ہیلو ناظرین پہلے لیکچر میں انٹیگرل کیلکولس پر لیکچر ٹو میں خوش آمدید ہم نے اس لیکچر میں قطعی انٹیگرل پر چند مسائل پر بات کی تھی ہم کچھ اور مسائل کریں گے اس لیے پہلے میں قطعی انٹیگرلز پر چند مسائل کے ساتھ شروع کروں گا جو کہ رقم کی حد ہے۔ میں پہلے قطعی انٹیگرل کے تصورات کو رقم کی حد کے طور پر سمجھاتا ہوں
تک کا قطعی انٹیگرل تلاش کرنا چاہتے ہیں b سے a کا f کے f کا ایک فنکشن ہے اور ہم x تو فرض کریں کہ ہمارے پاس
تک اب اس علاقے کا اندازہ لگانے b سے fx a برابر y تو ہم کیا جانتے ہیں کہ قطعی انٹیگرل رقبہ دیتا ہے اس فنکشن کے گراف کے نیچے برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں n کو ab کے لیے ہم کیا کرتے ہیں ہم اس وقفہ
کے برابر ہے یہ nh ایک جمع xn اور اسی طرح اور h جمع دو hx two is a جمع x naught is ax one is a تو آئیے
ہے xn ہے اور آخری x 1 x 2 ہے اور میرے پاس x naught میرا
b برابر ہے xn ہے اور یہ h xn minus x nought گنا hn تو پھر
برابر حصوں n کے اس وقفہ کو ہم a مائنس b ہے لہذا لمبائی n اوور a مائنس h b کے برابر ہے۔ لہذا a so t مائنس b تو یہ
ہے اب ہم ان مستطیلوں کو کھینچ سکتے ہیں اور فرض کریں کہ مجھے ان a by n مائنس b میں تقسیم کر رہے ہیں لہذا ہر ایک کی لمبائی
کے x dx کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس جو ہے وہ f کے اس xi ہے اور اونچائی h مستطیلوں کے وہ حصے ملتے ہیں جن کی چوڑائی
مستطیل کے ان علاقوں کے مجموعہ کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے n کا انضمام حد کے برابر ہے کیونکہ bf سے a
سمیشن n تک مختلف ہو رہا ہے یہ وہی ہے جیسا کہ حد n سے k 1 ہو گا جہاں f گنا h کا kh تو اس مستطیل کا رقبہ کیا ہے؟ ایک جمع
n بذریعہ a مائنس b ہے f گنا h کا k یہ ایک جمع a by n مائنس nb کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے برابر ایک سے
ایک ہے b ہے اور a 0 تو یہ ان میں سے کچھ علاقوں کی حد کے لحاظ سے قطعی انضمام کا فارمولا ہے لہذا خاص طور پر اگر
کے برابر ایک k جمع کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے۔ n حد کے برابر ہے کیونکہ fxdx تو ہم حاصل کرتے ہیں انٹیگرل صفر سے ایک
سے n کے k کے f گنا n ایک سے n سے
کہ یہاں ہم نے کیا کیا ہے ہر ذیلی وقفہ میں ہم نے دائیں اختتامی نقطہ پر فنکشن کی قدر لی ہے اور پھر e تو ایک چیز آپ کو نہیں کرنی چاہئے۔
ہمیں یہ علاقے مل گئے ہیں اور ہم نے شامل کیا ہے ہم صحیح اختتامی نقطہ کے بجائے کر سکتے ہیں ہم قدر لے سکتے ہیں۔ بائیں اختتامی نقطہ پر
اور ایسا کریں ہمارے پاس یہ بھی ہے کہ اگر ہم ان دائیں اختتامی پوائنٹس کی بجائے ہر ذیلی وقفہ کے بائیں اختتامی پوائنٹس پر فنکشن کی قدریں لیں

کے n کے برابر ہے حد bfxdx کا انٹیگرل لکھ سکیں۔ a مل جاتا ہے تاکہ ہم integral سے bf کے xdx تو پھر بھی ہمیں
f گنا a by n مائنس b مائنس ون کے برابر ہے اور چوڑائی ہے n کے برابر صفر سے k مجموعے میں لامحدودیت کی طرف رجحان ہے
سے مائنس ون n سے صفر کے برابر k سے ایک کے برابر شروع کریں اگر ہم k اس کے بجائے a by n مائنس b گنا a plus k شروع کریں
تو یہ انٹیگرل دیتا ہے
کا قطعی انضمام fx تو کچھ مسائل میں شاید آپ کو یہ لینا پڑے درحقیقت کوئی بھی ذیلی وقفہ میں کوئی بھی نقطہ لے سکتا ہے اور یہ پھر بھی a to b دے گا۔
s تو اب کچھ مسئلہ شروع کرتے ہیں۔
کی حد انفینٹی ون پلس کیوب جڑ کا دو جمع مکعب جڑ تین n کے ساتھ موڈ کے ساتھ ایک سے بڑی in r تو ایک سوال ہے کہ فرض کریں کہ ایک کا ہے
مربع یہ n کی طاقت 7 سے تقسیم 3 گنا 1 بذریعہ جمع 1 مربع جمع 1 جمع 2 مربع تک 1 بذریعہ ایک جمع n سے n کے کیوب جڑ تک n تو
مائنس نو یا مائنس چھ a is کی ممکنہ قدریں ہمیں چار اختیارات دیے جاتے ہیں r یا a is حد 54 کے برابر ہونے کے لیے دی جاتی ہے پھر سی سات ہے اور ڈی آپشن آٹھ ہے
تو اگر آپ یہاں دیکھتے ہیں کہ ہمارے پاس دو رقوم کے تناسب کی حد ہے
تو ہم اسے قطعی انٹیگرل کے طور پر لکھنے کی کوشش کریں گے
n برابر ایک سے r کا سمیشن ایک سے تین r عدد میں لامحدودیت کی طرف جاتا ہے۔ ہمارے پاس n تو ہم کیا کریں گے کہ ہمارے پاس حد ہے
اب کسی نہ کسی طرح n برابر 1 سے r مربع r سے سات ضرب تین گنا کا سمیشن ایک جمع n ہے i کے برابر ہے اور ڈینومینیٹر میں
اور یہ حد ہے ہمیں قطعی انٹیگرل کے طور پر لکھنا ہے
n کے مجموعے کے طور پر لکھتا ہوں r لامحدودیت کی طرف جاتا ہے میں اسے n مساوی کی حد s تو میں کیا کروں گا میں یہ لکھوں گا۔
سے ایک سے تین سے ضرب کرنا ہوگا n کی طاقت کو ایک سے تین بڑھاتا ہوں پھر مجھے
لکھنا چاہتا ہوں n بذریعہ r سے سات سے ہے تین اور پھر میں n تو یہ عدد ہے اور ڈینومینیٹر میں میرے پاس
مربع ہے اور پھر میرے پاس n بذریعہ r ایک جمع n کا خلاصہ ایک سے r لوں گا اس لیے میرے پاس n کو عام سے n تو میں یہاں
n سے 1 سے 3 عدد میں ہے اور میرے پاس n مربع ہے اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ n مربع ہوگا میرے پاس اب 1 بذریعہ n ڈنومینیٹر میں
سے ایک سے تین ہے n مربع سے تقسیم کیا گیا ہے جو کہ دوبارہ n سے 7 سے تین کو
تقسیم n سے ایک سے تین کو حد سے n سے r خلاصہ کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے n تو یہ منسوخ ہو جاتا ہے اور میرے پاس حد ہے
مربع اب اسے آسانی سے لکھا جا سکتا ہے کیونکہ پہلا n بذریعہ r کے برابر ہوتا ہے ایک جمع n انفینٹی کا خلاصہ ایک سے n کرتا ہے
پھر اس فارمولے کو d کے برابر لے کر ایک بائے تین ایک x کو fx تک کیونکہ اگر ہم dx ایک سے تین x مکمل ہے صفر سے ایک تک
ہم یہ حاصل کرتے ہیں fk by n گنا سمیشن n ہے 1 کی حد fxdx استعمال کریں انٹیگرل 0 سے 1
سے ایک کی طرف n کی طرف سے r بار سمیشن n کی حد کے طور پر بھی لکھ سکتا ہوں ایک کی لامحدودیت کی طرف جاتا ہے n تو یہ میں
کا x مربع ہے لہذا اب ہندسہ صفر سے ایک سے ایک تک n بذریعہ r گنا سمیشن 1 بذریعہ ایک جمع n تین اور ڈینومینیٹر دوبارہ 1 بذریعہ
مربع اس کا بآسانی اندازہ کیا جا سکتا ہے لہذا یہ تین x انٹیگرل بن جاتا ہے اور ڈینومینیٹر صفر سے ایک بذریعہ ایک تک مکمل ہو جاتا ہے۔ جمع
صفر سے ایک کے برابر دے گا x کو چار ضرب تین صفر سے ایک کو مائنس ایک سے ایک جمع x ضرب چار
تو یہ تین ضرب چار کے برابر ہے ایک جمع ایک بار سادگی اب یہ حد چوبن کے برابر بتائی گئی تھی اس لیے تین ضرب چار گنا ایک جمع ایک چوون
برابر ہے 72 جس کا مطلب ہے مربع جمع ایک مائنس 72 برابر ہے 0 اور یہ مائنس آٹھ گنا جمع نو a کے برابر ہے اس کا مطلب ہے مربع جمع صفر کے برابر دیتا ہے
تو a یا ہے۔
تو آٹھ یا مائنس نائن
تو جو آپشنز دیے گئے ہیں ان میں ہم دیکھتے ہیں کہ مائنس نو اور آٹھ کے برابر ممکن ہے لیکن مائنس چھ اور سات یہ ممکن نہیں ہیں اس لیے یہ مسئلہ ختم کر کے ہم سوال نمبر 2 پر چلے جاتے ہیں۔

جمع 2 ان میں سے n جمع 1 ضرب n ضرب n کے برابر ہے 1 ضرب yn ہمارے پاس n تو سوال 2 کہتا ہے کہ ہر قدرتی کے لیے نمبر
کے بطور لامحدود ہوتی ہے n کی حد yn کی طاقت میں اضافہ ہوتا ہے اور اگر n تک مجموعی طور پر n جمع n
کا سب سے بڑا انٹیجر اس کے برابر ہے l کے برابر ہے l تو قدر
تک بڑھایا جائے n پوری طاقت کو ایک سے n جمع n جمع دو تک n جمع ایک n بار n برابر ہے ایک ضرب yn تو ہمیں دیا گیا ہے
کو اندر لے جاؤں n تو اگر میں اس
جو کہ ایک جمع ایک n بڑھا کر ایک بذریعہ n بذریعہ n جمع n تک n جمع دو بذریعہ n بار n جمع ایک سے n تو یہ برابر ہو جائے گا
n طاقت میں اضافہ ایک بذریعہ n بذریعہ n تک ایک جمع n ایک جمع دو بذریعہ n بذریعہ
yn اس کا مطلب یہ ہے کہ th تو یہاں رقم کے بجائے یہ کچھ اصطلاحات کی پیداوار ہے لہذا قدرتی طور پر ہم قدرتی لاگ لے سکتے ہیں تاکہ
n کے برابر ہے 1 سے nk کے حساب سے k کے برابر ہوگا لاگ کے 1 جمع n کا قدرتی لاگ 1 کے برابر ہوگا
کی log yn کی حد n گنا سمیشن کے برابر ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ n کے 1 بذریعہ f تو اب ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہمارے پاس یہ کچھ
جو 1 کے لاگ کے 0 سے 1 n بذریعہ k بار لاگ 1 جمع n کے لامحدود کے لامحدود ہے 1 ضرب n کی حد n لامحدودیت کی طرف ہے
اس کا ہم آسانی سے اندازہ کر سکتے ہیں لہذا ہم یہاں پر حصوں کے حساب سے ضم کر سکتے ہیں یہ برابر xdx کے انٹیگرل کے برابر ہے۔ پلس
یہ حصوں کے حساب سے ضم ہو رہا ہے لہذا یہ xdx x x منٹ صفر سے ایک مائنس انٹیگرل صفر سے ایک x اوقات لاگ ون پلس x ہے
صفر کے برابر یہ صفر ہے مائنس یہ انٹیگرل دوبارہ میں آسانی سے کر سکتا ہوں x پر ہمیں لاگ دو مائنس ملتا ہے x برابر ہے ایک کے برابر
یہ لاگ 2 مائنس 1 x مائنس لاگ کے برابر ہے 0 سے 1 تک 1 جمع x کے برابر ہے لہذا یہ لاگ 2 مائنس dx x یہ 1 مائنس 1 بائی 1 پلس
مائنس لاگ 2 دیتا ہے اور 0 پر یہ 0 ہے۔
کے قدرتی لاگ کے طور پر لکھ سکتا ہوں e جو 4 مائنس 1 کے قدرتی لاگ کے برابر ہے میں inus 1 تو یہ 2 میٹر کا 2 قدرتی لاگ دیتا ہے۔
کے لاگ کے برابر ہے by e تو یہ 4
e کا قدرتی لاگ چار کے قدرتی لاگ کے برابر ہے بذریعہ yn کے قدرتی لاگ کی حد اس کے برابر ہے۔ yn تو ہمیں جو ملا ہے وہ یہ ہے کہ
ہے جو e برابر چار بذریعہ l سے ہوتی ہے لہذا l ملتی ہے اور اس کی نشاندہی e کی حد برابر چار بذریعہ yn ایکسپونینشل لے کر ہمیں
کا l ہمیں تلاش کرنا ہے وہ سب سے بڑا عدد ہے
تقریباً دو پوائنٹس سات ایک ہے e دو اور تین کے درمیان ہے e تو چونکہ ہم جانتے ہیں کہ
تو یہ دو اور تین کے درمیان ہے
چار سے تین اور چار بائے دو کے درمیان ہوگا جو دو ہے e تو چار بذریعہ
کا سب سے بڑا عدد ایک کے برابر ہے l تو یہ سختی سے ایک کے درمیان ہے۔ اور دو اس کا مطلب ہے کہ
تو یہ اس دوسرے مسئلے کا جواب ہے آئیے سوال نمبر تین کی طرف چلتے ہیں
x ضرب n کی طرف جاتا ہے۔ جمع x بار n کی لامحدودیت سے n n دیا گیا ہے کیونکہ fx is equal to limit تو یہاں ہمیں
x مربع 4 تک n مربع جمع x مربع اوقات n مربع جمع x al times فیکٹری n تقسیم n بذریعہ n جمع x سے دو تک n جمع
کے لئے 0 سے بڑا x کو یہ حد دی جاتی ہے fx اس طرح n x کی طاقت x مربع یہ پورا اضافہ n مربع بذریعہ n مربع جمع
f کے برابر f کے b ایک آپشن b کے نصف سے بڑا ہے f کے f ایک آپشن کے a تو پھر کون سا مندرجہ ذیل آپشنز درست ہیں آپشن
سے تقسیم دو f سے تین کے f پرائم تین کا f کیا d دو کا پرائم صفر سے کم کے برابر ہے اور f ہے c تین سے کم ہے x کے دو
دو کے دو سے f پرائم کے برابر سے بڑا ہے f کے
تو پہلے ہمیں اس حد کو کسی نہ کسی طرح آسان بنانا ہے
سے تقسیم کیا گیا n کو n جمع x از 2 تک n جمع nx جمع ہے x اوقات n سے n تو پہلے ہم اس اصطلاح کو دیکھتے ہیں ہمارے پاس
مربع ہے اور اسے n مربع بذریعہ n مربع جمع x مربع 2 مربع تک n مربع جمع x مربع n مربع جمع x فیکٹوریل اور پھر ہمارے پاس n
n تک بڑھایا جاتا ہے۔ بذریعہ x طاقت
تو آئیے پہلے اس تناسب کو آسان بناتے ہیں
اور n بذریعہ x کے برابر ہے ایک جمع n کو کامن لیتا ہوں۔ پھر یہ n تو یہاں ہم اسے اس طرح لکھ سکتے ہیں جیسے میں پہلے عنصر سے
بذریعہ دو مشترک لوں گا n پھر میں دوسرے عنصر سے
کامن n بائے لوں گا۔ n بن جائے گا اور اسی طرح آخری سے میں n بذریعہ x تو یہ ایک جمع دو
مربع عام لیں n فیکٹریل ہے اب پہلے والے سے n بن جائے گا اور اسی طرح جس ڈینومینیٹر سے ہمارے پاس n بذریعہ nx تو یہ ایک جمع
مربع n مربع ضرب x مربع سے 2 مربع عام ایک اور یہ 1 جمع 2 مربع n مربع ہو جائے گا n مربع اور n مربع بذریعہ x تو یہ 1 جمع
n سے n مربع اب اگر آپ عدد میں دیکھیں گے کہ میرے پاس n مربع x مربع n مربع ضرب ایک جمع n مربع ضرب n اور اسی طرح
اوقات nn اوقات n اوقات n ہے اور پھر ہمارے پاس ہے
nx ایک جمع n بذریعہ x ایک جمع دو n بذریعہ x ضرب 1 جمع n سے 2 n بن جائے گا لہذا میرے پاس n سے n تو یہ دوبارہ
تک n ہے اور ہمارے پاس ایک بار دو گنا تین ہے n بذریعہ
مربع n مربع n میں e w فیکٹوریل تھا اور n فیکٹوریل سے تقسیم کیا گیا یہ عدد ہے اور ڈینومینیٹر میں ہمارے پاس ایک n تو یہ ہے اس کو
مربع ہے لہذا یہ n ہو جائے اور ڈنومینیٹر میں میرے پاس یہاں 1 مربع 2 مربع 3 مربع تک n کی طاقت دو n بار ضرب دیا گیا ہے تاکہ n کو
مربع ہر طرح n مربع بذریعہ x مربع 1 جمع 2 مربع n مربع بذریعہ x فیکٹوریل مربع ہے اور پھر ہمارے پاس یہ مصنوعہ 1 بذریعہ ہے n
n منسوخ کرتے ہوئے دیکھتے ہیں اور میرے یہاں عدد میں 1 بذریعہ n کو دو n مربع اب اگر آپ یہ n مربع بذریعہ x مربع n سے 1 جمع
فیکٹوریل مربع ہے n فیکٹوریل بذریعہ n فیکٹریل ہے یہاں میرے پاس
تو یہ ایک بار پھر منسوخ ہو جاتا ہے لہذا ہمارے پاس صرف اس مصنوع کے ساتھ رہ گیا ہے اس پروڈکٹ سے تقسیم کردہ ہندسہ میں لہذا ہمارے
تک ایک n بذریعہ x ایک جمع دو n کی لامحدودیت کی طرف۔ بذریعہ x ایک جمع n برابر ہے اب میں لکھوں گا حد fx پاس جو ہے اس لئے
x مربع اور یہ پوری طاقت n بذریعہ nx مربع تک 1 جمع n بذریعہ x مربع ایک جمع دو n بذریعہ x تقسیم ایک جمع n بذریعہ nx جمع
تک بڑھائیں n بذریعہ
کی x انفینٹی n حد o تو اب بس پچھلے مسئلے کی طرح ہم قدرتی لاگ لے سکتے ہیں اس کا مطلب ہے کہ لاگ آف ایف ایکس برابر ٹی ہے۔
kx x n مائنس سمیشن لاگ 1 جمع n کے برابر ہوگا 1 سے kx x nk بار لاگ اس طرح یہ سمیشن لاگ 1 پلس n طرف جاتا ہے اس کے
مربع کے برابر ہے لہذا یہ ہے کیونکہ لاگ ایک مسلسل فعل ہے لہذا اس حد کا لاگ میں لاگ کی حد کے طور پر لکھ سکتا ہوں اور ہمیں اب یہ مل گیا
x x x n لامحدود n یہ ایک حد ہے مائنس حد n x x x x x x x x x x x x x x x انفینٹی n ہے یہ حد کے برابر ہے
مربع one to n log of one plus kx by n برابر ہے k اوقات سمیشن
تک انٹیگرل ہوگا ایسا کیوں ہے x کے لاگ کے 0 سے ydy تو اب پھر سے جمع کی اس حد کو انٹیگرل کے طور پر لکھا جا سکتا ہے پہلا 1 جمع

کے لیے دیکھتے ہیں k اگر آپ 1 کے برابر
بن جائے گا x کے برابر n کے لئے x x x n کے برابر k کے لئے یہ n کے برابر k ہے اور x x x n تو میرے پاس
تک انٹیگرل کے x کا لاگ لے رہے ہیں اور دوسری حد لاگ ان کے 0 سے y ہے اور فنکشن ہم 1 جمع x تو یہ نچلی حد 0 ہے اور اوپری حد
یہاں پہلے سے موجود ہے اس لئے x نہیں لکھنا چاہئے کیونکہ f کا x نوٹ کریں کہ یہاں انٹیگرینڈ میں ہمیں dy مربع y برابر ہے 1 پلس
استعمال کیا ہے اور ہم اس طرح لکھتے ہیں y ہم نے یہاں ایک اور متغیر
سے تقسیم کرنے dy مربع y کو ایک جمع y میں ایک جمع of کا لاگ ملتا ہے۔ fx تک انٹیگرل کے برابر x تو اس سے مجھے صفر سے
کا لاگ لکھ سکتا ہوں یقیناً ہمیں اس انٹیگرل کو جانچنے کی کوشش نہیں کرنی چاہیے کیونکہ دوسرے انٹیگرل کا اندازہ لگانا آسان نہیں ہے اس لیے اب
کو b اور a ہمیں آپشنز کو دیکھنا چاہیے اور یہ دیکھنے کی کوشش کرنی چاہیے کہ ہم کیا کر سکتے ہیں۔ نتیجہ اخذ کریں اس طرح اگر ہم آپشنز
دیکھتے ہیں
کے دو سے تین کے ساتھ موازنہ کرنا ہے لہذا اگر ہم f کا ایک سے تین کے ساتھ f کا f کے ساتھ اور f کے f کا نصف f تو ہمیں
مشتق کا حساب لگا سکتے ہیں
x تو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ فنکشن بڑھ رہا ہے یا کم ہو رہا ہے اور پھر ہم اس کا اندازہ لگا سکتے ہیں تاکہ یہاں کرنا آسان ہے لہذا ہم اس تفریق کو
کا لاگ ان ملتا ہے اگر ہم فرق کرتے ہیں fx کے حوالے سے الگ کرتے ہیں ہمیں
تھیوریم یہ l کا اگر میں بنیادی طور پر فرق کرتا ہوں۔ کیلکولس کا ydy کے برابر ہے x کے f ملے گا یہ fx بذریعہ x پرائم f تو ہمیں
بذریعہ f prime x سے بڑا ہوتا ہے لہذا ہم اسے 0 x مربع کا لاگ دے گا اور ہمارے پاس ہمیشہ x جمع 1 x x آسانی سے 1 جمع
مربع plus x by one plus x اوقات لاگ کے برابر ہے۔ fx ایک کے f prime x حاصل کرتے ہیں لہذا اس کا مطلب ہے fx
مثبت ہے x اگر fx واضح طور پر مثبت ہے کیونکہ fx نوٹ کریں کہ
x اور لاگ 1 کا کیا ہوگا؟ جمع so مربع x بائی ون جمع x مثبت ہے اور لاگ آف ون پلس fx کے لیے مثبت ہے لہذا n تو یہ اصطلاح ہر
اور 1 کے درمیان ہے 0 x مربع اگر x جمع 1 x
سے کم ہے 1 x تو یہ مثبت ہے کیونکہ اگر
سے چھوٹا ہے x کے درمیان مربع x کے لئے 0 اور 1 x مربع سے بڑا ہوگا x جمع 1 x تو 1 جمع
سے بڑا 1 x مربع یہ ایک سے بڑا ہے اور ایک سے بڑی کسی بھی چیز کا لاگ مثبت ہے لیکن اگر x بذریعہ ایک جمع x تو یہ تناسب ایک جمع
ہے
مربع 1 سے کم ہو جاتا ہے x جمع 1 x x سے بڑا ہے لہذا یہ تناسب 1 جمع x مربع ہے یہ x تو ڈینومینیٹر کے پاس
ایک سے بڑا ہو x تو یہ صفر سے کم ہو جاتا ہے اگر
سے بڑا ہے 1 x صفر اور 1 کے درمیان ہے اور اگر x صفر سے بڑا ہے اگر x ڈیش f تو
تو یہ 0 سے کم ہے۔
تو یہ ہمیں کیا بتاتا ہے
وقفہ 0 سے 1 پر بڑھتا ہوا فنکشن ہے اور یہ ہے ایک سے لامحدود پر فنکشن کو کم کرنا لہذا اگر ہم دیکھتے ہیں کہ صفر f تو اس کا مطلب ہے
کے اختیارات بڑھ رہے ہیں f کے درمیان ایک کے f اور ایک
دو بائے تین f سے کم ہونا چاہئے۔ اور ایک بائے تین کا f ایک کے f سے کم ہوگا اس کا مطلب ہے کہ نصف کا f ایک کے f تو نصف کا
پرائم f کا موازنہ d پرائم 2 کا پوچھتا ہے اور ca f آپشنز d اور c اب درست ہے b غلط ہے لیکن a سے کم ہوگا لہذا آپشن f کے
3 by f 3 کے ساتھ f prime 2 by f .2
تو یہ پھر سے ہم اس سے حاصل کر سکتے ہیں جو ہم نے حساب کیا ہے
کے f کے دو گنا لاگ کے ایک جمع دو بائی ایک جمع دو مربع کے برابر ہوگا یہ 2 کے f پرائم ٹو کیا ہے f پرائم 2 f تو آئیے دیکھتے ہیں کہ
برابر ہے۔ ٹائم لاگ آف 3 بائی 5۔
مثبت ہے اور لاگ 3 بائی 5 منفی ہے f تو 2 کا
آپشن c پرائم 2 0 سے کم ہے لہذا f پرائم 2 کم 0 کے برابر کے مقابلے میں ہم جانتے ہیں کہ f کہتا ہے c تو یہ 0 سے کم ہوگا لہذا آپشن
پرائم ٹو بائی ایف ٹو دیکھنا ہے f تھری اور f پرائم تھری بائے f آپشن کے بارے میں کیا ہے کہ ہمیں d درست ہے اور
x لاگ ان 4 x f 3 پرائم 3 f مربع کے برابر ہے لہذا x جمع 1 x x x ہے۔ لاگ ان 1 جمع fx بذریعہ x پرائم f تو ہمارے پاس
اس کا حساب ہم پہلے ہی لگا چکے ہیں 3 بائی 5۔ لہذا لاگ سختی سے f prime 2 x f 2 ہے۔ x 5 کے برابر ہے جو لاگ ان 2 10
f پرائم تھری بائی ایف تھری سختی سے f فنکشن کو بڑھا رہا ہے لہذا لاگ ٹو بائی فائیو لاگ تھری بائی فائیو سے کم ہے لہذا اس کا مطلب ہے
اس کا مطلب ہے کہ ہم غلط ہیں۔ دوسری عدم مساوات ہے d پرائم ٹو بائی ایف ٹو سے کم ہے لہذا ہمارا آپشن
جمع t کی طاقت مائنس e تک x سے x برابر ہے ایک سے fx درست آپشن ہیں ٹھیک ہے سوال نمبر چار کی طرف چلتے ہیں c اور b تو
bf ایک انفینٹی پر بڑھ رہا ہے f صفر سے لامحدود پھر مندرجہ ذیل میں سے کون سا آپشن درست ہے x کے لیے tdt سے تقسیم t ایک
کا اختیار d کے لئے 0 کے برابر ہے اور لامحدودیت کے لئے 0 اور x یہ تمام x x کا 1 f جمع cf کا 1 x وقفہ 0 سے کم ہو رہا ہے
ایک قطعی انٹیگرل کے طور پر دیا گیا ہے۔ اور پھر ہمیں یہ آپشنز fx یہاں ہمیں x پر r کا ایک عجیب فعل ہے x ہے x کا 2 کا پاور f
تلاش کرنے ہوں گے اس لیے ہم سے بڑھنے اور کم کرنے کے لیے کہا جا رہا ہے ہم اس فنکشن کے مشتق کا حساب لگا سکتے ہیں یہ دیکھنے کے
کسی وقفے میں بڑھ رہا ہے یا کم ہو رہا ہے f لیے کہ
تک پھر یہ کیا ہے bx سے ax کا مشتق لیتے ہیں۔ کچھ فنکشن ftdt تو آئیے یاد کریں کہ کیا ہم کچھ
کے ایک ax کو f مائنس x پرائم b کا اندازہ کرتے ہیں اور پھر مشتق f پر b کے اوپری اختتامی نقطہ x تو یہ اس کے برابر ہے ہم
دائیں سے ضرب دیتے ہیں x پرائم
x سے a کے فنکشنز ہیں خاص طور پر جب ہمارے پاس x تو یہ عام فارمولا ہے۔ ڈیفینیٹ انٹیگرل کے مشتق کے لیے جہاں انٹیگرلز کی حدود
تک انٹیگرل ہوتا ہے
nus ہمیں اوپری کے اخذ کے اوقات میں اوپری اختتامی نقطہ پر اندازہ کرنا پڑتا ہے۔ ایک میل f ملتا ہے لیکن یہاں f کا x تو ہمیں صرف
اس لئے اگر t dt تقسیم t پلس 1 سے t سے مائنس xe 2 x 1 ہے fx 1 نچلے سرے کے نقطہ پر اس کا مشتق ہے لہذا ہمارے پاس f
میں اس میں فرق کروں
کے مشتق ہے جو 1 x x x x جمع 1 x ڈالتے ہیں تاکہ یہ t کے برابر x کے برابر ہوگا۔ پاور پہلے ہم انٹیگرینڈ میں e x پرائم f تو
کے برابر ڈالنا ہوگا x x برابر 1 t مائنس ہے ہمیں
مائنس ایک بذریعہ x کا مشتق ایک بذریعہ x x سے ایک t ہو جائے گا تقسیم t x پر ڈالنا ہوگا۔ بذریعہ x x plus 1 کو مائنس e 1 تو
کے سوا کچھ نہیں ہے اور کیونکہ کفایتی ہمیشہ ہوتا ہے۔ مثبت e سے تقسیم ہونے کے سوا 2 گنا x x جمع 1 x مربع دے گا لہذا یہ مائنس x

f وقفہ صفر سے لامحدودیت پر سختی سے بڑھ رہا ہے لہذا f کے لیے 0 سے بڑا ہے لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ x یہ صفر سے بڑے تمام غلط ہے نوٹ کریں کہ ہم اس فنکشن کے مشتق کا حساب لگائے b درست ہے اور a پورے صفر سے لامحدودیت پر بڑھتا ہوا فعل ہے لہذا آپشن ause بغیر بھی اسی چیز کو نکال سکتے تھے۔
بڑھتا ہے ایسا کیوں ہوتا ہے کیونکہ x تک بڑھتا ہے جیسے ہی x سے x تو میں ایک اور طریقہ لکھتا ہوں کہ ہم دیکھتے ہیں کہ وقفہ ایک سے بڑھتا ہے۔ وقفہ بڑا ہوتا x بڑھتا ہے اس لئے x کم کرتا ہے اور اوپری اختتامی نقطہ x بڑھتا ہے نچلے اختتامی نقطہ 1 کو x جیسے جیسے مثبت یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے لہذا اگر t سے تقسیم کیا جاتا ہے t جاتا ہے اور بڑا بھی انٹیگرینڈ مثبت ہوتا ہے کیونکہ انٹیگرینڈ ایکسپونینشل کو ہمارے پاس کوئی مثبت فعل ہے
تو اگر ہم اسے بڑے وقفہ پر ضم کرتے ہیں
ہے اور فنکشن کو بڑھانا درست ہے لہذا مشتق کا حساب لگائے بغیر بھی کوئی آسانی سے یہ دیکھ کر دیکھ سکتا ہے کہ fx تو یہ بڑا ہوگا لہذا x دیکھنے کے لیے ہمیں d اور c اب بڑھتا ہے آپشن x جس وقفہ پر ہم اس مثبت فنکشن کو انٹیگریٹ کر رہے ہیں وہ بڑا ہوتا جا رہا ہے کیونکہ x کا ایک بذریعہ f دیکھنا ہوگا۔ f پلس کا
کے tdt کے ساتھ ایک t کے علاوہ t سے مائنس x کے e x سے ایک x کا x کیا ہے x کا ایک بذریعہ f تو آئیے دیکھتے ہیں کہ x x کے برابر ہے t xy 1 ہے اور جب dy مربع y مائنس ایک بذریعہ dt پھر y برابر ہے ایک بذریعہ t ہم ڈالتے ہیں tdt ساتھ ہے xy x کے برابر ہے t ہے اور پھر
ہے y سے 1 x کا t سے مائنس e سے انٹیگرل کے برابر ہوگا۔ x x 1 f کا یہ x x تو ایک
کے x دو x ہے یہ ایک dy مربع y مائنس ایک سے dt ہے اور y ایک سے t تقسیم کیا جائے گا y سے t جمع 1 کو y تو 1 سے f x سے تقسیم کیا جو کہ مائنس y کو y جمع 1 ہے y سے مائنس e برابر ہے ہمارے پاس ایک ہے مائنس کا نشان اور پھر ہمارے پاس یہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے x ایک سے f جمع x کا f کے برابر ہے لہذا اس کا مطلب ہے
سے فالو کرتا ہے c درست ہے اب آپشن ڈی کا کیا ہوگا یہ آپشن c صفر کے برابر ہے یہ آپشن x ایک بذریعہ f کا جمع f کا x تو لکھتے ہیں gx کے برابر x تو اب بھی اگر ہم 2 کے
کے by x x کا 1 f کے برابر ہے اور ہم جانتے ہیں کہ 2 by 1 f کے x جو x پاور مائنس پر ہے f کا 2 g کا x تو مائنس کے برابر ہے f مائنس
کے برابر ہے gx کے برابر ہے جو مائنس x کا 2 f تو یہ مائنس
درست آپشنز ہیں بالکل d اور a c دیتا ہے وہ بھی درست ہے لہذا آپشن d جو آپشن o s ایک عجیب فنکشن gx تو اس کا مطلب ہے
ٹھیک اس لیے یہ انٹیگرل کیلکولس پر لیکچر دو ختم کرتا ہے اگلے لیکچر میں ہم کچھ اور مسائل پر بات کریں گے شکریہ