দ্বিতীয় উদাহরণ দেখতে পাচ্ছি যেখানে আমরা একটি সুসম আইন দেখে ভারসাম্য আইন দ্বারা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পেয়েছি

তাই আমি আগা আবার বলছি যে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলি গাণিতিক পদে প্রকাশ করার সময় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্ম দেয় এবং আমরা ইতিমধ্যে এমন দুটি উদাহরণ দেখেছি দুটি উদাহরণ দুটিই সেকেন্ড অর্ডার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ, আসুন আমরা আরও একটু এগিয়ে যাই এবং আবার পদার্থবিজ্ঞানের উদাহরণগুলি দেখি কিন্তু তার আগে আসুন এই সরল হারমোনিক গতিকে একটু বিস্তারিতভাবে দেখি যাতে সাধারণ হারমোনিক গতির সমীকরণটি আবার স্লাইডে d^2y বাই dt স্কোয়ার প্লাস ওমেগা স্কোয়ার ওয়াই সমান 0 প্রদর্শিত হয় সমীকরণ 1.2 এবং সরাসরি যাচাই করুন যে ওমেগা ω এর কোসাইন সমীকরণ 1.2 কে সন্তুষ্ট করে

তাই আমরা সমীকরণ 1.2 এর সমাধান হিসাবে ওমেগা ω এর কোসাইন বলি একইভাবে কেউ সাইন ওমেগা ω এর সমান y ব্যবহার করে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.2 এ প্রতিস্থাপন করতে পারে এবং কেউ সেই সাইন ওমেগা ω যাচাই করতে পারে t সমীকরণ 1.2 এরও একটি সমাধান

তাই আমরা 1.2 এর কোসাইন ওমেগা ω টি এবং সাইন ওমেগা ω টি 1.2 এর দুটি সমাধান পেয়েছি এখন আপনি পদার্থবিজ্ঞানে সুপারপজিশনের ধারণার সাথে পরিচিত

তাই আপনি নিন e দুই তরঙ্গের সুপারপজিশন ঠিক

তাই সুপারপজিশন এর গাণিতিক অর্থ কি এটা বলার মানে কি যে আমরা একটি কোসাইন এবং সাইনের একটি সুপারপজিশন নিই এর মানে আপনি দেখুন যে একটি তৃতীয় প্রকারের সমাধান 1.3 যথা একটি $\cos \omega t + b \sin \omega t$ সাইন ওমেগা ω টি

তাই আসুন আমরা সমীকরণ 1.3 গ্রহণ করি এবং সমীকরণ 1.2 এ প্রতিস্থাপন করি এবং আপনি দ্রুত যাচাই করতে সক্ষম হবেন যে 1.3 ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.2 কেও সন্তুষ্ট করে

তাই আমরা কী করেছি আমরা এখন 1.2 এর অনেকগুলি সমাধান তালিকাভুক্ত করেছি যথা কোসাইন ওমেগা ω টি সাইন ওমেগা ω টি এবং সাধারণত একটি কোসাইন ওমেগা ω টি প্লাস বি সাইন ওমেগা ω টি যা 1.3 হয় লক্ষ্য করুন যে 1.3 এ আপনি যদি 1 এর সমান এবং 0 এর সমান b নেন তবে আমরা 0 এর সমান এবং $b = 1$ এর সমান নিলে আমরা ওমেগা ω টি এর কোসাইন পাব $\sin \omega t$ এবং i একটি বিভিন্ন মান দিতে পারে $1, 2, 3$ বিয়োগ অর্ধ $1, 3$ যাই হোক না কেন এবং আপনি b বিভিন্ন মান দিতে পারেন 1 অন রুট $2, 1$ বিয়োগ $1, 0$ ইত্যাদি

তাই ধ্রুবকগুলির প্রতিটি পছন্দের জন্য a এবং b সমীকরণ 1.3 এর একটি সমাধান প্রদর্শন করে হারমোনিক অসিলেটর সমীকরণ 1.2

তাই আমরা অনেকগুলি সমাধান তালিকাভুক্ত করেছি $ns = 1.2$ আসলে আমরা 1.2 এর সমাধানগুলির একটি অসীম পরিবার তালিকাভুক্ত করেছি তবে আসুন আমরা নিজেদেরকে এই প্রশ্নটি জিজ্ঞাসা করি যে আমরা কি সমস্ত সমাধান তালিকাভুক্ত করেছি কিভাবে আমি জানি যে এই 1.3 সমস্ত সমাধানকে নিঃশেষ করে দেয় হয়ত কেউ অত্যন্ত চতুর হতে পারে এবং 1.2 এর একটি সমাধান তৈরি করতে পারে যা একটি কোসাইন ওমেগা ω টি প্লাস বি সাইন ওমেগা ω টি আকারের নয় এই প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে যে আমরা কিভাবে জানি যে $z t$ যদি 1.2 এর কোনো সমাধান হয় তাহলে $z t$ আকারের একটি কোসাইন ওমেগা ω টি প্লাস বি সাইন ওমেগা ω টি এর জন্য নির্দিষ্ট ধ্রুবক a এবং b আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা স্বাভাবিকভাবেই সমস্ত সমাধানের শ্রেণী বর্ণনা করার সমস্যার দিকে পরিচালিত হয়েছি এটা দেখানো কঠিন নয় যে 1.3 1.2 এর সমস্ত সমাধানকে নিঃশেষ করে দেয় 1.2 এর প্রতিটি সমাধান একটি কোসাইন ওমেগা ω টি প্লাস বি আকারে থাকে সাইন ওমেগা ω টি এটি প্রমাণ করা কঠিন নয় তবে আমরা এই মুহুর্তে এটি করব না আমরা অনেক পরে এটিতে ফিরে আসব যদি সময় অনুমতি দেয় তবে আমরা পরিবর্তে আরও কিছু উদাহরণের দিকে এগিয়ে যাব, আসুন বৈদ্যুতিক সার্কিটের কিছু উদাহরণ দেখি 1.2 এর এনালগ $1.2 i$ একটি যান্ত্রিক একটি সরল রেখা বরাবর একটি কণার সরল হারমোনিক গতির একটি সিস্টেম যা একটি বল দ্বারা সরল যা রৈখিক এবং 1.2 এর বিপরীত দিকের এনালগটিও বৈদ্যুতিক সার্কিটের তত্ত্বে উত্থাপিত হয় যেমন $1c$ সার্কিট 1 এর ইন্ডাকট্যান্স এবং c দাঁড়ায় ক্যাপাসিট্যান্সের জন্য

তাই এই এলসি সার্কিটগুলির আলোচনার জন্য আমি আপনাকে রবার্ট রেসনিক এবং ডেভিড হ্যালিডে এর বিখ্যাত বইটি উল্লেখ করব যা আমি নিশ্চিত যে আপনি বর্তমানে আপনার প্রস্তুতির জন্য এবং তৃতীয় সংস্করণের জন্য দ্বিতীয় খণ্ডটি পড়ছেন দয়া করে মনোযোগ দিন সংস্করণ কারণ এই বইটির বেশ কয়েকটি সংস্করণ হয়েছে

তাই আপনি যদি ভুল সংস্করণটি তুলে নেন তবে আমরা একই পৃষ্ঠায় নেই

তাই আমি কুস্তি এবং ছুটির বিখ্যাত বইয়ের তৃতীয় সংস্করণের পৃষ্ঠা 845 সমীকরণ 38.5 সম্পর্কে কথা বলছি। পদার্থবিজ্ঞানের ভলিউম 2।

সেখানে আপনি এই বৈদ্যুতিক এলসি সার্কিটগুলির একটি খুব বিশদ বিবরণ দেখতে পাবেন আসলে তিনি 848 পৃষ্ঠায় এলসিআর সার্কিট সম্পর্কে কথা বলেছেন এবং এলসিআর সার্কিটকে নিয়ন্ত্রণকারী সমীকরণগুলি কী? $d^2 q$ বাই dt বর্গ প্লাস r ওভার 1 dq বাই dt প্লাস q ওভার $1c$ সমান শূন্য এখানে r হল একটি রেজিস্ট্যান্স 1 হল ইন্ডাকট্যান্স এবং c হল ক্যাপাসিট্যান্স বিশেষ করে যদি রেজিস্ট্যান্স শূন্য হয় বিশেষ করে রেজিস্ট্যান্স শূন্য হয় তাহলে কি হবে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ আপনি দেখছেন r শব্দটি মধ্যবর্তী পদটি নেই মধ্যবর্তী পদটি নেই যদি r শূন্য হয় তাহলে আপনার কাছে কি আছে আপনি d দুই ঘনক দ্বারা dt বর্গ প্লাস ধ্রুবক বার q শূন্য $1c$ এর উপর ধ্রুবক কত? one on $1c$ একটি ধনাত্মক ধ্রুবক

তাই আপনি এটিকে ওমেগা বর্গ বলতে পারেন

তাই আপনি দেখতে পাচ্ছেন d^2 কিউব বাই dt বর্গ প্লাস ওমেগা বর্গ $q = 0$ এর সমান কিন্তু 1.2 $1.2 d^2y$ দ্বারা dt স্কোয়ার প্লাস ওমেগা বর্গ y সমান নয় শূন্য

তাই আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে বৈদ্যুতিক সার্কিট তত্ত্বে আপনি যে এলসি সার্কিটগুলির মুখোমুখি হন তা একটি সরল হারমোনিক গতির

যান্ত্রিক সিস্টেমের বৈদ্যুতিক অ্যানালগ

তাই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি খুব অনুরূপ অন্যদিকে আপনি যদি একটি প্রতিরোধের পদে নিক্ষেপ করেন তবে আপনার একটি মধ্যম থাকবে মধ্যবর্তী মেয়াদ ম জন্ম মেয়াদ $e r \text{ by } l \text{ dq by } dt$ হল মধ্যবর্তী পদ

তাই এই সমীকরণটি একটি দোলক হবে যার মধ্যে একটি স্যাঁতসেঁতে পদ নিক্ষেপ করা হবে

তাই আমি আপনাকে রেসলিং এবং ছুটির সমীকরণ 15.37 এ উল্লেখ করব এখন আসুন আমরা পদার্থবিজ্ঞানের ক্ষেত্র ছেড়ে ধীরে ধীরে রাজ্যে চলে যাই জীববিজ্ঞানের বিশেষ করে গাণিতিক বাস্তুশাস্ত্রের পথ ফিরে 1798 সালে ম্যালথাস একটি বাস্তুশাস্ত্রের জনসংখ্যা বৃদ্ধির জন্য একটি মডেল প্রস্তাব করেছিলেন যেখানে জীবের একটি মাত্র প্রজাতি আছে উদাহরণস্বরূপ আপনি ব্যাকটেরিয়া সম্পর্কে চিন্তা করতে পারেন ব্যাকটেরিয়াল সংস্কৃতির বৃদ্ধি এখন এই বাস্তুশাস্ত্রে শুধুমাত্র একটি প্রজাতি রয়েছে। মডেলটিও লিওনার্ড ইউলার দ্বারা স্বতন্ত্রভাবে প্রস্তাব করা হয়েছিল কিছুটা আগে যা মডেলটি বলে যে যদি t এর y একটি প্রজাতির জনসংখ্যা হয় t সময়ে যখন dt দ্বারা জনসংখ্যার পরিবর্তনের হার সেই সময়ে উপস্থিত জনসংখ্যার সমানুপাতিক হয় আনুপাতিকতার কিছু ধ্রুবক k এর জন্য dy দ্বারা dt এর অন্যান্য শব্দ হল k বার y এটি হল সমীকরণ 1.4 হল একটি একক প্রজাতির বাস্তুশাস্ত্রের সমীকরণ বা ম্যালথুসিয়ান মডেল নোট করুন যে 1.4 অবিলম্বে আপনাকে t m এর y দেয় শক্তি kt - এর সমীকরণ 1.4 ae দ্বারা kt -এর গুণ সূচকের দ্বারা সম্ভূষ্ট হয়

তাই এটি দেখায় যে জনসংখ্যা yt অবশ্যই দ্রুতগতিতে বৃদ্ধি পাবে

তাই একটি একক প্রজাতির বাস্তুশাস্ত্রের ম্যালথুসিয়ান মডেল অনুসারে জনসংখ্যা yt বিস্ফোরণ ঘটায় খুব দ্রুত বৃদ্ধি পায় এটা আমাদের নিজেদেরকে কয়েকটি প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা যাক, এই বাস্তবিকভাবে কি জনসংখ্যা সত্যিই সীমাহীন সময়ের মধ্যে দ্রুতগতিতে বৃদ্ধি পেতে পারে, প্রকৃতি যদি জনসংখ্যার এই ধরনের সূচকীয় বৃদ্ধির অনুমতি দেয় তাহলে কিছু বাধা সৃষ্টিকারী কারণ থাকবে না? প্রাকৃতিক সম্পদের সীমাবদ্ধতার কারণে সৃষ্ট যা এই সূচকীয় বৃদ্ধিকে রোধ করবে আমরা জানি যে এটি চলতে পারে না জনসংখ্যা দ্রুতগতিতে বৃদ্ধি পেতে পারে না কিছু সময়ে এমন কিছু ব্যবস্থা থাকতে হবে যার দ্বারা এটি বন্ধ করা যায় এমন একটি প্রক্রিয়া প্রস্তাবিত হয়েছিল ভারহাস্ট দ্বারা 1836 ভারতুল যা বলে তা হল ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.4 দেখুন সেখানে শুধু dy বাই dt সমান ky কি বলে ডান হাতটি পাশ পরিবর্তন করতে হবে আপনি দেখুন যখন প্রাকৃতিক সম্পদের ঘাটতি থাকে যখন ইতিবাচক খাদ্য থাকে তখন এটি সামাজিক ঘর্ষণ সৃষ্টি করে যা সামাজিক ঘর্ষণ সৃষ্টি করে এবং সেই সামাজিক ঘর্ষণ জনসংখ্যা বৃদ্ধির উপর নেতিবাচক প্রভাব ফেলতে চলেছে

তাই ky শব্দটি হতে হবে 1.5 সমীকরণটি দেখুন ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি পরিবর্তিত হয়েছে জনসংখ্যার পরিবর্তনের হার dy দ্বারা dt সমান ky নয় এটি dy দ্বারা dt সমান ky বিয়োগ কিছু পদটি কি দ্বারা ky বর্গ করা হয়েছে r যেখানে r আরেকটি ধ্রুবক এই r দ্বিতীয় ধ্রুবক r কে পরিবেশের বহন ক্ষমতা বলা হয় এই ধ্রুবক r পরিবেশের সীমাবদ্ধতার উপর নির্ভর করবে যেখানে বাস্তুশাস্ত্র বিকশিত হচ্ছে সেখানে $jd \text{ muray}$ এর গাণিতিক জীববিজ্ঞানের উপর একটি খুব সুন্দর বই আমি দিয়েছি আপনি এটির জন্য রেফারেন্স দিয়েছেন যে এটি গাণিতিক জীববিজ্ঞানের উপর লেখা সবচেয়ে ব্যাপক চুক্তিগুলির মধ্যে একটি এবং আপনি এই বইটিতে প্রচুর ঐতিহাসিক বিবরণ পাবেন বিভিন্ন মডেল এবং বিভিন্ন যে মডেলগুলি বিভিন্ন বিজ্ঞানীরা প্রস্তাব করেছেন এই বিভিন্ন মডেলের গুণাবলী এবং ত্রুটিগুলি আপনি বিভিন্ন অনুমান করে যে ধরণের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি পান এবং

তাই এখন আসুন আমরা অন্য একটি সিস্টেমে যাই একটি বাস্তুসংস্থান ব্যবস্থায় যাই তবে এবার এটি এই বাস্তুবিদ্যা ধারণ করে দুই ধরনের প্রজাতি থাকে একটি শিকারী এবং একটি শিকার উদাহরণস্বরূপ আপনি শিকারীকে হাঙ্গর এবং শিকারকে সার্ডিন হিসাবে ভাবতে পারেন বা যে কোনও শিকারী এবং যে কোনও শিকারকে আপনি বিড়াল এবং হাঁদুরের কথা ভাবতে পারেন যদি আপনি চান

তাই আসুন দুটি প্রজাতি বিবেচনা করি। বাস্তুশাস্ত্রে জনসংখ্যা x d সহ একটি শিকারী এবং জনসংখ্যা y t সহ একটি শিকার থাকে তাই শিকারীদের জন্য খাদ্যের উত্স হল শিকারের প্রাপ্যতা এবং শিকার তারা তৃণভোজী প্রাণী তারা উদাহরণস্বরূপ আপনি যদি জলজ ব্যবস্থার দিকে তাকান তবে আপনি ধরে নিন যে শিকার শেওলাতে বাস করে উদাহরণস্বরূপ প্রাকৃতিক নিরামিষ খাবার

তাই ধরুন কোন শিকার নেই ধরুন y সেখানে নেই তাহলে শিকারীদের খাওয়ার মতো খাবার নেই

তাই তাদের পি ওপুলেশন দ্রুত মরে যাবে সমীকরণ 1.6 dx বাই dt সমান বিয়োগ কুক্ষের দিকে তাকান মানে এক্সপের অর্থ হল xt ফাংশনটি ই এর মত হতে চলেছে পাওয়ার বিয়োগের সাথে সাথে এটি ক্ষয় হতে চলেছে কারণ সময় অসীমতায় চলে যায় অন্য কথায় যদি yt না থাকে যদি শিকার না থাকে তাহলে xt এর জনসংখ্যার হার খুব দ্রুত কমতে থাকবে অন্যদিকে যদি শিকারী না থাকে সেখানে xt না থাকে তাহলে কিছুই নেই শিকারের জনসংখ্যা বৃদ্ধি রোধ করার জন্য শিকার হল তৃণভোজী প্রাণী এবং তাদের জনসংখ্যা দ্রুতগতিতে বাড়তে থাকে উদাহরণস্বরূপ আপনি খরগোশ এবং শেয়ালের পরিবেশের কথা ভাবতে পারেন উদাহরণস্বরূপ শিকার খরগোশ হতে পারে এবং শিকারী শিয়াল হতে পারে খরগোশ তৃণভোজী প্রাণী এবং শিয়ালগুলি মাংসাসী এখন দেখা যাক এই দুটি প্রজাতির প্রাণীকে একসাথে রাখি তাই 1.6 হ্রাসের হার আর সত্য নয় কারণ শিকারীদের এখন খাওয়ার জন্য খাবার আছে

তাই পো কমেছে পুলেশন যা মাইনাস কুক্ষ শব্দটি একটি প্লাস bxy শব্দের যোগে চেক করা যাচ্ছে আপনি স্লাইডের শেষ লাইনটি দেখতে পাচ্ছেন যে সমীকরণ 1.6 এর ডান দিকের সমীকরণটি বিয়োগ কুক্ষের পরিবর্তে বিয়োগ কুক্ষ যোগ bxy দ্বারা পরিবর্তন করা হয়েছে মনে রাখবেন সব ধ্রুবক abc এবং k সবই ইতিবাচক ঠিক আছে এখন কি হবে এবং 1.7 এর ডান দিকের বৃদ্ধির হার নির্দেশিত হয়েছে এখন আপনি শিকারীদের রাখুন এবং এখন একসাথে প্রার্থনা করুন যে শিকারীরা সেখানে আছে তারা যাচ্ছে শিকারকে খাও যাতে শিকারের জনসংখ্যা 1.7 এর মত বাড়তে না পারে cxy আপনি ky বিয়োগ cxy দেখতে যাচ্ছেন এবং

তাই সমীকরণের পরিবর্তিত সিস্টেমটি হবে dx দ্বারা dt সমান বিয়োগ ax প্লাস bxy dy বাই dt সমান ky বিয়োগ cxy আপনি এক জোড়া ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পাবেন 1.8 ধ্রুবক abc এবং k এই সন্ধিক্ষেপে আপনি এখন ইতিবাচক আছেন কেন আপনি জিজ্ঞাসা করতে পারেন আমি কি একটি প্লাস bxy এবং একটি বিয়োগ cxy দিয়েছি কেন এই দ্বিঘাত শব্দটি xyy $naught$ x বর্গ y y $naught$ xy বর্গক্ষেত্র ভাল এইগুলি মডেল এবং এগুলি সঠিক মডেল নয় প্রথমত দ্বিতীয়ত আসুন একটি চিন্তা পরীক্ষা করি ধরুন আপনার বলার পরিবেশ আছে এটি একটি বিড়াল এবং হাঁদুর সব জায়গায় এখন ধরা যাক বিড়ালের জনসংখ্যা দ্বিগুণ হয়ে যায় এবং হাঁদুরের জনসংখ্যাও দ্বিগুণ হয় তাহলে একটি বিড়াল হাঁদুরের মুখোমুখি হওয়ার সম্ভাবনা চারগুণ বাড়বে তাহলে এটি ব্যাখ্যা করে কেন xy শব্দটি এবং একটি বিড়াল এবং একটি হাঁদুরের মধ্যে এই মিথস্ক্রিয়াটি হাঁদুরের জন্য ক্ষতিকারক হতে চলেছে যেখানে এটি বিড়ালদের পক্ষে অনুকূল হতে চলেছে তাই যখন আপনি প্রথম সমীকরণটি প্লাস চিহ্ন সহ এবং দ্বিতীয় সমীকরণটিতে আপনি এই শব্দটিকে একটি বিয়োগ সহ দেখতে পাবেন সাইন করুন যাতে অভিজ্ঞতাগতভাবে এই মডেলটিকে ব্যাখ্যা করে 1.8 এই মডেলটি একটি খুব বিখ্যাত মডেল এটিকে বলা হয় ভোল্টেরা লটকা মডেল এটি একটি ভোল্টেরা লোডকাস্ট সমীকরণের সিস্টেম এটি যুগপত ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি সিস্টেম এবং এটি একটি সহ ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের $upled$ সিস্টেম মনে রাখবেন 1.8 এ প্রথম সমীকরণটি দেখুন এটি dx দ্বারা dt সমান বিয়োগ ax যোগ bxy প্রথম সমীকরণে y প্রদর্শিত হয় এবং দ্বিতীয় সমীকরণটি d y দ্বারা dt সমান ky বিয়োগ cxy দ্বিতীয়টিতে x উপস্থিত হয় সমীকরণ

তাই সমীকরণের সিস্টেম হল একটি যুগল সমীকরণের সিস্টেম যথা অজানা x এবং y উভয়ই উভয় সমীকরণে উপস্থিত হয় এবং এটি

একটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের যুগপত সিস্টেম এবং আমি এই উদাহরণটি দিয়েছি কেবলমাত্র বাস্তবতন্ত্রের অধ্যয়নে কীভাবে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ তৈরি হয় তা বোঝানোর জন্য আমরা অধ্যয়ন করতে যাচ্ছি না আমরা এই সমীকরণ 1.8 কে বিশদভাবে বিশ্লেষণ করতে যাচ্ছি না কারণ এটি এই কোর্সের পরিধির মধ্যে নেই তবে এই উদাহরণটি এখানে দেওয়া হয়েছে দেখানোর জন্য যে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি সমস্ত জায়গায় রয়েছে যেখানে তারা আবার প্রদর্শিত হয় পদার্থবিদ্যা বৈদ্যুতিক সার্কিট যান্ত্রিক সিস্টেম হিসাবে তারা ব্যাকটেরিয়া বৃদ্ধি এবং জনসংখ্যা মডেল জনসংখ্যার মধ্যে উপস্থিত হয় রোগের বিস্তার রাসায়নিক গতিবিদ্যা এবং আরো অনেক কিছু আমি ঠিক

তাই আমি জৈবিক সিস্টেমের এই সংক্ষিপ্ত আলোচনাটি বন্ধ করতে চাই কিভাবে জীববিজ্ঞানে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ তৈরি হয় আমি এই বিষয়ে বেশ কিছু সময়ের জন্য কথা বলেছি

তাই এটি আপনাকে কিছু রেফারেন্স দেওয়ার অর্থ বহন করে যা আপনি কিছু সময়ে পড়তে পারেন যা শত শত আছে এবং গাণিতিক জীববিজ্ঞানের উপর লেখা শত শত বই এবং আমি সেগুলির মধ্যে তিনটি বেছে নিয়েছি, শেষটি জেডি মারের একটি খুব সুন্দর বই যা আমি ইতিমধ্যেই উল্লেখ করেছি এবং প্রথম বই ডিএস জোস্‌ এমজে প্ল্যাক্স এবং বিডি প্লিম্যান এই বইটি গাণিতিক জীববিজ্ঞানের ডিফারেনশিয়াল ইকুয়েশন বলে। আপনাকে বিভিন্ন জৈবিক সমস্যায় উদ্ভূত ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের একটি বড় সংখ্যক সিস্টেম দেয় যেমন টিউমারের বৃদ্ধি যেমন রোগের বিস্তার এবং অন্যান্য অনেক জৈবিক সিস্টেম নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে জৈবিক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি অ্যাওয়ার্ডে শারীরবৃত্তীয় রক্ত প্রবাহে উদ্ভূত হয় যা আকর্ষণীয় সিস্টেমের জন্ম দেয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ এবং একটি সম্পূর্ণ বই গাণিতিক ফিজিওলজির উপর একটি খুব মোটা ভলিউম লিখেছেন কিনার এবং schn দ্বারা ঈদে অবশ্যই আমরা এই বিষয়গুলি সম্পর্কে বেশি কিছু বলতে যাচ্ছি না

তাই এটি একটি প্রাথমিক বক্তৃতা যা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের উৎপত্তি এবং ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের উৎপত্তি সম্পর্কে একটি সূচনামূলক বক্তৃতা। এই কোর্সটি

তাই এখন আমরা প্রথম ক্রমটিতে শুধুমাত্র ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি অধ্যয়ন করতে যাচ্ছি কিভাবে প্রথম ক্রমটির ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি dy দ্বারা dx সমান f এর x কমা y সমীকরণ 1.9 এর মতো দেখায় যা আপনি স্লাইডে দেখতে পাচ্ছেন এটি প্রথম অর্ডার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ এটি প্রথম ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ কারণ শুধুমাত্র একটি ডেরিভেটিভ দেখা যায় dy দ্বারা dx এর বিপরীতে shm সরল হারমোনিক গতির সমীকরণগুলি সরল হারমোনিক গতিকে পরিচালনা করে সমীকরণ একটি পেন্ডুলামের গতিকে নিয়ন্ত্রণ করে lcr সার্কিট ইন্ডাকট্যান্স ক্যাপাসিট্যান্স রেজিস্ট্যান্স এই সমস্ত সিস্টেম দুটি ডেরিভেটিভের সাথে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ জড়িত

তাই দ্বিতীয় ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ রয়েছে যা আমরা আগে অধ্যয়ন করি দ্বিতীয় ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের অধ্যয়ন শুরু করুন এটি প্রথম ক্রম ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সাথে সহজে শুরু হওয়া স্বাভাবিক এবং এই কোর্সে আমরা সেকেন্ড অর্ডার ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্য যা দেখব তা আপনাকে বর্তমান সিরিজের বাইরের দিকে তাকাতে হবে। লেকচারের

তাই xy এর f দুটি ভেরিয়েবলের একটি ফাংশন

তাই আমরা প্রাথমিকভাবে তিন ধরনের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.9 দেখব, যেমন সেই ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি যেগুলিকে পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ বলা হয় এবং দ্বিতীয় ধরনের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি সমজাতীয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ নামে পরিচিত এবং তৃতীয়টি হল রৈখিক সমীকরণ এবং তাদের ঘনিষ্ঠ কাজিনদের নাম বার্নোলি সমীকরণ মনে রাখবেন যে শুরুতে আমি এটি জিন বার্নোলির নাম রেখেছি যিনি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের এই ঐতিহাসিক বিকাশে একটি গুরুত্বপূর্ণ ব্যক্তিত্ব ছিলেন এটি একই বার্নোলি তাই তার নাম এখন দেখা যাচ্ছে

তাই রৈখিক সমীকরণ এবং বার্নোলি সমীকরণ

তাই আমরা এই তিন ধরনের সমীকরণের দিকে নজর দেব এই কোর্সে $tions$ ঠিক আছে

তাই চলুন চলুন প্রথমটি ধরি চলক বিভাজ্য সমীকরণটি ঠিক আছে

তাই পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ

তাই এটি একটি খুব বিশেষ ধরনের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ যেখানে xy এর ডান দিকের f ডানদিকে xy এর f হতে পারে বিভিন্ন ধরনের বিভিন্ন ফাংশন xy এর ডান f x বর্গ প্লাস y বর্গ হতে পারে বা xy এর f x $yfxy$ হতে পারে $\sin x \cos y$ হতে পারে উদাহরণস্বরূপ,

তাই এই শেষ দুটি কেস খুব বিশেষ যে এটিতে বিশেষ কি xy -এর একটি ফাংশন x গুণ y এর একটি ফাংশন কিন্তু প্রথম উদাহরণে যেটি আমি আপনাকে xy এর f দিয়েছি সমান x বর্গ প্লাস y বর্গক্ষেত্র এটি x এর একটি ফাংশন এবং y এর একটি ফাংশনের গুণফল নয় তাই সঠিক কিন্তু কি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ হল সমীকরণ 1.9 হল একটি পরিবর্তনশীল বিভাজ্য সমীকরণ যদি xy -এর f আকারে হয় hx তে gy যা দুঃখিত দুঃখিত gx hy তে

তাই k ক্ষেত্রে যখন xy এর ফাংশন f 1.9 এ প্রদর্শিত হয় Gx ফর্মের গুণফলকে hy তে তারপর আমরা বলি যে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ পরিবর্তনশীল বিভাজ্য ঠিক আছে ঠিক আছে

তাই xy এর 1.9 f এর মধ্যে gx hy ডানে এটি gx হতে চলেছে h y এর মধ্যে এটি লিখুন আমাকে এটি লিখতে দিন যাতে আপনি xy এর f এর সমান dx দ্বারা dy কে দেখছেন এবং আমি অনুমান করছি যে xy -এর এই f টি hy তে gx আকারের,

তাই আমি পরবর্তীতে y এর h দ্বারা ভাগ করব এবং আমি এটিকে 1 এর উপর h y এর dy তে dx দিয়ে লিখব অবশ্যই x এর g এর সমান আমি অনুমান করতে যাচ্ছি যে y এর h θ নয় আমি অনুমান করতে যাচ্ছি তারপর কী হবে সেটা হল x এর একটি ফাংশন এবং y সমাধানটিও x এর একটি ফাংশন এবং h হল y এর একটি ফাংশন এবং y হল x এর একটি ফাংশন আমি x এর সাপেক্ষে উভয় পক্ষকে একীভূত করতে যাচ্ছি

তাই আপনি দেখতে পাচ্ছেন সমীকরণ 1.10 কে h দ্বারা ভাগ করা হয়েছে আমি অনুমান করতে যাচ্ছি যে hy শূন্য নয় আসলে আমরা অনুমান করতে যাচ্ছি যে Gx θ বা hy নয় 0 হল। তাদের মধ্যে একটি 0 হলে কী হয় যা আমরা পরে নেব এবং এই ধরনের ঘটনাগুলি যে কোনও গাণিতিক বিশ্লেষণে সর্বদা দেখা দেবে যখন আপনি ভাগ করবেন তখন আপনাকে সেই বিশেষ ক্ষেত্রে দেখতে হবে যেখানে পরিমাপ যার দ্বারা আপনি ভাগ করেন শূন্য সেই ক্ষেত্রেগুলি সর্বদা আলাদাভাবে মোকাবেলা করা হয় আমরা এটি পরে করব

তাই আসুন আমরা যুক্তির প্রবাহকে বাধাগ্রস্ত না করি

তাই আমরা y এর h দিয়ে ভাগ করি এবং আপনি x এর সাপেক্ষে সমীকরণ 1.10 এর উভয় পক্ষকে একীভূত করুন আপনি কী পাবেন আপনি পাবেন 1 অন $hydy$ দ্বারা dx তে dx সমান $\int gx dx$ এখন বাম দিকের দিকে তাকান বাম দিকের ইন্টিগ্রালটি খুবই বিশেষ আপনি যাতে x এর y মনে রাখতে পারেন y এর h এবং y xy এর একটি ফাংশন x এর একটি ফাংশন আপনি x এর y এর x সমান u রাখতে চান যদি x এর y এর সমান u তাহলে dy দ্বারা dx dx হবে d সঠিক

তাই আমাদের r -এ $\int dy$ -এ রূপান্তরিত হবে hy সমান $\int gx dx$ দ্বারা

তাই একটি প্রতিস্থাপন উপপাদ্য আছে কিন্তু আমরা প্রতিস্থাপন উপপাদ্য প্রয়োগ করার আগে আপনার সতর্ক হওয়া উচিত যে ডেরিভেটিভটি শূন্য না হওয়া উচিত প্রতিস্থাপন উপপাদ্যটি কী পরিবর্তন করছেন তার পরিবর্তন ভেরিয়েবল ডান উদাহরণস্বরূপ আপনার $\int dx$ প্রত্যাহার $\int dx$ ক্যালকুলাস আপনি $\int x^2 dx$ এর বর্গমূল একত্রিত করতে চান আপনি বলবেন x সমান সাইন থিটাতে বসান ভাল আপনি সাইন থিটাতে x সমান রাখতে পারেন যতক্ষণ না আপনি ইন্টারভালে কাজ করছেন বিয়োগ পাই বাই 2 পাই বাই 2 পরিবর্তন সাইন থিটা-এর সমান ভেরিয়েবল x এর ডেরিভেটিভ অবশ্যই নন-জিরো হতে হবে অন্য কথায় dy দ্বারা dx অবশ্যই নন-শূন্য হতে হবে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ 1.10-এ ফিরে যান আমরা ইতিমধ্যে ধরে নিচ্ছি hy শূন্য নয় এখন আমরা ধরে নিচ্ছি gx শূন্য নয় সুতরাং dx দ্বারা আপনার dy অ-শূন্য হতে চলেছে প্রতিস্থাপন উপপাদ্যটি বৈধ এবং

তাই আমরা সমীকরণ 1.11 পেয়েছি ঠিক আছে এখন আমাদের ডানদিকে $gx dx$ সংহত করতে যা বাকি থাকে এবং আমাদের বাম দিকে hy দ্বারা dy সংহত করতে হবে হ্যান্ড সাইড আশা করি আমরা এই ইন্টিগ্রেশনগুলি সম্পাদন করতে পারি এবং আশা করি আমরা একটি বন্ধ উত্তর পেতে পারি তবে আপনি আপনার অভিজ্ঞতা থেকে জানেন যে এগুলি কেবলমাত্র আশা এবং সেগুলি সর্বদা উপলব্ধি করা যায় না আপনি প্রায়শই এমন অনেক ফাংশনের উদাহরণ জানেন যার অনির্দিষ্ট অবিচ্ছেদ্য $\int g(x) dx$ গণনা করা যায় না। অথবা এর গণনা পূর্ব হতে পারে $\int g(x) dx$ চতুর কখনও কখনও তারা সহজ হয় আমরা ভাগ্যবান যদি তারা সহজে গণনা করা সহজ হয় এই অর্থগুলি গণনা করা সহজ প্রায়ই আমরা এতটা ভাগ্যবান নই হয় এর জন্য কিছু খুব চতুর ম্যানিপুলেশনের প্রয়োজন হয় এবং কখনও কখনও এটি অনির্দিষ্ট অবিচ্ছেদ্য গণনা করা সম্ভব হয় না তবে এটিই আমাদের জীবন। এটি গ্রহণ করার জন্য আসুন আমরা একটি সাধারণ উদাহরণ দেখি এবং সাধারণত যা ঘটে তা হল একটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ কিছু প্রাথমিক অবস্থার সাথে সজ্জিত হয় ভাল আমি এই মন্তব্যের পরে সমাধানের উদাহরণে আসব আমরা পরিবর্তনশীলটিকে স্বাধীন পরিবর্তনশীলটিকে সময় সঠিক এবং নির্ভরশীল হিসাবে মনে করি। ভেরিয়েবল বলতে জনসংখ্যা বলা হয় সময় t সময়ে এবং আমরা দেখেছি বা এটি একটি বৈদ্যুতিক সার্কিটের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত বর্তমান হতে পারে বা এটি সরল পেন্ডুলামের গড় অবস্থান থেকে স্থানচ্যুতি হতে পারে

তাই আমাদের যা করতে হবে তা হল আমাদের চিন্তা করা দরকার একটি সময় পরিবর্তনশীল হিসাবে স্বাধীন ভেরিয়েবল এবং কিছু সময়ে বলে সময় t সমান t নাught আপনাকে ডেটা দিতে হবে যেমন জনসংখ্যা টি সমান সময়ে t নাught a কোনো রাসায়নিক বিক্রিয়ায় রাসায়নিক বিক্রিয়াকের ঘনত্বের সমান সময়ে $\frac{dN}{dt}$ ডিসপ্লসমেন্ট যদি আপনি রাসায়নিক বিক্রিয়া নিয়ে অধ্যয়ন করেন তাহলে বিভিন্ন পদার্থের বিক্রিয়াকারী পদার্থের ঘনত্ব নির্দিষ্ট সময়ে নির্দিষ্ট করতে হবে t নাught বা বর্তমান যদি হয় একটি বৈদ্যুতিক সার্কিটের অধ্যয়ন তখন বর্তমান সময়ে t সমান t নাught নির্দিষ্ট করা যেতে পারে

তাই আপনার t সমান সময়ে t নাught এর সমান সময়ে ডেটা প্রয়োজন যে সমাধানটি আপনি খুঁজে বের করার চেষ্টা করছেন তার অন্তত একটি নির্দিষ্ট পয়েন্ট নির্ধারণ করা উচিত সময় বলুন সময় t সমান t নাught অন্য কথায় আমাদেরকে y এর মান দেওয়া হয় t সমান সময়ে t নাught যে আপনাকে সমাধানের মান দেওয়া হয় $y(t)$ সমাধান $y(t)$ নির্ধারিত সময়ে t সমান t নাught এবং আপনার কী আপনি কি একটি ব্যবধানে সমাধানটি খুঁজছেন বিয়োগ এ থেকে টি নট প্লাস একটি

তাই সাধারণত ডিফারেনশিয়াল সমীকরণগুলি নির্দিষ্ট পার্থক্য শর্তগুলির সাথে সজ্জিত হয় যেমন অন্য কথায় আপনি যে দিকে তাকাচ্ছেন প্রাথমিক অবস্থা শুধুমাত্র ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের দিকে তাকানো নয় আপনি শুধুমাত্র xy এর $f(x, y)$ এর dx এর সমান ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি দেখছেন না এটি x এর y এর মতো কিছু অতিরিক্ত শর্তের সাথে সম্পূর্ণ নয়, x এর সমান y এর মান x এর সমান নয় আপনাকে দেওয়া হয়েছে বলুন y কিছুই না এখানে এক টুকরো সতর্কবার্তা আছে যা আপনি দেখতে পাচ্ছেন এমনকি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের মধ্যেও সর্বত্র সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে ব্যবধান i যার উপর সমাধানটি বোঝা যায় সীমিত হতে পারে আসুন এটিকে একটি খুব সাধারণ এবং বিশেষ ক্ষেত্রে দেখা যাক ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ $\frac{dy}{dt}$ দ্বারা dt সমান y বর্গক্ষেত্র একটি অত্যন্ত নিদোষ দেখাচ্ছে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ $\frac{dy}{dt}$ দ্বারা dt সমান y বর্গক্ষেত্র এবং আমরা বলি যে 0 এর সমান সময়ে সমাধানটির মান c যেখানে c একটি ধ্রুবক এবং ধরে নিই যে c একটি ইতিবাচক ধ্রুবক শুধুমাত্র ধারণা ঠিক করার জন্য তারপর উপরের মত এগিয়ে চলুন আমরা কি বলতে চাই আপনি কি বলতে চাচ্ছেন উপরের হিসাবে আমরা y বর্গ দিয়ে ভাগ করি এবং t ডানদিকে উভয় পক্ষকে সংহত করি আমরা y বর্গ দ্বারা ভাগ করি এবং t এর ক্ষেত্রে উভয় পক্ষকে সংহত করি এটা করা যাক

তাই আমরা d দ্বারা dt এর y এর 0 এর সমান y এর বর্গ y এর 0 এর সমান c এর সাথে দেখছি

তাই আমরা y বর্গ 1 এর উপর y বর্গ 1 দিয়ে dt এর সমান 1 দিয়ে ভাগ করি

তাই সময় t এর সাপেক্ষে একীভূত করুন উভয় পক্ষই পূর্ণাঙ্গ 1 পায় dt দ্বারা y বর্গক্ষেত্র dy সমান dt সমান সমান dt ডান ঠিক

তাই আমরা এখন এটি করেছি এই একটি বাম দিকটি y বর্গ দ্বারা ইন্টিগ্রাল dy তে সরল হবে পরিবর্তনশীল প্রতিস্থাপন উপপাদ্য প্রতিস্থাপন উপপাদ্য পরিবর্তনের জন্য ধন্যবাদ আমি আপনাকে এটিই দেবো ঠিক এটাই আপনি স্লাইডে যা দেখতে পাচ্ছেন আপনি dy দ্বারা y বর্গ সমান dt ইন্টিগ্রেল দেখছেন এবং ইন্টিগ্রেশনের ধ্রুবকটি মনে রাখবেন এইগুলি অনির্দিষ্ট অর্থগুলি

তাই সেখানে ইন্টিগ্রেশনের সেই ধ্রুবকটি চারপাশে ভাসমান থাকবে

তাই আসুন এটি করা যাক ইন্টিগ্রেশনের ধ্রুবক বসানো যাক এবং দেখুন কী হয়

তাই আপনি $\int dy$ এর সাথে y স্কেয়ারের সমান $\int dt$ এর দিকে তাকাচ্ছেন তাহলে কি ঘটবে বিয়োগ 1 এর উপর y সমান t প্লাস b যেখানে b একীকরণের ধ্রুবক সঠিক যাতে t এর y এর সমান 1 এর উপর t প্লাস b এর সমান পড়ে প্রাথমিক কোন্ডিশন মনে রাখবেন যে আমাদের প্রাথমিক শর্ত দেওয়া হয়েছে 0 এর সমান রাখুন t আমরা কি জানি যখন $t = 0$ এর সমান আমরা জানি যে $t = 0$ এর সমান c তাহলে আমরা b বা b এর সমান c বিয়োগ 1 পাব? বিয়োগ 1 এর উপর c এর মান এখন গণনা করা হয়েছে আমরা নির্বাচনে ধ্রুবক একত্রিকরণ ধ্রুবকের মান গণনা করেছি ঠিক আছে এখন আমাদের প্রতিক্রিয়া দেওয়া যাক এই মানটি এখানে ফিরিয়ে দেওয়া যাক আমরা কি পেতে পারি আমরা বিয়োগের সমান t এর y পাই 1 এর উপর t বিয়োগ 1 এর উপর c অথবা c দ্বারা 1 বিয়োগ ct হবে

তাই এটি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সমাধান যা ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের সমাধান যা একটি ফাংশন নোটিশ যে টি 1 এর উপর c এ পৌঁছালে কি ঘটবে? c এর উপর এখানে এই বস্তুর কি হবে এই জিনিসটি অসীম পর্যন্ত উড়ে যায় যে জিনিসটি অসীম পর্যন্ত উড়ে যায় তাই এখানে আপনি স্লাইডে এটি দেখতে পাচ্ছেন আমি এটিকে লাল রঙে মন্তব্য করেছি কারণ t বাম থেকে 1 দ্বারা c হয় যা টি শুরু হয় উৎপত্তি এবং এটি অগ্রগতি এবং সময় বিবর্তিত হয় এবং যখন সময় t a approaches 1 দ্বারা c সমাধানের কি হবে সমাধানটি কেবল অসীমে চলে যায় সমাধানটি সীমাবদ্ধ সময়ের মধ্যে অসীমে চলে যায়

তাই ভৌত সিস্টেম যে সমাধানটি বোঝায় তা ভৌত সিস্টেমের বিবর্তন 1 এর সমান সময় পর্যন্ত বোঝা যায় c দ্বারা t সমান 1 দ্বারা c ভৌত সিস্টেম ইতিমধ্যেই বিস্তারিত হয়েছে সেখানে একটি বিপর্যয় ঘটেছে ঠিক আছে

তাই যে সময় ব্যবধানে সমাধানটি বিদ্যমান তা সম্পূর্ণ বাস্তব রেখা নয় এটি বিয়োগ অসীম থেকে 1 বাই c পর্যন্ত সমস্ত পথ। এর বাইরেও

ক্যাপশনটি বলেছে যে সমাধানটি সীমাবদ্ধ সময়ের মধ্যে অসীমের দিকে পালাতে পারে সমাধান সীমাবদ্ধ সময়ে অসীমের দিকে পালিয়ে যায় তাই আমি কেবল পূর্ববর্তী স্লাইডে ফিরে যাই এবং এখন আসুন সতর্কতাটি দেখি যদিও ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সর্বত্র সংজ্ঞায়িত করা হয় ডিফারেনশিয়াল সমীকরণে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি dy দ্বারা dt সমান y বর্গক্ষেত্রের ডিফারেনশিয়াল সমীকরণ y বর্গক্ষেত্রে কিছু ভুল নেই যেখানে ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সর্বত্র সংজ্ঞায়িত করা হয় তারপরেও সমাধানটি সীমাবদ্ধ সময়ের মধ্যে অসীমে পালিয়ে যায় তাই এমনকি ডিফারেনশিয়াল সমীকরণটি সর্বত্র সংজ্ঞায়িত করা হয় যে ব্যবধান i যার উপর সমাধানটি বোঝা যায় তা সীমিত হতে পারে এবং এই বিশেষ ক্ষেত্রে এটিই ঘটে তাই আমরা এখানে এই প্রথম বক্তৃতাটি বন্ধ করব এবং আমরা দ্বিতীয় বক্তৃতায় এটি চালিয়ে যাব আপনাকে অনেক ধন্যবাদ

Prutor@Prutor