

નમસ્કાર દર્શકી, પ્રથમ લેક્ચરમાં ઇન્ટિગ્રલ કેલ્ક્યુલસ પર બે લેક્ચરમાં સ્વાગત છે . અમે આ લેક્ચરમાં ચોક્કસ ઇન્ટિગ્રલ પર કેટલીક સમસ્યાઓની ચર્ચા કરી હતી, અમે કેટલીક વધુ સમસ્યાઓ કરીશું,  
તેથી પહેલા હું રકમની મર્યાદા તરીકે ચોક્કસ પૂર્ણાંકો પરની કેટલીક સમસ્યાઓથી શરૂઆત કરીશ,  
તેથી મને પહેલા જણાવવા દો . ચોક્કસ પૂર્ણાંકોની વિભાવનાઓને સરવાળોની મર્યાદા તરીકે સમજાવો  
તેથી ધારો કે આપણી પાસે  $x$  નું ફંક્શન છે અને આપણે  $a$  થી  $b$  સુધી  $x$  ના  $f$  નું ચોક્કસ પૂર્ણાંક શોધવા માંગીએ છીએ તો આપણે શું જાણીએ છીએ કે ચોક્કસ પૂર્ણાંક ગ્રાફ હેઠળનો વિસ્તાર આપે છે આ ફંક્શનના  $y$  બરાબર  $fx$   $a$  થી  $b$  માટે હવે આ વિસ્તારનું મૂલ્યાંકન કરવા માટે આપણે શું કરીએ છીએ આપણે આ અંતરાલ  $ab$  ને  $n$  સમાન ભાગોમાં વિભાજીત કરીએ છીએ  
તેથી ચાલો કહીએ કે  $x$  naught is  $a$   $x$  one is  $a$  plus  $hx$  two is  $a$  plus two  $h$  અને  
તેથી વધુ અને  $xn$  એ વત્તા  $nh$  છે આ મારી  $x$  નોટ છે અને મારી પાસે  $x$   $1$   $x$   $2$  છે અને છેલ્લો  $xn$  છે તો પછી  $h$   $n$  ગુણ્યા  $h$   $xn$  ઓછા  $x$  શુકન છે અને આ  $xn$  બરાબર  $b$  છે  
તેથી આ  $b$  માઈનસ  $a$  બરાબર છે  
તેથી  $h$  એ  $b$  માઈનસ  $a$  ઓવર  $n$  છે  
તેથી લંબાઈનો આ અંતરાલ  $b$  ઓછા  $a$  આપણે છીએ  $n$  સમાન ભાગોમાં વિભાજીત કરીએ તો દરેક લંબાઈ  $b$  માઈનસ  $a$  બાય  $n$  ની છે હવે આપણે આ લંબચોરસ દોરી શકીએ છીએ અને ધારો કે મને આ લંબચોરસના ક્ષેત્રો મળે છે જેની પહોળાઈ  $h$  અને ઊંચાઈ  $x_i$  ના આ  $f$  બરાબર છે તો આપણી પાસે આ છે  $x$   $dx$  ના  $a$  થી  $b$  નું અવિભાજ્ય મર્યાદા જેટલું છે કારણ કે  $n$  એ લંબચોરસના આ વિસ્તારોના સરવાળાની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે  
તેથી લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શું છે આ એક વત્તા  $kh$  ના  $h$  ગુણ્યા  $f$  હશે જ્યાં  $k$   $1$  થી  $n$  આમાં બદલાય છે મર્યાદા  $n$  એ સમાનતા  $k$  ની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે સમાનતા  $k$  એક થી  $nb$  ઓછા  $a$  બાય  $n$  આ  $h$  ગુણ્યા  $f$   $a$  વત્તા  $k$  ગુણ્યા  $b$  ઓછા  $a$  બાય  $n$  છે તેથી આ અમુકની મર્યાદાના સંદર્ભમાં ચોક્કસ અવિભાજ્ય માટેનું સૂત્ર છે આ ક્ષેત્રો  
તેથી ખાસ કરીને જો  $a$   $0$  છે અને  $b$  એક છે તો આપણને અવિભાજ્ય શૂન્યથી એક  $fxdx$  બરાબર મર્યાદા મળે છે કારણ કે  $n$  એ સમીકરણ  $k$  ની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે એક થી  $n$  એક બાય  $n$  ગુણ્યા  $f$   $k$  બાય  $n$   
તેથી એક વસ્તુ તમારે નોંધ લેવી જોઈએ કે અહીં આપણે જે કર્યું છે તે દરેક પેટા અંતરાલમાં આપણે જમણા અંતિમ બિંદુએ ફંક્શનની કિંમત લીધી છે અને પછી આપણને મળી  $e$  વિસ્તારો અને અમે ઉમેર્યું છે કે જમણા અંતિમ બિંદુને બદલે આપણે પણ કરી શકીએ છીએ અમે ડાબા છેડાના બિંદુ પરની કિંમત લઈ શકીએ છીએ અને જો આપણે તેના બદલે દરેક પેટા અંતરાલના ડાબા છેડાના બિંદુઓ પર ફંક્શનની કિંમતો લઈએ તો તે અમારી પાસે પણ છે. આ જમણા છેડાના બિંદુઓમાંથી આપણને હજુ પણ  $xdx$  ના  $a$  થી  $b$  અવિભાજ્ય મળે છે જેથી આપણે લખી શકીએ  $a$  થી  $b$   $fxdx$  નું અવિભાજ્ય મર્યાદા  $n$  એ સમેશન  $k$  માં અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે શૂન્ય થી  $n$  માઈનસ વન અને પહોળાઈ  $b$  માઈનસ  $a$  બાય  $n$  છે ગુણ્યા  $f$  વત્તા  $k$  ગુણ્યા  $b$  માઈનસ  $a$  બાય  $n$   
તેથી  $k$  થી શરૂ કરવાને બદલે એક થી  $n$  થી જો આપણે  $k$  બરાબર થી શૂન્ય થી  $n$  માઈનસ એક શરૂ કરીએ તો આ અવિભાજ્ય આપે છે તેથી કેટલીક સમસ્યાઓમાં કદાચ તમારે આને અંદર લેવું પડશે હકીકત એ છે કે સબ ઇન્ટરવલમાં કોઈ પણ બિંદુ લઈ શકે છે અને તે હજુ પણ  $a$  થી  $b$  સુધી  $fx$  નું ચોક્કસ અવિભાજ્ય આપશે  
તેથી હવે ચાલો કેટલીક સમસ્યાઓથી શરૂઆત કરીએ  
તેથી પ્રશ્ન કરીએ કે ધારો કે મોડ સાથે  $a$   $in$   $r$  માટે  $n$  ની એક લેટ મર્યાદા કરતાં સખત મોટી છે. બે વત્તા ત્રણના ઘનમૂળનું એક વત્તા ઘનમૂળ અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે  
તેથી  $n$  વડે ભાગ્યા  $n$  ના ઘનમૂળ સુધી ઘાત 7 બાય 3 ગુણ્યા 1 બાય વત્તા 1 ચોરસ વત્તા 1 વત્તા 2 વર્ગ 1 વત્તા  $n$  ચોરસ સુધી આ મર્યાદા 54 ની બરાબર આપવામાં આવે છે તો પછી  $a$   $is$  અથવા  $r$  ની સંભવિત કિંમતો આપણને ચાર આપવામાં આવે છે વિકલ્પો  $a$  એ માઈનસ નવ છે અથવા ઓછા  $c$  છે સાત અને  $d$  વિકલ્પ આઠ છે  
તેથી જો તમે અહીં જુઓ તો અમારી પાસે બે સરવાળોના ગુણોત્તરની મર્યાદા છે  
તેથી અમે આને ચોક્કસ અવિભાજ્ય તરીકે લખવાનો પ્રયત્ન કરીશું  
તેથી આપણે શું કરીએ તે છે આપણી પાસે મર્યાદા  $n$  વલણ છે . અંશમાં અનંતતા માટે આપણી પાસે  $r$  નો ઘાત એક બાય ત્રણ  $r$  બરાબર એક થી  $n$  છે અને છેદમાં મારી પાસે  $n$  થી સાત બાય ત્રણ ગણો સમીકરણ છે એક વત્તા  $r$  વર્ગ  $r$  બરાબર 1 થી  $n$  હવે કોઈક રીતે અને આ આ મર્યાદા છે આપણે ચોક્કસ અવિભાજ્ય તરીકે લખવાનું છે  
તેથી હું શું કરીશ તે હું લખીશ આ મર્યાદાની બરાબર છે  $n$  અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે હું આને  $r$  બાય  $n$  ની ઘાત એક બાય ત્રણમાં વધારીને લખું છું પછી મારે ગુણાકાર કરવો પડશે  $n$  થી એક બાય ત્રણ  
તેથી આ અંશ છે અને છેદમાં મારી પાસે  $n$  થી સાત બાય ત્રણ છે અને હું ફરીથી  $r$  બાય  $n$  લખવા માંગુ છું  
તેથી હું અહીં છેદમાંથી  $n$  સામાન્ય લઈશ  
તેથી મારી પાસે  $r$  બરાબર એક થી  $n$  એક વત્તા  $r$  બાય  $n$  ચોરસ છે અને પછી મારી પાસે છેદમાં  $n$  ચોરસ હશે મારી પાસે હવે 1 બાય  $n$  ચોરસ છે જો તમે આ જોશો  $n$  થી 1 બાય 3 અંશમાં છે અને મારી પાસે  $n$  થી 7 બાય ત્રણ ભાગ્યા  $n$  ચોરસ છે જે ફરીથી  $n$  થી એક બાય ત્રણ છે તેથી આ રદ થાય છે અને મારી પાસે મર્યાદા  $n$  છે તે  $n$  થી  $n$  ના સમીકરણની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે એક વડે ત્રણ ભાગ્યા મર્યાદા  $n$  એ અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે સરવાળો એક થી  $n$  ના એક વત્તા  $r$  બાય  $n$  ચોરસ સમાન છે હવે આ સરળતાથી લખી શકાય છે કારણ કે પ્રથમ એક શૂન્યથી  $x$  માંથી એકથી ત્રણ સુધીનો અવિભાજ્ય છે  $dx$  કારણ કે જો આપણે  $fx$  ને  $x$  ની બરાબર એક બાય ત્રણ લઈએ અને પછી આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીએ ઇન્ટિગ્રલ 0 થી 1  $fxdx$  એ 1 બાય  $n$  ગુણ્યા  $f$   $k$  બાય  $n$  ની મર્યાદા છે, આપણને આ મળે છે  
તેથી આ હું  $n$  ની મર્યાદા તરીકે પણ લખી શકું છું અનંત એક બાય  $n$  ગુણ્યા સમીકરણ  $r$  બાય  $n$  થી એક બાય ત્રણ અને છેદ ફરીથી 1 બાય  $n$  ગુણ્યા સમીકરણ 1 વત્તા  $r$  બાય  $n$  ચોરસ છે  
તેથી હવે અંક  $r$  એ શૂન્યમાંથી એક બાય ત્રણ માટે  $x$ નો અવિભાજ્ય બને છે અને છેદ શૂન્યમાંથી એકનો એક વત્તા  $x$  ચોરસનો અવિભાજ્ય છે આ સરળતાથી મૂલ્યાંકન કરી શકાય છે  
તેથી આ ત્રણ બાય ચાર  $x$  ને ચાર બાય ત્રણ આપશે શૂન્યથી એક વત્તા  $x$  વત્તા  $x$  શૂન્યમાંથી એક વડે ભાગ્યા  
તેથી આ બરાબર છે ત્રણ બાય ચાર ગુણ્યા વત્તા એક સરળીકરણ હવે આ મર્યાદા યોગ્ય ચારની બરાબર આપવામાં આવી હતી  
તેથી ત્રણ બાય ચાર ગુણ્યા વત્તા એક યોગ્ય બરાબર આનો અર્થ થાય છે ચોરસ વત્તા  $a$  બરાબર 72 જેનો અર્થ થાય છે ચોરસ વત્તા બાદબાકી 72 બરાબર 0 અને આ માઈનસ આઠ ગુણ્યા વત્તા નવ બરાબર શૂન્ય આપે છે  
તેથી  $a$  કાં તો આઠ છે અથવા ઓછા નવ  
તેથી આપેલા વિકલ્પો આપણે જોઈએ છીએ કે માઈનસ નવ અને આઠની સમાન સંખ્યા શક્ય છે પરંતુ ઓછા છ અને સાત આ શક્ય નથી

તેથી આ સમસ્યાને સમાપ્ત કરીને આપણે પ્રશ્ન નંબર 2 પર જઈએ છીએ.

તેથી પ્રશ્ન 2 કહે છે કે દરેક કુદરતી સંખ્યા માટે આપણી પાસે 1 ની બરાબર  $yn$  છે. આમાંથી  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા 1 ગુણ્યા  $n$  વત્તા 2 આમાંથી  $n$  વત્તા  $n$  સંપૂર્ણ વધારો  $t$  સુધી  $o$  ઘાત એક બાય  $n$  અને જો  $n$  તરીકે  $yn$  ની મર્યાદા અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે તે 1 ની બરાબર છે તો 1 ની સૌથી મોટી પૂર્ણાંકનું મૂલ્ય જે આપણને આપવામાં આવે છે તેના બરાબર છે

તેથી  $yn$  એ એક બાય  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા એક  $n$  વત્તા બે છે.  $n$  વત્તા  $n$  આખું ઘાતમાં એક બાય  $n$  લઈ શકે

તેથી જો હું આ  $n$  ને અંદર લઈશ તો આ બરાબર થશે  $n$  વત્તા એક બાય  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા બે બાય  $n$  સુધી  $n$  વત્તા  $n$  બાય  $n$  ઘાતમાં એક બાય  $n$  જે સમાન છે એક વત્તા એક બાય  $n$  માં એક વત્તા બે બાય  $n$  સુધી એક વત્તા  $n$  બાય  $n$  સુધી એક વત્તા  $n$  બાય  $n$  સુધીનો વધારો કરો

તેથી અહીં સરવાળાને બદલે આ કેટલાક શબ્દોનું ઉત્પાદન છે

તેથી સ્વાભાવિક રીતે આપણે કુદરતી લોગ લઈ શકીએ છીએ

તેથી આ  $yn$  નો કુદરતી લોગ સૂચવે છે 1 વત્તા  $k$  બાય  $nk$  ના લોગનો 1 બાય  $n$  ગણો સરવાળો બરાબર 1 થી  $n$  છે

તેથી હવે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આપણને આ બરાબર 1 બાય  $n$  ગુણ્યા 1 બાય  $n$  ગુણ્યા  $k$  ના કેટલાક  $f$  નો સરવાળો મળ્યો છે

તેથી આ સૂચિત કરે છે  $n$  ની મર્યાદા લોગ  $yn$  ની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે  $n$  એ મર્યાદા  $n$  ની મર્યાદા 1 બાય  $n$  ગુણ્યા લોગ 1 વત્તા  $k$  બાય  $n$  ના સમીકરણની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે જે 1 વત્તા  $x dx$  ના લોગના 0 થી 1 ના અવિભાજ્ય સમાન છે આ આપણે સરળતાથી કરી શકીએ છીએ  $1y$  મૂલ્યાંકન કરો જેથી આપણે અહીં ભાગો દ્વારા સંકલિત કરી શકીએ આ બરાબર છે  $x$  ગુણ્યા લોગ વન વત્તા  $x$  મિનિટ શૂન્યથી એક ઓછા અવિભાજ્ય શૂન્યથી એક  $x$  બાય વન વત્તા  $x dx$  આ ભાગો દ્વારા એકીકૃત થઈ રહ્યું છે

તેથી આ એકની બરાબર  $x$  બરાબર છે આપણે લોગ બે ઓછા લોગ મેળવીએ છીએ  $x$  બરાબર શૂન્ય આ શૂન્ય ઓછા આ અવિભાજ્ય ફરીથી હું સરળતાથી કરી શકું છું આ 1 ઓછા 1 બાય 1 વત્તા  $x dx$  બરાબર છે

તેથી આ 0 માંથી 1 વત્તા  $x$  ના લોગ 2 ઓછા  $x$  ઓછા લોગ બરાબર છે 1 માટે આ લોગ 2 ઓછા 1 ઓછા લોગ 2 આપે છે અને 0 પર તે 0 છે.

તેથી આ 2 ઓછા 1 નો 2 કુદરતી લોગ આપે છે જે 4 ઓછા 1 ના કુદરતી લોગ બરાબર છે હું  $e$  ના કુદરતી લોગ તરીકે લખી શકું છું

તેથી આ બરાબર છે 4 નો લોગ ઇ બાય કરો

તેથી આપણને જે મળ્યું છે તે એ છે કે  $yn$  ના પ્રાકૃતિક લોગની મર્યાદા આના જેટલી છે

તેથી  $yn$  ના કુદરતી લોગની મર્યાદા ચારના કુદરતી લોગની બરાબર છે  $e$  દ્વારા ઘાતાંકીય લઈને આપણને  $yn$  ની મર્યાદા બરાબર મળે છે  $e$  દ્વારા ચાર અને આ 1 દ્વારા સૂચવવામાં આવ્યું હતું

તેથી 1 એ ચાર બાય  $e$  છે જે આપણે શોધવાનું છે તે 1 નું સૌથી મોટું પૂર્ણાંક છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે  $e$  બે અને ત્રણની વચ્ચે છે  $e$  આશરે છે બે પોઈન્ટ સાત એક એટલે તે બે અને ત્રણની વચ્ચે છે

તેથી ચાર બાય  $e$  ચાર બાય ત્રણ અને ચાર બાય બેની વચ્ચે હશે જે બે છે

તેથી તે એક અને બે વચ્ચે સખત રીતે છે આ સૂચવે છે કે 1 નો સૌથી મોટો પૂર્ણાંક એક બરાબર છે

તેથી આ છે આ બીજી સમસ્યાના જવાબ માટે ચાલો આપણે પ્રશ્ન નંબર ત્રણ તરફ જઈએ

તેથી અહીં આપણને  $fx$  એ મર્યાદા બરાબર આપવામાં આવે છે કારણ કે  $n$  એ  $n$  ગુણ્યા  $x$  વત્તા  $n$  ગુણ્યા  $x$  વત્તા  $n$  બાય બે સુધી  $x$  વત્તા  $n$  બાય  $n$  સુધી  $n$  ની અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે.  $n$  ફેક્ટોરિયલ વખત  $x$  ચોરસ વત્તા  $n$  ચોરસ ગુણ્યા  $x$  ચોરસ વત્તા  $n$  ચોરસ 4 વડે  $x$  ચોરસ વત્તા  $n$  ચોરસ  $n$  ચોરસ સુધી આ આખો વધારો  $x n$  બાય  $n$

તેથી  $fx$  0 કરતાં મોટા  $x$  માટે આ મર્યાદા આપવામાં આવે છે નીચેનામાંથી કયો વિકલ્પ સાચો છે  $a$  એ એક વિકલ્પના  $f$  કરતાં અડધો અડધો મોટો છે  $b$  એક વિકલ્પનો  $f$  એક બાય ત્રણના  $f$  કરતાં ઓછો છે બે બાય ત્રણનો  $f$  બરાબર છે  $c$  છે  $f$  બેનો અવિભાજ્ય સમાન કરતાં ઓછો છે શૂન્ય અને  $d$  એ ત્રણનો  $f$  અવિભાજ્ય ભાગાકાર  $f$  ત્રણનો  $f$  અવિભાજ્ય બેના  $f$  અવિભાજ્ય કરતાં મોટો છે

તેથી પ્રથમ આપણે કેટલાક આ મર્યાદાને કેવી રીતે સરળ બનાવીએ

તેથી પહેલા આપણે આ શબ્દ જોઈએ છીએ આપણી પાસે  $n$  થી  $n$  ગુણ્યા  $x$  વત્તા  $nx$  વત્તા  $n$  2 સુધી  $x$  વત્તા  $n$   $n$  વડે  $n$  ભાગ્યા  $n$  અને પછી આપણી પાસે  $x$  ચોરસ વત્તા  $n$  ચોરસ  $x$  ચોરસ વત્તા  $n$  છે. સ્કવેર બાય 2 સ્કવેર અપ સુધી  $x$  સ્કવેર વત્તા  $n$  સ્કવેર બાય  $n$  સ્કવેર અને આને પાવર  $x$  બાય  $n$  સુધી વધારવામાં આવે છે તો ચાલો પહેલા આ રેશિયોને સરળ બનાવીએ

તેથી અહીં આપણે આને લખી શકીએ કે જો હું પહેલા અવયવમાંથી  $n$  સામાન્ય લઉં તો આ બરાબર છે  $n$  ગુણ્યા એક વત્તા  $x$  બાય  $n$  અને પછી હું બીજા અવયવમાંથી  $n$  બાય બે સામાન્ય લઈશ પછી આ એક વત્તા બે  $x$  બાય  $n$  બની જશે અને આમ છેલ્લા એકમાંથી હું  $n$  બાય  $n$  સામાન્ય લઈશ તો તે એક વત્તા બનશે  $nx$  બાય  $n$  અને એ જ રીતે છેદમાંથી આપણી પાસે  $n$  ફેક્ટોરિયલ છે હવે પહેલામાંથી  $n$  ચોરસ સામાન્ય લઈએ તો તે 1 વત્તા  $x$  ચોરસ બાય  $n$  ચોરસ અને  $n$  ચોરસ બાય 2 ચોરસ સામાન્ય બનશે અને તે 1 વત્તા 2 થશે ચોરસ  $x$  ચોરસ બાય  $n$  ચોરસ અને

તેથી આગળ  $n$  ચોરસ બાય  $n$  ચોરસ ગુણ્યા એક વત્તા  $n$  ચોરસ  $x$  ચોરસ બાય  $n$  ચોરસ હવે જો તમે અંકમાં જુઓ  $r$  મારી પાસે એક  $n$  થી  $n$  છે અને પછી આપણી પાસે  $n$  ગુણ્યા  $n$  ગુણ્યા  $nn$  વખત છે જેથી તે ફરીથી  $n$  થી  $n$  બનશે

તેથી મારી પાસે  $n$  થી 2  $n$  ગુણ્યા 1 વત્તા  $x$  બાય  $n$  એક વત્તા બે  $x$  બાય  $n$  એક વત્તા સુધી  $n$  દ્વારા  $nx$  અને આપણી પાસે એક ગુણ્યા બે ગુણ્યા ત્રણ  $n$  સુધી છે

તેથી આ આને  $n$  વડે ભાગ્યા છે આ અંશ છે અને છેદમાં આપણી પાસે એક  $n$  અવયવી છે અને આપણી પાસે  $n$  ચોરસ  $n$  ચોરસ  $n$  વખત ગુણાકાર છે જેથી તે  $n$  બનશે ઘાત બે  $n$  સુધી અને છેદમાં મારી પાસે અહીં 1 ચોરસ 2 ચોરસ 3 ચોરસ  $n$  ચોરસ સુધી છે જેથી તે  $n$  ફેક્ટોરિયલ સ્કવેર છે અને પછી આપણી પાસે આ પ્રોડક્ટ 1 બાય  $x$  સ્કવેર બાય  $n$  સ્કવેર 1 વત્તા 2 સ્કવેર  $x$  સ્કવેર બાય  $n$  સ્કવેર છે બધી રીતે 1 વત્તા  $n$  ચોરસ  $x$  ચોરસ બાય  $n$  ચોરસ હવે જો તમે આ  $n$  ને બે  $n$  કેન્સલ જુઓ અને મારી પાસે અહીં અંશમાં 1 બાય  $n$  ફેક્ટોરિયલ છે અહીં મારી પાસે  $n$  ફેક્ટોરિયલ બાય  $n$  ફેક્ટોરિયલ ચોરસ છે

તેથી આ ફરીથી રદ થાય છે અમારી પાસે આ ઉત્પાદન દ્વારા ભાગ્યા અંશમાં આ ઉત્પાદન બાકી છે

તેથી અમારી પાસે જે છે

તેથી  $fx$  બરાબર છે હવે હું મર્યાદા  $n$  વલણ લખીશ એક વત્તા  $x$  ની અનંતતા સુધી  $n$  એક વત્તા બે  $x$  બાય  $n$  સુધી એક વત્તા  $nx$  બાય  $n$  ભાગ્યા એક વત્તા  $x n$  ચોરસ એક વત્તા બે  $x n$  ચોરસ સુધી 1 વત્તા  $nx$  બાય  $n$  ચોરસ અને આ સમગ્ર ઘાતમાં વધારો  $x$  બાય  $n$

તેથી હવે અગાઉની સમસ્યાની જેમ આપણે પ્રાકૃતિક લોગ લઈ શકીએ છીએ આનો અર્થ થાય છે કે  $fx$  નો લોગ મર્યાદા  $n$  જેટલો છે  $n$  અનંત  $x$  બાય  $n$  આના લોગ માટે વલણ ધરાવે છે જેથી તે સમેશન લોગ 1 વત્તા  $kx$  બાય  $n$   $k$  બરાબર હશે 1 થી  $n$  માઈનસ સમેશન લોગ 1 વત્તા  $kx$  બાય  $n$  ચોરસ

તેથી આ એટલા માટે છે કારણ કે લોગ એ સતત કાર્ય છે

તેથી આ મર્યાદાનો લોગ હું લોગની મર્યાદા તરીકે લખી શકું છું અને અમને આ મળ્યું હવે આ મર્યાદા  $n$  ની બરાબર છે અનંત  $x$  તરફ વલણ ધરાવે છે બાય  $n$  વખત સમેશન લોગ એક વત્તા  $kx$  બાય  $n$  આ એક મર્યાદા બાદની મર્યાદા છે  $n$  અનંત  $x$  બાય  $n$  ગણા સમેશન  $k$  સમાન છે એક થી  $n$

લોગ ની એક વત્તા  $kx$  બાય  $n$  ચોરસ

તેથી હવે ફરીથી સરવાળાની આ મર્યાદા આ રીતે લખી શકાય છે પ્રથમ અવિભાજ્ય 1 વત્તા  $ydy$  ના લોગના 0 થી  $x$  સુધીનું અવિભાજ્ય હશે કારણ કે કહો કે જો તમે  $k$  બરાબર 1 માટે જુઓ તો મારી પાસે  $x$  બાય  $n$  છે અને  $k$  સમકક્ષ માટે 1 થી  $n$  આ બનશે  $k$  ગુણ્યા  $x$  બાય  $n$  માટે  $k$  બરાબર  $n$  તે  $x$  બને છે

તેથી આ નીચલી મર્યાદા 0 છે અને ઉપલી મર્યાદા  $x$  છે અને જે કાર્ય આપણે 1 વત્તા  $y$  નો લોગ લઈ રહ્યા છીએ અને બીજી મર્યાદા બરાબર છે 1 વત્તા  $y$  ચોરસના લોગના 0 થી  $x$  સુધીના ઇન્ટિગ્રલ  $dy$  નોષ કરો કે અહીં ઇન્ટિગ્રેન્ડમાં  $x$  નું  $f$  લખવું જોઈએ નહીં કારણ કે  $x$  પહેલેથી જ અહીં છે તેથી આપણે અહીં અન્ય ચલ  $y$  નો ઉપયોગ કર્યો છે અને અમે આના જેવું લખીએ છીએ

તેથી આ મને લોગ આપે છે  $fx$  ઇકવલ ટુ ઇન્ટિગ્રલ શૂન્યથી  $x$  સુધી  $i$  એક વત્તા  $y$  ને એક વત્તા  $y$  ચોરસ  $dy$  વડે ભાગ્યાનો લોગ લખી શકે છે અલબત્ત આપણે આ અવિભાજ્યનું મૂલ્યાંકન કરવાનો પ્રયાસ ન કરવો જોઈએ કારણ કે બીજા પૂર્ણાંકનું મૂલ્યાંકન કરવું સરળ નથી

તેથી હવે આપણે જોવું જોઈએ. વિકલ્પો અને એ જોવાનો પ્રયાસ કરો કે આપણે શું અનુમાન કરી શકીએ

તેથી જો આપણે  $a$  અને  $b$  વિકલ્પો જોઈએ તો આપણે  $f$  ના અડધા ભાગની  $f$  સાથે  $f$  એક સાથે અને  $f$  ની એક બાય ત્રણ સાથે  $f$  બે બાય ત્રણની તુલના કરવી પડશે

તેથી જો આપણે વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરી શકીએ તો આપણે ફક્શન વધી રહ્યું છે કે ઘટી રહ્યું છે તે જોઈ શકીએ છીએ અને પછી આપણે આનું અનુમાન કરી શકીએ છીએ જેથી અહીં કરવું સરળ છે

તેથી આપણે ટીને અલગ પાડીએ છીએ.  $x$  ના સંદર્ભમાં તેનો ભેદ આપણને  $fx$  નો લોગ મળે છે જો આપણે તફાવત કરીએ તો આપણને  $fx$  દ્વારા  $fx$  દ્વારા  $f$  prime  $x$  મળશે આ  $ydy$  ના  $f$  ના અવિભાજ્ય 0 થી  $x$  છે જો હું કેલ્ક્યુલસના મૂળભૂત પ્રમેય દ્વારા તફાવત કરું તો તે ફક્ત 1 નો લોગ આપશે વત્તા  $x$  બાય 1 વત્તા  $x$  ચોરસ અને અમારી પાસે હંમેશા  $x \neq 0$  કરતા મોટો હતો

તેથી આપણને આ  $fx$  દ્વારા  $f$  પ્રાઇમ  $x$  તરીકે મળે છે

તેથી આ સૂચવે છે કે  $f$  પ્રાઇમ  $x$  એ એક વત્તા  $x$  બાય વન વત્તા  $x$  ચોરસ નોંધના  $fx$  ગુણ્યા લોગ બરાબર છે જે  $fx$  છે સ્પષ્ટ રીતે હકારાત્મક કારણ કે  $fx$  જો  $x$  ધન હોય તો આ શબ્દ દરેક  $n$  માટે હકારાત્મક છે

તેથી  $fx$  હકારાત્મક છે અને એક વત્તા  $x$  બાય વન વત્તા  $x$  ચોરસનો લોગ અને 1 વત્તા  $x$  બાય 1 વત્તા  $x$  ચોરસનો લોગ જો આ હકારાત્મક છે  $x \neq 0$  અને 1 ની વચ્ચે છે કારણ કે જો  $x > 1$  કરતા ઓછો હોય તો 1 વત્તા  $x > 1$  વત્તા  $x$  ચોરસ કરતા મોટો હશે માટે 0 અને 1  $x$  વચ્ચેનો વર્ગ  $x$  કરતા નાનો છે

તેથી આ ગુણોત્તર એક વત્તા  $x$  બાય એક વત્તા  $x$  ચોરસ છે એક કરતા મોટો અને એક કરતા મોટી કોઈપણ વસ્તુનો લોગ ધન છે પરંતુ જો  $x < 1$  કરતા મોટો હોય તો છેદ પાસે  $x$  ચોરસ છે આ તેનાથી મોટો છે  $x$

તેથી આ ગુણોત્તર 1 વત્તા  $x$  બાય 1 વત્તા  $x$  ચોરસ 1 કરતા ઓછો બને છે

તેથી જો  $x$  એક કરતા મોટો હોય તો આ શૂન્ય કરતા ઓછો બને છે

તેથી જો  $x$  શૂન્ય અને 1 વચ્ચે હોય તો  $f$  ડેશ  $x$  શૂન્ય કરતા મોટો છે અને આ 0 કરતા ઓછો છે જો  $x < 1$  કરતા મોટો છે. તો આ આપણને શું કહે છે તેથી આ સૂચવે છે કે  $f$  એ 0 થી 1 ના અંતરાલ પર વધતું કાર્ય છે અને તે એકથી અનંત પરનું કાર્ય ઘટે છે

તેથી જો આપણે વચ્ચેના અડધાના  $f$  અને  $f$  વચ્ચેના એકના વિકલ્પો જોઈએ શૂન્ય અને એક એક વધી રહ્યું છે

તેથી અડધાનો  $f$  એકના  $f$  કરતાં ઓછો હશે આનો અર્થ છે કે અડધાનો  $f$  એકના  $f$  કરતાં ઓછો હોવો જોઈએ અને એક બાય ત્રણનો  $f$  બે બાય ત્રણના  $f$  કરતાં ઓછો હશે

તેથી વિકલ્પ  $a$  મોટો છે પણ  $b$  હવે સાચો છે  $c$  અને  $d$  વિકલ્પો  $ca$  એ  $f$  prime 2 માટે પૂછે છે અને  $d$  એ  $f$  prime 3 બાય  $f$  3 સાથે  $f$  prime 2 બાય  $f$  2 ની સરખામણી કરી રહ્યું છે.

તેથી આપણે જે ગણતરી કરી છે તેમાંથી આ ફરીથી મેળવી શકીએ તો ચાલો જોઈએ કે  $f$  શું છે પ્રાઇમ 2  $f$  અવિભાજ્ય બે એ એક વત્તા બે બાય એક વત્તા બે ચોરસના બે ગુણ્યા લોગના  $f$  બરાબર હશે આ 3 બાય 5 ના 2 ગુણ્યા લોગના  $f$  બરાબર છે.

તેથી 2 નો  $f$  ધન છે અને લોગ 3 બાય 5 ઋણ છે

તેથી આ 0 કરતાં ઓછું હશે

તેથી વિકલ્પ  $c$  કહે છે  $f$  પ્રાઇમ 2 0 કરતાં ઓછો છે અમે જાણીએ છીએ કે  $f$  પ્રાઇમ 2 0 કરતાં ઓછો છે

તેથી  $c$  વિકલ્પ સાચો છે અને  $d$  વિકલ્પ વિશે આપણે  $f$  જોવું પડશે અવિભાજ્ય ત્રણ બાય  $f$  ત્રણ અને  $f$  અવિભાજ્ય બે બાય  $f$  બે

તેથી આપણી પાસે  $f$  પ્રાઇમ  $x$  બાય  $fx$  એ 1 વત્તા  $x$  બાય 1 વત્તા  $x$  ચોરસના લોગ બરાબર છે

તેથી  $f$  અવિભાજ્ય 3 બાય  $f$  3 એ 4 બાય 10 ના લોગ બરાબર છે જે 2 બાય 5 નો લોગ છે.  $f$  પ્રાઇમ 2 બાય એક 2 આ આપણે પહેલેથી જ ગણતરી કરી છે તે 3 બાય 5 નો લોગ છે.

તેથી લોગ એ ફક્શનને સખત રીતે વધારી રહ્યું છે

તેથી લોગ બે બાય ફાઇવ લોગ ત્રણ બાય ફાઇવ કરતા ઓછો છે

તેથી આ સૂચવે છે કે એક પ્રાઇમ ત્રણ બાય  $f$  ત્રણ એ  $f$  અવિભાજ્ય બે બાય  $f$  બે કરતાં સખત રીતે ઓછું છે

તેથી આપણો વિકલ્પ  $d$  એનો અર્થ એ છે કે આપણી પાસે બીજી અસમાનતા છે

તેથી  $b$  અને  $c$  સાચો વિકલ્પ છે ઠીક છે ચાલો પ્રશ્ન નંબર ચાર પર જઈએ  $fx$  is equal to integral to one by  $x$  to  $e$  નો  $x$  ની ઘાત માઈનસ  $t$  વત્તા એક વડે  $t$  ભાગ્યા  $t dt$  માટે  $x$  શૂન્ય થી અનંતમાં તો નીચેનામાંથી કયો વિકલ્પ સાચો છે  $f$  એક અનંત પર વધી રહ્યો છે  $bf$  ઘટે છે  $ng$  અંતરાલ પર 0 થી 1  $cf$  નું  $x$  વત્તા  $f$  1 બાય  $x$  આ બધા  $x$  માટે 0 અને 0 થી અનંત છે અને  $d$  વિકલ્પ  $f$  2 ની ઘાત  $x$  છે

$x$  નું એક વિષમ કાર્ય છે  $r$  પર આપણે અહીં છીએ  $fx$  ને ચોક્કસ અવિભાજ્ય તરીકે આપેલ છે અને પછી આપણે આ વિકલ્પો શોધવા પડશે તેથી કારણ કે અમને વધવા અને ઘટાડવા માટે કહેવામાં આવે છે અમે આ ફક્શનના વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરી શકીએ છીએ તે જોવા માટે કે કોઈ અંતરાલમાં  $f$  વધી રહ્યો છે કે ઘટે છે

તેથી ચાલો યાદ કરીએ કે જો આપણે અમુક  $f t dt$  નું વ્યુત્પન્ન અમુક ફક્શન  $ax$  થી  $bx$  સુધી લઈએ તો આ શું છે

તેથી આ બરાબર છે આપણે  $x$  ના ઉપલા છેડાના બિંદુ  $b$  પર  $f$  નું મૂલ્યાંકન કરીએ અને પછી ડેરિવેટિવ  $b$  પ્રાઇમ  $x$  માઇનસ  $f$  વડે ગુણાકાર કરીએ અક્ષમ  $x$  જમણા ગુણ્યા

તેથી આ ચોક્કસ અવિભાજ્યના વ્યુત્પન્ન માટેનું સામાન્ય સૂત્ર છે જ્યાં પૂર્ણાંકની મર્યાદા એ  $x$  ના કાર્યો છે ખાસ કરીને જ્યારે આપણી પાસે  $a$  થી  $x$  સુધીનું પૂર્ણાંક હોય ત્યારે આપણને ફક્ત  $x$  નો  $f$  મળે છે પરંતુ અહીં  $f$  આપણે ઉપલા છેડાના બિંદુ પર મૂલ્યાંકન કરવું પડશે ઉપલા એક બાદબાકી  $f$  ના વ્યુત્પન્નનો વખત નીચલા છેડાના બિંદુએ ડેરનો ગણો તેનાં  $ivative$

તેથી આપણી પાસે  $fx$  છે 1 બાય  $x$  2  $xe$  થી માઈનસ  $t$  વત્તા 1 વડે  $t$  ભાગ્યા  $t dt$

તેથી જો હું આને અલગ કરીશ તો  $f$  પ્રાઇમ  $x$  એ ઘાતની  $e$  ની બરાબર હશે પહેલા આપણે  $t$  બરાબર  $x$  માં મૂકીએ ઇન્ટિગ્રેન્ડ એટલે કે  $x$  વત્તા 1

બાય  $x$  બાય  $x$  ગણો  $x$  નું વ્યુત્પન્ન જે 1 ઓછા છે આપણે  $t$  ને 1 બાય  $x$  ની બરાબર મુકવો પડશે  
 તેથી  $e$  ની બાદબાકી 1 બાય  $x$  વત્તા 1 બાય  $t$  એ  $x$  થશે  $t$  વડે ભાગ્યા એક બાય  $x$  ગુણ્યા એક બાય  $x$ નું વ્યુત્પન્ન માઇનસ વન બાય  $x$  ચોરસ  
 આપશે  
 તેથી આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ 2 ગુણ્યા  $e$  ની બાદબાકી  $x$  વત્તા 1  $x$  દ્વારા ભાગ્યા  $x$  અને કારણ કે ઘાતાંકીય હંમેશા ધન હોય છે તે બધા  $x$  માટે 0  
 કરતા વધારે છે શૂન્ય કરતાં મોટો  
 તેથી આ સૂચવે છે કે શૂન્યથી અનંતના અંતરાલ પર  $f$  સખત રીતે વધી રહ્યું છે  
 તેથી  $f$  એ સંપૂર્ણ શૂન્યથી અનંત પર વધતું કાર્ય છે  
 તેથી વિકલ્પ  $a$  સાચો છે અને  $b$  ખોટો છે નોંધ કરો કે આપણે તેના વિના પણ સમાન વસ્તુ કાઢી શક્યા હોત આ ફંક્શનના વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરી  
 રહ્યા છીએ કારણ કે  
 તેથી ચાલો હું બીજી રીતે લખું કે આપણે જોઈએ છીએ કે અંતરાલ એક  $x$  થી  $x$  આ વધે છે જેમ જેમ  $x$  વધે છે તેમ તેમ શા માટે છે કારણ કે જેમ  $x$   
 નીચા છેડાના બિંદુ 1 ને  $x$  દ્વારા વધારશે તે ઘટશે અને ઉપલા છેડાના બિંદુ  $x$  વધે છે  
 તેથી જેમ  $x$  વધે છે તે અંતરાલ મોટો થાય છે અને મોટો થાય છે તે પણ ઇન્ટિગ્રેન્ડ ધન છે કારણ કે integrand માટે  $t$  વડે ઘાતાંકીય ભાગાકાર  
 થાય છે. ટી પોઝીટીવ આ હંમેશા પોઝીટીવ હોય છે  
 તેથી જો આપણી પાસે પોઝીટીવ ફંક્શન હોય તો જો આપણે તેને મોટા ઇન્ટરવલ પર એકીકૃત કરીએ તો તે મોટું થશે  
 તેથી  $f(x)$  છે અને ફંક્શનને યોગ્ય રીતે વધારી દે છે  
 તેથી વ્યુત્પન્નની ગણતરી કર્યા વગર પણ વ્યક્તિ સરળતાથી આ જોઈ શકે છે. અંતરાલ કે જેના પર આપણે આ હકારાત્મક કાર્યને એકીકૃત કરી રહ્યા  
 છીએ તે મોટું થઈ રહ્યું છે કારણ કે  $x$  હવે વધે છે વિકલ્પ  $c$  અને  $d$  જોવા માટે આપણે  $x$  નું  $f$  વત્તા  $f$  એક બાય  $x$  નું જોવું પડશે તો ચાલો જોઈએ  
 કે એક બાય  $x$  નું  $f$  શું છે અવિભાજ્ય હશે  $x$  થી એક સાથે  $x$  માટે  $e$  ની બાદબાકી  $t$  વત્તા  $t$  એક બાય  $t$   $t dt$  આપણે મૂકીએ છીએ  $t$  એ  
 એક બાય  $y$  છે પછી  $dt$  એ માઇનસ એક બાય  $y$  ચોરસ  $dy$  છે અને જ્યારે  $t$   $x$   $y$  બરાબર છે 1 બાય છે  $x$  અને પછી  $t$  બરાબર એક  $xy$   
 એટલે  $x$  એટલે આ  $f$  એક બાય  $x$  1 બાય  $x$  થી  $x$  સુધી  $e$  ની બાદબાકી  $t$  1 બાય  $y$  છે  
 તેથી 1 બાય  $y$  વત્તા 1  $t$  ને  $y$  વડે ભાગવામાં આવશે  $t$  એ એક વડે  $y$  અને  $dt$  એ માઇનસ વન બાય  $y$  ચોરસ  $dy$  આ છે એક બાય  $x$  બે  $x$   
 ની જેમ જ આપણી પાસે બાદબાકીનું ચિહ્ન છે અને પછી આપણી પાસે  $e$  ની બાદબાકી  $y$  વત્તા 1 વડે  $y$  ભાગ્યા  $y dy$  જે  $x$  ના ઓછા  $f$  સમાન છે  
 તેથી આનો અર્થ થાય છે  $x$  નું  $f$  વત્તા  $f$  એક બાય  $x$  આ હંમેશા શૂન્ય હોય છે  
 તેથી  $x$  નું  $f$  વત્તા  $f$  એક બાય  $x$  શૂન્ય બરાબર છે આ વિકલ્પ  $c$  સાચો છે હવે વિકલ્પ  $d$  વિશે શું આ વિકલ્પ  $c$  થી અનુસરે છે  
 તેથી હવે પણ જો આપણે 2 ના  $f$  ની બરાબર  $gx$  લખીએ તો  $x$  નું  $g$  બાદબાકી  $x$  એ 2 ની ઘાત ઓછા  $x$  માટે  $f$  છે જે  $x$  ની 1 બાય 2 ની  $x$   
 ની  $f$  ની બરાબર છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે 1 બાય  $x$  નું  $f$   $x$  ના ઓછા  $f$  બરાબર છે  
 તેથી આ  $x$  ની 2 ની માઇનસ  $f$  છે જે માઇનસ  $gx$  ની બરાબર છે  
 તેથી આ સૂચવે છે કે  $gx$  એક વિચિત્ર કાર્ય છે  
 તેથી તે આપે છે કે વિકલ્પ  $d$  પણ સાચો છે  
 તેથી વિકલ્પ  $ac$  અને  $d$  એ સાચા વિકલ્પો છે,  
 તેથી આ અવિભાજ્ય કેલ્ક્યુલસ પર લેકચર બે સમાપ્ત કરે છે આગામી લેકચરમાં આપણે કેટલીક વધુ સમસ્યાઓની ચર્ચા કરીશું આભાર તમે તમે