

नमस्कार दर्शकांचे iit pal गणित चॅनेलमध्ये स्वागत आहे

त्यामुळे हे इंटिग्रल कॅल्क्युलसवरील लेक्चर 3 आहे,

त्यामुळे आपण एकत्रीकरणाने आधारित काही समस्या करू या, म्हणून प्रथम आपण वक्रांनी बंद केलेल्या क्षेत्राबद्दल काही तथ्ये आठवू या समजा आपल्याकडे  $f(x)$  हे शून्यापेक्षा मोठे आहे. आमच्याकडे या फंक्शनचा आलेख  $y$  हा  $f(x)$  च्या बरोबरीचा आहे जो  $x$  अक्षाच्या वर आहे आणि आमच्याकडे ही रेषा  $x = a$  च्या बरोबरीची आणि  $x = b$  आहे

त्यामुळे वक्र  $y$  ने बांधलेले क्षेत्रफळ  $f(x)$  च्या बरोबरीच्या रेषा  $x = a$  च्या बरोबर  $ax$  च्या समान आहे  $b$  आणि  $x$  अक्ष हे  $f(x)dx$  च्या  $a$  ते  $b$  च्या निश्चित पूर्णांकाने दिले आहे म्हणून हे निश्चित पूर्णांक  $y$  वक्र अंतर्गत क्षेत्रफळ देते  $f(x)$  ते  $x = a$  ते  $x = b$  आता समजा आपल्याकडे क्षेत्रफळाची दोन कार्ये आहेत वक्र  $y$  च्या दरम्यान  $f(x)y$  समान  $g(x)$  आणि  $x$  समान  $a$  आणि  $x = b$  द्वारे दिलेले आहे म्हणून समजा आपल्याकडे दोन फंक्शन्स  $f(x)$  आणि दुसरे फंक्शन  $g(x)$  आहेत आणि आपल्याला हे क्षेत्र शोधवे लागेल म्हणून या आकृतीमध्ये  $f(x)$   $g(x)$  पेक्षा मोठा आहे हे  $f(x)$  वजा  $g(x)$  चे  $a$  ते  $b$  equ पेक्षा मोठे असेल  $a$  ते  $g(x)$  हे असे आहे कारण  $a$  ते  $b$  च्या  $f(x)dx$  चा अविभाज्य भाग तुम्हाला  $y$  समान  $f(x)$  आणि  $x$  अक्ष पासून  $x$  समान  $a$  ते  $b$  दरम्यानचे क्षेत्रफळ देतो आणि  $g(x)dx$  चा  $a$  ते  $b$  पर्यंतचा दुसरा एक अविभाज्य भाग या अंतर्गत क्षेत्र देतो.

त्यामुळे फरक हे क्षेत्रफळ देते सर्वसाधारणपणे हे क्षेत्रफळ  $f(x)$  वजा  $g(x)$   $dx$  च्या मोडच्या  $a$  ते  $b$  अविभाज्यतेच्या बरोबरीचे असेल म्हणून आपल्याला वरचा वक्र आणि खालचा वक्र बघावा लागेल आणि फरक घ्यावा लागेल आणि नंतर क्षेत्रफळ शोधण्यासाठी एकत्रीकरण करावे लागेल. प्रथम आपण काही समस्या पाहू या,  $y$  समान  $\sin x$  अधिक  $\cos x$  आणि  $y$  बरोबर  $\cos x$  वजा  $\sin x$  बरोबर मध्यांतर शून्य ते  $\pi/2$  दोन या वक्रांनी बंद केलेले क्षेत्रफळ शोधूया,

त्यामुळे  $f(x)$  प्रथम कार्य दर्शवू  $\sin x$  plus  $\cos x$  आणि  $g(x)$  हे  $\cos x$  वजा  $\sin x$  साठी  $x$  शून्य ते  $\pi/2$  च्या संबंधित आहे

त्यामुळे मध्यांतर  $0$  ते  $\pi/2$  मध्ये  $\sin x$  आणि  $\cos x$  दोन्ही नकारात्मक नसतात

त्यामुळे येथे लक्षात घ्या की हे  $g(x)$   $\cos x$  आहे  $x$  उणे पाप  $x$  हे  $\cos x$  च्या  $\cos x$  च्या  $\cos x$  च्या बरोबरीने कमी आहे अधिक  $\sin x$  च्या  $\cos x$  च्या बरोबरीने हे त्रिकोणाच्या असमानतेने आहे आणि कारण  $x = 0$  ते  $\pi/2$  मध्ये आहे  $2$  हे  $0$  ते  $\pi/2$  बाय  $2$  मध्ये  $x$  साठी  $\cos x$  अधिक  $\sin x$  च्या बरोबरीचे आहे परंतु  $\cos x$  अधिक  $\sin x$  हे  $f(x)$  सारखेच आहे म्हणून आपल्याकडे या प्रकरणात  $f(x)$   $x$  साठी  $x$  साठी  $g(x)$  च्या बरोबरीने शून्य ते  $\pi/2$  मध्ये मोठे आहे. म्हणून आवश्यक क्षेत्रफळ  $0$  ते  $\pi/2$  पर्यंत  $f(x)$  वजा  $g(x)$   $dx$  च्या अविभाज्य बरोबरीचे आहे.

त्यामुळे हे अविभाज्य  $0$  ते  $\pi/2$  बाय  $2$   $f(x)$  आहे  $\sin x$  अधिक  $\cos x$  उणे  $g(x)$  आहे  $\cos x$  उणे पाप  $x$   $dx$  आता आपण  $\cos x$  उणे पाप  $x$  हे  $\cos x$  उणे पाप  $x$  च्या बरोबरीचे आहे जर  $\cos x$   $\sin x$  च्या बरोबरीने मोठे असेल आणि जर  $x = 0$  ते  $\pi/4$  च्या दरम्यान असेल तर आपल्याला माहित आहे की  $\cos x$   $\sin x$  पेक्षा मोठा आहे आणि  $x$  साठी  $\pi/4$  ते  $\pi/2$   $\sin x$  हा  $\cos x$  पेक्षा मोठा आहे

त्यामुळे हे  $\sin x$  उणे  $\cos x$  बरोबर असेल म्हणून हे अविभाज्य आपण  $0$  ते  $\pi/4$  पर्यंत अविभाज्य असे लिहू शकतो आणि नंतर आपल्याकडे  $\sin x$  आहे अधिक  $\cos x$  उणे  $\cos x$  उणे पाप  $x$   $dx$  अधिक  $\pi/4$  to  $\pi/2$   $\sin x$  अधिक  $\cos x$  वजा  $\sin x$  वजा  $\cos x$   $dx$  म्हणून हे पहिल्या एक  $\cos x$  cancels सारखे आहे आणि आपल्याकडे  $0$  to  $\pi/4$   $2$  आहे वेळा  $\sin x$   $dx$  अधिक  $0$  ते  $\pi/4$  आणि  $\pi/4$  to  $\pi/2$   $2$   $\cos x$   $dx$  आणि मग हे फक्त उणे  $2$   $\cos x$   $0$  आणि  $\pi/4$  अधिक  $2$   $\sin x$   $\pi$  वरून  $\pi/4$  ते  $\pi/2$  टू जे उणे दोन ते  $1$  बाय रूट  $2$  वजा  $\cos 0$  आहे  $1$  अधिक  $2$  गुणिले  $\sin \pi/2$  आहे  $1$  वजा  $\sin \pi/4$  म्हणजे  $1/\sqrt{2}$ . तर हे चार गुणिले एक वजा एक मूळ दोन किंवा चार वजा दोन मूळ दोन इतके आहे

त्यामुळे हे आवश्यक क्षेत्रफळ आहे

त्यामुळे अर्थातच यामध्ये प्रश्न तुम्ही या फंक्शन्सचा आलेख  $\sin x$  plus  $\cos x$  आणि  $\cos x$  उणे  $\sin x$  आणि नंतर या भागातून काढू शकला असता परंतु आलेख काढणे आवश्यक नाही कारण या प्रकरणात  $f(x)$  बरोबरीने मोठे आहे हे आपण पाहू शकतो.  $g(x)$  आता पुन्हा प्रश्न क्रमांक दोनकडे जाऊ या आपल्याला क्षेत्रफळ मिळेल म्हणून  $xy$  ने दिलेल्या पहिल्या चतुर्थांश मधील प्रदेशाचे क्षेत्रफळ शोधा म्हणजे  $x$  गुणिले  $y$  आठ पेक्षा कमी आणि एक  $y$  च्या बरोबरीने कमी आहे.  $x$  स्कॅअरच्या बरोबरीने, तर आपण प्रथम हा प्रदेश काढू या म्हणजे आपल्याकडे  $xy$  बरोबर आठ म्हणजे आयताकृती हायपरबोला आणि  $y$  समान  $x$  स्कॅअर हा पॅराबोला आहे. प्रथम हे दोन कोठे एकमेकांना छेदतात ते पाहू म्हणजे आपल्याकडे हे  $xy$  बरोबर आठ आहे आणि हे  $x$  चौरस बरोबर  $y$  आहे, जर मी  $x$  चौरस बरोबर  $y$  ठेवले तर मला  $x$  गुणिले  $x$  चौरस मिळेल म्हणजे  $x$  क्यूब बरोबर आठ म्हणजे  $x$  दोन समान आहे म्हणून हा बिंदू दोन स्वल्पविराम चार आहे आणि दुसरा वक्र  $y$  बरोबर एक आहे तर  $y$  बरोबर  $1$  ही सरळ रेषा आहे म्हणून आता आपण प्रदेश काढूया म्हणजे पुन्हा हा  $y$  समान  $y$  सम पॅराबोला  $y = x$  ला छेदतो बिंदूवर चौरस एक स्वल्पविराम एक आहे आणि तो आयताकृती हायपरबोला  $xy$  ला आठ  $y$  वर छेदतो म्हणजे  $x$  आठ असेल तर हा आठ स्वल्पविराम आहे आता हा प्रदेश कोणता आहे जो पहिल्या चतुर्थांशात  $xy$  समान पेक्षा कमी आहे आठ ते मी या पिवळ्या रंगात हे  $xy$  आठ पेक्षा कमी काढू या याचे कारण म्हणजे  $xy$  आठच्या बरोबरीने कमी आहे या वक्र  $y$  च्या खाली  $y$  समान आठ  $x = x$  आणि  $y$  एक पेक्षा मोठा आणि समान पेक्षा कमी आहे  $x$  चौरस म्हणजे हा पिवळा प्रदेश  $xy$  आठच्या बरोबरीने कमी आहे आणि पहिल्या चतुर्थांशात आता आपण डॉ. aw हा प्रदेश  $y$  एकापेक्षा मोठा आहे या रेषेच्या वर आहे हा प्रदेश  $y$  हा पहिल्या चतुर्थांशातील एकाच्या बरोबरीने मोठा आहे आणि  $y = x$  चौरस पेक्षा कमी असण्याचे कारण हा प्रदेश केशरी रंगात पिवळा आहे कारण हा प्रदेश खाली आहे वक्र  $y$  समान  $x$  चौरस आहे म्हणून आपल्याला या कारणांचा छेदनबिंदू शोधायचा आहे म्हणजे ते लाल रंगात असलेल्या या प्रदेशाशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून हे क्षेत्रफळ आहे ज्याची गणना आता आपण एकदा केली की हे करणे सोपे आहे येथे वरचा वक्र काय आहे हे मी लिहू या वरचा वक्र  $f(x)$  हे वरचा वक्र बरोबर आहे  $x$  चौरस जर एक  $x$  च्या बरोबरीने कमी असेल आणि एक ते दोन च्या बरोबरीने दोन पेक्षा कमी असेल तर हे  $x$  च्या बरोबरीचे आहे का ते पहा एक हे दोन आहे आणि हे  $x$  आठच्या बरोबरीचे आहे म्हणून एक ते दोन ते  $y$  बरोबर  $x$  चौरस आणि दोन ते आठ ते  $y$  बरोबर आठ  $x = x$  आणि खालचा वक्र  $g(x)$  फक्त  $y$  बरोबर  $x$  साठी एक आहे एक ते आठ तर आपल्याला जे क्षेत्रफळ शोधायचे आहे ते  $f(x)$  वजा  $g(x)$   $dx$  च्या एक ते आठ पर्यंत पूर्णांक आहे जे पूर्णांकाच्या बरोबरीचे आहे  $a$  एक ते दोन  $x$  चौरस वजा एक  $dx$  अधिक दोन ते आठ पैकी आठ बाय  $x$  वजा एक  $dx$  हे सहज मूल्यांकन केले जाऊ शकते हे  $x$  घन बाय तीन वजा  $x = 1$  ते  $2$  आणि अधिक  $8$  लॉग मोड  $x$  वजा  $x$  पासून  $2$  ते  $8$  हे आठ बाय तीन वजा दोन वजा एक बाय तीन वजा एक अधिक आठ लॉग आठ वजा आठ वजा आठ लॉग दोन वजा दोन आणि हे सात बाय तीन वजा एक अधिक आठ लॉग चार वजा  $6$  जे समान आहे  $8$  लॉग  $4$  हे  $16$  लॉग  $2$  वजा  $14$  बाय  $3$  सारखेच आहे.

त्यामुळे आता याचे उत्तर येथे आहे हे लक्षात घ्या की हा वरचा वक्र एक ते दोन आणि दोन ते आठ अशा वेगवेगळ्या अंतराने भिन्न असल्याने आपल्याला हे क्षेत्रफळ मोजावे लागले. दोन अविभाज्यांच्या बेरजेमध्ये विभाजित करणे ही समस्या दुसऱ्या मार्गाने देखील केली जाऊ शकते म्हणून दुसऱ्या मार्गाने लिहू या मी हा प्रदेश पुन्हा काढू या आपल्याकडे  $y$  समान  $x$  चौरस आहे आपल्याकडे हे  $xy$  बरोबर आठ आणि  $y$  एक बरोबर हा बिंदू दोन आहे स्वल्पविराम चार हा  $1$  स्वल्पविराम  $1$  आणि हा  $8$  स्वल्पविराम  $1$  आहे. आता येथे तुम्ही पाहू शकता की हा प्रदेश सीमाबद्ध आहे या दोन ओळींमधील  $y$  समान एक आणि  $y$  बरोबर चार आणि डावा वक्र येथे हा एक  $y$  बरोबर  $x$  चौरस आहे आणि उजवा वक्र  $y$  बरोबर आठ बाय  $x$  आहे म्हणून हे क्षेत्र मी संदर्भित

एकीकरण करण्याऐवजी लिहू शकतो  $x$  जर मी  $y$  च्या संदर्भात केले आणि हे  $y$  च्या बरोबरीचे आठ बाय  $y$  वजा  $y$  बरोबर  $x$  चौरस म्हणजे  $x$  हे मूळ  $ydy$  च्या बरोबरीचे अविभाज्य आहे तर येथे फायदा असा आहे की आपण याचे मूल्यमापन फक्त एक अविभाज्य म्हणून करू शकतो म्हणून हे आहे आठ लॉग  $y$  एक ते चार वजा  $y$  ते तीन बाय दोन बाय तीन बाय दोन तर हे एक ते चार म्हणजे आठ लॉग चार वजा दोन बाय तीन गुणा चार ते तीन बाय दोन वजा एक म्हणजे सोळा लॉग दोन वजा दोन बाय तीन चार म्हणजे दोन चौरस म्हणजे हे आठ वजा एक तर सोळा लॉग दोन वजा चौदा बाय तीन त्यामुळे काही समस्यांमध्ये  $f(x)dx$  चा अविभाज्य असे लिहिण्याऐवजी आपण  $ydy$  च्या काही  $f$  चा इंटीग्रल करू शकतो आणि ते सोपे होईल  $evaluate$  आपण प्रश्न क्रमांक तीनकडे जाऊ या येथे  $x$  ही रेषा  $\alpha$  दि बरोबर दिली आहे प्रदेशाचे क्षेत्रफळ  $r$  दोन मध्ये  $xy$  च्या बरोबरीचे आहे असे सांगते की  $y$   $x$  क्यूब आणि  $x$  मधील आहे आणि  $x$  शून्य आणि एक च्या मध्ये आहे म्हणून  $x$  अल्फा च्या बरोबरीची रेषा या प्रदेशाला समान भागांमध्ये विभाजित करते तर खालीलपैकी कोणते पर्याय योग्य आहेत पहिला पर्याय म्हणजे अल्फा 0 पेक्षा मोठा आणि अर्ध्यापेक्षा कमी दुसरा पर्याय म्हणजे अल्फा अर्ध्यापेक्षा जास्त आणि 1  $c$  पेक्षा कमी म्हणजे 2 पट अल्फा ते 4 वजा 4 अल्फा स्केअर अधिक 1 बरोबर आणि  $d$  पर्याय अल्फाला 4 अधिक 4 अल्फा स्केअर वजा 1 बरोबर 0. म्हणून प्रथम आपण  $r$  प्रदेश  $r$  हे  $x$  घनाच्या  $y$  समान वक्र आणि  $y$  बरोबर  $x$  साठी  $x$  शून्य आणि एक मधील वक्र ने बांधलेला प्रदेश काय आहे ते पाहावे म्हणून आपल्याकडे  $y$  समान आहे  $x$  आणि  $y$  समान  $x$  क्यूब असे दिसते हे  $x$  शून्याच्या बरोबरीचे आहे आणि  $x$  एकाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून हा प्रदेश आहे  $r$  प्रथम आपण गणना करू या प्रदेशाचे क्षेत्रफळ किती आहे  $r$  क्षेत्राचे क्षेत्रफळ  $r$  मधून अविभाज्य आहे वरच्या वक्रातील 0 ते 1  $x$  आणि खालचा वक्र  $x$  घन आहे म्हणून  $x$  वजा  $x$  घन  $dx$  जो  $x$  चौरस बाय दोन वजा  $x$  ते व्या बरोबर आहे  $e$  शून्य आणि एक मधील चार बाय चार जे एक बरोबर दोन वजा एक बरोबर एक बाय चार हे बरोबर एक बाय चार म्हणजे या प्रदेशाचे एकूण क्षेत्रफळ आहे  $r$  आता आपल्याला ही रेषा शोधावी लागेल जी याला विभाजित करते अल्फा बरोबर  $x$  समान आहे समान भागांमध्ये म्हणजे अविभाज्य

So  $\alpha$  असे म्हणतात की  $x$  उणे  $x$  क्यूब  $dx$  च्या 0 ते अल्फाचा अविभाज्य भाग  $r$  च्या क्षेत्रफळाच्या अर्ध्या बरोबर असावा जो एक बाय चार आहे म्हणून हे एक बाय आठ आहे आता हे अल्फा स्केअर 2 वजा अल्फा ला 4 बाय 4 समान 1 बाय 8 देईल याचा अर्थ असा होतो की मी 8 ने गुणाकार केला तर 4 अल्फा स्केअर वजा 2 अल्फा 4 बरोबर 1 म्हणजे 2 अल्फा ते 4 वजा 4 अल्फा स्केअर अधिक 1 बरोबर 0. म्हणून जर आपल्याला पर्याय दिसला की हे पर्याय  $c$  सारखेच आहे म्हणून पर्याय  $c$  देखील बरोबर आहे आता आपण  $d$  पर्याय नाकारू शकतो कारण जर आपल्याला दिसले की अल्फा हा पर्याय  $c$  2 अल्फा 4 ला पूर्ण करतो. वजा चार अल्फा चौरस अधिक एक समान शून्य आणि जर ते अल्फा ते चार अधिक चार अल्फा चौरस वजा एक समान शून्यावर मग जर आपण या दोघांची बेरीज केली तर आपल्याला तीन अल्फा मिळतील चार म्हणजे शून्य जे अल्फा समान शून्य देईल परंतु स्पष्टपणे अल्फा समान टू शून्य हा पर्याय  $c$  पूर्ण करत नाही त्यामुळे हा  $d$  पर्याय चुकीचा आहे आता पर्याय  $a$  चे काय? आणि  $b$  म्हणून या समीकरणाचा एक मार्ग म्हणजे अल्फा स्केअरमध्ये हे समीकरण चौकोनी आहे त्यामुळे आपण या समीकरणातून अल्फा स्केअर सोडवू शकतो आणि त्यामुळे अल्फाचे मूल्य मिळवण्याचा आणखी एक सोपा मार्ग म्हणजे अल्फा अर्ध्यापेक्षा कमी आहे की अल्फा. अर्ध्या पेक्षा मोठा आहे म्हणून आपण फक्त अल्फा साठी अर्ध्या बरोबर या क्षेत्राची गणना करू शकतो, जर आपण  $x$  उणे  $x$  घन  $dx$  च्या शून्य ते अर्धा मोजले तर हे फक्त अल्फा अर्ध्या बरोबर ठेवले तर हे आठ बाय आठ होईल वजा एक बाय 2 ते 4 बाय 4 तर हे 1 बाय 8 वजा 1 बाय 64 आहे जे 7 बाय 64 आहे जे अर्ध्यापेक्षा कमी आहे म्हणून जर आपण 0 ते निम्मे समाकलित केले तर आपल्याला क्षेत्रफळ मिळेल जे अर्ध्यापेक्षा कमी आहे म्हणून अल्फा आवश्यक आहे अर्ध्यापेक्षा मोठे असावे म्हणजे अल्फा हा अर्धा आणि एक दरम्यान असावा म्हणजे तो पर्याय  $b$  बरोबर आहे आणि  $a$  चुकीचा आहे म्हणून पर्याय  $b$  बरोबर आहे अर्थातच आपण अल्फाचे मूल्य थेट काढू शकतो आपल्याकडे 2 अल्फा ते 4 वजा 4 अल्फा स्केअर अधिक 1 समान 0 आहे याचा अर्थ अल्फा स्केअर 4 अधिक वजा चौरस आहे 16 वजा 8 बाय 4 चे मूळ हे मूळ 2 द्वारे 1 अधिक वजा 1 बरोबर आहे. आता अल्फा 1 पेक्षा कमी असणे आवश्यक असल्याने आपल्याकडे अल्फा स्केअर 1 वजा 1 बाय रूट 2 आहे आणि याचा अर्थ अल्फा हे एकाचे वर्गमूळ आहे. मूळ दोन द्वारे वजा एक आणि आपण पाहू शकता की हे अर्ध्यापेक्षा मोठे आहे परंतु आपल्याला अल्फाचे हे मूल्य प्रत्यक्षात मोजावे लागले नाही चला पुढील समस्येकडे जाऊ या प्रश्न चार लेट  $fva$  फंक्शन वजा एक ते शून्य अनंत बा सतत कार्य जसे की  $f$  1 ते 2 मधील सर्व  $x$  साठी  $x$  च्या  $f$  1 वजा  $x$  च्या बरोबरीचे आहे आणि  $r$  1 ला  $x$  गुणिले  $f(x)dx$  च्या वजा एक ते दोन च्या अविभाज्य बरोबर द्या आणि  $r$  दोन हे  $y$  समान  $f(x)$  समान असलेल्या प्रदेशाचे क्षेत्रफळ असू द्या वजा एक  $x$  बरोबर दोन आणि  $x$  अक्ष नंतर आपल्याकडे चार पर्याय दिलेले आहेत प्रथम  $r$  एक समान दोन  $r$  दोन  $b$  म्हणजे  $r$  एक बरोबर तीन  $r$  दोन  $c$  दोन  $r$  एक  $r$  दोन बरोबर पर्याय  $d$  आहे तीन  $r$  एक  $r$  दोन बरोबर  $r$  एक  $r$  काय आहे ते लिहूया  $x$  च्या वजा एक ते दोन मधून पूर्णांक दिलेला आहे गुणा  $f(x)dx$  आता आपण हे तथ्य वापरणार आहोत की  $x$  चा  $f$  एक वजा  $x$  च्या  $f$  सारखा आहे म्हणून हे एक वजा  $x$   $dx$  च्या  $x$  गुणिले  $f$  एक वजा  $x$   $y$  च्या  $f$  सारखे आहे. जेथे हे अविभाज्य वजा 1 ते 2 च्या  $x$  गुणिले  $f$  1 वजा  $x$   $dx$  1 ते 2 च्या 1 वजा  $y$  गुणिले  $f$   $ydy$  च्या अविभाज्य बरोबर आहे म्हणून हे  $fydy$  वजा अविभाज्य वजा एक च्या वजा एक ते दोन च्या अविभाज्य समान आहे  $yfydy$  पैकी दोन म्हणून हा  $r$  एक पहिल्या अविभाज्य वजा एक ते दोन  $fydy$   $r$  दोन बरोबर काही नाही आणि हा दुसरा अविभाज्य पुन्हा  $r$  एक आहे याचा अर्थ दोन  $r$  एक  $r$  दोन बरोबर आहे म्हणून आमच्याकडे पर्याय  $c$  बरोबर आहे आपण प्रश्न क्रमांक पाच वर जाऊ या  $r$  2 मधील  $xy$  क्षेत्राचे क्षेत्रफळ शोधा म्हणजे की  $y$  हे  $\text{mod } x$  अधिक तीन च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीने मोठे आहे आणि पाच  $y$  हे  $x$  अधिकच्या बरोबरीने लहान आहे नऊ हे पंधरा पेक्षा कमी आहे म्हणून आपण हा प्रदेश काढण्याचा प्रयत्न करू या, तर प्रथम आपल्याकडे हे पाच  $y$  पेक्षा कमी आहे  $x$  अधिक नऊ पेक्षा कमी समान पंधरा पेक्षा हे पाच  $y$  बरोबर आहे  $x$  अधिक नऊ आणि  $x$  पेक्षा कमी आहे सहा च्या बरोबरीने कमी आहे म्हणून आपल्याकडे  $y$  समान  $x$  अधिक नऊ बाय पाच पेक्षा कमी आहे आणि  $x$  बरोबर सहा पेक्षा कमी आहे म्हणून या प्रदेशात  $x$  बरोबर 6 आणि  $y$  समान  $x$  अधिक 9 बाय 5 ही सरळ रेषा आहे हे  $x$  बरोबर सहाला छेदते तर  $x$  बरोबर सहा असे ठेवले तर  $y$  म्हणजे सहा अधिक नऊ पंधरा बाय पाच म्हणजे तीन म्हणजे हा बिंदू सहा स्वल्पविराम तीन आहे आणि जेव्हा  $x$  0 असेल तेव्हा तो 9 बाय 5 असेल आणि  $x$  समान असेल तेव्हा  $y$  0 होईल ते वजा 9. तर ही उणे नऊ स्वल्पविराम शून्य आहे ही सरळ रेषा आहे  $y$  समान  $x$  अधिक नऊ बाय पाच म्हणजे  $y$  बरोबर  $x$  अधिक 9 बाय 5 हा या रेषेखालील प्रदेश आहे आणि  $x$  6 पेक्षा कमी आहे रेषेच्या डावीकडील कारण  $x$  बरोबर सहा आहे त्यामुळे या दरम्यान बद्ध असलेला हा प्रदेश आपल्याला  $y$  समतुल्य पेक्षा मोठा आहे हे देखील पाहावे लागेल 1 ते  $\text{mod } x$  अधिक तीन चे वर्गमूळ म्हणजे हा भाग पाच  $y$  पेक्षा कमी  $x$  अधिक नऊ पेक्षा कमी पंधरा पेक्षा कमी आता आपण  $y$  बरोबर  $\text{mod } x$  अधिक तीन च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे हे वर्गमूळ आहे ते पाहू.  $x$  अधिक तीन म्हणजे  $x$  अधिक तीन नॉन-ऋण असल्यास  $x$  हे वजा 3 पेक्षा मोठे आहे आणि  $x$  वजा 3 पेक्षा कमी असल्यास  $x$  अधिक 3 चे वर्गमूळ आहे.

त्यामुळे हे अर्थातच  $x$  समान बद्दल सममितीय आहे ते उणे तीन म्हणजे आपण हे  $x$  साठी उणे तीनच्या बरोबरीने मोठे काढण्याचा प्रयत्न करू शकतो म्हणून आपल्याकडे हे  $x$  समान आहे वजा तीन आणि  $y$  समान आहे  $x$  अधिक तीन चे वर्गमूळ हा पॅराबोलाचा हा भाग आहे याप्रमाणे  $y$  आहे  $x$  च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीने  $x$  अधिक तीन साठी  $x$  वजा तीनच्या बरोबरीने मोठे आहे आणि हे  $f(x)$  या बद्दल सममितीय आहे म्हणून ही दुसरी बाजू असेल ती अशी आहे म्हणून हा  $f(x)$  चा आलेख आहे हा भाग  $y$  च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा आहे उणे  $x$  अधिक 3. आता आपल्याकडे असलेला प्रदेश  $y$  हा  $f(x)$  च्या बरोबरीने मोठा आहे

त्यामुळे  $f(x)$  च्या समान पेक्षा  $y$  मोठा म्हणजे रेजी असेल या वर हा  $\text{mod } x$  अधिक तीन च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीने  $y$  मोठा प्रदेश आहे. हा वक्र रेषेला कुठे छेदतो ते पाहू या म्हणजे  $\text{mod } x$  च्या वर्गमूळाच्या बरोबर  $y$  अधिक तीन ही रेषा  $x$  समान 6 ला छेदते.  $x$  बरोबर सहा नंतर  $y$  बरोबर तीन

म्हणजे सहा स्वल्पविराम तीन वर कोणती नोंद या दोन सरळ रेषांचे छेदनबिंदू आहे आणि रेषा  $y$  समान  $x$  अधिक नऊ बाय पाच या बिंदूवर वजा चार स्वल्पविराम एक आणि एक स्वल्पविराम दोन हा आहे हे समीकरण करून  $\text{mod } x$  अधिक तीन बरोबर  $x$  अधिक नऊ बाय पाचचे वर्गमूळ आहे आणि नंतर तुम्ही चौरस करू शकता आणि हा छेदनबिंदू शोधू शकता, म्हणून आपण हा प्रदेश खाली काढू या जर हे वजा तीन स्वल्पविराम शून्य असेल तर छेदनबिंदू सहा स्वल्पविराम तीन ही रेषा  $y$  बरोबर  $x$  अधिक 9 बाय 5 ही  $x$  बरोबर 6 आहे आणि हे  $fx$  बरोबर  $y$  आहे त्यामुळे प्रदेश हा प्रदेश आहे की आपल्याला क्षेत्रफळ शोधावे लागेल आणि हे बिंदू उणे 4 स्वल्पविराम आहेत एक आणि दुसरा छेदनबिंदू येथे आहे जो एक स्वल्पविराम दोन आहे हा भाग  $y$  सम आहे 1 ते  $x$  अधिक 3 चे वर्गमूळ आणि हे  $y$  वजा  $x$  अधिक तीनच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आता आपण हा वरचा वक्र एकत्रित करून हे क्षेत्रफळ शोधू शकतो जी या प्रकरणात सरळ रेषा वजा खालची वक्र आहे जी हा भाग आहे हे दोन पॅराबोला हे क्षेत्र शोधण्यासाठी लक्षात घ्या की येथे वरचा एक आहे कारण ती सरळ रेषा आहे आणि आपण शोधू शकतो या बिंदूना  $ab$   $c$  आणि  $d$  वर कॉल करूया त्यामुळे हे ट्रॅपेझियम  $abcd$  चे क्षेत्रफळ आहे वजा या दोघांचे क्षेत्रफळ किती वजा आहे या डाव्या भागाचे क्षेत्रफळ वजा  $x$  अधिक 3  $dx$  च्या वर्गमूळाच्या वजा 4 ते वजा 3 पर्यंत अविभाज्य असेल आणि नंतर आपल्याला  $x$  अधिक तीन  $dx$  च्या वर्गमूळातील वजा तीन ते एक वजा करावे लागेल याचे मूल्यमापन करूया . अविभाज्य

त्यामुळे अविभाज्य वजा तीन ते एक वर्गमूळ  $x$  अधिक तीन हे  $x$  अधिक 3 च्या बरोबरीचे असेल घात 3 बाय 2 गुणिले 2 वजा 3 ते 1 जे 2 बाय 3 आहे आपण  $x$  बरोबर 1 हा 4 आहे 3 बाय 2 म्हणजे 8 वजा 0 हा 16 बाय 3 आणि वजा  $x$  च्या वर्गमूळाचा वजा 4 ते वजा 3 चा अविभाज्य भाग आहे उणे 3  $dx$  हे उणे  $x$  उणे 3 च्या बरोबरीचे असेल 3 बाय 2 पॉवर वर वाढविले तर आपल्याकडे उणे 2 बाय 3 वरून वजा 4 ते वजा तीन हे उणे दोन बाय तीन वेळा  $x$  समान उणे तीन हे शून्य उणे आहे जेव्हा आपण  $x$  बरोबर उणे चार ठेवा हे एक बरोबर असेल म्हणजे हे दोन बाय तीन असेल आणि ट्रॅपेझियम  $abcd$  चे क्षेत्रफळ अर्ध्या पट असेल हे  $ad$  अधिक  $bc$  पट  $cd$  असेल तर हे अर्ध्या बरोबर आहे  $ad$  1  $bc$  च्या बरोबरीचे आहे 2 1 अधिक 2 आहे आणि  $cd$  समान 1 वजा वजा 4 आहे म्हणजे पाच म्हणजे हे पंधरा बाय दोन इतके आहे म्हणून प्रदेशाचे क्षेत्रफळ पंधरा बाय दोन वजा सोळा बाय तीन अधिक दोन बाय तीन म्हणजे पंधरा बाय दोन वजा अठरा बाय तीन म्हणजे सहा म्हणजे तीन बाय दोन मिळतात म्हणून हे उत्तर आहे मला आणखी एक समस्या करू द्या  $fx$  समविभाज्य  $x$  ते  $x$  चौरस अधिक  $\pi$  by 6  $2 \cos$  चौरस  $t$   $dt$  प्रत्येक वास्तविक संख्येसाठी  $x$  आणि  $f$  शून्यातून अर्ध ते शून्य अनंत हे प्रत्येक  $a$  साठी शून्य ते अर्ध्या मध्ये एक सतत कार्य असेल जर  $f$  प्राइम  $a$  प्लस 2 हे  $x$  समान ने बांधलेले क्षेत्रफळ असेल 0  $y$  बरोबर 0  $y$  बरोबर  $fx$  आणि  $x$  बरोबर  $a$  नंतर  $f$  ची 0 ची किंमत शोधा. तर आपल्याला काय दिले जाते की हे  $f$  प्राइम  $a$  प्लस 2 हे या वक्र  $y$  समान द्वारे बद्ध असलेल्या प्रदेशाचे क्षेत्रफळ आहे  $fx dx$  ते 0 ते  $a$  पर्यंत आम्हाला जे दिले आहे ते  $x$  चा  $f$  म्हणजे  $x$  ते  $x$  चौरस अधिक  $\pi$  by six two  $\cos$  वर्ग  $tdt$  लक्षात ठेवा की आपल्याला फक्त  $f$  प्राइमची आवश्यकता आहे म्हणून आपण या अविभाज्यतेचे मूल्यमापन करण्याचा प्रयत्न करू नये म्हणून हे  $f$  prime  $x$  चा अर्थ आपल्याला माहित आहे की  $x$  च्या दोन फंक्शन्समधून या इंटिग्रलचे डेरिव्हेटिव्ह शोधण्यासाठी हे वरच्या मर्यादेच्या 2 पट  $\cos$  स्केअर  $x$  स्केअर अधिक  $\pi$  च्या 6 पट  $x$  स्केअर अधिक  $\pi$  च्या 6 पटीने दिले जाईल.  $2x$  वजा दोन पट  $\cos$  चौरस खालच्या मर्यादेच्या  $x$  पट कमी मर्यादेच्या डेरिव्हेटिव्हच्या  $x$  पट जे एक आहे म्हणून हे चार  $x \cos$  चौरस  $x$  चौरस अधिक  $\pi$  बाय 6 वजा 2  $\cos$  चौरस  $x$  म्हणून  $f$  prime  $a$  अधिक 2 जे होईल 4 ए कॉस स्केअर ए स्केअर अधिक  $\pi$  बाय 6 वजा 2 कॉस स्केअर ए प्लस 2 च्या बरोबरीचे व्हा जे मी 4 कॉस स्केअर ए स्केअर अधिक  $\pi$  बाय 6 अधिक 2  $\sin$  असे लिहू शकतो  $e$  स्केअर  $a$  कारण साइन स्केअर  $a$  हा 1 वजा  $\cos$  स्केअर  $a$  आहे आता हे इंटिग्रल बरोबर दिले आहे

त्यामुळे  $fx dx$  चे 0 ते  $a$  पर्यंत इंटिग्रल 4  $a \cos$  स्केअर  $a$  स्केअर अधिक  $\pi$  बाय 6 अधिक 2 साइन स्केअर  $a$  आणि आपल्याला 0 चे  $f$  चे मूल्य शोधावे लागेल म्हणून आपण या भेदात फरक करू शकतो  $a$  च्या संदर्भात आपल्याला  $f$  मिळते व्युत्पन्नाच्या चार पट  $\cos$  वर्ग  $a$  चौरस अधिक  $\pi$  6 अधिक 4 पट  $\cos$  च्या व्युत्पन्नाच्या पटीने स्केअर जो 2  $\cos$   $a$  स्केअर अधिक  $\pi$  द्वारे 6 गुणा  $\sin$   $a$  स्केअर अधिक  $\pi$  द्वारे 6 पट 2  $a$  अधिक 2  $\sin$  स्केअर  $a$  चा व्युत्पन्न 4 पट  $\sin$   $a$  गुणाकार असेल  $\cos$   $a$  आता 0 बरोबर ठेवा म्हणजे  $f$  च्या 0 बरोबर 4 गुणा  $\cos$  चौरस  $\pi$  by 6 अधिक आपल्याकडे एक गुणा आहे

त्यामुळे हे 0 असेल आणि 0 चा साइन 0 0  $\cos$   $\pi$  by 6 आहे रूट 3 बाय 2 रूट 3 बाय 2 स्केअर

त्यामुळे हे 3 च्या बरोबरीचे आहे म्हणून  $f$  0 आहे 3 च्या बरोबरीने. ठीक आहे

त्यामुळे पुढील लेक्चरमध्ये आम्ही इंटिग्रल कॅल्क्युलसवरील लेक्चर 3 पूर्ण करतो, आम्ही आणखी काही समस्या करू धन्यवाद